



**ESCUELA DE POSGRADO**  
UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

**Aplicación de GeoGebra para mejorar el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario – Lima, 2017**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRA EN Educación con mención en Docencia y Gestión Educativa**

**AUTORA:**

Br. Contreras Joaquin, Connie Jackeline

**ASESORA:**

Dra. Alza Salvatierra, Silvia Del Pilar

**SECCIÓN**

Educación e Idiomas

**LÍNEA DE INVESTIGACIÓN**

Innovaciones pedagógicas

**PERÚ – 2017**

Dra. Estrella Azucena Esquiagola Aranda  
Presidente

Dra. Luzmila Garro Aburto  
Secretario

Dra. Silvia Alza Salvatierra  
Vocal

### **Dedicatoria**

Con gran cariño e inmensa gratitud a mis padres, por su apoyo constante, consejos y sacrificios sin límites y a mi hija Mariana por su amor y ternura.

Connie

### **Agradecimiento**

A Dios por la vida, por permitirme ejercer la profesión más hermosa y noble.

A la UCV por darme la oportunidad de cumplir una meta en mi vida profesional.

A los alumnos de la I.E. Marcos Libardoni por su participación activa en este trabajo.

Connie

### **Declaratoria de autenticidad**

Yo, Connie Jackeline Contreras Joaquín, estudiante de la Escuela de Posgrado, Maestría en Educación, de la Universidad César Vallejo, Sede Lima; declaro el trabajo académico titulado “Aplicación de GeoGebra para mejorar el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario, Lima 2017”, presentada, en 119 folios para la obtención del grado académico de Maestra, es de mi autoría.

Por tanto, declaro lo siguiente:

- He mencionado todas las fuentes empleadas en el presente trabajo de investigación, identificando correctamente toda cita textual o de paráfrasis proveniente de otras fuentes, de acuerdo con lo establecido por las normas de elaboración de trabajos académicos.
- No he utilizado ninguna otra fuente distinta de aquellas expresamente señaladas en este trabajo.
- Este trabajo de investigación no ha sido previamente presentado completa ni parcialmente para la obtención de otro grado académico o título profesional.
- Soy consciente de que mi trabajo puede ser revisado electrónicamente en búsqueda de plagios.
- De encontrar uso de material intelectual ajeno sin el debido reconocimiento de su fuente o autor, me someto a las sanciones que determinen el procedimiento disciplinario.

Lima, noviembre del 2017

---

Connie Jackeline Contreras Joaquin

DNI: 07313207

## Presentación

Señor presidente

Señores miembros del jurado calificador

Presento la Tesis titulada: “Aplicación de GeoGebra para mejorar el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario, Lima 2017”, en cumplimiento del Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad César Vallejo, para optar el grado académico de Maestra en Educación.

Espero que el aporte que brinde esta investigación contribuya en la solución de la problemática relacionada al aprendizaje del área de matemática, específicamente en el desarrollo de la capacidad “comunica su comprensión sobre formas y relaciones geométricas” señalado en el Currículo Nacional, sobre todo en la Institución Educativa Parroquial Monseñor Marcos Libardoni de la UGEL 03 – La Victoria - Lima.

La información se ha estructurado en siete capítulos, teniendo en cuenta el esquema de investigación sugerido por la universidad.

En el primer capítulo se expone la introducción. En el segundo capítulo se presenta el marco metodológico. En el tercer capítulo se muestran los resultados. En el cuarto capítulo abordamos la discusión de los resultados. En el quinto se precisan las conclusiones. En el sexto capítulo se adjuntan las recomendaciones propuestas, luego del análisis de los datos de las variables en estudio. Finalmente, en el séptimo capítulo se presentan las referencias bibliográficas y anexos de la presente investigación.

La autora.

## Índice

	Pág.
Página del Jurado	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Dedicatoria	iii
Agradecimiento	iv
Declaratoria de autenticidad	v
Presentación	vi
Índice	vii
Lista de tablas	iix
Lista de figuras	x
Resumen	xi
Abstract	xii
I. Introducción	
1.1. Antecedentes	144
1.2. Fundamentación científica, técnica o humanística	19
1.2.1. El software GeoGebra	19
1.2.2. Aprendizaje de transformaciones en el plano	28
1.3. Justificación	32
1.4. Problema	34
1.5. Hipótesis	36
1.6. Objetivos	37
II. Marco metodológico	38
2.1. Variables	39
2.2. Operacionalización de variables	39
2.3. Metodología	41
2.4. Tipos de estudio	41
2.5. Diseño	41
2.6. Población y muestra	42
2.7. Técnicas e instrumentos de recolección de datos	43
2.8. Métodos de análisis de datos	46
2.9. Aspectos éticos	47
III. Resultados	48
3.1. Descripción de resultados	49

3.2. Contrastación de hipótesis	53
IV. Discusión	61
V. Conclusiones	64
VI. Recomendaciones	67
VII. Referencias	69
VIII. Apéndices	74
Apéndice A. Matriz de consistencia	75
Apéndice B. Propuesta	78
Apéndice C. Instrumento	98
Apéndice D. Ficha técnica del instrumento	103
Apéndice E. Certificado de validez	104
Apéndice F. Constancia de autorización	110
Apéndice G. Artículo científico	111



**Lista de tablas**

	Página
Tabla 1. Operacionalización de la variable aprendizaje de transformaciones en el plano	40
Tabla 2. Distribución de la población de estudiantes	43
Tabla 3. Distribución de la muestra de estudiantes	43
Tabla 4. Niveles de interpretación de la prueba	45
Tabla 5. Juicio de expertos para el instrumento de evaluación	45
Tabla 6. Coeficiente de Fiabilidad de la prueba	46
Tabla 7. Aprendizaje de traslación en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest	49
Tabla 8. Aprendizaje de rotación en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest	50
Tabla 9. Aprendizaje de simetría en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest	51
Tabla 10. Aprendizaje de transformaciones en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest	52
Tabla 11. Prueba U de Mann- Whitney para aprendizaje de transformaciones en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest	53
Tabla 12. Prueba U de Mann- Whitney para aprendizaje de traslación en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest	55
Tabla 13. Prueba U de Mann- Whitney para aprendizaje de rotación en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest	57
Tabla 14. Prueba U de Mann- Whitney para aprendizaje de simetría en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest	59

**Lista de figuras**

	Página
Figura 1. Interfaz de inicio del software GeoGebra	20
Figura 2. Barra de herramientas del software GeoGebra	21
Figura 3. Ventanas de representación del software GeoGebra	22
Figura 4. Aprendizaje de traslación en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest	49
Figura 5. Aprendizaje de rotación en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest	50
Figura 6. Aprendizaje de simetría en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest	51
Figura 7. Aprendizaje de transformaciones en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest	52
Figura 8. Diferencia en aprendizaje de transformaciones en el plano entre grupos de control y experimental según pretest y postest	54
Figura 9. Diferencia en aprendizaje de traslación en el plano entre grupos de control y experimental según pretest y postest	56
Figura 10. Diferencia en aprendizaje de rotación en el plano entre grupos de control y experimental según pretest y postest	58
Figura 11. Diferencia en aprendizaje de simetría entre grupos de control y experimental según pretest y postest	60

## Resumen

La investigación titulada “Aplicación de GeoGebra para mejorar el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario, Lima 2017”, tuvo como objetivo demostrar que la aplicación de GeoGebra permite mejorar el nivel de aprendizaje en transformaciones en el plano por parte de estudiantes del nivel de educación secundaria.

La investigación fue de tipo aplicado y diseño cuasiexperimental. La muestra estuvo conformada por 40 estudiantes del segundo grado del nivel secundario de la I.E.P. Monseñor Marcos Libardoni – La Victoria, los cuales se encontraban divididos en dos secciones con 20 participantes en cada una; los que finalmente conformaron los grupos de control y experimental. La técnica utilizada fue la encuesta y el instrumento fue la prueba de transformaciones en el plano, la cual fue validada mediante el juicio de expertos y determinados su confiabilidad mediante el coeficiente KR20 (0.825). Las hipótesis fueron comprobadas mediante la U de Mann Whitney.

Los resultados hacen concluir que la aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017. Antes de aplicarse el GeoGebra, no existen diferencias significativas ( $U=178,500$  y un  $p=0,557$ ), en el nivel de aprendizaje de transformaciones en el plano entre el grupo de control y experimental; no obstante, después de aplicar el GeoGebra si existen diferencias significativas ( $U=77,500$  y un  $p=0,001$ ), ya que los estudiantes del grupo experimental incrementaron significativamente su nivel de aprendizaje de transformaciones en el plano.

*Palabras claves:* Software GeoGebra, aprendizaje, transformaciones en el plano

## Abstract

The research about "GeoGebra's Application", in order to improve the learning of transformations in the plane, from secondary students level, Lima 2017", it had as a principal purpose to demonstrate that "GeoGebra's Application" allows for improving the learning level in the transformations in the plane by the students from secondary level.

The research was of applied type and quasi-experimental designs (QEDs). The sample was conformed by 40 students from second grade of secondary level of Monseñor Marcos Libardoni School - La Victoria, students who were divided in two sections with twenty participants in each one; who finally conformed the control and experimental groups. The technique used was the survey and the instrument was the "transformations in the plane" test, which validated based on expert judgement and determined its reliability through the coefficient KR20 (0.825). The hypotheses were verified by means of the Mann Whitney U test.

The results had concluded that improves the learning of transformations in the plane, by the students from secondary level of Monseñor Marcos Libardoni school, Lima 2017. Before the "GeoGebra's application", doesn't exist significant differences ( $U=178,500$  and a  $p=0,557$ ), in the learning level of transformations in the plane between the control and experimental group, even so, after the "GeoGebra's application" exist significant differences ( $U=77,500$  and a  $p=0,001$ ), because, the students of the experimental group increase significantly their learning level of transformations in the plane.

*Key words:* GeoGebra Software, learning, transformations in the plane

# **I. Introducción**

## 1.1. Antecedentes

### 1.1.1. Antecedentes internacionales

Torres y Racedo (2014) en la tesis titulada *Estrategia didáctica mediada por el software GeoGebra para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la geometría en estudiantes de 9° de básica secundaria*, realizado en la Universidad de la Costa, Colombia, para acceder al grado de Magister en Educación, tuvo por objetivo determinar los resultados del uso de GeoGebra, para mejorar el aprendizaje de geometría. El tipo de investigación fue cuantitativo y diseño cuasi experimental, con una muestra de 64 estudiantes de noveno grado. El instrumento fue una prueba de geometría que fue aplicada antes y después de insertar la variable de estudio en el grupo experimental. Los investigadores arribaron a la conclusión que utilizar GeoGebra como una de las estrategias didácticas en el aula, facilita el aprendizaje de matemática en general y geometría en particular. Se ha decidido tomar como antecedente a esta tesis porque en el desarrollo considera los efectos de la mediación del GeoGebra para facilitar el aprendizaje de la geometría, área que aborda el aprendizaje de desplazamientos en el plano.

Bustos (2013) en la tesis titulada *Propuesta didáctica: la enseñanza del concepto de límite en el grado undécimo, haciendo uso de GeoGebra*, elaborado en la Universidad Nacional de Colombia, Colombia, para acceder a grado de Magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales, tuvo como objetivo aplicar una estrategia didáctica para enseñar el concepto de límite de funciones reales haciendo uso del software GeoGebra. El estudio fue de tipo aplicado y diseño cuasiexperimental. La muestra estuvo conformada por un grupo de control con 26 estudiantes y un grupo experimental con 29 estudiantes, todos ellos del undécimo grado de del nivel secundario. El instrumento consistió en una prueba con preguntas de selección múltiple de conocimientos del concepto límite de funciones. El investigador arribó a la conclusión que la implementación del software en la práctica pedagógica hizo que los estudiantes sean más activos, creativos, participativos y autónomos en la adquisición de conocimientos, lo cual se concretó en una notable mejora en el desempeño cognitivo de los estudiantes con respecto

al concepto de límite de funciones. Se ha decidido tomar como antecedente a esta tesis porque en el desarrollo considera los efectos de una propuesta didáctica utilizando GeoGebra para mejorar el aprendizaje de unos los elementos de estudio de la geometría, área que aborda el aprendizaje de desplazamientos en el plano.

Sarmiento (2014) en la tesis titulada *Implementación y Aplicación de prácticas experimentales de laboratorio en el aprendizaje de la geometría analítica en los alumnos del tercer año de bachillerato del Colegio Particular Universitario —La Asunción*, elaborado en la universidad de Cuenca, Ecuador, para acceder al grado de Magister en docencia de las matemáticas, tuvo como objetivo demostrar que la aplicación de software matemático GeoGebra mejora el aprendizaje de la geometría analítica. La metodología describe un tipo de investigación cuantitativa y diseño cuasiexperimental. La muestra estuvo conformada con 28 estudiantes de tercer año de bachillerato. Se aplicó una prueba para determinar el aprendizaje de geometría analítica. Los resultados mostraron que los estudiantes que participaron en el estudio elevaron su desempeño en conocimientos, creatividad y trabajo en grupo. El investigador arribó a la conclusión que la aplicación del software GeoGebra, es una herramienta didáctica en las prácticas experimentales bajo una metodología constructivista que mejora el aprendizaje de la geometría analítica. Se ha decidido tomar como antecedente a esta tesis porque en el desarrollo considera que la aplicación de GeoGebra mejorar el aprendizaje de la geometría analítica, área que aborda el aprendizaje de desplazamientos en el plano.

Cuevas, Valenzuela, Osorio y Trujillo (2016) en el estudio titulado “Secuencia didáctica para el autoaprendizaje de la simplificación de fracciones con uso de tecnología en estudiantes universitarios” presentada en Revista Iberoamericana de Educación Matemática, México, tuvo como objetivo desarrollar una estrategia didáctica utilizando GeoGebra, a fin de facilitar que los estudiantes aprendan a simplificar fracciones. El estudio fue cuantitativo y diseño cuasiexperimental; siendo la muestra constituida por 14 estudiantes que cursan Fundamentos de matemática. El investigador arribó a la conclusión que la secuencia didáctica propuesta utilizando el GeoGebra, tuvo resultados favorables, en vista que se obtuvo mayor logro de aprendizaje de los estudiantes. Se ha

decidido tomar como antecedente a esta tesis porque en el desarrollo considera los efectos de una secuencia didáctica utilizando GeoGebra para mejorar el aprendizaje de matemática, área que aborda el aprendizaje de desplazamientos en el plano.

Enríquez (2014) en la tesis titulada *Análisis del conocimiento geométrico aplicando el modelo de van hiele con el uso del software GeoGebra*, elaborado en la Universidad de la Fuerzas Armadas, Ecuador, para acceder al grado de Magister en enseñanza de la matemática, tuvo el objetivo de demostrar que el modelo de enseñanza de Van Hiele, así como el uso de GeoGebra mejora el rendimiento de Geometría. El estudio se desarrolló bajo un enfoque cuantitativo y diseño cuasiexperimental. La muestra se constituyó con 36 estudiantes del Octavo Básico (control) y 28 del Noveno Básico (Experimental). El instrumento fue una prueba objetiva de geometría. El investigador arribó a la conclusión que los estudiantes expuestos a las estrategias de enseñanza con el modelo de Van Hiele y GeoGebra, aumentaron de significativamente su desempeño académico en Geometría. Se ha decidido tomar como antecedente a esta tesis porque en el desarrollo considera uso de GeoGebra para mejorar el conocimiento geométrico, área que aborda el aprendizaje de desplazamientos en el plano.

### **1.1.2. Antecedentes nacionales**

Díaz (2013) en la tesis titulada *La influencia del software "GeoGebra" en el aprendizaje de la geometría en los alumnos de 4to año de secundaria de la institución educativa Trilce de La Molina, periodo 2012*, elaborado en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Lima, para acceder al grado de Magister en ciencias de la educación, tuvo el objetivo de determinar la influencia del software GeoGebra en el aprendizaje de la Geometría. Utilizó un diseño de estudio experimental de tipo cuasiexperimental. La muestra estuvo conformada por 24 estudiantes para el grupo de control y 24 para el experimental, todos cursando 4to año de secundaria. Los resultados mostraron que se halló diferencia ( $p\text{-value} = 0.000$ ), entre el grupo de control (recibió enseñanza tradicional) y experimental (recibió enseñanza con mediación de GeoGebra), con 5.1250 puntos a favor del



grupo experimental. El investigador arribó a la conclusión que la utilización del software GeoGebra influye en el aprendizaje de la Geometría en los estudiantes de secundaria. Se ha decidido tomar como antecedente a esta tesis porque en el desarrollo considera los efectos del GeoGebra para optimizar los procesos de aprendizaje de la geometría, área que aborda el aprendizaje de desplazamientos en el plano.

Díaz (2014) en la tesis titulada *La construcción del concepto circunferencia desde la dialéctica herramienta-objeto con el apoyo del software GeoGebra en estudiantes de quinto de secundaria*, realizado en la Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, para acceder al grado de Magister en enseñanza de las matemáticas, tuvo el objetivo de demostrar que el uso de estrategias didácticas a través de mediación de GeoGebra, favorece la construcción de la noción de circunferencia. El estudio fue realizado desde una metodología mixta. La parte cuantitativa del estudio fue de tipo cuasiexperimental tomando como grupo experimental a seis estudiantes del quinto grado de educación secundaria. La técnica empelada para recoger los datos fue la observación. El investigador arribó a la conclusión que el GeoGebra resulta ser un mediador eficaz que favorece los procesos para que los estudiantes consoliden la construcción de la noción de circunferencia a la vez que fortalece la emisión de comportamientos más autónomos al momento de expresar conjeturas y verificarlas. Se ha decidido tomar como antecedente a esta tesis porque en el desarrollo considera que el uso del GeoGebra mejora el aprendizaje de nociones matemáticas, entre las que se podría encontrar el desplazamiento en el plano.

Callahui (2015) en la tesis titulada *El uso de los softwares educativos como estrategia de enseñanza y el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de cuarto grado del nivel secundario en las instituciones educativas de la provincia de Tambopata-Región de Madre de Dios -2012*, elaborado en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guamán y Valle, Lima, para acceder al grado de Doctor en educación, tuvo el objetivo de demostrar que el uso de programas informáticos educativos representa en estrategia eficaz para optimizar la enseñanza del área de geometría en estudiantes del nivel secundario. La investigación es de tipo

cuantitativa y diseño cuasi experimental, considerando como muestra a 154 estudiantes de dos instituciones educativas públicas. El instrumento fue una prueba de rendimiento de geometría construida para propósitos del estudio. El investigador arribó a la conclusión que la utilización de programas informáticos educativos representa un buen mediador de los procesos de enseñanza y aprendizaje del área de geometría. Se ha decidido tomar como antecedente a esta tesis porque en el desarrollo considera los efectos de la mediación de GeoGebra como estrategia didáctica para lograr mejores resultados en el aprendizaje de geometría, área que aborda el aprendizaje de desplazamientos en el plano.

Santos (2014) en la tesis *El modelo van hiele para el aprendizaje de los elementos de la circunferencia en estudiantes de segundo de secundaria haciendo uso de GeoGebra*, realizado en la Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, para acceder al grado de Magister en enseñanza de las matemáticas, tuvo el objetivo de demostrar que el modelo razonamiento de Van Hiele mediado mediante Geogebra mejora los procesos de comprensión de los elementos de la circunferencia. El estudio fue de tipo cualitativo con método investigación acción considerando cuatro fases de desarrollo: diagnóstico, acción, evaluación y reflexión. El investigador arribó a la conclusión que el GeoGebra permite que los estudiantes demuestren y expresen axiomas geométricos. Asimismo, hizo posible que los estudiantes manipulen diversas representaciones de los elementos de la circunferencia para su posteriormente explicarlas. Se ha decidido tomar como antecedente a esta tesis porque en el desarrollo considera los efectos de GeoGebra, expuesta a través del modelo de Van Hiele, como estrategia didáctica para mejorar el aprendizaje de nociones de geometría, área que aborda el aprendizaje de desplazamientos en el plano.

Maguiña (2013) en la tesis titulada *Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo Van Hiele*, realizado en la Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, para acceder al grado de Magister en enseñanza de las matemáticas, tuvo como objetivo formular una estrategia didáctica para enseñar cuadriláteros utilizando el modelo de Van Hiele y la mediación del GeoGebra. El estudio fue de tipo cuantitativo y diseño

cuasiexperimental. La muestra fue de 10 estudiantes, siendo el instrumento una prueba diseñada para propósitos del estudio. El investigador arribó a la conclusión que el uso del modelo Van hiele con mediación de GeoGebra permite que los alumnos incrementen la utilización del lenguaje matemático; alcance mejor rendimiento para justificar y explicar respuestas basándose en evidencias teóricas; formulen ejemplos para el análisis de premisas y alcancen mejores criterios para describir cuadriláteros. Se ha decidido tomar como antecedente a esta tesis porque en el desarrollo considera los efectos de GeoGebra, expuesta a través del modelo de Van Hiele, como propuesta didáctica para mejorar el aprendizaje de nociones de geometría, área que aborda el aprendizaje de desplazamientos en el plano

## **1.2. Fundamentación científica, técnica o humanística**

### **1.2.1. El software GeoGebra**

GeoGebra es un software interactivo que une dinámicamente la geometría, el álgebra y el cálculo para constituirse en potente propuesta didáctica para enseñar matemáticas (Díaz, 2014). Es un sistema de geometría dinámica con él es posible realizar construcciones usando puntos, vectores, segmentos, rectas y secciones cónicas como funciones. Por lo tanto, es una herramienta para ejecutar actividades de tipo matemático en la sesión de aprendizaje.

De acuerdo a Ortiz (2012) el GeoGebra es “una herramienta dinámica que, a través de una orientación adecuada y procesos de análisis e indagación, permite que los estudiantes construyan sus propios conocimientos” (p. 1). Su utilidad se hace más evidente en diversos modelos geométricos y funciones matemáticas.

GeoGebra, es un programa informático libre, es decir, cualquier usuario puede ejecutar, redistribuir, estudiar o implementar mejoras en su estructura y en su publicación (Abánades et al., 2009). Asimismo, las construcciones que con este software se elaboran son exportables con facilidad hacia páginas Web e incluso tiene un wiki donde es posible hacer partícipe a otros de las construcciones realizadas (Losada, 2007, p. 1).

