

INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA UNIVERSITARIA

Yesenia del Rosario Vásquez Valencia
Milner David Liendo Arévalo
Francisco Manuel Hilario Falcón



FONDO EDITORIAL
Universidad César Vallejo

INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA UNIVERSITARIA



FONDO EDITORIAL
Universidad César Vallejo

Introducción a la matemática universitaria

©Universidad César Vallejo, 2023

Edición y diseño: Fondo Editorial Universidad César Vallejo

Primera edición, marzo de 2023

Tiraje: 500 ejemplares

ISBN:

Hecho el Depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.º 2023-02094

Edición y diseño:

Universidad César Vallejo SAC

Av. Alfredo Mendiola 6232, Panamericana Norte, Los Olivos

Lima, Perú

El contenido de este libro fue validado a través de un proceso de evaluación de pares ciegos (double-blind peer review)

Todos los derechos reservados. La reproducción parcial o total de esta obra en cualquier tipo de soporte está prohibida sin la autorización expresa de los editores.

INTRODUCCIÓN A LA MATEMÁTICA UNIVERSITARIA

Yesenia del Rosario Vásquez Valencia
Milner David Liendo Arévalo
Francisco Manuel Hilario Falcón



FONDO EDITORIAL
Universidad César Vallejo

CONTENIDO

Presentación	13
Resumen	15
Capítulo 1: Álgebra	17
1. El sistema de números reales	19
2. La recta numérica	20
3. Propiedades de las operaciones elementales	21
3.1 Propiedades conmutativas	21
3.2 Propiedades asociativa	22
3.3 Propiedades distributivas	22
3.4 Elementos identidad	22
3.5 Elementos inversos	22
3.6 Multiplicación de fracciones	22
3.7 División de fracciones	22
3.8 Cancelación de factores comunes	23
3.9 Suma y resta de fracciones	23
3.10 Propiedades de los exponentes	23
3.11 Propiedades de los binomios algebraicos	24
3.12 Propiedades de los trinomios algebraicos	24
4. Ecuaciones e inecuaciones	25
4.1 Ecuación algebraica	25
4.2 Ecuaciones equivalentes	26
4.3 Ecuación compatible	26
4.4 Ecuación incompatible	26
4.5 Ecuación lineal en "x"	27
4.6 Ecuación cuadrática en "x"	27
4.7 Sistemas de ecuaciones lineales	28
4.8 Sistemas de ecuaciones cuadráticas con dos incógnitas	29
4.9 Ecuación cúbica en "x"	29
4.10 Ecuación polinómica en "x"	30
4.11 Ecuación racional en "x"	31
4.12 Intervalos	31
4.13 Conjunto de valores admisibles (CVA)	33
4.14 Ecuación irracional	33
4.15 Valor absoluto de un número real	33
4.16 Ecuación con valor absoluto	33
4.17 Desigualdad	34
4.18 Inecuación lineal	36
4.19 Inecuación cuadrática	36
4.20 Inecuación polinómica	38

4.21 Inecuación racional	39
4.22 Inecuación irracional	40
4.23 Inecuación con valor absoluto	40
Problemas Modelos	41

Capítulo 2: Matrices y determinantes **73**

1. Definición de matriz	75
2. Dimensión de una matriz	75
3. Suma y resta de matrices	75
4. Producto de una matriz por un escalar	75
5. Producto de matrices	76
6. Clasificación de matrices	76
6.1 Matriz transpuesta (A^t)	76
6.2 Matriz cero o	76
6.3 Matriz cuadrada	76
6.4 Matriz diagonal	77
6.5 Matriz triangular superior	77
6.6 Matriz triangular inferior	77
6.7 Matriz identidad I	77
6.8 Matriz potencia	78
7. Matrices iguales	78
8. Determinante de una matriz cuadrada	78
9. Sistema de 3 ecuaciones por determinantes (CRAMER)	79
10. Definición de matriz inversa	79
11. Método de sistema de 3 ecuaciones para hallar la matriz inversa de una matriz de dimensión (3x3)	80
12. Conceptos preparatorios para hallar la matriz inversa por fórmula clásica	81
13. Método de fórmula clásica para hallar la matriz inversa	82
14. Método Gauss-jordan para hallar la matriz inversa	82
15. Propiedades de las matrices para aplicar Gauss-Jordan	83
16. Determinante de orden mayor que 3	83
17. Sistema de mas de 3 ecuaciones usando matriz inversa	84
Problemas Modelos	84

1. El sistema de coordenadas	107
2. Pendiente de un segmento	107
3. Punto medio de un segmento	108
4. Distancia entre dos puntos	108
5. Coordenadas del baricentro de un triángulo	109
6. Área de una región triangular	109
7. Ecuación de la recta	109
8. Punto de corte de dos rectas	111
9. Ángulo que forman dos rectas al cortarse	112
10. Rectas paralelas y perpendiculares	112
10.1 Rectas paralelas	112
10.2 Rectas perpendiculares	113
11. Distancia de punto a recta	113
12. Aplicaciones de las rectas	114
12.1 Costos e ingresos	114
12.2 Demanda y oferta	114
13. La circunferencia	116
13.1 Estudio de la ecuación general de una circunferencia	116
13.2 Ecuación de la circunferencia que pasa por tres puntos	116
14. La parábola	117
14.1 Parábolas con vértice en el origen y eje vertical	117
14.2 Parábolas con vértice en el origen y eje horizontal	118
14.3 Parábolas con vértice en $(h; k)$ y eje vertical	119
14.4 Parábolas con vértice en $(h; k)$ y eje horizontal	119
15. La elipse	120
15.1 Elipse con centro en el origen y eje focal horizontal	121
15.2 Elipse con centro en el origen y eje focal vertical	121
15.3 Elipse con centro en $(h; k)$ y eje focal horizontal	122
15.4 Elipse con centro en $(h; k)$ y eje focal vertical	122
16. La hipérbola	123
16.1 Hipérbola con centro en el origen y eje focal horizontal	124
16.2 Hipérbola con centro en el origen y eje focal vertical	124
16.3 Hipérbola con centro en $(h; k)$ y eje focal horizontal	125
16.4 Hipérbola con centro en $(h; k)$ y eje focal vertical	125
Problemas Modelos	126