El software GeoGebra es a su vez un Sistema de Álgebra Computacional y Sistema de Geometría Dinámica, lo que hace posible que se combinen representaciones gráficas y algebraicas para exponerlas paralelamente (Losada, 2007). De esta manera, los estudiantes pueden efectuar actividades como:

Construcciones geométricas resueltas y exactas, razonar y entender con respecto a las relaciones geométricas de distintas formas, transformar figuras geométricas y reconocer las discrepancias y similitudes entre estos, realizar cálculos de medidas, dominar la apariencia gráfica de una figura, advertir procesos de construcción a fin de replicarlas a voluntad, realizar inferencias sobre dichas construcciones (Castellanos, 2010, p. 46).

El software GeoGebra, brinda diferentes tipos de representación del objeto matemático a partir de sus diversas vistas: gráficas, algebraicas, estadísticas y en hojas de cálculos. Los cuales están ágilmente relacionados, de tal modo que los cambios que se realicen en alguna de estas representaciones serán automáticamente asimilados por las otras representaciones (Díaz, 2014).

Para iniciar el programa, se deberá hacer doble clic en el ícono de inicio, e inmediatamente aparecerá el interfaz de inicio como la que se observa en la figura 1 (Díaz, 2014).

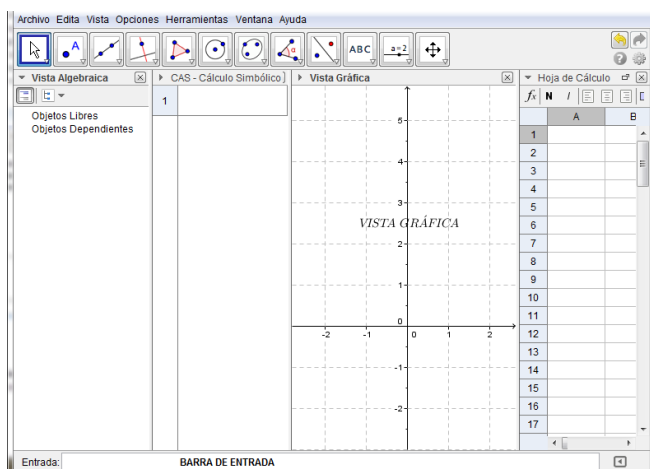


Figura 1. Interfaz de inicio del software GeoGebra

En la primera fila, se encuentra la barra de menú (Archivo, Edita, Vista, Opciones, Herramientas, Ventana y Ayuda). Con esta barra el usuario puede acceder a diferentes acciones. Por ejemplo, en el *Menú Archivo*, se podrá hallar las opciones: *Nueva Ventana*, con e cual se obtiene una nueva vista de GeoGebra; *Guardar*, con el que se puede guardar las construcciones realizadas; *Exportar* en formato de imagen, entre otras. La segunda fila, es la *barra de herramientas*, y en donde se encuentran varios botones que dan ingreso a variados opciones de trabajo, tal como crear *puntos*, *delinear segmentos y rectas*, dibujar *triángulos*, *cónicas*, medir *ángulos*, obtener *áreas*, *estimar pendientes* de rectas, etc.

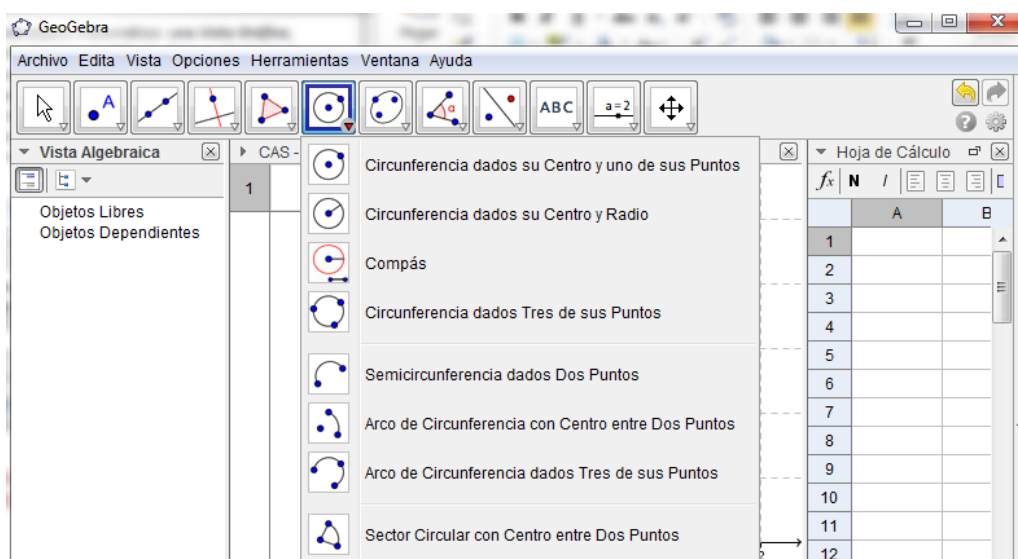


Figura 2. Barra de herramientas del software GeoGebra

Como se señaló párrafos arriba, el GeoGebra, tiene un interfaz de usuario compuesto por tres ventanas, de esa manera un determinado objeto matemático podrá ser visualizado en forma paralela tanto en su representación algebraica como gráfica. Por otro lado, con la ventana/barra de entrada, es posible ingresar ecuaciones, puntos como par ordenado, etc.

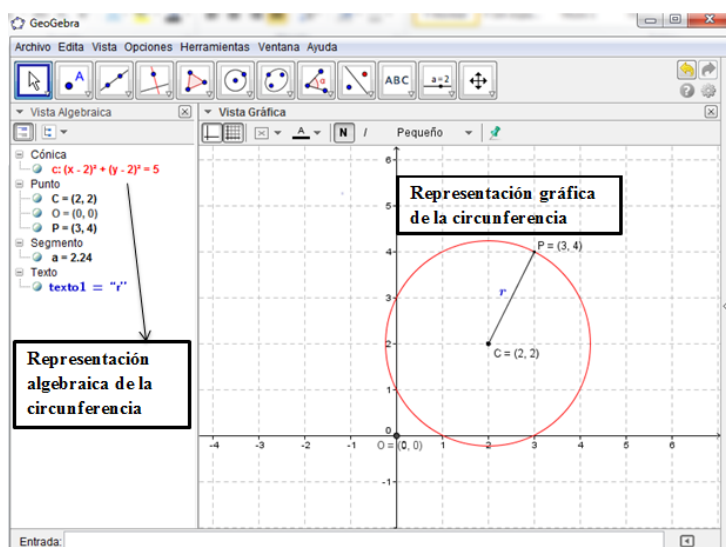


Figura 3. Ventanas de representación del software GeoGebra

Por otro lado, el GeoGebra ayuda a desarrollar autoconfianza, puesto que permite que el estudiante construya y tenga actividad siempre. La interactividad o retroalimentación pronta y efectiva que ofrece este programa índice a tomar conciencia de error y motiva a corregirlas. “La simplicidad en su utilización y la pronta de respuesta estimulan a los estudiantes a buscar distintas maneras de hallar soluciones” (García, 2011, p. 392).

Asimismo, el GeoGebra es una herramienta que induce al trabajo cooperativo y constructivista ya que su uso demanda que estudiantes grupos e trabajo y docentes interactúen activamente durante el proceso de construcción (Urquiza, 2005). Por otro lado, es una herramienta que facilita el aprendizaje de geometría, álgebra y cálculo en un entorno virtual interconectado y sencillo (Dicovic, 2009).

Entre las características que presenta GeoGebra están (Dicovic, 2009, citado por Barahona, Barrera, Vaca e Hidalgo, 2015): tiene una interfaz que facilita su uso; promueve el aprendizaje por descubrimiento y el desarrollo de capacidades indagatorias; es susceptible a cambios que permiten a personalizar la interfaz.

### 1.2.1.1. Base teórica

El uso de los recursos educativos abiertos, específicamente el GeoGebra en los procesos de aprendizaje se sustenta en algunas premisas del constructivismo y del aprendizaje significativo.

El constructivismo puede observarse, según Ordóñez (2004), como un conjunto de nociones acerca del aprendizaje y en donde el sujeto que aprende se responsabiliza de su propio aprendizaje, siendo el docente solo el mediador de dicho proceso de construcción conocimiento.

Según esta perspectiva se puede señalar lo siguiente: el estudiante es quien se responsabiliza de su propio aprendizaje; las actividades mentales están enfocadas al desarrollo de funciones cognitivas; el rol del docente se reduce a la mediación del proceso de aprender, considerando para ello, diversas estrategias didácticas para la recuperación de conocimiento previos a fin de construir el nuevo aprendizaje; los recursos didácticos fortalecen las funciones cognitivas y mejoran el aprendizaje. Al respecto, Castillo (2008) señala que “lo notable del modelo constructivista reside en que el verdadero artista en la construcción del conocimiento no es el docente ni la computadora, sino el estudiante” (p. 179), de ahí la importancia de implementar recursos en el aula. El aprendizaje significativo explica de manera directa la relación entre el uso de estos recursos y el aprendizaje.

Ausubel (2002) piensa que el estudiante, para lograr aprender, tiene que reestructurar de sus pensamientos, conocimientos, representaciones mentales y conceptos: “Aprender significa entender, el aprendizaje está reducidamente vinculado a la relación existente entre el nuevo conocimiento y los que ya tiene el estudiante” (Carretero, 2009, p. 27). Por tanto, el aprendizaje se torna significativo cuando los nuevos conocimientos pasan a formar parte de la estructura mental del estudiante, los esfuerzos educativos se centran en facilitar la interacción de conocimiento previo y nuevo.

Para Ausubel (2002), adicionalmente se debe estar predispuesto a aprender y tener contacto con recursos y materiales potencialmente significativos, lo que significa que estos deben estar ordenados y tengan cierta coherencia lógica, y suficientes anclajes como para activar conflicto cognitivo. La incorporación del software educativo implica, entonces, reconocer que representa un recurso didáctico que permite relacionar conocimientos previos del estudiante con los nuevos y facilitar su incorporación en la estructura cognitiva del estudiante. (Crook, 1998).

Bajo esta perspectiva, el docente y el GeoGebra son mediadores del aprendizaje y para propósitos de esta tesis del aprendizaje de geometría. Sin embargo para constituirse en estrategia didáctica se requiere un modelo que explique el modo en que este conocimiento se adquirirá, siendo el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele el que mayor evidencia teórica tiene (Jaime, 1993).

El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele describe la evolución por fases del razonamiento geométrico de los estudiantes por lo que la organización del currículo y los procesos didácticos deberán seguir también esa secuencia (Vargas y Gamboa, 2014).

Fase 1: Información. En esta fase se hace contacto con el nuevo contenido de aprendizaje a abordar. El docente tiene la ocasión de comprobar los conocimientos previos que tienen los estudiantes con respecto al tema abordado. Para que ello sea posible, los estudiantes recibirán la información necesaria que les permita conocer el tema en cuestión, las situaciones problemas a solucionar, las metodologías y recursos a utilizar, entre otros. De esta manera el docente reconoce los conocimientos previos de sus estudiantes y los estudiantes conocerán la naturaleza y propósitos del tema de estudio (Crowley, 1987)

Fase 2: Orientación dirigida. El maestro plantea una serie de actividades a ejecutar y examinar. Estas actividades deben hacer que los estudiantes descubran y aprendan las características de los conceptos que implican el tema. Es necesario



tomar en cuenta que las actividades propuestas deben ser trabajos pequeños y su diseño debe procurar la obtención de respuestas específicas que les conduzcan hacia resultados concretos además de comprensión de los contenidos tratados (Andrade y Gutiérrez, 1996).

Fase 3: Explicitación. Los estudiantes exponen oralmente o mediante texto escrito, los resultados que obtuvieron, intercambiando sus experiencias y discutiendo acerca de estos los demás estudiantes y el docente. La idea es que se hagan totalmente conscientes de las propiedades y relaciones evidenciadas en su trabajo y a la vez consoliden un lenguaje técnico con respecto a los contenidos que haya estudiado (Andrade y Gutiérrez, 1996). Entonces, lo que hace es propiciar la discusión y la expresión de comentarios sobre el tema trabajado. El papel del docente se reduce a facilitar que los estudiantes se comuniquen apropiadamente y con rigor técnico a fin de consolidar sus conocimientos. (Andrade y Gutiérrez, 1996)

Fase 4: Orientación libre. En esta fase, los estudiantes aplicaran los conocimientos adquiridos a otras situaciones diferentes a las que se presentó durante la experiencia de aprendizaje, para lo cual es necesario que identifiquen estructuras afines; en este caso la tarea resulta ser más compleja. Mediante esta fase se logrará consolidar lo que se aprendió durante las fases previas. Es necesario tomar en cuenta que las situaciones problema que se planteen en esta fase no deben admitir aplicación literal del conocimiento, sino que debe procurar un proceso de búsqueda relaciones o características; en cierta medida estos problemas deben ser suficientemente abiertos como para ameritar diversas soluciones (Andrade y Gutiérrez, 1996).

Fase 5: Integración. Los objetos y las relaciones se unifican e interiorizan en la estructura cognitiva del estudiante, obteniendo así una visión global del tema. Las actividades que se programen en esta fase deberán promover el logro de este propósito, y paralelamente brindar al docente la posibilidad de evaluar los logros alcanzados. El docente deberá exponer un resumen de aquello que los estudiantes trabajaron y aprendieron, a fin de favorecer la revisión, integración y diferenciación de los conceptos, propiedades y procedimientos abordados. Es imperativo que las

actividades que se vayan a proponer no signifiquen el uso de nuevos conceptos, sino que se debe solamente organizar los que ya se obtuvieron (Andrade y Gutiérrez, 1996).

### **1.2.1.2. Componentes**

Los componentes del programa donde se utiliza el GeoGebra, se encuentran descrita en función de niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele (Carreño, 2010):

#### **Nivel I: Reconocimiento**

El estudiante debe reconocer las figuras geométricas por su forma como una totalidad, aunque aún no deberá distinguir segmentos ni componentes de estas figuras; puede, no obstante, reproducir duplicados de figuras específicas. En este nivel no se deberá esperar que el estudiante reconozca o explique las propiedades que determinan las figuras, sino solamente que realice descripciones visuales para luego compararlas con objetos de su contexto. Según lo indicado, en este nivel no necesariamente se deberá solicitar el uso de lenguaje geométrico para describir figuras geométricas.

#### **Nivel II: Análisis**

El estudiante deberá identificar y examinar las partes y características específicas de las figuras geométricas, reconociéndolas por medio de ellas, aunque aún podrá construir relaciones o clasificaciones entre las propiedades de diferentes familias de figuras. El establecimiento de propiedades deberá ser de modo empírico luego de experimentar y manipular. Considerando que los conceptos geométricos se establecen a través de las propiedades o características, entonces aun no es posible esperar que el estudiante establezca conceptos.

### **Nivel III: Clasificación**

El estudiante deberá describir las figuras a partir de las propiedades que posee y entender que unas propiedades provienen de otras, construyendo así relaciones entre distintas familias de figuras. Determinará requisitos necesarios y suficientes que deberán observar las figuras geométricas, a fin de construir significados, concepto o definiciones. No obstante, su razonamiento lógico se basará aun en la manipulación concreta. Realiza demostraciones, pero aún no tiene capacidad para comprenderlas en su totalidad, razón por el cual no podrá una serie continua de razonamientos lógicos que evidencie las observaciones que realiza. Es por ello que, al no serle posible hacer razonamientos lógicos formales ni sentir que es necesario, el estudiante no llega a comprender el sistema axiomático de la matemática.

### **Nivel IV: Deducción Formal**

A este nivel el estudiante es capaz de realizar deducciones y demostraciones lógicas y formales, reconociendo su necesidad para explicar las expresiones propuestas. Llega a comprender y manejar las distintas relaciones que pueda haber entre las propiedades de las figuras y las formaliza a través de sistemas axiomáticos, en tanto ya logra entender la naturaleza axiomática de la matemática. Entiende que es posible arribar a los mismos resultados partiendo desde diferentes premisas, comprendiendo que también puede haber diferentes demostraciones para lograr el mismo resultado. Es evidente que, llegado a este nivel y teniendo una alta capacidad para razonar lógicamente, ya el estudiante tendrá una visión global de la matemática. El estudiante puede ejecutar una secuencia de proposiciones para llegar a deducir una propiedad a partir de otra, percibiendo que es posible comprobarlas, aunque no cree que es necesario insertar rigor en sus razonamientos.

## **Nivel V: Rigor**

El estudiante ya es capaz de evaluar el grado de rigor utilizado en diferentes sistemas deductivos comparándolas entre sí. Es capaz de valorar la solidez, autonomía y carácter total de los diferentes axiomas que fundamentan la geometría. Alcanza a concebir a la geometría en su concepción abstracta. Según Alsina, Fortuny y Pérez (1997) y Gutiérrez y Jaime (1991) este nivel, por su alto grado de abstracción, deberá ser ubicado como categoría independiente, ya que solamente la desarrollan estudiantes universitarios, que están expuestos a niveles avanzados de dominio de la geometría. No se tomará en cuenta en la presente tesis dado que los sujetos de estudios son escolares de educación básica.

### **1.2.2. Aprendizaje de transformaciones en el plano**

Los procesos para aprender involucra la ejecución de diversas actividades por parte de los estudiantes para alcanzar logros en cuanto a los propósitos educativos planteados previamente. Es una actividad personal, aunque su desarrollo requiere de un escenario sociocultural; se genera por medio de un proceso donde el estudiante interioriza e incorpora nuevos conocimientos a sus estructuras cognitivas previas (Pumacallahui, 2015).

El aprendizaje son procesos por medio del cual se obtienen o cambian ideas, capacidades, destrezas, comportamientos o valores, debido al estudio, la experiencia, la instrucción, el razonamiento o la observación (Zapata, 2015). Al respecto el autor señala que el aprendizaje tiene entre sus características el hecho de atribuir significado y valor al conocimiento, así como hacerlo operativo en diversos escenarios y a su vez es susceptible de ser transmitido a otros individuos o grupos mediante códigos estructurados no necesariamente genéticos.

En tanto Feldman (2005), indica que aprendizaje son procesos de cambio más o menos consistente en la conducta de las personas y es obtenido por medio de experiencias. De acuerdo a ello, es posible decir que el aprendizaje involucra

cambios en la conducta, el cual debiera ser duradero y ocurre principalmente a través de la experiencia.

En un plano más operacional, Schunk (1991), sostiene que el aprendizaje implica adquisición y modificación de conocimientos, estrategias, habilidades, creencias y actitudes.

Según Bigge (1985), el aprendizaje significa:

Proceso dinámico mediante el cual el universo del conocimiento se amplía hacia un estado psicológico que está permanentemente en crecimiento... describe el desarrollo de mecanismos de orientación o incidencia, que pueden utilizarse en diversas ocasiones o circunstancias... esto quiere decir que el aprendizaje implica desarrollar la inteligencia (p. 17).

Por otro lado, una transformación del plano hace referencia a una aplicación del plano en el mismo. Esto quiere decir que es un procedimiento donde, a todo punto  $M$  del plano, asocia un punto  $M'$  y uno solo. Se dice que  $M'$  es la imagen de  $M$  por la transformación (Iturbe, 2014).

#### **1.2.2.1. Bases teóricas**

La palabra transformación hace alusión al cambio al que son susceptibles los objetos. Según Montes (2012), los parámetros mediante las cuales se ejecuta el proceso de transformación señalar el tipo de transformación y el objeto que es transformado. De esa manera pueden haber transformaciones físicas, químicas, geométricos e incluso de orden emocional. Todas ellas obedecen a una ley de transformación singular.

En el área matemática se concibe por transformación como una operación a través del cual una relación, expresión o figura cambia en otra en función a una ley determinada. En términos analíticos, la ley mencionada es expresada a través de

una o más ecuaciones denominadas ecuaciones de transformación. En esta situación, el principio de transformación se halla sumamente asociada a la noción matemática de función.

En el tema específico de transformaciones geométricas en el plano, la transformación se realiza con figuras en el plano a figuras en el mismo plano, lo que de acuerdo a la nomenclatura de funciones, se expresaría como  $\square: \square^2 \rightarrow \square^2'$ , en donde la figura original es representada por  $\square^2$ ,  $\square$  sería la ley que condiciona el cambio, siendo  $\square^2'$  la figura resultante después de realizado el cambio. De acuerdo a lo mencionado se puede decir que “en una determinada transformación geométrica, hay que considerar tres situaciones: la figura original, una regla u operación que describa el cambio, y la figura resultante después de realizado el cambio” (Clemens, O'daffer y Cooney, 1981, p. 201). La figura original, que también es llamado objeto inicial o preimagen, hace referencia al objeto al que se le aplica la transformación; pero esta figura original ya sometida al cambio por medio de la transformación, se le denomina imagen.

De lo anterior, es posible llegar a la conclusión que el análisis de transformaciones en el plano se concentra en estudios de la correspondencia  $P$  a  $P'$  en una transformación de tipo geométrico y cuya demostración, definición y explicación, son aplicables para objetos iniciales como segmentos, ángulos, polígonos entre otros. De este modo se estudiaran cada una de las transformaciones en el plano: traslaciones, rotaciones y reflexiones axiales

### **1.2.2.2. Dimensiones de aprendizaje sobre transformaciones en el plano**

#### **Traslación**

Un objeto inicial se somete a una traslación cuando se le desplaza a lo largo de una recta, una distancia dada y en un sentido determinado (Montes, 2012). Es decir, para que haya traslación debe haber primeramente una recta en la cual desplazarse, una distancia específica al cual hay que llegar y una dirección a la cual dirigirse.

En términos matemáticos se define la traslación de un punto  $P$  en  $R^2$  con respecto a una distancia fija  $d$ , mediante la función  $\varphi_d: R^2 \rightarrow R^2$  tal que  $(P) = P'$  si y solo si la distancia de  $P$  a  $P'$  es  $d$ , para todo  $P$  que pertenece a  $R^2$ . Es decir que dada una recta  $l$ , una distancia  $d$  y un punto  $P$ , la función  $\varphi_d$  traslada el punto  $P$  a un punto  $P'$  de tal manera que se verifiquen las siguientes propiedades:

El segmento  $PP'$  es de longitud  $d$ . Esto es  $PP' = d$ .

El segmento  $PP'$  es paralelo a la recta  $l$ .

### Rotación

Cuando se somete a rotación a un objeto inicial, éste deberá moverse rodeando a un punto fijo, teniendo en cuenta un sentido y un ángulo específico; dicho punto usualmente se denomina centro de rotación y el ángulo es denominado ángulo de rotación. El sentido de la rotación es generalmente en función del movimiento de las manecillas del reloj (Montes, 2012). En otras palabras, para ejecutar una rotación debe haber en principio un punto de rotación, una dirección particular al cual dirigirse y un ángulo determinado a cual moverse.

En términos matemáticos se define la rotación de un punto  $P$  en  $R^2$  con respecto a un punto  $C$  en  $R^2$  y a un ángulo orientado  $\alpha\beta$ , mediante la función  $\varphi_{C,\beta}: R^2 \rightarrow R^2$  tal que  $\varphi_{C,\beta}(P) = P'$  si y solo la distancia del punto  $C$  al punto  $P$  es igual a la distancia de  $C$  al punto  $P'$  y el ángulo  $\angle PCP' = \alpha\beta$ , para todo  $P$  que pertenece a  $R^2$ .

Lo anteriormente señalado también puede ser entendido del siguiente modo: Dado el punto  $C$  como el centro de rotación,  $\alpha\beta$  como ángulo de la rotación,  $P$  un punto del plano y  $P'$  su correspondiente imagen, se debe cumplir que:

En la circunferencia de centro  $C$  y radio  $CP$ , el segmento  $CP'$  es también radio de dicha circunferencia.

El ángulo formado por el radio  $CP$  y el radio  $CP'$  es de igual medida que el ángulo  $\alpha\beta$  dado para la rotación.

## Simetría

La simetría es un movimiento en el plano que se ejecuta con respecto a una recta como eje de reflexión. En una simetría el eje de reflexión es la mediatriz de cada uno de los segmentos determinado por cada punto del objeto inicial y su imagen (Montes, 2012).

Matemáticamente se define la reflexión axial de un punto  $P$  en  $R^2$  con respecto a una recta  $l$ , mediante la función  $\phi_l: R^2 \rightarrow R^2$  tal que  $(P) = P'$  si y solo si la recta  $l$  es mediatriz del segmento  $PP'$ ; es decir que  $PP' \perp l$  y la distancia de  $P$  a  $l$  es igual a la distancia de  $l$  a  $P'$ , para todo  $P$  que pertenece a  $R^2$ .

Dada una recta  $l$  y un punto  $P$ , la función  $\phi_l$  transforma el punto  $P$  en un punto  $P'$  de tal manera que se verifican las siguientes propiedades:

Si  $P$  pertenece al eje de simetría  $l$  se tiene que  $(P) = P$ .

Si  $P$  no pertenece al eje de simetría  $l$  se tiene que  $l$  es la mediatriz del segmento  $PP'$ .

### 1.3. Justificación

#### Justificación teórica

La tesis se justifica desde el aspecto teórico en vista que asume las concepciones del constructivismo y aprendizaje significativo para abordar el tema de estudio. Según Ausubel (2002), para alcanzar un aprendizaje es necesario un proceso de reestructuración de ideas, conocimientos y representaciones de parte del sujeto que aprende y el docente solo es un agente facilitador de ese proceso. De esta manera, durante la situación de aprendizaje, el docente brinda suficiente material,



recursos o hechos que permitan que el estudiante contraste este conocimiento con los que guarda en su estructura cognitiva, generándose un conflicto, siendo la solución de este conflicto la que resulta en un aprendizaje. El GeoGebra es un recurso informático que el docente usa precisamente para generar un entorno de aprendizaje que permita que el mismo estudiante construya su aprendizaje en este caso, el objeto de este aprendizaje son desplazamiento en el plano.

### **Justificación práctica**

La presente investigación se justifica desde la práctica pedagógica del docente por cuanto se trata de comprobar la eficacia de un recurso informático para facilitar el aprendizaje de una noción importante de la geometría: desplazamiento en el plano que conlleva al desarrollo de capacidades como la visualización, el razonamiento y la construcción geométrica. Comprobado la eficacia del uso del GeoGebra para mejorar estas capacidades, podrían socializarse con otros docentes del nivel de educación primaria a fin de implementarse de manera permanente esta acción, con el objetivo de contribuir en el logro de los aprendizajes de geometría en particular y matemática en general.

### **Justificación metodológica**

La tesis se justifica también desde el punto de vista metodológico, por cuanto dado a su enfoque cuantitativo, es de necesidad generar una estrategia de medición de la variable dependiente (desplazamientos en el plano). Esto conlleva a la construcción de una prueba de rendimiento que permita evaluar el nivel de conocimiento obtenido por los estudiantes. Este instrumento de medición, una vez determinado su validez de contenido a través del juicio de expertos y comprobado su confiabilidad a través del método de consistencia interna y el cálculo el coeficiente KR20 (ítems dicotómicos), podrá ser utilizado para otros estudios que pretendan medir la variable desplazamientos en el plano.

#### 1.4. Problema

La enseñanza de geometría es un aspecto de la matemática en las que hay más discrepancia entre matemáticos y educadores, no solamente en aquellos relacionados a sus objetivos y contenidos sino también en aquellos aspectos metodológicos que involucran su enseñanza. Los puntos que fundamentan esta discrepancia se refiere a la concepción que la geometría es una rama de la matemática más vinculada a la intuición y la realidad y enfocada hacia el entendimiento de la matemática en sí. Por otro lado, la geometría desde el punto de vista disciplinar se apoya en procesos extensos de formalización cuyo desarrollo data desde hace dos siglos ampliando cada vez más sus niveles de rigor, abstracción y generalidad (García y Lopez, 2008).

Las evaluaciones realizadas acerca de la competencia matemática en los estudiantes son políticas vigentes en diversos países del mundo. Una de estas evaluaciones es la prueba del Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos (PISA) realizada por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), que entre sus últimos reportes (PISA 2016), revelan que ciertamente existen progresos en aprendizajes en matemática, sin embargo, la brecha que existe entre los resultados que se obtienen con los que se esperan es aún considerable, con 30 países por encima del promedio y 40 por debajo. Argentina que es el primero a nivel latinoamericano, ocupa el puesto 42 en el mundo; el Perú ocupa el puesto 62 de 70 países y a solo dos puntos por encima de Brasil que ocupa el último lugar.

Por otro lado, la prueba Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE) realizado por la Oficina Regional de Educación de la para América Latina y el Caribe adscrita a la Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura (OREALC-UNESCO, 2015), indica que casi todos los países de Latinoamérica y el Caribe (salvo Nuevo León) se encuentran por debajo de la media de países en lo referente a la evaluación de matemática. El Perú se encuentra en el puesto 4 de 16 países participantes. Los últimos lugares lo ocupan Argentina y Brasil.

En el Perú se realiza desde algunos años la prueba ECE, cuyos resultados para el año 2016 aun resultan ser preocupantes en lo al área de matemática se refiere ya que solo el 34,1% de estudiantes ha obtenido aprendizajes esperados para el III ciclo.

En una prueba diagnóstica realizada a los alumnos de primer grado de secundaria del colegio parroquial Monseñor Marcos Libardoni reveló que estos estudiantes no alcanzaron logros favorable en geometría, específicamente tuvieron dificultad para manejar instrumentos para dibujar y medir (regla y compás); así como para trazar y medir elementos geométricos.

Estos resultados llevan a realizar una reflexión profunda que conduzca a identificar aquellos estrategias innovadoras que faciliten aprendizajes más significativos para los estudiantes, sobre todo en el área de geometría que resunta ser de característica muy abstracta que demanda procesos de razonamiento de cada vez mayor complejidad. En ese sentido, resulta relevante enfatizar el uso de recursos tecnológicos para enseñar geometría, en vista que los profesores muchas veces la enseñan tradicionalmente, apoyándose únicamente en el lápiz y en el papel. Actualmente se implementan novedosas propuestas didácticas, y una de ellas es el uso de programas computacionales que permiten trabajar una geometría dinámica que mejora los aprendizajes de los estudiantes, uno de estos software es el GeoGebra.

Lo que pretende la tesis es precisamente comprobar que la aplicación de este recurso informático mejora el aprendizaje de matemática, específicamente dentro del campo de la geometría, como es el caso de los desplazamientos en el plano.

#### **1.4.1. Problema general:**

¿Cuál es el efecto de la aplicación de GeoGebra en el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017?

## **1.4.2. Problemas específicos**

### **Problema específico 1**

¿Cuál es el efecto de la aplicación de GeoGebra en el aprendizaje de traslación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017?

### **Problema específico 2**

¿Cuál es el efecto de la aplicación de GeoGebra en el aprendizaje de rotación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017?

### **Problema específico 3**

¿Cuál es el efecto de la aplicación de GeoGebra en el aprendizaje de simetría en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017?

## **1.5. Hipótesis**

### **1.5.1. Hipótesis general:**

La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

### **1.5.2. Hipótesis específicas**

#### **Hipótesis específica 1**

La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de traslación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

#### **Hipótesis específica 2**

La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de rotación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

### **Hipótesis específica 3**

La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de simetría en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

## **1.6. Objetivos**

### **1.6.1. Objetivo general:**

Demostrar que la aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

### **1.6.2. Objetivos específicos**

#### **Objetivo específico 1**

Demostrar que la aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de traslación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

#### **Objetivo específico 2**

Demostrar que la aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de rotación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

#### **Objetivo específico 3**

Demostrar que la aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de simetría en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

## **II.Marco metodológico**

## 2.1. Variables

### Variable 1: Aplicación de GeoGebra

#### Definición conceptual

Son sesiones de aprendizaje desarrollado para fortalecer el razonamiento geométrico en base al desarrollo de acciones que contienen cinco niveles de complejidad la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor los cuales se repiten en cada aprendizaje nuevo. (Van Hiele, citado por Vargas y Gamboa, 2014).

### Variable 2: Aprendizaje de transformaciones en el plano

Adquisición o modificación de conocimientos, estrategias y habilidades para lograr capacidad de realizar transformaciones en el plano geométrico. Se entiende por transformación a una operación por la cual una relación, expresión o figura se cambia en otra siguiendo una ley dada (Montes, 2012).

#### Definición operacional

Para evaluar la variable aprendizaje de transformaciones en el plano se consideran tres dimensiones: traslación, rotación y simetría; las cuales se evaluarán utilizando a una prueba con respuestas dicotómicas correcto (1) e incorrecto (0). Los niveles y rangos determinados para la medición de la variable fueron: Inicio [0 – 2], Proceso: [3 – 4], Logrado: [5 – 6].

## 2.2. Operacionalización de variables

La descripción de la operacionalización de la variable se observan en la siguiente tabla:

Tabla 1.

*Operacionalización de la variable aprendizaje de transformaciones en el plano*

<b>Dimensión</b>	<b>Indicador</b>	<b>Ítems</b>	<b>Escala</b>	<b>Niveles</b>
Traslación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describe las características de la composición de transformaciones geométricas de figuras.</li> <li>- Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combinan traslaciones geométricas.</li> <li>- Realiza composición de transformaciones de trasladar en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	1 – 6	1: Correcto 0: Incorrecto	Inicio: 0 – 2 Proceso: 3 – 4 Logrado: 5 – 6
Rotación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza composición de transformaciones de rotar en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.</li> <li>- Describe las características de la composición de rotaciones de figuras.</li> <li>- Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combinan rotaciones geométricas.</li> </ul>	7 – 12	1: Correcto 0: Incorrecto	Inicio: 0 – 2 Proceso: 3 – 4 Logrado: 5 – 6
Simetría	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describe las características de la composición de simetrías geométricas de figuras.</li> <li>- Explica las simetrías respecto a una línea o un punto en el plano de coordenadas por medio de trazos.</li> <li>- Realiza composición de simetrías en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	13 – 20	1: Correcto 0: Incorrecto	Inicio: 0 – 2 Proceso: 3 – 5 Logrado: 6 – 8



### **2.3. Metodología**

El método hipotético-deductivo es una práctica que usa desarrollar ciencia. Mediante ella el investigador observa el fenómeno de estudio, plantea hipótesis de trabajo, realiza in ejercicio racional de orden deductivo para validar o falsear dichas hipótesis para luego concluir y comprar los hallazgos con la realidad (Popper, 2008).

### **2.4. Tipos de estudio**

La investigación sigue el enfoque cuantitativo ya que “utiliza la recolección y análisis de datos para responder a la formulación del problema de investigación; usa además, los métodos y técnicas estadísticas para contrastar la verdad o falsedad de las hipótesis”. (Valderrama, 2013, p. 106).

Asimismo, el estudio es de tipo aplicado porque busca cumplir “propósitos prácticos inmediatos bien definidos, es decir, se investiga para actuar, transformar, modificar o producir cambios en un determinado sector de la realidad”. (Carrasco, 2009, p. 43).

Por otro lado el estudio es de nivel explicativo porque no solo busca describir los conceptos, fenómenos o relaciones entre conceptos sino que además busca explicar las causas que influyen en los eventos físicos o sociales. (Valderrama, 2013, p. 45).

En este caso se aplica el GeoGebra y se observa sus efectos sobre el aprendizaje de transformaciones en el plano.

### **2.5. Diseño**

El diseño que se utiliza en esta investigación se denomina cuasiexperimental, porque se busca manipular una variable independiente para observar sus efectos o relaciones en la variable dependiente. “Se diferencian de los diseños

experimentales puros porque los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están formados antes del experimento". (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p. 148).

El esquema de este diseño se denota del siguiente modo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010):

**G.E. : 01 X 02**

**G.C. : 03 04**

Dónde:

G.E : Grupo experimental

G.C. : Grupo de control

X : Aplicación de GeoGebra.

01 : Pre test del grupo experimental.

02 : Post test del grupo experimental.

03 : Pre test del grupo de control.

04 : Post test del grupo de control.

## **2.6. Población y muestra**

### **2.6.1. Población**

Carrasco (2009) define la población como "el conjunto de todo los elementos (unidades de análisis) que pertenecen al ámbito espacial donde se desarrolla el trabajo de investigación". (p. 236).

Para propósitos de la tesis de la tesis la población de estudio está determinado por 40 estudiantes del segundo grado del nivel secundario de la I.E.P. Monseñor Marcos Libardoni – La Victoria – 2017.

Tabla 2.

*Distribución de la población de estudiantes*

Grado	Número
Segundo A	20
Segundo B	20
Total	40

**2.6.2. Muestra**

Hernández, Fernández y Baptista (2010), define a la muestra como “un subgrupo de la población de interés sobre el cual se recolectarán datos, y que tiene que definirse o delimitarse de antemano con precisión, éste deberá ser representativo de dicha población [...]” (p.173).

En este caso se considera a toda la población como muestra

Tabla 3.

*Distribución de la muestra de estudiantes*

	Grupo	Número
2° A	Grupo Control	20
2° B	Grupo Experimental	20
	Total	40

**2.7. Técnicas e instrumentos de recolección de datos****Técnica**

La técnica para la recolección de datos empleada es la encuesta. Es definida por Carrasco (2009) como “una técnica de investigación social para la indagación, exploración y recolección de datos mediante preguntas formuladas directa o indirectamente a los sujetos que constituyen la unidad de análisis del estudio investigativo” (p. 314).

## **Instrumentos**

El instrumento utilizado es el cuestionario, el cual “consiste en un conjunto de preguntas cerradas y abiertas respecto a una o más variables a medir” (Taylor y Bogdan, 1994, p. 79). En este caso el cuestionario es una prueba de rendimiento.

## **Ficha Técnica**

### **Prueba de transformaciones en el plano**

#### **Ficha Técnica**

Nombre:	Prueba de transformaciones en el plano
Autor:	Contreras (2017)
Administración:	Individual y colectiva
Duración:	45 minutos aprox.
Aplicación:	Estudiantes del 2º grado de primaria
Significación:	Evalúa nivel de aprendizaje de transformaciones en el plano.

#### **Descripción**

La prueba está compuesta de 20 ítems con respuestas de opción múltiple y completamiento de oraciones. Las dimensiones son:

Traslación: 6 ítems

Rotación: 6 ítems

Simetría: 8 ítems

#### **Calificación**

La calificación se realiza asignando un valor igual a la unidad (1) por respuesta correcta y cero (0) si es incorrecto.

## Interpretación:

La interpretación se realiza a través de la siguiente tabla:

Tabla 4

### *Niveles de interpretación de la prueba*

	Inicio	Proceso	Logrado
Traslación	0 – 2	3 – 4	5 – 6
Rotación	0 – 2	3 – 4	5 – 6
Simetría	0 – 2	3 – 5	6 – 8
Aprendizaje de Transformaciones en el plano	0 – 6	7 – 13	14 – 20

## Validación y confiabilidad del instrumento

### Validez

Validez es el grado en el que un instrumento mide la variable que pretende medir (Hernández, Fernández y Baptista, 2010). Para fines del presente estudio, el instrumento se valida a través del juicio de expertos. Los resultados del juicio de expertos se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 5

### *Juicio de expertos para el instrumento de evaluación*

Expertos	Opinión
Dr. Carlos Ruiz Orbegoso	Aplicable
Dr. Jorge Luis Solis Leon	Aplicable
Mg. Gisella Delgado Castillo	Aplicable

## Confiabilidad

La confiabilidad “es la cualidad o propiedad de un instrumento de medición que le permite obtener los mismos resultados, al aplicarse uno a más veces a la misma persona o grupos de personas en diferentes momentos de tiempo” (Carrasco, 2009, p. 339).

Para comprobar la confiabilidad del instrumento de medición, se administró una prueba piloto a 20 estudiantes con similares características a la muestra de estudio y los datos obtenidos se llegaron a analizar por medio del método de consistencia interna (KR20), ya que sus opciones de respuesta son dicotómicas (Pino, 2007, p. 432).

Siguiendo las recomendaciones de Fernández, Fernández y Baptista (2010), se considera un coeficiente superior a 0,75 para decir que la confiabilidad es aceptable y un coeficiente mayor a 0,90 para decir que es elevada.

Los resultados que obtuvo fueron:

Tabla 6.

*Coefficiente de Fiabilidad de la prueba*

	KR20
Prueba de transformaciones en el plano	0.825

Los resultado muestran que se ha obtenido un  $KR20=0,825$ , lo cual significa que la confiabilidad del instrumento es elevada, alta o fuerte.

### 2.8. Métodos de análisis de datos

Para el análisis de datos se realizó lo siguiente:

- Tabla de frecuencias y figura de barras para describir las dimensiones y la variable aprendizaje de transformaciones en el plano antes y después d aplicarse GeoGebra.
- Para comprobar la hipótesis general y específica se utilizó la U de Mann Whitney puesto que se compararon dos grupos independientes evaluados a una escala ordinal.

La regla de decisión que permitió comprobar las hipótesis fue:

Si Valor  $p > 0.05$ , se acepta la Hipótesis Nula ( $H_0$ )

Si Valor  $p < 0.05$ , se rechaza la Hipótesis Nula ( $H_0$ ).

Los datos son procesados mediante el SPSSv21.

## **2.9. Aspectos éticos**

Para conservar los aspectos éticos durante el desarrollo de la investigación se procedió a administrar consentimiento informado a los padres de los estudiantes que conforman la muestra de estudio. Asimismo, se aseguró que los datos obtenidos guarden la confidencialidad necesaria por lo que fue aplicada en forma anónima y luego de registrar en medio virtual las respuestas, los formatos físicos fueron destruidos.

### **III. Resultados**



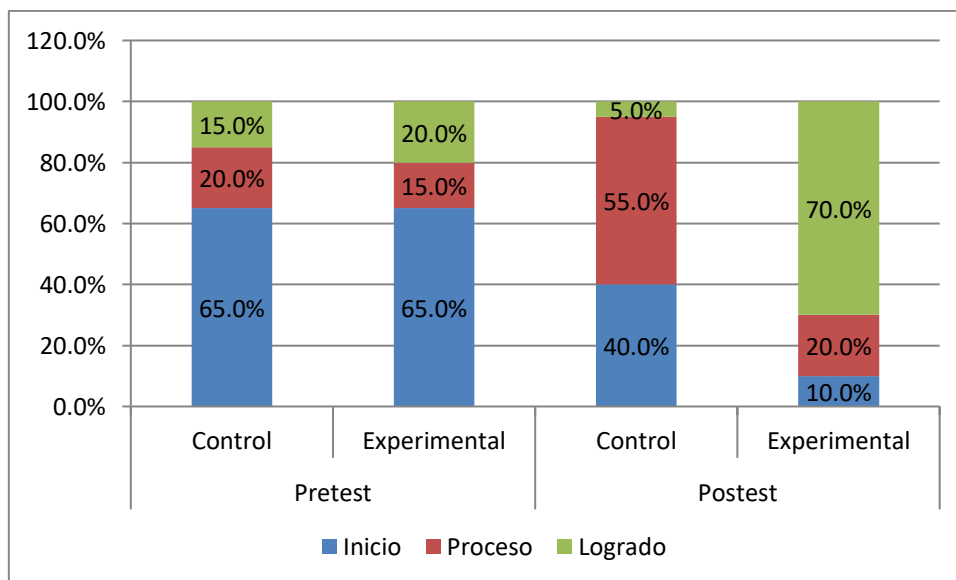
### 3.1. Descripción de resultados

Tabla 7

*Aprendizaje de traslación en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest.*

		Traslación			Total	
		Inicio	Proceso	Logrado		
Pretest	Control	N	13	4	3	20
		%	65.0%	20.0%	15.0%	100.0%
	Experimental	N	13	3	4	20
		%	65.0%	15.0%	20.0%	100.0%
Postest	Control	N	8	11	1	20
		%	40.0%	55.0%	5.0%	100.0%
	Experimental	N	2	4	14	20
		%	10.0%	20.0%	70.0%	100.0%

En la tabla 7 y figura 4 se tiene que en el pretest, la mayoría de estudiantes del grupo de control (65%) y el grupo experimental (65%) lograron el nivel “Inicio” en aprendizaje de traslación en el plano; sin embargo, en el postest, el grupo de control alcanza hasta el nivel “Proceso” (55%) y el grupo experimental avanzó al nivel “Logrado” (70%).