1. Producto cartesiano	167
2. Relación	167
3. Definición preparatoria de función	167
4. Definición formal de función	168
5. Dominio de una función	169
6. Rango de una función	169
7. Regla de correspondencia	169
8. Gráfica de una función	170
9. Clasificación de funciones	171
9.1 Función constante	171
9.2 Función identidad	171
9.3 Función valor absoluto	172
9.4 Función signo	172
9.5 Función máximo entero	173
9.6 Función lineal	173
9.7 Función cuadrática	174
9.8 Función raíz cuadrada	175
9.9 Función potencia	175
9.10 Función exponencial	176
10. Otras consideraciones sobre las funciones	177
10.1 Funciones crecientes y decrecientes	177
10.2 Funciones pares e impares	177
11. Traslaciones horizontales	178
12. Traslaciones verticales	179
13. Operaciones con funciones	180
14. Función compuesta	180
15. Modelamiento de funciones	181
Problemas Modelos	182

Capítulo 5: Límites 197

1. Introducción a los límites	199
2. Definición formal de límite	200
3. Notación	200
4. Límites laterales	200
5. Límites por los dos lados	201
6. Existencia o no existencia del límite	201
7. Formas indeterminadas	206
8. Criterios para levantar una indeterminación $\frac{0}{0}$	207
9. Criterios para levantar una indeterminación $\frac{\infty}{\infty}$	208
10. Continuidad	210
Problemas Modelos	210

Capítulo 6: Problemas propuestos con respuestas 225

1. Capítulo Álgebra	227
2. Capítulo Matrices y Determinantes	233
3. Capítulo Geometría analítica	238
4. Capítulo Funciones	244
5. Capítulo Funciones	250

PRESENTACIÓN

Este libro proporciona una moderna introducción a la Matemática universitaria que se focaliza en la comprensión conceptual para el desarrollo de los elementos esenciales de un curso tradicional. Contiene explicaciones precisas, problemas modelo seleccionados, figuras superiores y un conjunto de problemas propuestos muy bien pensados son las características de este libro.

En el Perú, más de 4 millones de alumnos han recibido alguna base en el colegio; no obstante, a pesar de esta familiaridad sus habilidades adquiridas limitan algunas veces su capacidad para dominar la matemática universitaria. Considerando esta situación se presenta un conjunto de materiales de aprendizaje con el fin de impulsar el razonamiento del estudiante, para ir más allá de la memorización de fórmulas y procedimientos ofreciéndoles una manera de generalizar conceptos importantes ya introducidos, haciendo referencias para enlazar un concepto nuevo con lo desarrollado con anterioridad o con una generalización posterior.

Después de estudiar este curso, los alumnos habrán desarrollado la habilidad de resolución de problemas y de análisis que serán útiles en aspectos importantes de sus vidas. La verdadera recompensa es aprender a dominar la habilidad de razonar con lógica y generalizar conceptos.

RESUMEN

El primer capítulo denominado "Álgebra" inicia con la revisión de los conceptos de los tipos de números reales. Se establece claramente la diferencia de unos con otros porque eso facilitará la comprensión de las técnicas explicadas en capítulos posteriores. Luego se hace un repaso de los temas algebraicos como binomios, trinomios, ecuaciones e inecuaciones. Se consideró muy importante la solución de problemas con enunciado a través de ecuaciones. Asimismo, se rescató del olvido al método Cardano creado en 1541 para resolver ecuaciones cúbicas. Por último, en este capítulo se analiza los tipos de inecuaciones y nuestro aporte es sistematizar la solución de inecuaciones cuadráticas, tema tradicionalmente considerado tóxico por los alumnos.

En el segundo capítulo se estudian las matrices y sus operaciones. También se analiza a los determinantes y la ventaja que ofrecen en la solución de sistemas de ecuaciones. Aquí nuestro aporte es presentar un método alternativo de hallar la matriz inversa mediante sistemas de ecuaciones. Al abordar el tema Gauss-Jordán también hacemos otro aporte al explicar cómo se justifican las operaciones de este método para hallar una matriz inversa.

En el tercer capítulo Geometría Analítica presentamos una mezcla de Álgebra con Geometría para convertir a las figuras en ecuaciones algebraicas, porque esta idea se utilizará en el estudio del Cálculo Diferencial e Integral. Asimismo, se presentan diversas aplicaciones de las rectas en el mundo real.

En el cuarto capítulo, Funciones, es la antesala del Cálculo y por eso hemos dedicado gran minuciosidad al estudio de cada tipo de función logrando presentar casos prácticos que utilizan tanto cálculos numéricos como operaciones algebraicas entre polinomios.

En el capítulo de Límites se ha empleado gran cantidad de gráficos para que el alumno llegue a la comprensión de lo que son los límites, base de las derivadas e integrales. Una vez más se ha hecho uso de las técnicas algebraicas apropiadas.

El libro cuenta con 150 problemas modelo íntegramente resueltos paso a paso y por ello en el sexto capítulo, Problemas Propuestos, se han colocado 160 problemas escogidos, pero con respuestas para que el alumno ahí mismo verifique su aprendizaje. Solo se solicita al lector que asimile todos los temas desarrollados y que tenga fe en que todo se puede aprender.

Los autores