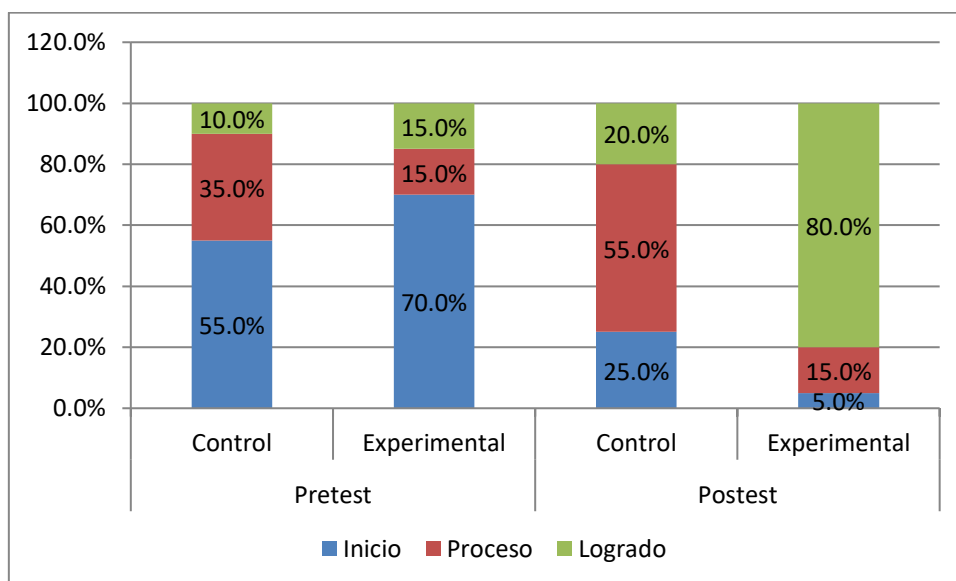
*Figura 4. Aprendizaje de traslación en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest.*

Tabla 8

*Aprendizaje de rotación en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest.*

			Rotación			Total
			Inicio	Proceso	Logrado	
Pretest	Control	N	11	7	2	20
		%	55.0%	35.0%	10.0%	100.0%
	Experimental	N	14	3	3	20
		%	70.0%	15.0%	15.0%	100.0%
Postest	Control	N	5	11	4	20
		%	25.0%	55.0%	20.0%	100.0%
	Experimental	N	1	3	16	20
		%	5.0%	15.0%	80.0%	100.0%

En la tabla 8 y figura 5 se tiene que en el pretest, la mayoría de estudiantes del grupo de control (55%) y el grupo experimental (70%) lograron el nivel “Inicio” en aprendizaje de rotación en el plano; sin embargo, en el postest, el grupo de control alcanza hasta el nivel “Proceso” (55%) y el grupo experimental avanzó al nivel “Logrado” (80%).



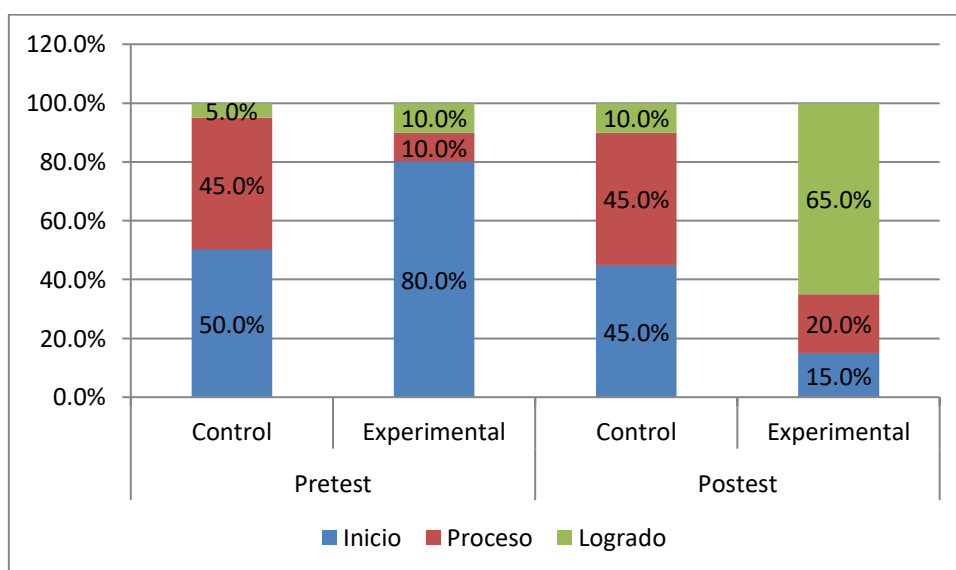
*Figura 5. Aprendizaje de rotación en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest.*

Tabla 9

*Aprendizaje de simetría en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest.*

		Simetría			Total	
		Inicio	Proceso	Logrado		
Pretest	Control	N	10	9	1	20
		%	50.0%	45.0%	5.0%	100.0%
	Experimental	N	16	2	2	20
		%	80.0%	10.0%	10.0%	100.0%
Postest	Control	N	9	9	2	20
		%	45.0%	45.0%	10.0%	100.0%
	Experimental	N	3	4	13	20
		%	15.0%	20.0%	65.0%	100.0%

En la tabla 9 y figura 6 se tiene que en el pretest, la mayoría de estudiantes del grupo de control (50%) y el grupo experimental (80%) lograron el nivel “Inicio” en aprendizaje de simetría en el plano; sin embargo, en el postest, el grupo de control alcanza hasta el nivel “Proceso” (45%) y el grupo experimental avanzó al nivel “Logrado” (65%).



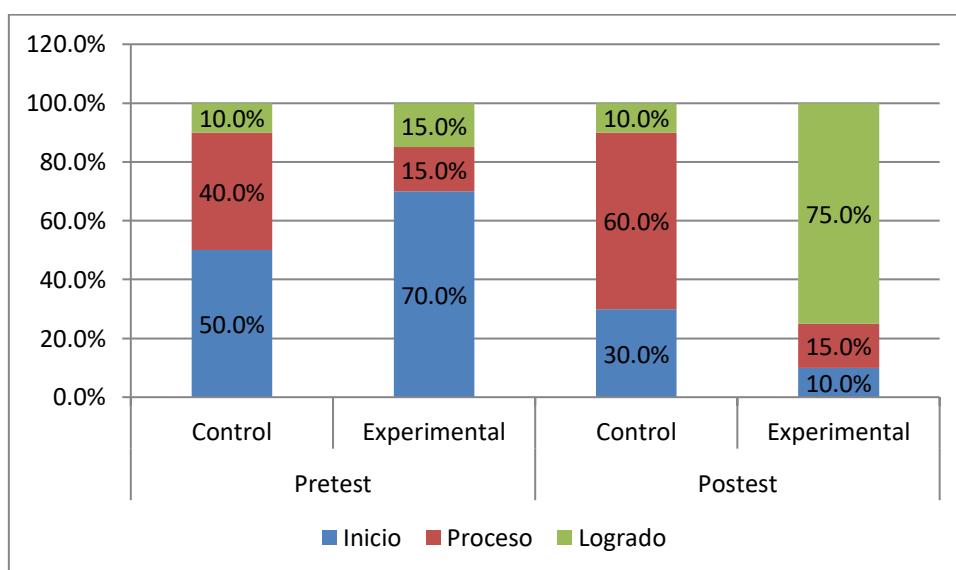
*Figura 3. Aprendizaje de simetría en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest.*

Tabla 10

*Aprendizaje de transformaciones en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y posttest.*

		Transformaciones en el plano			Total	
		Inicio	Proceso	Logrado		
Pretest	Control	N	10	8	2	20
		%	50.0%	40.0%	10.0%	100.0%
	Experimental	N	14	3	3	20
		%	70.0%	15.0%	15.0%	100.0%
Posttest	Control	N	6	12	2	20
		%	30.0%	60.0%	10.0%	100.0%
	Experimental	N	2	3	15	20
		%	10.0%	15.0%	75.0%	100.0%

En la tabla 10 y figura 7 se tiene que en el pretest, la mayoría de estudiantes del grupo de control (50%) y el grupo experimental (70%) lograron el nivel “Inicio” en aprendizaje de transformaciones en el plano; sin embargo, en el posttest, el grupo de control alcanza hasta el nivel “Proceso” (60%) y el grupo experimental avanzó al nivel “Logrado” (75%).



*Figura 7. Aprendizaje de transformaciones en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y posttest.*

### 3.2. Contrastación de hipótesis

#### Hipótesis General

H<sub>0</sub>: La aplicación de GeoGebra no mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

H<sub>1</sub>: La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

Tabla 11

*Prueba U de Mann-Whitney para aprendizaje de transformaciones en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest.*

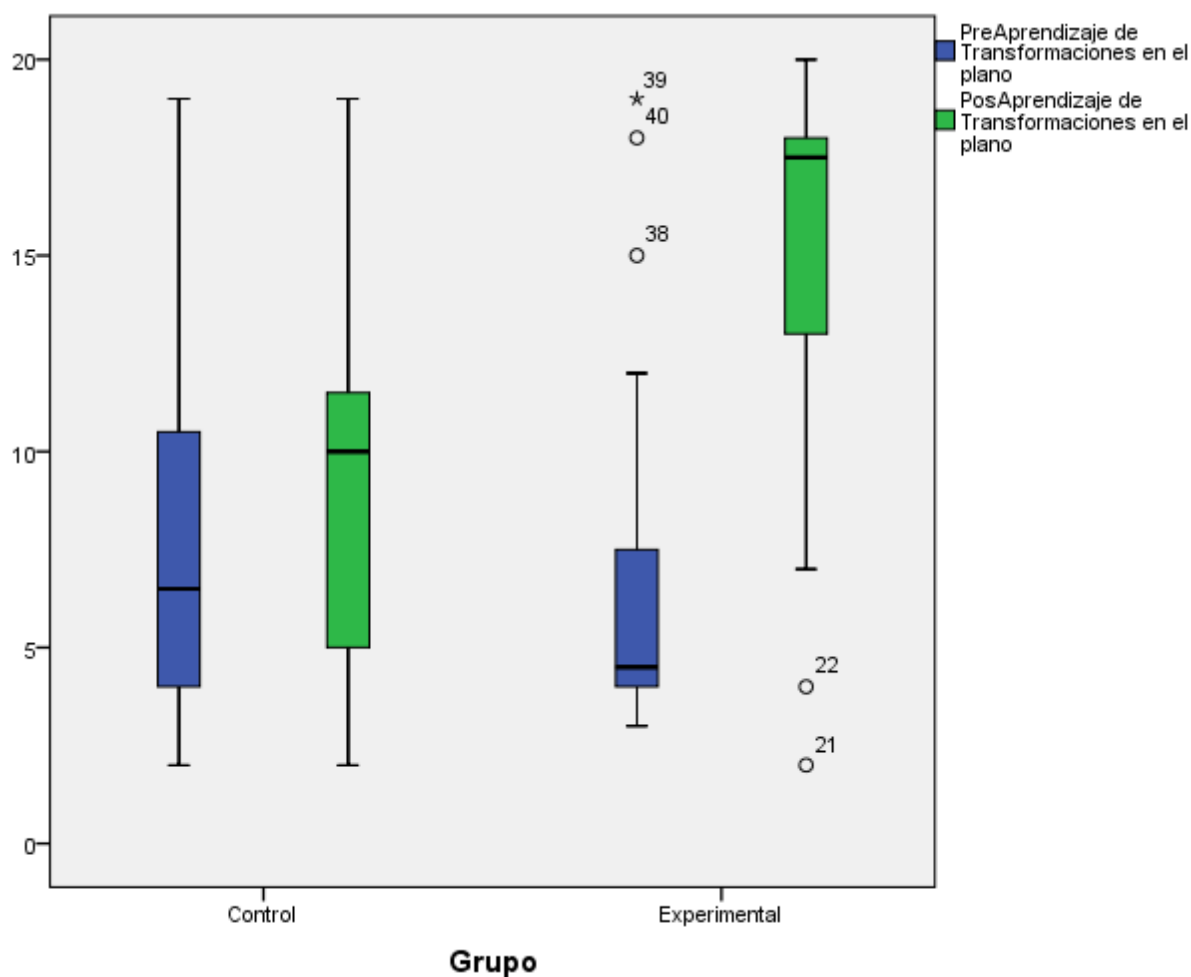
Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos	Test U de Mann-Whitney
Control	20	21,58	431,50	U=178,500
Pretest Experimental	20	19,43	388,50	Sig. asintót = 0, 557
Total	40			
Control	20	14,38	287,50	U=77,500
Postest Experimental	20	26,63	532,50	Sig. asintót = 0, 001
Total	40			

En la tabla 11, se nota que en el pretest, se llegó a obtener un valor  $U=178,500$  y un  $p=0,557$  cuando se compara el aprendizaje de transformaciones en el plano entre el grupo de control y experimental. Esto quiere decir que antes de aplicar GeoGebra, los estudiantes del grupo control y experimental no se diferencian significativamente en lo que respecta a aprendizaje de transformaciones en el plano.

No obstante, en el postest se obtuvo un valor  $U=77,500$  y un  $p=0,001$  al comparar aprendizaje de transformaciones en el plano entre el grupo de control y

experimental. Esto evidencia que si existe diferencia significativa entre el grupo de control y experimental luego de aplicar GeoGebra.

También, en la figura 8 se advierte que, en el postest, el grupo experimental logra mejor resultado que el control en lo que atañe al aprendizaje de transformaciones en el plano:



*Figura 8.* Diferencia en aprendizaje de transformaciones en el plano entre grupos de control y experimental según pretest y postest.

En función a los resultados presentados, se decidió rechazar la hipótesis nula, por tanto: La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

### Hipótesis específica 1

H<sub>0</sub>: La aplicación de GeoGebra no mejora el aprendizaje de traslación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

H<sub>1</sub>: La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de traslación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

Tabla 12

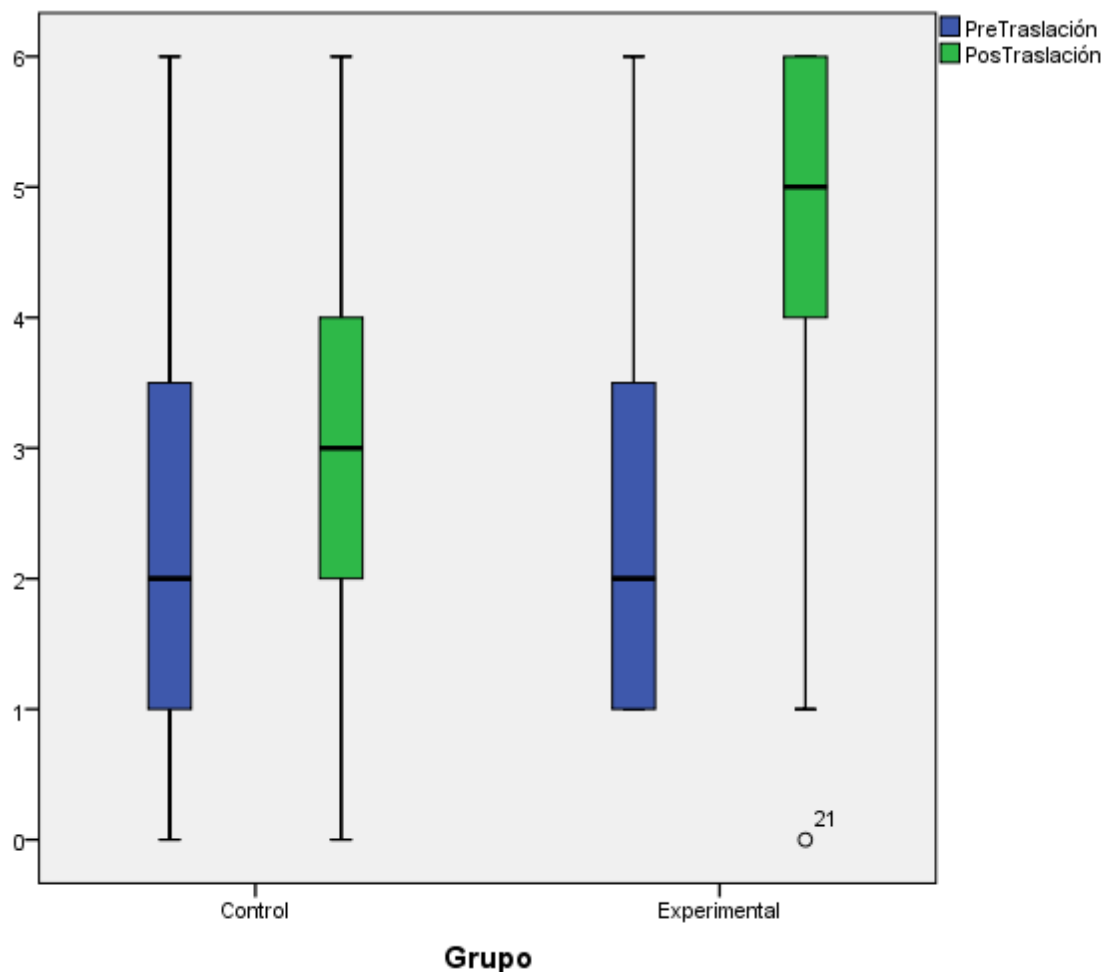
*Prueba U de Mann-Whitney para aprendizaje de traslación en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest.*

Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos	Test U de Mann-Whitney
Control	20	19,70	394,00	U=184,000
Pretest Experimental	20	21,30	426,00	Sig. asintót = 0, 656
Total	40			
Control	20	14,10	282,00	U=72,000
Postest Experimental	20	26,90	538,00	Sig. asintót = 0, 000
Total	40			

En la tabla 12, se nota que en el pretest, se llegó a obtener un valor  $U=184,000$  y un  $p=0,656$  cuando se compara aprendizaje de traslación en el plano entre el grupo de control y experimental. Esto quiere decir que antes de aplicar GeoGebra, los estudiantes del grupo control y experimental no se diferencian significativamente en lo que respecta a aprendizaje de traslación en el plano.

No obstante, en el postest se obtuvo un valor  $U=72,000$  y un  $p=0,000$  al comparar aprendizaje de traslación en el plano entre el grupo de control y experimental. Esto evidencia que si existe diferencia significativa entre el grupo de control y experimental luego de aplicar GeoGebra.

También, en la figura 6 se advierte que, en el postest, el grupo experimental logra mejor resultado que el control en lo que atañe al aprendizaje de traslación en el plano:



*Figura 9.* Diferencia en aprendizaje de traslación en el plano entre grupos de control y experimental según pretest y postest.

En función a los resultados presentados, se decidió rechazar la hipótesis nula, por tanto: La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de traslación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.



## Hipótesis específica 2

H<sub>0</sub>: La aplicación de GeoGebra no mejora el aprendizaje de rotación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

H<sub>2</sub>: La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de rotación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

Tabla 13

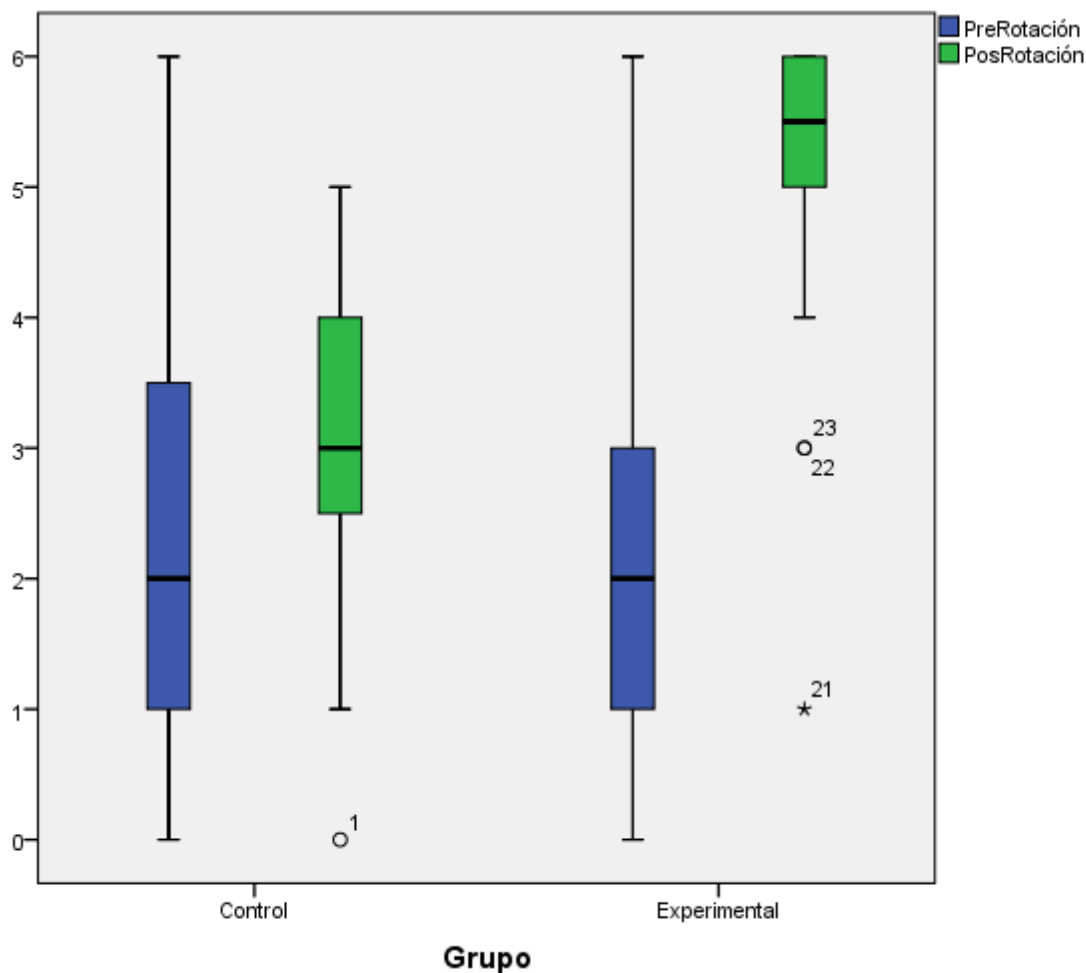
*Prueba U de Mann-Whitney para aprendizaje de rotación en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest.*

Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos	Test U de Mann-Whitney
Control	20	21,90	438,00	U=172,000
Pretest Experimental	20	19,10	382,00	Sig. asintót = 0, 439
Total	40			
Control	20	13,38	267,50	U=57,500
Postest Experimental	20	27,63	552,50	Sig. asintót = 0, 000
Total	40			

En la tabla 132, se nota que en el pretest, se llegó a obtener un valor  $U=172,000$  y un  $p=0,439$  cuando se compara aprendizaje de rotación en el plano entre el grupo de control y experimental. Esto quiere decir que antes de aplicar GeoGebra, los estudiantes del grupo control y experimental no se diferencian significativamente en lo que respecta a aprendizaje de rotación en el plano.

No obstante, en el postest se obtuvo un valor  $U=57,500$  y un  $p=0,000$  al comparar aprendizaje de rotación en el plano entre el grupo de control y experimental. Esto evidencia que si existe diferencia significativa entre el grupo de control y experimental luego de aplicar GeoGebra.

También, en la figura 10 se advierte que, en el posttest, el grupo experimental logra mejor resultado que el control en lo que atañe al aprendizaje de rotación en el plano:



*Figura 7.* Diferencia en aprendizaje de rotación en el plano entre grupos de control y experimental según pretest y posttest.

En función a los resultados presentados, se decidió rechazar la hipótesis nula, por tanto: La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de rotación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

### Hipótesis específica 3

H<sub>0</sub>: La aplicación de GeoGebra no mejora el aprendizaje de simetría en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

H<sub>3</sub>: La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de simetría en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

Tabla 14

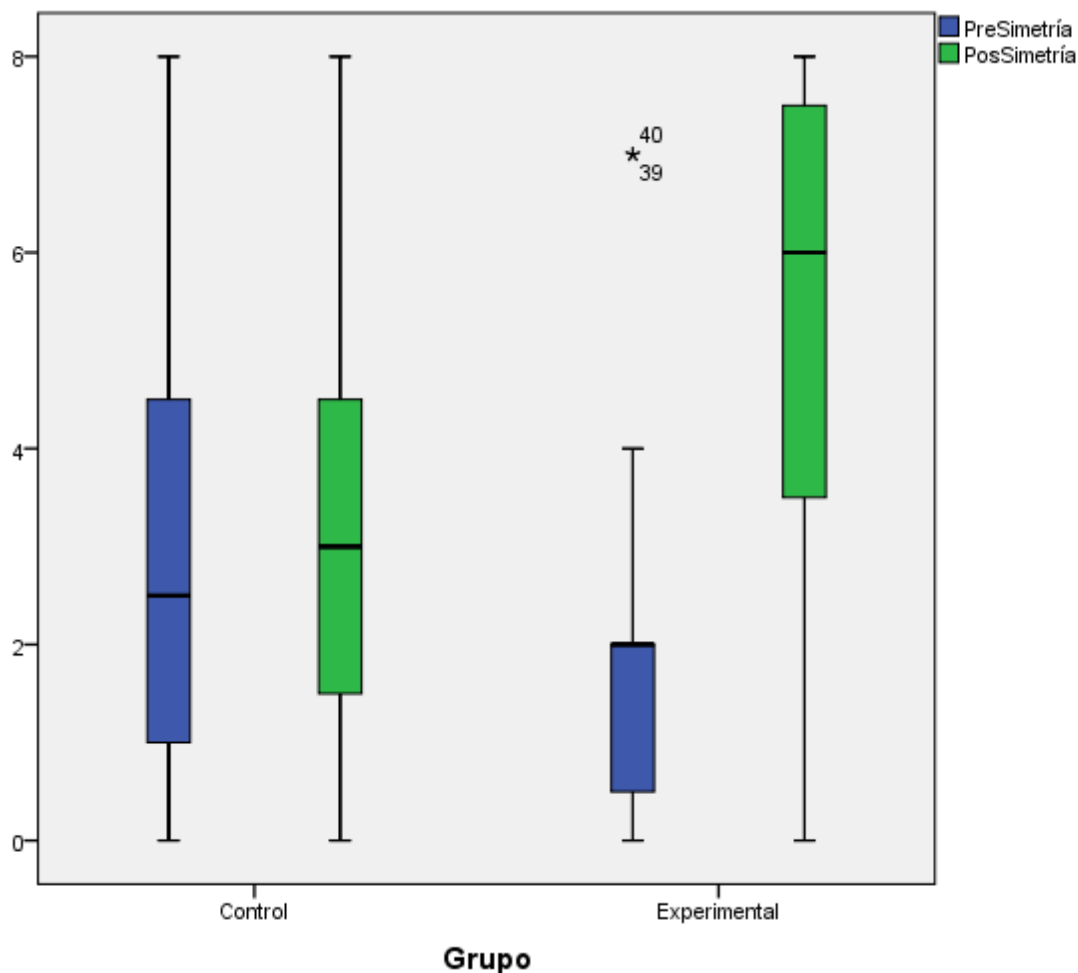
*Prueba U de Mann-Whitney para aprendizaje de simetría en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest.*

Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos	Test U de Mann-Whitney
Control	20	23,15	463,00	U=147,000
Pretest Experimental	20	17,85	357,00	Sig. asintót = 0, 143
Total	40			
Control	20	15,68	313,50	U=103,500
Postest Experimental	20	25,33	506,50	Sig. asintót = 0, 009
Total	40			

En la tabla 14, se nota que en el pretest, se llegó a obtener un valor  $U=147,000$  y un  $p=0,143$  cuando se compara aprendizaje de simetría en el plano entre el grupo de control y experimental. Esto quiere decir que antes de aplicar GeoGebra, los estudiantes del grupo control y experimental no se diferencian significativamente en lo que respecta a aprendizaje de simetría en el plano.

No obstante, en el postest se obtuvo un valor  $U=103,500$  y un  $p=0,009$  al comparar aprendizaje de simetría en el plano entre el grupo de control y experimental. Esto evidencia que si existe diferencia significativa entre el grupo de control y experimental luego de aplicar GeoGebra.

También, en la figura 11 se advierte que, en el postest, el grupo experimental logra mejor resultado que el control en lo que atañe al aprendizaje de simetría en el plano:



*Figura 11.* Diferencia en aprendizaje de simetría entre grupos de control y experimental según pretest y postest.

En función a los resultados presentados, se decidió rechazar la hipótesis nula, por tanto: La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de simetría en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

## **IV. Discusión**

Los resultados obtenidos han demostrado que la aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017. Esto significa que las sesiones de aprendizaje desarrollado para fortalecer el razonamiento geométrico en base al desarrollo de acciones que contienen cinco niveles de complejidad la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor los cuales se repiten en cada aprendizaje nuevo. (Van Hiele, citado por Vargas y Gamboa, 2014), permiten la adquisición o modificación de conocimientos, estrategias y habilidades para lograr capacidad de realizar transformaciones en el plano geométrico, entendiendo por transformación a una operación por la cual una relación, expresión o figura se cambia en otra siguiendo una ley dada (Montes, 2012). Estos resultados son similares a lo reportado por Enríquez (2014) y Maguiña (2013) comprobaron que los estudiantes expuestos a las estrategias de enseñanza con el modelo de Van Hiele y GeoGebra, aumentaron de significativamente su desempeño académico en Geometría ya que incrementaron su lenguaje matemático; mejoraron su rendimiento para justificar y explicar respuestas basándose en evidencias. En la misma línea, Torres y Racedo (2014) concluyeron en su investigación que utilizando GeoGebra como una de las estrategias didácticas en el aula, se facilita el aprendizaje de matemática en general y geometría en particular. Por su parte Bustos (2013), encontró que la implementación del software GeoGebra en la práctica pedagógica permite que los estudiantes sean más activos, creativos, participativos y autónomos en la adquisición de conocimientos en geometría.

Asimismo, también se ha evidenciado que la aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de traslación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017. En función a estos resultados es posible decir que la aplicación de GeoGebra mejora las capacidades para ejecutar operaciones geométricas donde un objeto inicial es desplazado a lo largo de una recta, una distancia dada y en un sentido determinado (Montes, 2012). Estos resultados concuerdan con lo evidenciado por Díaz (2013), quien demostró que la utilización del software GeoGebra influye en el aprendizaje de la Geometría en los estudiantes de secundaria. Del mismo modo, Díaz (2014), encontró en su

investigación que el GeoGebra resulta ser un mediador eficaz que favorece los procesos para que los estudiantes consoliden la construcción de nociones geométricas a la vez que fortalece la emisión de comportamientos más autónomos al momento de expresar conjeturas y verificarlas.

Del mismo modo se halló que la aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de rotación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017. De acuerdo a estos resultados es posible inferir que la aplicación de GeoGebra permite desarrollar capacidades de para ejecutar operaciones geométricas donde un objeto inicial es trasladado rodeando a un punto fijo, teniendo en cuenta un sentido y un ángulo específico, considerando que la rotación es generalmente en función del movimiento de las manecillas del reloj (Montes, 2012). Al respecto, Callahui (2015) también concluyó que la utilización de programas informáticos educativos representa un buen mediador de los procesos de enseñanza y aprendizaje del área de geometría. Por su parte, Cuevas, Valenzuela, Osorio y Trujillo (2016) señalaron que que la secuencia didáctica propuesta utilizando el GeoGebra, tiene resultados favorables, en vista que eleva el nivel de aprendizaje de los estudiantes.

También se encontró que la aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de simetría en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017. Es en base a estos hallazgos que se puede señalar que la aplicación de GeoGebra hace que los estudiantes aprendan mejor operaciones geométricas donde se realiza un movimiento en el plano considerando a una recta como eje de reflexión. Este eje de reflexión es la mediatriz de cada uno de los segmentos determinado por cada punto del objeto inicial y su imagen (Montes, 2012). Estos resultados siguen la misma línea de Santos (2014), quien señaló el GeoGebra permite que los estudiantes demuestren y expresen axiomas geométricos. A ello Sarmiento (2014) añade que la aplicación del software GeoGebra, es una herramienta didáctica en las prácticas experimentales bajo una metodología constructivista que mejora el aprendizaje de la geometría.

## **V. Conclusiones**



- Primera: La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017. Antes de aplicarse el GeoGebra, no existen diferencias significativas ( $U=178,500$  y un  $p=0,557$ ), en el nivel de aprendizaje de transformaciones en el plano entre el grupo de control y experimental; no obstante, después de aplicar el GeoGebra si existen diferencias significativas ( $U=77,500$  y un  $p=0,001$ ), ya que los estudiantes del grupo experimental incrementaron significativamente su nivel de aprendizaje de transformaciones en el plano.
- Segunda: La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de traslación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017. Antes de aplicarse el GeoGebra, no existen diferencias significativas ( $U=184,000$  y un  $p=0,656$ ), en el nivel de aprendizaje de traslación en el plano entre el grupo de control y experimental; no obstante, después de aplicar el GeoGebra si existen diferencias significativas ( $U=72,000$  y un  $p=0,000$ ), ya que los estudiantes del grupo experimental incrementaron significativamente su nivel de aprendizaje de traslación en el plano.
- Tercera: La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de rotación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017. Antes de aplicarse el GeoGebra, no existen diferencias significativas ( $U=172,000$  y un  $p=0,439$ ), en el nivel de aprendizaje de rotación en el plano entre el grupo de control y experimental; no obstante, después de aplicar el GeoGebra si existen diferencias significativas ( $U=57,500$  y un  $p=0,000$ ), ya que los estudiantes del grupo experimental incrementaron significativamente su nivel de aprendizaje de rotación en el plano.
- Cuarta: La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de simetría en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017. Antes de aplicarse el GeoGebra, no existen

diferencias significativas ( $U=147,000$  y un  $p=0,143$ ), en el nivel de aprendizaje de simetría en el plano entre el grupo de control y experimental; no obstante, después de aplicar el GeoGebra si existen diferencias significativas ( $U=103,500$  y un  $p=0,009$ ), ya que los estudiantes del grupo experimental incrementaron significativamente su nivel de aprendizaje de simetría en el plano.

## **VI. Recomendaciones**

- Primera: Se sugiere a los docentes que deben considerar como recurso pedagógica el uso de software GeoGebra para incrementar los niveles de aprendizaje de transformaciones en el plano en estudiantes del nivel secundario, en vista que se ha llegado a comprobar que su carácter interactivo y dinámico permite que los estudiantes aprendan a ejecutar operaciones geométricas como transformaciones en el plano, ya sean estas de traslación rotación o simetría.
- Segunda: Se sugiere a los docentes incluir el uso del software GeoGebra para trabajar otras nociones geométricas, en vista que constituye una herramienta eficaz para incrementar el nivel de aprendizaje fortaleciendo a su vez la expresión de comportamientos más autónomos al momento de expresar conjeturas y verificarlas mediante operaciones geométricas.
- Tercera: Se sugiere al equipo directivo que norme la utilización del software como recurso didáctico en la enseñanza de geometría incorporándolo en la programación anual del área de matemática ya que dinamiza la práctica pedagógica y permite que los estudiantes desarrollen actitudes favorables hacia la matemática en general y la geometría en particular.
- Cuarta: Los docentes podrían elaborar otras programaciones didácticas con la facilitación del software GeoGebra de tal modo que se cuente recursos didácticos específicos para grado de estudio y diversas nociones geométricas, de tal modo que se contribuya en el desarrollo de capacidades de análisis matemático.

## **VII. Referencias**

- Abánades, M., Botana, F., Escribano, J. y Tabera, L. (2009). Software matemático libre. *La Gaceta de la RSME*, 12(2), 325-346.
- Andrade, J., y Gutiérrez, A. (1996). *El grupo de las isometrías del plano. Síntesis*. Madrid: EDU
- Ausubel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva*. Buenos Aires: Paidós.
- Barahona, F., Barrera, O., Vaca, B. e Hidalgo B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica ESPOL – RTE*, 28(5), 121-132,
- Bigge, M. (1985). *Teorías de aprendizaje para maestros*. México: Trillas.
- Bustos, I. (2013). *Propuesta didáctica: la enseñanza del concepto de límite en el grado undécimo, haciendo uso del Geogebra*. Tesis de maestría. Universidad Nacional de Colombia. Manizales, Colombia.
- Callahui, E. (2015). *El uso de los softwares educativos como estrategia de enseñanza y el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de cuarto grado del nivel secundario en las instituciones educativas de la provincia de Tambopata-Región de Madre de Dios -2012*. Tesis doctoral. Universidad Nacional de Educación Enrique Guamán y Valle. Lima, Perú.
- Carrasco, S. (2009). *Metodología de la investigación científica*. Lima: Editorial San Marcos.
- Carreño, E. (2010). *Análisis del conocimiento geométrico en estudiantes para profesor de matemáticas. Capacidades y destrezas que lo evidencian*. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/655/1/Carrenno2010Conocimiento.pdf>
- Carretero, M. (2009). *Constructivismo y educación*. Buenos Aires: Paidós.
- Castellanos, I. (2010). *Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de Magisterio de la E.N.M.P.N.* Tesis de maestría. Universidad Pedagógica Nacional.
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 171-194.

- Clemens, S., O'daffer, P. y Cooney, T. (1981). *Geometría*. México: Editorial Addison Wesley Logman.
- Crook, C. (1998). *Ordenadores y aprendizaje colaborativo*. Madrid, España: Morata.
- Crowley, M. (1987). *The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.
- Cuevas, O., Valenzuela, E., Osorio, M. y Trujillo, E. (2016). Secuencia didáctica para el autoaprendizaje de la simplificación de fracciones con uso de tecnología en estudiantes universitarios. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 45(1), 162-183.
- Díaz, L. (2013). *La influencia del software "Geogebra" en el aprendizaje de la geometría en los alumnos de 4to año de secundaria de la institución educativa Trilce de La Molina, periodo 2012*. Tesis de maestría. Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle. Lima, Perú.
- Díaz, R. (2014). *La construcción del concepto circunferencia desde la dialéctica herramienta-objeto con el apoyo del software geogebra en estudiantes de quinto de secundaria*. Tesis de maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú.
- Diković, L. (2009). Applications geogebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science and Information Systems*.
- Enríquez, R. (2014). *Análisis del conocimiento geométrico aplicando el modelo de van hiele con el uso del software Geogebra*. Tesis de maestría. Universidad de las Fuerzas Armadas. Sangolqui, Ecuador.
- Feldman, R.S. (2005). *Psicología: con aplicaciones en países de habla hispana*. (Sexta Edición) México: McGrawHill.
- García, M. (2011). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el aula*. Tesis doctoral. Universidad de Almería.
- García, S. y Lopez, O. (2008). *La enseñanza de la geometría*. México: INEE
- Hernández, R.; Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación* (5° Edición). México: Mc Graw-Hill Educación.
- Iturbe, A. (2014). *Transformaciones en el plano*. Recuperado de <http://unrn.edu.ar/blogs/disinte-matematica-1/files/2014/05/Transforma-planoTeoria-y-practica.pdf>

- Kerlinger, F. (2002). *Investigación del comportamiento. Investigación en ciencias sociales* (Cuarta ed.). México: Mc Graw-Hill.
- Losada, R. (2007). GeoGebra: la eficiencia de la intuición. *La Gaceta de la RSME*, 10(1), 223-239.
- Maguiña, A. (2013). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo Van Hiele*. Tesis de maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú
- Montes, S. (2012). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de transformaciones geométricas en el plano con estudiantes de grado séptimo haciendo uso del entorno visual del juego pac-man*. Tesis de maestría. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá Colombia.
- Ordóñez, C. (2004). Pensar pedagógicamente desde el constructivismo. De las concepciones a las prácticas pedagógicas. *Revista: Estudios Sociales*, 19(1), 7-12.
- OREALC-UNESCO (2016). *Informe de resultados TERCE. Logros de aprendizaje 2015*. Santiago: Unesco
- Ortiz, A. (2012). GeoGebra como herramienta para la Enseñanza de la Matemática: Resultados de un curso de capacitación. *VIII Festival Internacional de Matemática*. Universidad Nacional, Liberia, Costa Rica
- Pino, R. (2007). *Metodología de la Investigación*. Lima: Editorial San Marcos
- Popper, K. (2008). *La lógica de la investigación científica*. Madrid: Edit. Techos
- Pumacallahui, E. (2015). *El uso de los softwares educativos como estrategia de enseñanza y el aprendizaje de la geometría en los estudiantes de cuarto grado del nivel secundario en las instituciones educativas de la provincia de Tambopata-Región Madre De Dios -2012*. Tesis doctoral. Universidad Nacional de Educación Enrique Guzman y Valle. Lima, Peru.
- Santos, E. (2014). *El modelo van hiele para el aprendizaje de los elementos de la circunferencia en estudiantes de segundo de secundaria haciendo uso del geogebra*. Tesis de maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú
- Sanz, I. (2001). *Matemáticas y su Didáctica II. Geometría y medida*. Lejona: Universidad del País Vasco.



- Sarmiento, W. (2014). *Implementación y Aplicación de prácticas experimentales de laboratorio en el aprendizaje de la geometría analítica en los alumnos del tercer año de bachillerato del Colegio Particular Universitario —La Asunción*. Tesis de maestría. Universidad de Cuenca. Cuenca, Ecuador.
- Schunk, D.H. (1991). *Learning theories. An educational perspective*. New York: McMillan.
- Taylor, S. y Bogdan, R. (1994). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. México: Paidós.
- Torres, C. y Racedo, D. (2014). *Estrategia didáctica mediada por el software geogebra para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la geometría en estudiantes de 9° de básica secundaria*. Tesis de maestría. Universidad de la Costa. Barranquilla, Colombia.
- Urquiza, A. (2005). *Como realizar una investigación*. Riobamba: Gráficas Riobamba.
- Valderrama, S. (2013). *Pasos para elaborar proyectos de investigación científica*. Lima: Editorial San Marcos.
- Vargas, G., y Gamboa, R. (2013). *El modelo de van hiele y la enseñanza de la geometría*. *Uniciencia*, 27(1), 74-94
- Zapata, M. (2015). Teorías y modelos sobre el aprendizaje en entornos conectados y ubicuos. Bases para un nuevo modelo teórico a partir de una visión crítica del “conectivismo”. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, 16(1), 69-102.

## **VIII. Apéndices**

### Apéndice A. Matriz de consistencia

Matriz de Consistencia				
<b>Título:</b> Aplicación de GeoGebra para mejorar el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario, Lima 2017.				
<b>Autor:</b> Br. Connie Jackeline Contreras Joaquin				
Problema	Objetivos	Hipótesis	Variables e Indicadores	
<p><b>Problema General:</b> ¿Cuál es el efecto de la aplicación de GeoGebra en el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017?</p> <p><b>Problemas Específicos:</b></p> <p>¿Cuál es el efecto de la aplicación de GeoGebra en el aprendizaje de traslación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017?</p> <p>¿Cuál es el efecto de la aplicación de GeoGebra en el aprendizaje de rotación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP</p>	<p><b>Objetivo general:</b> Demostrar que la aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.</p> <p><b>Objetivos Específicos:</b></p> <p>Demostrar que la aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de traslación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.</p> <p>Demostrar que la aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de rotación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP</p>	<p><b>Hipótesis General:</b> La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.</p> <p><b>Hipótesis específicas:</b></p> <p>La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de traslación en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.</p> <p>La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de rotación en el plano de los estudiantes del nivel</p>	<p><b>Variable Independiente : Aplicación de GeoGebra</b></p>	
			<p><b>Componentes:</b> Reconocimiento Análisis Clasificación Deducción formal Rigor</p>	
			<p><b>Variable Dependiente : Aprendizaje de transformaciones en el plano</b></p>	
			<b>Dimensiones</b>	<b>Indicadores</b>
			Traslación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describe las características de la composición de transformaciones geométricas de figuras.</li> <li>- Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combinan</li> </ul>
				Ítems
				1 – 6
				Escala de Medición
				1: Correcto 0: Incorrecto
				Niveles o rangos
				Inicio: 0 – 6 Proceso: 7 – 13 Logrado: 14 – 20

<p>Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017?</p> <p>¿Cuál es el efecto de la aplicación de GeoGebra en el aprendizaje de simetría en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017?</p>	<p>Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.</p> <p>Demostrar que la aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de simetría en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.</p>	<p>secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.</p> <p>La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de simetría en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.</p>		<p>traslaciones geométricas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza composición de transformaciones de trasladar en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>			
			Rotación	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza composición de transformaciones de rotar en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.</li> <li>- Describe las características de la composición de rotaciones de figuras.</li> <li>- Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combinan</li> </ul>	7 – 12		

				rotaciones geométricas.			
			Simetría	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Describe las características de la composición de simetrías geométricas de figuras.</li> <li>- Explica las simetrías respecto a una línea o un punto en el plano de coordenadas por medio de trazos.</li> <li>- Realiza composición de simetrías en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	13 – 20		

## Apéndice B. Propuesta



# Centro Educativo Parroquial "MONSEÑOR MARCOS LIBARDONI"



## Programa de Aplicación de GeoGebra

Para estudiantes del nivel secundario

## **EL Programa GeoGebra**

La investigación fue de tipo aplicado y diseño cuasiexperimental. La muestra estuvo conformada por 40 estudiantes del segundo grado del nivel secundario de la I.E.P. Monseñor Marcos Libardoni – La Victoria, los cuales se encontraban divididos en dos secciones con 20 participantes en cada una; los que finalmente conformaron los grupos de control y experimental. La técnica utilizada fue la encuesta y el instrumento fue la prueba de transformaciones en el plano, la cual fue validada mediante el juicio de expertos y determinados su confiabilidad mediante el coeficiente KR20 (0.825). Las hipótesis fueron comprobadas mediante la U de Mann Whitney.

Se realizó con el grupo de control 3 sesiones en la cual se desarrollaron los temas de transformaciones en el plano de manera usual en el aula y con el otro grupo llamado grupo experimental se realizaron también tres sesiones, pero ellas se desarrollaron en la sala de cómputo con el uso del software GeoGebra, previamente nos tomamos una hora para dar a conocer el software. Antes del desarrollo de las sesiones se evaluó a ambos grupos con el pretest.

## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 0 - E

### CONOCIMIENTO DEL SOFTWARE GEOGEBRA

#### I.- DATOS INFORMATIVOS:

AREA: MATEMÁTICA		GRADO: Segundo de Secundaria
DOCENTE: Connie J. Contreras Joaquín	DURACIÓN: 01 HORA	FECHA: 05 / 09 / 2017

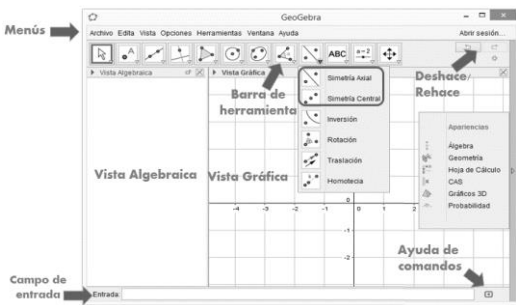
#### II. PROPÓSITO DE LA SESIÓN:

Conoce El entorno del software Geogebra.

#### III.- APRENDIZAJE ESPERADO:

COMPETENCIA DEL ÁREA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS PRECISADOS	INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
Transversal: Uso de TICs	Usa software Geogebra	<ul style="list-style-type: none"> <li>Conoce el software Geogebra: Menús, herramientas, áreas de trabajo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Lista de cotejo</li> </ul>

#### IV.- SECUENCIA DIDÁCTICA:

FASES	SECUENCIA DE LA ESTRATEGIA	Recursos/Materiales
<b>INICIO</b> Motivación Saberes Previos Conflicto Cognitivo	Ingresan a la sala de cómputo donde previamente se instaló el software en todas las computadoras. Observan algunas figuras elaboradas con Geogebra y que usan movimientos en el plano	Sala de cómputo
<b>DESARROLLO</b> Procesamiento de la información  Aplicación de lo aprendido	<p><b>Encienden la computadora</b></p> <p>Reconocen el ícono de acceso directo a Geogebra.            Conocen el entorno de Geogebra: Barra de título, Barra de herramientas, paneles.            Describen lo que observan en cada uno de ellos con ayuda del uso del proyector:</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Interactúan con el software realizando figuras de manera libre.            Desarrollan retos como ubicar en el plano cartesiano determinada figura dados los puntos cartesianos.            Graban archivos en una determinada carpeta.            Abren sus archivos creados.            Utilizan el panel algebraico.</p>	Computadoras Software Geogebra Proyector Ecran Plumones
<b>CIERRE</b> Metacognición Evaluación	Refuerzan sus aprendizajes desarrollando actividades de refuerzo, responden a las preguntas ¿qué podríamos aprender con Geogebra? ¿Qué temas que ellos conocen será posible que se utilice con Geogebra?	Cuadernos



**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 01- E****TRANSFORMACIONES EN EL PLANO: ROTACIÓN****I.- DATOS INFORMATIVOS:**

AREA: MATEMÁTICA		GRADO: Segundo de Secundaria
DOCENTE: Connie J. Contreras Joaquín	DURACIÓN: 02 HORAS	FECHA: 05 / 09 / 2017

**II. PROPÓSITO DE LA SESIÓN:**

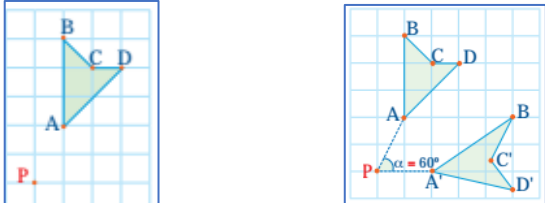
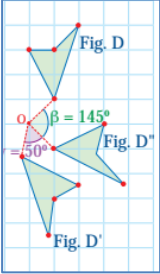
Describe las transformaciones de un objeto en términos de combinar dos a dos rotaciones.

**III.- APRENDIZAJE ESPERADO:**

COMPETENCIA DEL ÁREA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS PRECISADOS	INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
Resuelve problemas de <b>forma, movimiento y localización</b> .	Usa <b>estrategias y procedimientos</b> para medir y orientarse en el espacio. <b>Comunica su comprensión</b> sobre las formas y relaciones geométricas. <b>Modela objetos</b> con formas geométricas y sus transformaciones.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza composición de transformaciones de <b>rotar</b>, ampliar y reducir, en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.</li> <li>Describe las características de la composición de transformaciones geométricas de figuras.</li> <li>Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combinan transformaciones geométricas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Lista de cotejo</li> </ul>

**IV.- SECUENCIA DIDÁCTICA:**

FASES	SECUENCIA DE LA ESTRATEGIA	Recursos/ Materiales
<b>INICIO</b> Motivación Saberes Previos Conflicto Cognitivo	Observan un ppt donde los estudiantes observan las transformaciones en el plano: la rotación, traslación y simetría. Diseñan una figura geométrica en el área gráfica de GeoGebra.	Software Geogebra

<p><b>DESARROLLO</b></p> <p>Procesamiento de la información</p> <p>Aplicación de lo aprendido</p>	<p><b>Observan el siguiente ejemplo 01:</b></p> <p><b>Ejemplo 01:</b> Mariana quiere diseñar un logo publicitario y quiere aplicar al cuadrilátero ABCD una rotación de <math>-60^\circ</math> con respecto al punto P. Describe los pasos que podría seguir Beatriz. Si aplica varias veces la rotación alrededor del punto P, ¿cuántos cuadriláteros podrá obtener?</p> <p>Usan la herramienta de Geogebra que le permite rotar la siguiente figura y responden a la pregunta:</p>  <p>Rpta. Beatriz podrá obtener 6 cuadriláteros.</p> <p>Luego se puede hacer otras preguntas utilizando la herramienta mover de GeoGebra y observan cómo se mueven los puntos en el plano.</p>	
	<p>Mencionan la aplicación de la rotación o giro en diversas situaciones de la vida cotidiana, por ejemplo, al elaborar losetas, frisos, murales, etc.</p> <p>Responden las preguntas: Si se va aplicar una rotación de <math>-60^\circ</math>, ¿qué sentido tomará? (Horario). Resaltan como el punto P hace de referente fijo para determinar el ángulo, así como las medidas de los segmentos PA y PA'.</p> <p>Comprenden que el total de figura que se pueden replicar al girar <math>60^\circ</math>, responden ¿Cuántas veces <math>60^\circ</math> está contenido en <math>360^\circ</math>? (6 veces).</p> <p><b>Observan el Ejemplo 02:</b></p> <p><b>Ejemplo 02:</b> Aplica a la figura D una composición de giros <math>R_2(O; -145^\circ) \circ R_1(O; 50^\circ)</math> con respecto al punto O. Luego, analiza si es posible obtener el mismo resultado aplicando una sola rotación.</p>  <p>Rpta. Se puede obtener el mismo resultado aplicando <math>R(O; -95^\circ)</math>.</p> <p>Observan la notación de la rotación y sus elementos, comentan que en el ejemplo anterior P es el punto referente y <math>60^\circ</math> su ángulo de giro, lo que se representa como <math>R(P; -60^\circ)</math>. Interpretan la información <math>R_2(O; 50^\circ)</math> o <math>R_1(O; -145^\circ)</math>.</p> <p>Ubican en la representación y escuchan la explicación de la composición, aclarando que, en este caso son dos giros los que se aplican: uno con sentido horario y otro antihorario, de donde se genera una sola composición: <math>-145^\circ + 50^\circ = -95^\circ</math></p>	<p>Proposiciones Pizarra Plumones Computadoras Software Geogebra Proyector</p>

<b>CIERRE</b> Metacognición Evaluación	Refuerzan sus aprendizajes desarrollando actividades de refuerzo, aplican sus estrategias y responden: Para realizar una rotación o giro, ¿es determinante que la propuesta sea una figura? (No, pues el giro se puede aplicar sobre un punto, un segmento o una figura). Al trabajar giros sobre el plano cartesiano, ¿qué elementos toman mayor importancia? (El designar a los puntos sus respectivas coordenadas). Al aplicar rotación o giro, ¿solo puede tener dos composiciones o pueden ser varias? (Varias composiciones). Recuerdan lo aprendido en la clase.	Cuadernos
--	---	-----------

## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 02 - E

### TRANSFORMACIONES EN EL PLANO: TRASLACIÓN

#### I.- DATOS INFORMATIVOS:

AREA: MATEMÁTICA		GRADO: Segundo de Secundaria
DOCENTE: Connie J. Contreras Joaquín	DURACIÓN: 02 HORAS	FECHA: 06 / 09 / 2017


#### II. PROPÓSITO DE LA SESIÓN:

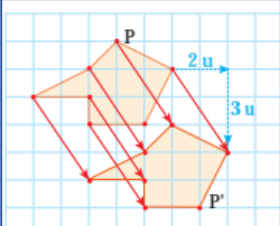
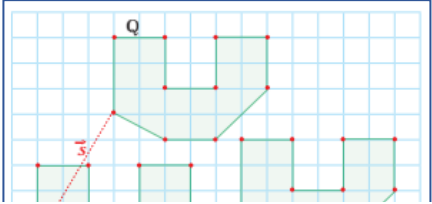
Describe las transformaciones de un objeto en términos de combinar dos a dos traslaciones.

#### III.- APRENDIZAJE ESPERADO:

COMPETENCIA DEL ÁREA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS PRECISADOS	INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
Resuelve problemas de <b>forma, movimiento y localización</b> .	<b>Comunica su comprensión</b> sobre las formas y relaciones geométricas. <b>Modela objetos</b> con formas geométricas y sus transformaciones. <b>Usa estrategias y procedimientos</b> para medir y orientarse en el espacio.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Describe las características de la composición de transformaciones geométricas de figuras.</li> <li>Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combinan transformaciones geométricas.</li> <li>Realiza composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir, en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Lista de cotejo</li> </ul>

#### IV.- SECUENCIA DIDÁCTICA:

FASES	SECUENCIA DE LA ESTRATEGIA	Recursos/ Materiales
<b>INICIO</b> Motivación Saberes Previos Conflicto Cognitivo	<p>Observan la imagen de la ciudad de Chan Chan para realizar el estudio de traslaciones. Observan la representación de la base y responden: ¿Identifican la existencia de un patrón? (Sí, el espiral). ¿Habría sido necesario elaborar una plantilla para cada espiral? (No, se ha realizado una traslación). Comentan que para la elaboración se ha utilizado una sola plantilla o una misma figura y que las otras son producto de una repetición de la imagen siguiendo una misma dirección; esto se expresa con un vector que muestra el sentido a seguir.</p> <div style="text-align: center;">  </div>	

	<p>Comentan el uso de los vectores en el momento de hacer traslaciones. Escuchan y observan que el vector es similar a una flecha con sentido y dirección.</p> <p>Representan un vector sobre la pizarra y destacan la diferencia entre dirección, sentido, origen y extremo final.</p> <p>Escuchan la explicación con ejemplos la representación simbólica de <math>\vec{v} = (4; -3)</math>. Se apoyan del plano cartesiano para asegurar la comprensión. Notan que el primer elemento del par ordenado es positivo, lo cual indica que 4 cuadraditos se deben desplazar hacia la derecha.</p> <p>Asimismo, resaltan que el segundo elemento es negativo, lo cual indica que 3 cuadraditos se deben desplazar hacia abajo. Comprueban sus aprendizajes.</p> <p>Ubican el punto (3; 5) sobre el plano cartesiano y lo trasladan según el vector <math>\vec{v} = (2; 6)</math>. Validan sus respuestas mientras son monitoreados en sus procesos. Concluyen respondiendo: ¿En dirección a qué eje se desplaza el valor 2? ¿Y en qué sentido? (En dirección al eje X; hacia la derecha). ¿En dirección a qué eje se desplaza el valor 6? ¿Y en qué sentido? (En dirección al eje Y; hacia arriba).</p>	
<p><b>DESARROLLO</b> Procesamiento de la información</p> <p>Aplicación de lo aprendido</p>	<p>Escuchan que la traslación en un plano cartesiano se inicia con la gráfica de una figura geométrica cualquiera. En ella, se ubican los puntos correspondientes, que son pares ordenados y, luego, se realiza la traslación según el vector guía que se pida. Así se obtiene una nueva figura igual a la anterior, pero ubicada en diferente posición respecto a la primera.</p> <p>Dibujan un polígono cuyos puntos están dado por las coordenadas A(-5; 2), B(-2; 3), C(-3; 6), D(-6; 7) y E(-8; 4).</p> <p>Realizan la traslación según el vector <math>\vec{v} = (6; 4)</math>. La nueva figura quedará ubicada según las coordenadas de los puntos de la siguiente manera: A'(1; 6), B'(4; 7), C'(3; 10), D '(0; 11) y E'(-2; 8).</p> <p>Refuerzan el aprendizaje con el análisis de los siguientes ejemplos:</p> <div style="border: 1px solid blue; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p><b>Ejemplo 01:</b>  <i>Aplica al polígono P una traslación según el vector <math>\vec{v} (2; -3)</math>. Luego, describe la figura resultante.</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Reconocemos que los signos de las coordenadas del vector indican el sentido de desplazamiento. Por lo tanto, desplazaremos 2 unidades hacia la derecha y 3 unidades hacia abajo de cada vértice del polígono.</i></li> <li>• <i>Comprobamos que cada lado del polígono P' tiene igual medida que el lado correspondiente del polígono P. Lo mismo ocurre con las medidas de los ángulos correspondientes. Podemos afirmar que los polígonos P y P' son congruentes.</i></li> </ul>  </div> <div style="border: 1px solid blue; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p><b>Ejemplo 02:</b>  <i>Aplica al polígono Q una composición de traslaciones <math>\vec{t} (8;1) \circ \vec{s} (-3; -5)</math>. ¿Es posible obtener el mismo resultado aplicando una sola traslación?</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Trasladamos el polígono Q según el vector de traslación <math>\vec{s} (-3; -5)</math> y obtenemos el polígono Q'.</i></li> <li>• <i>Trasladamos el polígono Q' según el vector de traslación <math>\vec{t} (8; 1)</math> y obtenemos el polígono Q''.</i></li> <li>• <i>Observamos que el polígono final es el resultado de aplicar una traslación cuyo vector de traslación <math>\vec{u}</math> es la suma de los vectores que intervienen en la traslación. En este caso, <math>\vec{u} = \vec{s} + \vec{t}</math>. Se puede obtener el mismo resultado aplicando el vector <math>\vec{u} (5; -4)</math>.</i></li> </ul>  </div>	<p>Proposiciones Pizarra Plumones Computadoras Software Geogebra Proyector</p>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los estudiantes dan su punto de vista acerca de este tema.</li> <li>• En la composición de vectores, resaltan que si estos están representados por <math>\vec{a} = (a_1, a_2)</math> y <math>\vec{b} = (b_1, b_2)</math>, su suma estará representada por <math>\vec{a} + \vec{b}</math> cuyos componentes serán <math>(a_1 + b_1)</math> y <math>(a_2 + b_2)</math>, es decir, <math>\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2)</math>.</li> <li>• Utilizan esta estrategia durante el desarrollo de las actividades propuestas.</li> <li>• Enuncian la importancia de la simetría axial y sus diferencias con la traslación de figuras en un plano cartesiano.</li> <li>• Comunican que la simetría axial se presenta alrededor de un eje cuando los puntos de una figura geométrica guardan igual distancia que otra respecto a dicho eje.</li> <li>• Reconocen que estas diferencias les facilitará el desarrollo de las actividades propuestas. Dejan en claro que dentro de las traslaciones de figuras en un no cartesiano se debe tener en cuenta el sentido de dichas traslaciones, es decir, si se realizan a la derecha o a la izquierda. Mencionan que en la dirección horizontal se produce un cambio en el eje X, mientras el eje Y se mantiene igual. En cambio si la traslación se realiza en la dirección vertical, se produce un cambio en el eje Y, mientras el eje X se mantiene igual.</li> <li>• Se apoyan de esta propiedad para desarrollar las actividades propuestas. Recordando previamente que una traslación de figuras geométricas en un plano cartesiano es el movimiento que se hace al deslizar una figura en línea recta manteniendo su forma y tamaño.</li> </ul>	
<p><b>CIERRE</b> Metacognición Evaluación</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Refuerzan expresando la importancia de aplicar la traslación en diversas situaciones de la vida cotidiana.</li> <li>• Mencionan que la traslación consiste en cambiar de posición una figura teniendo en cuenta la distancia, la dirección, el sentido y el vector guía.</li> <li>• Concluyen que, en una traslación, no cambia la forma, el tamaño ni la orientación de la figura.</li> </ul>	Cuadernos

## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 03 - E

### TRANSFORMACIONES EN EL PLANO: SIMETRÍA

#### I.- DATOS INFORMATIVOS:

AREA: MATEMÁTICA		GRADO: Segundo de Secundaria
DOCENTE: Connie J. Contreras Joaquín	DURACIÓN: 02 HORAS	FECHA: 07 / 09 / 2017

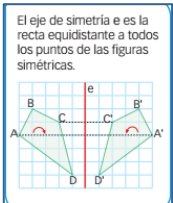
#### II. PROPÓSITO DE LA SESIÓN:

Describe las transformaciones de un objeto en términos de combinar dos a dos simetrías.

#### III.- APRENDIZAJE ESPERADO:

COMPETENCIA DEL ÁREA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS PRECISADOS	INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
Resuelve problemas de <b>forma, movimiento y localización.</b>	<p><b>Comunica su comprensión</b> sobre las formas y relaciones geométricas.</p> <p><b>Argumenta afirmaciones</b> sobre relaciones geométricas.</p> <p><b>Usa estrategias y procedimientos</b> para medir y orientarse en el espacio.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Describe las características de la composición de transformaciones geométricas de figuras.</li> <li>• Explica las transformaciones respecto a una línea o un punto en el plano de coordenadas por medio de trazos.</li> <li>• Realiza composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir, en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Lista de cotejo</li> </ul>

#### IV.- SECUENCIA DIDÁCTICA:

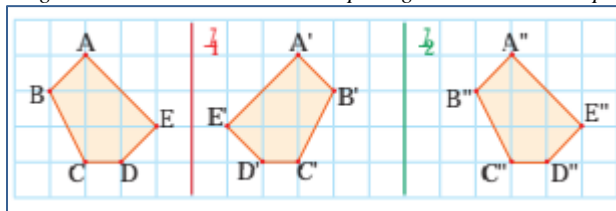
FASES	SECUENCIA DE LA ESTRATEGIA	Recursos/ Materiales
<p><b>INICIO</b></p> <p>Motivación</p> <p>Saberes Previos</p> <p>Conflicto Cognitivo</p>	<p>Observan diversas figuras, como, por ejemplo, de una mariposa, una flor, la silueta de un hombre, una manzana, una hoja de alguna planta, etc.</p> <p>Responden las siguientes preguntas: Si solo se tiene la mitad de estas figuras, ¿se puede dibujar la otra mitad? (Sí, mediante una copia y guiándonos por un eje de referencia llamado eje axial). Comente sobre la aplicación de la reflexión y la simetría axial en diversas situaciones de contexto, como en la elaboración de vitrales, pinturas, edificaciones; en la confección de prendas de vestir; en la fabricación de juguetes, vajillas, etc. Exploran la siguiente información:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>Una <b>simetría axial</b> respecto a una recta es un movimiento que asocia a cada punto P de una figura otro punto P', de modo que el segmento PP' es perpendicular a la recta <math>\ell</math>. Además, la recta <math>\ell</math> pasa por el punto medio del segmento PP'.</p> <p>Una <b>simetría central o respecto a un punto</b> es un proceso que consiste en aplicar a una figura una rotación de 180°. La figura conserva su tamaño y forma, pero no su orientación.</p> </div>  <p>Responden a las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué es una simetría? (Es la relación de igualdad entre dos figuras en la cual una corresponde a la otra como si fuera el reflejo de un espejo. En geometría, la simetría está asociada a transformaciones geométricas tales como rotaciones, reflexiones o traslaciones).</li> <li>• ¿Qué características tiene una figura simétrica con respecto a otra? (Una figura simétrica con respecto a otra debe presentar el mismo tamaño, forma y posición).</li> <li>• ¿Qué es la simetría axial? (Es aquella que se da a partir de un giro sobre un eje).</li> <li>• ¿Qué características debe tener un eje de simetría? (Puede estar en cualquier dirección, no necesariamente siempre es vertical u horizontal).</li> <li>• ¿Qué es la simetría central? (Es aquella que se da a partir de un punto llamado centro de simetría. En una simetría central, todos los puntos se denominan puntos homólogos porque se encuentran a la misma distancia del punto simétrico, pero en dirección opuesta).</li> <li>• ¿Qué característica tienen dos figuras simétricas respecto a un punto central? (Al observarlas desde cualquier punto, se ven iguales).</li> <li>• ¿Qué es la composición de dos simetrías? (Es la aplicación consecutiva de una simetría sobre la imagen obtenida al aplicar una primera simetría).</li> </ul>	<p>Proposiciones</p> <p>Pizarra</p> <p>Plumones</p> <p>Computadoras</p> <p>Software</p> <p>Geogebra</p> <p>Proyector</p>

Analizan el **ejemplo 01** para dejar en claro los procesos al aplicar la simetría central.

**Ejemplo 01:**

Halla el simétrico del pentágono  $ABCDE$  respecto a las rectas  $l_1$  y  $l_2$ .

- Dibujamos el pentágono  $A'B'C'D'E'$  simétrico al pentágono  $ABCDE$  respecto al eje  $l_1$ .
- Dibujamos el pentágono  $A''B''C''D''E''$  simétrico al pentágono  $A'B'C'D'E'$  respecto al eje  $l_2$ .



Notan que, al aplicar la simetría central al polígono, se ha obtenido otro polígono congruente al primero, pero con otra orientación.

Resaltan la importancia del punto  $P$  como centro de simetría y la generación de otros puntos, por ejemplo,  $A''$ . Observan que  $A'$  y  $A''$  son puntos correspondientes llamados también puntos homólogos.

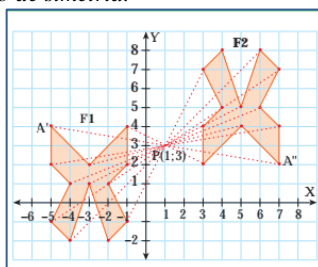
Expresan que el polígono  $F_1$  ha rotado  $180^\circ$  teniendo como referente a  $P(1; 3)$ .

Comparan con el **ejemplo 02**; mencionan que en este caso se da una simetría axial, ya que la recta divide a la figura en dos figuras congruentes.

**Ejemplo 02:**

Halla el simétrico de la figura  $F_1$  respecto al punto  $P(1; 3)$ .

- Unimos mediante una recta el punto  $P$  con un punto de la figura  $F_1$ , por ejemplo,  $A'$ . Medimos la distancia  $A'P$  y ubicamos el punto  $A''$  sobre la prolongación de  $A'P$ , de modo que  $A'P = A''P$ .
- Repetimos el procedimiento para los demás vértices de la figura  $F_1$ . El punto  $P(1; 3)$  es el centro de giro de  $R(P; 180^\circ)$  o el centro de simetría.



Recuerdan que un eje de simetría funciona como un espejo; en cambio, una reflexión, como es el caso del ejemplo 02 es equivalente a un giro espacial de  $180^\circ$  respecto al punto  $P(1; 3)$ . Para las actividades propuestas.

Enfatizan en que la simetría axial en el plano constituye un movimiento de la figura en relación con un eje determinado en él. En una simetría axial, a cada punto de la figura le corresponde otro punto del plano llamado imagen, que se construye tomando como referencia al eje y trazando un segmento que une un punto con su respectiva imagen y cuyo punto medio se encuentra en el eje.

Resaltan que, para determinar la ubicación del eje de simetría, se debe tener en cuenta que la distancia de un punto de la figura al eje de simetría debe ser igual a la distancia de la figura a su imagen; esto permitirá comprobar si una recta es el eje de simetría de dos figuras, así como también ubicar y graficar el eje de simetría. Esta aclaración les facilitará dar respuesta a las actividades propuestas.

Destacan el uso de la regla y el compás para encontrar una imagen simétrica a otra respecto a un eje. Por ejemplo, a partir de la gráfica de un triángulo  $ABC$ , trazamos una recta que pase por cada vértice del triángulo y que sea perpendicular al eje de simetría. Con la regla graduada o el

**DESARROLLO**

Procesamiento de la información

Aplicación de lo aprendido

Proposiciones  
Pizarra  
Plumones  
Computadoras  
Software  
Geogebra  
Proyector

	<p>compás, marcamos los puntos A', B' y C'; estos puntos deben estar a la misma distancia del eje de simetría al igual que los puntos ABC. Finalmente, unen los puntos hallados.</p>	
<p><b>CIERRE</b> Metacognición Evaluación</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Consolidan sus aprendizajes mencionando que el eje de simetría es una línea imaginaria que tiene la propiedad de dividir a una figura en dos partes iguales, cuyos puntos simétricos son equidistantes a dicho eje; es decir, se encuentra a la misma distancia de cualquier extremo de la figura.</li> <li>• Resuelven ejercicios complementarios:             <div style="border: 1px dashed blue; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Dados los puntos P (-4; 3), Q (-1; 1), R (3; -2), aplica una simetría axial con respecto al eje Y. Determina las coordenadas de su imagen en un plano cartesiano.</li> <li>2. Sea el triángulo cuyas coordenadas están dadas por los puntos M(5; 1), N (-2; 1) y S (-2; 5). Aplica una simetría axial con respecto al eje X. Determina las coordenadas de su imagen en un plano cartesiano.</li> </ol> </div> </li> </ul>	<p>Cuadernos</p>



**SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 01 - C**

**TRANSFORMACIONES EN EL PLANO: ROTACIÓN**

**I.- DATOS INFORMATIVOS:**

AREA: MATEMÁTICA		GRADO: Segundo de Secundaria
DOCENTE: Connie J. Contreras Joaquín	DURACIÓN: 02 HORAS	FECHA: 05 / 09 / 2017

**II. PROPÓSITO DE LA SESIÓN:**

Describe las transformaciones de un objeto en términos de combinar dos a dos rotaciones.

**III.- APRENDIZAJE ESPERADO:**

COMPETENCIA DEL ÁREA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS PRECISADOS	INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
Resuelve problemas de <b>forma, movimiento y localización</b> .	<p>Usa <b>estrategias y procedimientos</b> para medir y orientarse en el espacio.</p> <p><b>Comunica su comprensión</b> sobre las formas y relaciones geométricas.</p> <p><b>Modela objetos</b> con formas geométricas y sus transformaciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realiza composición de transformaciones de <b>rotar</b>, ampliar y reducir, en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.</li> <li>Describe las características de la composición de transformaciones geométricas de figuras.</li> <li>Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combinan transformaciones geométricas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Lista de cotejo</li> </ul>

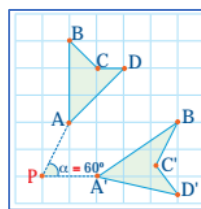
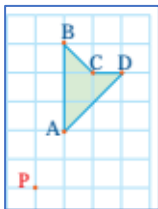
**IV.- SECUENCIA DIDÁCTICA:**

FASES	SECUENCIA DE LA ESTRATEGIA	Recursos/ Materiales
<p><b>INICIO</b></p> <p>Motivación</p> <p>Saberes Previos</p> <p>Conflicto Cognitivo</p>	<p>Observan un ppt donde los estudiantes observan las transformaciones en el plano: la rotación, traslación y simetría.</p> <p>Diseñan una figura geométrica al centro del papelote cuadriculado usando escuadras y transportador; aplican las transformaciones del plano que recuerdan.</p>	<p>Papelote, escuadra, transportados, figura geométrica.</p>

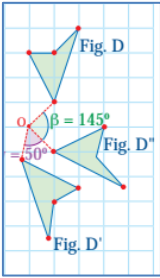
Observan el siguiente ejemplo 01:

**Ejemplo 01:** Mariana quiere diseñar un logo publicitario y quiere aplicar al cuadrilátero ABCD una rotación de  $-60^\circ$  con respecto al punto P. Describe los pasos que podría seguir Beatriz. Si aplica varias veces la rotación alrededor del punto P, ¿cuántos cuadriláteros podrá obtener?

- Unimos el punto A con el punto P (centro de giro).
- Medimos y marcamos el ángulo de  $60^\circ$  a partir del segmento PA en sentido horario por ser un ángulo de giro negativo.
- Medimos con un compás la distancia del segmento PA y la trasladamos hasta la marca del ángulo, de modo que  $m PA = m PA'$
- Repetimos el procedimiento para los otros vértices del cuadrilátero.
- Calculamos el número de cuadriláteros:  $360^\circ \div 60^\circ = 6$



Rpta. Beatriz podrá obtener 6 cuadriláteros.

<p><b>DESARROLLO</b> Procesamiento de la información Aplicación de lo aprendido</p>	<p>Mencionan la aplicación de la rotación o giro en diversas situaciones de la vida cotidiana, por ejemplo, al elaborar losetas, frisos, murales, etc. Responden las preguntas: Si se va aplicar una rotación de <math>-60^\circ</math>, ¿qué sentido tomará? (Horario). Resaltan como el punto P hace de referente fijo para determinar el ángulo, así como las medidas de los segmentos PA y PA'. Comprenden que el total de figura que se pueden replicar al girar <math>60^\circ</math>, responden ¿Cuántas veces <math>60^\circ</math> está contenido en <math>360^\circ</math>? (6 veces).</p> <p><b>Observan el Ejemplo 02:</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p><b>Ejemplo 02:</b> Aplica a la figura D una composición de giros <math>R_2(O; -145^\circ) \circ R_1(O; 50^\circ)</math> con respecto al punto O. Luego, analiza si es posible obtener el mismo resultado aplicando una sola rotación.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicamos la rotación <math>R_1(O; -145^\circ)</math> a la figura D y obtenemos la figura D'.</li> <li>• Aplicamos la rotación <math>R_2(O; 50^\circ)</math> a la figura D' y obtenemos la figura D''.</li> <li>• Analizamos el gráfico y concluimos que la figura final es el resultado de aplicar a la figura inicial una rotación cuyo ángulo de giro es la suma de los ángulos que intervienen en la composición. En este caso: <math>-145^\circ + 50^\circ = -95^\circ</math></li> </ul>  <p><i>Rpta. Se puede obtener el mismo resultado aplicando <math>R(O; -95^\circ)</math>.</i></p> </div> <p>Observan la notación de la rotación y sus elementos, comentan que en el ejemplo anterior P es el punto referente y <math>60^\circ</math> su ángulo de giro, lo que se representa como <math>R(P; -60^\circ)</math>. Interpretan la información <math>R_2(O; 50^\circ)</math> o <math>R_1(O; -145^\circ)</math>. Ubican en la representación y escuchan la explicación de la composición, aclarando que, en este caso son dos giros los que se aplican: uno con sentido horario y otro antihorario, de donde se genera una sola composición: <math>-145^\circ + 50^\circ = -95^\circ</math></p>	<p>Proposiciones Pizarra Plumones</p>
<p><b>CIERRE</b> Metacognición Evaluación</p>	<p>Refuerzan sus aprendizajes desarrollando actividades de refuerzo, aplican sus estrategias y responden: Para realizar una rotación o giro, ¿es determinante que la propuesta sea una figura? (No, pues el giro se puede aplicar sobre un punto, un segmento o una figura). Al trabajar giros sobre el plano cartesiano, ¿qué elementos toman mayor importancia? (El designar a los puntos sus respectivas coordenadas). Al aplicar rotación o giro, ¿solo puede tener dos composiciones o pueden ser varias? (Varias composiciones). Recuerdan lo aprendido en la clase.</p>	<p>Cuadernos</p>

**PRODUCTO:** Elaboran papelotes con figuras con composición de rotaciones.

## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 02 - C

### TRANSFORMACIONES EN EL PLANO: TRASLACIÓN

#### I.- DATOS INFORMATIVOS:

AREA: MATEMÁTICA		GRADO: Segundo de Secundaria
DOCENTE: Connie J. Contreras Joaquín	DURACIÓN: 02 HORAS	FECHA: 06 / 09 / 2017


#### II. PROPÓSITO DE LA SESIÓN:

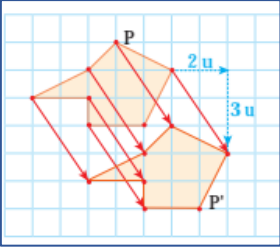
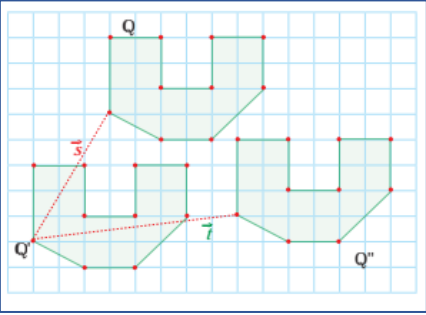
Describe las transformaciones de un objeto en términos de combinar dos a dos traslaciones.

#### III.- APRENDIZAJE ESPERADO:

COMPETENCIA DEL ÁREA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS PRECISADOS	INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
Resuelve problemas de <b>forma, movimiento y localización.</b>	<p><b>Comunica su comprensión</b> sobre las formas y relaciones geométricas.</p> <p><b>Modela objetos</b> con formas geométricas y sus transformaciones.</p> <p><b>Usa estrategias y procedimientos</b> para medir y orientarse en el espacio.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Describe las características de la composición de transformaciones geométricas de figuras.</li> <li>• Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combinan transformaciones geométricas.</li> <li>• Realiza composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir, en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Lista de cotejo</li> </ul>

#### IV.- SECUENCIA DIDÁCTICA:

FASES	SECUENCIA DE LA ESTRATEGIA	Recursos/ Materiales
<p><b>INICIO</b></p> <p>Motivación</p> <p>Saberes Previos</p> <p>Conflicto</p> <p>Cognitivo</p>	<p>Observan la imagen de la ciudad de Chan Chan para realizar el estudio de traslaciones. Observan la representación de la base y responden: ¿Identifican la existencia de un patrón? (Sí, el espiral). ¿Habrá sido necesario elaborar una plantilla para cada espiral? (No, se ha realizado una traslación). Comentan que para la elaboración se ha utilizado una sola plantilla o una misma figura y que las otras son producto de una repetición de la imagen siguiendo una misma dirección; esto se expresa con un vector que muestra el sentido a seguir.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Comentan el uso de los vectores en el momento de hacer traslaciones. Escuchan y observan que el vector es similar a una flecha con sentido y dirección. Representan un vector sobre la pizarra y destacan la diferencia entre dirección, sentido, origen y extremo final.</p> <p>Escuchan la explicación con ejemplos la representación simbólica de <math>\vec{v} = (4; -3)</math>. Se apoyan del plano cartesiano para asegurar la comprensión. Notan que el primer elemento del par ordenado es positivo, lo cual indica que 4 cuadraditos se deben desplazar hacia la derecha.</p> <p>Asimismo, resaltan que el segundo elemento es negativo, lo cual indica que 3 cuadraditos se deben desplazar hacia abajo. Comprueban sus aprendizajes.</p> <p>Ubican el punto (3; 5) sobre el plano cartesiano y lo trasladan según el vector <math>\vec{v} = (2; 6)</math>. Validan sus respuestas mientras son monitoreados en sus procesos. Concluyen respondiendo: ¿En dirección a qué eje</p>	<p>Papelote,</p> <p>escuadra,</p> <p>transportados,</p> <p>figura</p> <p>geométrica.</p>

	<p>se desplaza el valor 2? ¿Y en qué sentido? (En dirección al eje X; hacia la derecha). ¿En dirección a qué eje se desplaza el valor 6? ¿Y en qué sentido? (En dirección al eje Y; hacia arriba).</p>	
<p><b>DESARROLLO</b> Procesamiento de la información</p> <p>Aplicación de lo aprendido</p>	<p>Escuchan que la traslación en un plano cartesiano se inicia con la gráfica de una figura geométrica cualquiera. En ella, se ubican los puntos correspondientes, que son pares ordenados y, luego, se realiza la traslación según el vector guía que se pida. Así se obtiene una nueva figura igual a la anterior, pero ubicada en diferente posición respecto a la primera. Dibujan un polígono cuyos puntos están dado por las coordenadas A(-5; 2), B(-2; 3), C(-3; 6), D(-6; 7) y E(-8; 4). Realizan la traslación según el vector <math>\vec{v} = (6; 4)</math>. La nueva figura quedará ubicada según las coordenadas de los puntos de la siguiente manera: A'(1; 6), B'(4; 7), C'(3; 10), D '(0; 11) y E'(-2; 8). Refuerzan el aprendizaje con el análisis de los siguientes ejemplos:</p> <div style="border: 1px solid blue; border-radius: 20px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p><b>Ejemplo 01:</b> Aplica al polígono P una traslación según el vector <math>\vec{v} (2; -3)</math>. Luego, describe la figura resultante. • Reconocemos que los signos de las coordenadas del vector indican el sentido de desplazamiento. Por lo tanto, desplazaremos 2 unidades hacia la derecha y 3 unidades hacia abajo de cada vértice del polígono. • Comprobamos que cada lado del polígono P' tiene igual medida que el lado correspondiente del polígono P. Lo mismo ocurre con las medidas de los ángulos correspondientes. Podemos afirmar que los polígonos P y P' son congruentes.</p>  </div> <div style="border: 1px solid blue; border-radius: 20px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p><b>Ejemplo 02:</b> Aplica al polígono Q una composición de traslaciones <math>\vec{t} (8;1) \circ \vec{s} (-3; -5)</math>. ¿Es posible obtener el mismo resultado aplicando una sola traslación? • Trasladamos el polígono Q según el vector de traslación <math>\vec{s} (-3; -5)</math> y obtenemos el polígono Q'. • Trasladamos el polígono Q' según el vector de traslación <math>\vec{t} (8; 1)</math> y obtenemos el polígono Q''. • Observamos que el polígono final es el resultado de aplicar una traslación cuyo vector de traslación <math>\vec{u}</math> es la suma de los vectores que intervienen en la traslación. En este caso, <math>\vec{u} = \vec{s} + \vec{t}</math>. Se puede obtener el mismo resultado aplicando el vector <math>\vec{u} (5; -4)</math>.</p>  </div> <p>• Los estudiantes dan su punto de vista acerca de este tema.</p>	<p>Proposiciones Pizarra Plumones</p>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• En la composición de vectores, resaltan que si estos están representados por <math>\vec{a} = (a_1, a_2)</math> y <math>\vec{b} = (b_1, b_2)</math>, su suma estará representada por <math>\vec{a} + \vec{b}</math> cuyos componentes serán <math>(a_1 + b_1)</math> y <math>(a_2 + b_2)</math>, es decir, <math>\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2)</math>.</li> <li>• Utilizan esta estrategia durante el desarrollo de las actividades propuestas.</li> <li>• Enuncian la importancia de la simetría axial y sus diferencias con la traslación de figuras en un plano cartesiano.</li> <li>• Comunican que la simetría axial se presenta alrededor de un eje cuando los puntos de una figura geométrica guardan igual distancia que otra respecto a dicho eje.</li> <li>• Reconocen que estas diferencias les facilitará el desarrollo de las actividades propuestas. Dejan en claro que dentro de las traslaciones de figuras en un no cartesiano se debe tener en cuenta el sentido de dichas traslaciones, es decir, si se realizan a la derecha o a la izquierda. Mencionan que en la dirección horizontal se produce un cambio en el eje X, mientras el eje Y se mantiene igual. En cambio si la traslación se realiza en la dirección vertical, se produce un cambio en el eje Y, mientras el eje X se mantiene igual.</li> <li>• Se apoyan de esta propiedad para desarrollar las actividades propuestas. Recordando previamente que una traslación de figuras geométricas en un plano cartesiano es el movimiento que se hace al deslizar una figura en línea recta manteniendo su forma y tamaño.</li> </ul>	
<p><b>CIERRE</b> Metacognición Evaluación</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Refuerzan expresando la importancia de aplicar la traslación en diversas situaciones de la vida cotidiana.</li> <li>• Mencionan que la traslación consiste en cambiar de posición una figura teniendo en cuenta la distancia, la dirección, el sentido y el vector guía.</li> <li>• Concluyen que, en una traslación, no cambia la forma, el tamaño ni la orientación de la figura.</li> </ul>	Cuadernos

**PRODUCTO:** Aplicación mediante traslaciones.

## SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 03 - C

### TRANSFORMACIONES EN EL PLANO: SIMETRÍA

#### I.- DATOS INFORMATIVOS:

AREA: MATEMÁTICA		GRADO: Segundo de Secundaria
DOCENTE: Connie J. Contreras Joaquín	DURACIÓN: 02 HORAS	FECHA: 07 / 09 / 2017

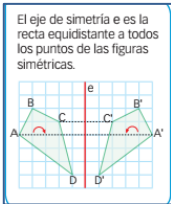
#### II. PROPÓSITO DE LA SESIÓN:

Describe las transformaciones de un objeto en términos de combinar dos a dos simetrías.

#### III.- APRENDIZAJE ESPERADO:

COMPETENCIA DEL ÁREA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS PRECISADOS	INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN
Resuelve problemas de <b>forma, movimiento y localización.</b>	<p><b>Comunica su comprensión</b> sobre las formas y relaciones geométricas.</p> <p><b>Argumenta afirmaciones</b> sobre relaciones geométricas.</p> <p><b>Usa estrategias y procedimientos</b> para medir y orientarse en el espacio.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Describe las características de la composición de transformaciones geométricas de figuras.</li> <li>• Explica las transformaciones respecto a una línea o un punto en el plano de coordenadas por medio de trazos.</li> <li>• Realiza composición de transformaciones de rotar, ampliar y reducir, en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Lista de cotejo</li> </ul>

#### IV.- SECUENCIA DIDÁCTICA:

FASES	SECUENCIA DE LA ESTRATEGIA	Recursos/Materiales
<b>INICIO</b> Motivación Saberes Previos Conflicto Cognitivo	<p>Observan diversas figuras, como, por ejemplo, de una mariposa, una flor, la silueta de un hombre, una manzana, una hoja de alguna planta, etc.</p> <p>Responden las siguientes preguntas: Si solo se tiene la mitad de estas figuras, ¿se puede dibujar la otra mitad? (Sí, mediante una copia y guiándonos por un eje de referencia llamado eje axial). Comente sobre la aplicación de la reflexión y la simetría axial en diversas situaciones de contexto, como en la elaboración de vitrales, pinturas, edificaciones; en la confección de prendas de vestir; en la fabricación de juguetes, vajillas, etc. Exploran la siguiente información:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>Una <b>simetría axial</b> respecto a una recta es un movimiento que asocia a cada punto P de una figura otro punto P', de modo que el segmento PP' es perpendicular a la recta <math>\ell</math>. Además, la recta <math>\ell</math> pasa por el punto medio del segmento PP'.</p> <p>Una <b>simetría central o respecto a un punto</b> es un proceso que consiste en aplicar a una figura una rotación de 180°. La figura conserva su tamaño y forma, pero no su orientación.</p> </div>  <p>Responden a las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué es una simetría? (Es la relación de igualdad entre dos figuras en la cual una corresponde a la otra como si fuera el reflejo de un espejo. En geometría, la simetría está asociada a transformaciones geométricas tales como rotaciones, reflexiones o traslaciones).</li> <li>• ¿Qué características tiene una figura simétrica con respecto a otra? (Una figura simétrica con respecto a otra debe presentar el mismo tamaño, forma y posición).</li> <li>• ¿Qué es la simetría axial? (Es aquella que se da a partir de un giro sobre un eje).</li> <li>• ¿Qué características debe tener un eje de simetría? (Puede estar en cualquier dirección, no necesariamente siempre es vertical u horizontal).</li> <li>• ¿Qué es la simetría central? (Es aquella que se da a partir de un punto llamado centro de simetría. En una simetría central, todos los puntos se denominan puntos homólogos porque se encuentran a la misma distancia del punto simétrico, pero en dirección opuesta).</li> <li>• ¿Qué característica tienen dos figuras simétricas respecto a un punto central? (Al observarlas desde cualquier punto, se ven iguales).</li> </ul>	Papelote, escuadra, transportados, figura geométrica.

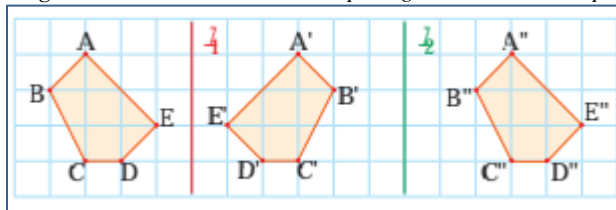
- ¿Qué es la composición de dos simetrías? (Es la aplicación consecutiva de una simetría sobre la imagen obtenida al aplicar una primera simetría).

Analizan el **ejemplo 01** para dejar en claro los procesos al aplicar la simetría central.

### Ejemplo 01:

Halla el simétrico del pentágono  $ABCDE$  respecto a las rectas  $l_1$  y  $l_2$ .

- Dibujamos el pentágono  $A'B'C'D'E'$  simétrico al pentágono  $ABCDE$  respecto al eje  $l_1$ .
- Dibujamos el pentágono  $A''B''C''D''E''$  simétrico al pentágono  $A'B'C'D'E'$  respecto al eje  $l_2$ .



Notan que, al aplicar la simetría central al polígono, se ha obtenido otro polígono congruente al primero, pero con otra orientación.

Resaltan la importancia del punto  $P$  como centro de simetría y la generación de otros puntos, por ejemplo,  $A''$ . Observan que  $A'$  y  $A''$  son puntos correspondientes llamados también puntos homólogos.

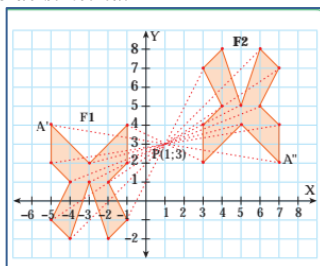
Expresan que el polígono  $F_1$  ha rotado  $180^\circ$  teniendo como referente a  $P(1; 3)$ .

Comparan con el **ejemplo 02**; mencionan que en este caso se da una simetría axial, ya que la recta divide a la figura en dos figuras congruentes.

### Ejemplo 02:

Halla el simétrico de la figura  $F_1$  respecto al punto  $P(1; 3)$ .

- Unimos mediante una recta el punto  $P$  con un punto de la figura  $F_1$ , por ejemplo,  $A'$ . Medimos la distancia  $A'P$  y ubicamos el punto  $A''$  sobre la prolongación de  $A'P$ , de modo que  $A'P = A''P$ .
- Repetimos el procedimiento para los demás vértices de la figura  $F_1$ . El punto  $P(1; 3)$  es el centro de giro de  $R(P; 180^\circ)$  o el centro de simetría.



Recuerdan que un eje de simetría funciona como un espejo; en cambio, una reflexión, como es el caso del ejemplo 02 es equivalente a un giro espacial de  $180^\circ$  respecto al punto  $P(1; 3)$ . Para las actividades propuestas.

Enfatizan en que la simetría axial en el plano constituye un movimiento de la figura en relación con un eje determinado en él. En una simetría axial, a cada punto de la figura le corresponde otro punto del plano llamado imagen, que se construye tomando como referencia al eje y trazando un segmento que une un punto con su respectiva imagen y cuyo punto medio se encuentra en el eje.

Resaltan que, para determinar la ubicación del eje de simetría, se debe tener en cuenta que la distancia de un punto de la figura al eje de simetría debe ser igual a la distancia de la figura a su imagen; esto permitirá comprobar si una recta es el eje de simetría de dos figuras, así como también ubicar y graficar el eje de simetría. Esta aclaración les facilitará dar respuesta a las actividades propuestas.

Destacan el uso de la regla y el compás para encontrar una imagen simétrica a otra respecto a un eje. Por ejemplo, a partir de la gráfica de un triángulo  $ABC$ , trazamos una recta que pase por cada vértice del triángulo y que sea perpendicular al eje de simetría. Con la regla graduada o el

## DESARROLLO

Procesamiento de la información

Aplicación de lo aprendido

Proposiciones  
Pizarra  
Plumones



	compás, marcamos los puntos A', B' y C'; estos puntos deben estar a la misma distancia del eje de simetría al igual que los puntos ABC. Finalmente, unen los puntos hallados.	
<b>CIERRE</b> Metacognición Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Consolidan sus aprendizajes mencionando que el eje de simetría es una línea imaginaria que tiene la propiedad de dividir a una figura en dos partes iguales, cuyos puntos simétricos son equidistantes a dicho eje; es decir, se encuentra a la misma distancia de cualquier extremo de la figura.</li> <li>• Resuelven ejercicios complementarios:             <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Dados los puntos P (-4; 3), Q (-1; 1), R (3; -2), aplica una simetría axial con respecto al eje Y. Determina las coordenadas de su imagen en un plano cartesiano.</li> <li>2. Sea el triángulo cuyas coordenadas están dadas por los puntos M(5; 1), N (-2; 1) y S (-2; 5). Aplica una simetría axial con respecto al eje X. Determina las coordenadas de su imagen en un plano cartesiano.</li> </ol> </div> </li> </ul>	Cuadernos

**PRODUCTO:** Aplicación mediante simetrías.

## Apéndice C. Instrumento



Institución Educativa Parroquial  
"MONSEÑOR MARCOS LIBARONI"



### PRE- POST-PRUEBA

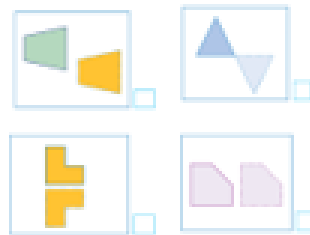
Apellidos y Nombres: \_\_\_\_\_

Grado: Segundo Grado de Secundaria Grupo: \_\_\_\_\_ Profesora: Connie J. Contreras J.

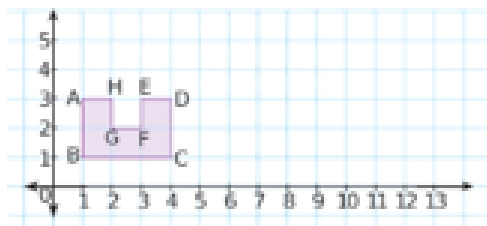
#### TRANSFORMACIONES EN EL PLANO: TRASLACIÓN

**Desempeño:** Describe las características de la composición de traslaciones geométricas de figuras.

1. Marca con un  los gráficos que muestran una traslación:

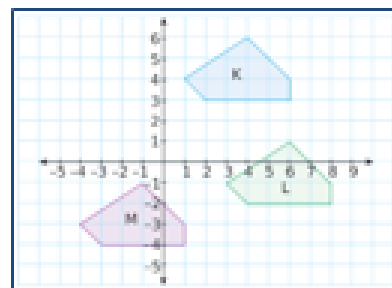


2. Aplica a los polígonos una traslación según el vector que se indica:  $\vec{v} (4, -2)$



**Desempeño:** Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combinan traslaciones geométricas.

3. Karina, Laura y Mirta representaron en el plano los polígonos que se muestran con las iniciales de sus nombres. ¿Cuál es el vector de traslación que se debe aplicar al polígono de Laura para que llegue a la ubicación del polígono de Mirta?

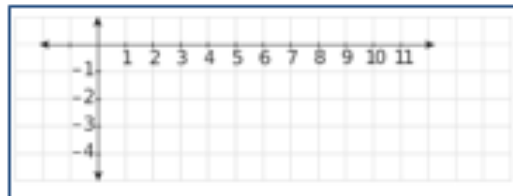


\_\_\_\_\_

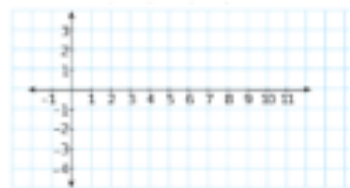
4. ¿Cuál es el vector de traslación que se debe aplicar al polígono de Laura para que llegue a la ubicación del polígono de Mirta? \_\_\_\_\_

**Desempeño:** Realiza composición de transformaciones de trasladar en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.

5. Ubica el punto  $M(4;-2)$  y luego aplica la composición de traslaciones  $\vec{t}(3;-1)$  o  $\vec{u}(-5;2)$ .



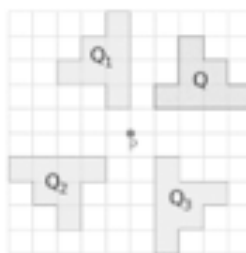
6. Dibuja el triángulo ABC tal que  $A(1;-1)$ ,  $B(3;3)$  y  $C(5;1)$ . Luego aplica la composición de traslaciones  $\vec{v}(3;-3)$  o  $\vec{w}(-5;1)$



#### TRANSFORMACIONES EN EL PLANO: ROTACIÓN

• **Desempeño:** Describe y aplica las características de la composición de rotaciones de figuras.

7. Determina la rotación que se le aplicó en cada caso al polígono Q con respecto al punto P.

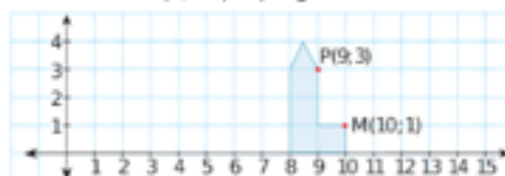


$Q_1$  \_\_\_\_\_

$Q_2$  \_\_\_\_\_

$Q_3$  \_\_\_\_\_

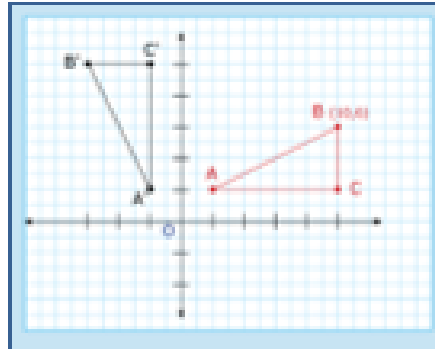
8. Aplica la rotación  $R(P,90^\circ)$  al polígono. ¿Cuáles son las nuevas coordenadas del punto M?



Las coordenadas finales son .....

**Desempeño:** Realiza composición de transformaciones de rotar en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.

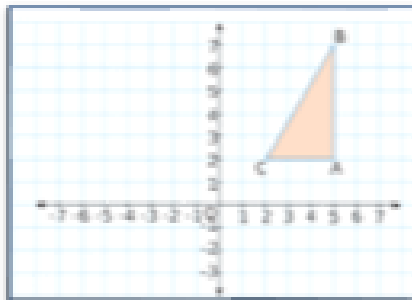
9. Se tienen las coordenadas de un triángulo ABC y su respectiva rotación en O. Tomando en cuenta el triángulo ABC, ¿cómo representarías una composición de giros hasta llegar a la posición A'B'C'?



- A) Composición de giros:  $30^\circ$  y luego  $65^\circ$  con respecto al origen en sentido antihorario.  
 B) Composición de giros:  $45^\circ$  y luego  $60^\circ$  con respecto al origen en sentido antihorario.  
 C) Composición de giros:  $30^\circ$  y luego  $45^\circ$  con respecto al origen en sentido antihorario.  
 D) Composición de giros:  $45^\circ$  y luego  $45^\circ$  con respecto al origen en sentido antihorario.

**Desempeño:** Plantea relaciones geométricas en situaciones artísticas y las expresa en un modelo que combinen rotaciones geométricas.

10. Para un trabajo artístico, Alexis presentará diferentes posiciones del polígono ABC. Si aplica la composición de giros  $R_2(O; 45^\circ)$  o  $R_1(O; 45^\circ)$  con respecto al origen ¿cuáles serán las nuevas coordenadas del punto A? ¿Y del punto B?



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

11. ¿Qué rotación debe aplicar Iván para que las coordenadas del punto C' sean (-2; 2)?

\_\_\_\_\_

12. ¿Qué rotación debe aplicar Iván para que las coordenadas del punto C' sean (1; -2)?

\_\_\_\_\_

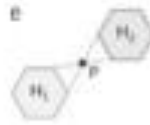
### TRANSFORMACIONES EN EL PLANO: SIMETRÍAS

**Desempeño:** Describe las características de la composición de simetrías geométricas de figuras.

13. Escribe V (verdadero) o F (falso) según corresponda:
- En una simetría cada punto de la figura y su correspondiente en el simétrico son equidistantes de un eje. ( )
  - Las figuras A y B son simétricas respecto del eje l ( )



- EL polígono  $H_2$ , corresponde a una simetría central del polígono  $H_1$ . ( )



14. Traza el simétrico del hexágono JKLMNÑ respecto al punto B



**Desempeño:** • Explica las simetrías respecto a una línea o un punto en el plano de coordenadas por medio de trazos.

15. Traza el eje de simetría en cada caso. Luego, explica cómo lo hiciste.




---



---



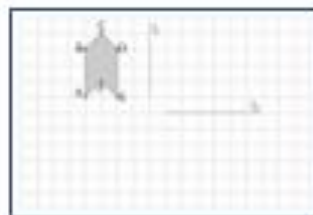
---

16. Traza el eje de simetría y la figura simétrica del polígono respecto al punto C.



**Desempeño:** Realice composición de simetrías en un plano cartesiano o cuadrícula al resolver problemas, con recursos gráficos y otros.

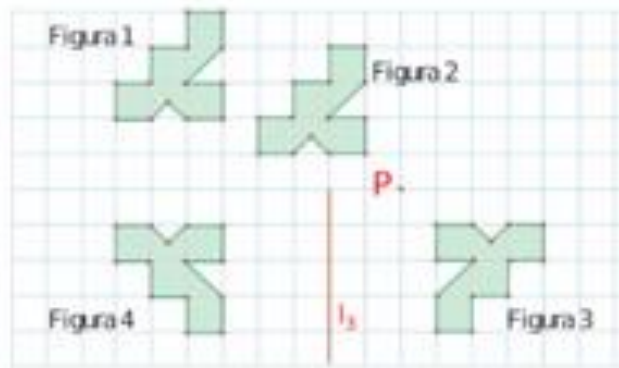
17. Halla el simétrico del hexágono ABCDEF respecto a las rectas  $l_1$  y  $l_2$ .



18. Halla el simétrico del triángulo GHI respecto al punto A.



Describe las transformaciones en el plano que se han aplicado en cada caso. Justifica.



19. Figura 2 en relación con la figura 1: \_\_\_\_\_
20. Figura 3 en relación con la figura 2: \_\_\_\_\_

## Apéndice D. Ficha técnica del instrumento

### Prueba de transformaciones en el plano

#### Ficha Técnica

<b>Nombre</b>	Prueba de transformaciones en el plano																						
<b>Autor</b>	Contreras (2017)																						
<b>Administración</b>	Individual y colectiva																						
<b>Duración</b>	45 minutos aproximadamente																						
<b>Aplicación</b>	Estudiantes del 2° grado de secundaria																						
<b>Significación</b>	Evalúa nivel de aprendizaje de transformaciones en el plano																						
<b>Descripción</b>	<p>La prueba está compuesta de 20 ítems con respuestas de opción múltiple y completamiento de oraciones. Las dimensiones son:</p> <p>Traslación: 6 ítems</p> <p>Rotación: 6 ítems</p> <p>Simetría: 8 ítems</p>																						
<b>Calificación</b>	La calificación se realiza asignando un valor igual a la unidad (1) por respuesta correcta y cero (0) si es incorrecto																						
<b>Validez</b>	De contenido. Aplicable según juicio de expertos																						
<b>Confiabilidad</b>	Confiabilidad Alta: KR20=0,825																						
<b>Baremo</b>	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Inicio</th> <th>Proceso</th> <th>Logrado</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Traslación</td> <td>0 – 2</td> <td>3 – 4</td> <td>5 – 6</td> </tr> <tr> <td>Rotación</td> <td>0 – 2</td> <td>3 – 4</td> <td>5 – 6</td> </tr> <tr> <td>Simetría</td> <td>0 – 2</td> <td>3 – 5</td> <td>6 – 8</td> </tr> <tr> <td>Aprendizaje de Transformaciones en el plano</td> <td>0 – 6</td> <td>7 – 13</td> <td>14 – 20</td> </tr> </tbody> </table>				Inicio	Proceso	Logrado	Traslación	0 – 2	3 – 4	5 – 6	Rotación	0 – 2	3 – 4	5 – 6	Simetría	0 – 2	3 – 5	6 – 8	Aprendizaje de Transformaciones en el plano	0 – 6	7 – 13	14 – 20
	Inicio	Proceso	Logrado																				
Traslación	0 – 2	3 – 4	5 – 6																				
Rotación	0 – 2	3 – 4	5 – 6																				
Simetría	0 – 2	3 – 5	6 – 8																				
Aprendizaje de Transformaciones en el plano	0 – 6	7 – 13	14 – 20																				

## Apéndice E. Certificado de validez



**UNIVERSIDAD "CESAR VALLEJO"**  
**ESCUELA DE POST GRADO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA**

**MENCIÓN EN GESTIÓN Y DOCENCIA EDUCATIVA**

**I. DATOS GENERALES:**

- 1.1 Apellidos y nombres del experto: Carlos Rivas Orbeño
- 1.2 Cargo o institución donde labora: U.C.V.
- 1.3 Nombre del instrumento

Titulo del proyecto: Efectos del Uso de Geografía en Rend. Acad. Matemática

**VALIDACION DE INSTRUMENTOS**

CRITERIOS	INDICADORES	DEFICIENCIA NTE 20 - 10	REGULAR 24 - 40	BUENO 41 - 46	MUY BUENO 61 - 80	EXCELENTE E 81 - 100
1. Claridad	Esta formulado con un lenguaje apropiado.					/
2. Objetividad	Esta formulado de acuerdo a las hipótesis planteadas.					/
3. Actualidad	Adecuada al avance de la ciencia y calidad del instrumento					/
4. Organización	Existe una organización lógica					/
5. Suficiencia	Comprende aspectos de calidad y calidad del instrumento					/
6. Internacional	Está de acuerdo para la validar las variables de la hipótesis					/
7. Consistencia	Está basado en fundamentos teóricos y/o científicos.					/
8. Coherencia	Existe coherencia entre variables, dimensiones e indicadores					/



9. Metodología	La estrategia responde al propósito de las hipótesis					✓
10. Pertinencia	El instrumento es útil para presentar la investigación.					✓

II. OPINION DE APLICABILIDAD: *Aplicable*

III. PROMEDIO DE VALORACION: *70%*

FECHA: ...../...../.....

*[Signature]*  
 .....  
 FIRMA DEL EXPERTO  
 INFORMANTE  
 DNI. N°... *02808431*

 **UCV**  
 UNIVERSIDAD  
 CARRANZA  
 ESCUELA DE  
 POSGRADO  
 INVESTIGACION  
*Dr. Carlos E. Ruiz Ortegoso, Msc.*  
 CATEDRÁTICO DE METODOLOGÍA  
 DE INVESTIGACIÓN



**UNIVERSIDAD "CESAR VALLEJO"**  
**ESCUELA DE POST GRADO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA**

**MENCIÓN EN GESTIÓN Y DOCENCIA EDUCATIVA**

**I. DATOS GENERALES:**

1.1 Apellidos y nombres del experto: *Dra. Jorgina R. Solís León*

1.2 Cargo o institución donde labora: *Docente UCV*

1.3 Nombre del instrumento

Título del proyecto: *Efectos de la aplicación del Software Geobitars en el mejoramiento del Rendimiento Académico del...*

**VALIDACION DE INSTRUMENTOS**

CRITERIOS	INDICADORES	DEFICIENCIEN TE 20 - 10	REGULAR 24 - 40	BUENO 41 - 46	MUY BUENO 61 - 80	EXCELENTE 81 - 100
1. Claridad	Esta formulado con un lenguaje apropiado.					✓
2. Objetividad	Esta formulado de acuerdo a las hipótesis planteadas.					✓
3. Actualidad	Adecuada al avance de la ciencia y calidad del instrumento					✗
4. Organización	Existe una organización lógica					✓
5. Suficiencia	Comprende aspectos de calidad y calidad del instrumento					✓
6. Internacional	Está de acuerdo para la validar las variables de la hipótesis				✗	
7. Consistencia	Está basado en fundamentos teóricos y/o científicos.					✓
8. Coherencia	Existe coherencia entre variables, dimensiones e indicadores					✓

<b>9. Metodología</b>	La estrategia responde al propósito de las hipótesis					X
<b>10. Pertinencia</b>	El instrumento es útil para presentar la investigación.				X	

**II. OPINION DE APLICABILIDAD:**

..... *Aplicable* .....

.....

**III. PROMEDIO DE VALORACION:**

FECHA: *01.06.2011*



.....  
**FIRMA DEL EXPERTO  
 INFORMANTE**  
 DNI. N° *07069346*



**UNIVERSIDAD "CESAR VALLEJO"  
ESCUELA DE POST GRADO  
PROGRAMA DE MAESTRÍA**

**MENCIÓN EN GESTIÓN Y DOCENCIA EDUCATIVA**

**I. DATOS GENERALES:**

- 1.1 Apellidos y nombres del experto:  
..... *Delegado Castillo, Gisela Yovine* .....
- 1.2 Cargo o institución donde labora:  
..... *Docente - UCV - U.FGV. - INPPARQJ* .....
- 1.3 Nombre del instrumento  
.....

Título del proyecto: **EFFECTOS DE LA APLICACIÓN DEL SOFTWARE "GEOGEBRA" EN EL MEJORAMIENTO DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO DEL ÁREA DE MATEMÁTICA DE LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA PARROQUIAL MONSEÑOR MARCOS LIBARDONI DE LA UGEL 03 - LA VICTORIA - LIMA - 2011**

**VALIDACION DE INSTRUMENTOS**

CRITERIOS	INDICADORES	DEFICIEN TE 20 - 10	REGULAR 24 - 40	BUENO 41 - 46	MUY BUENO 61 - 80	EXCELENTE 81 - 100
1. Claridad	Esta formulado con un lenguaje apropiado.				✓	
2. Objetividad	Esta formulado de acuerdo a las hipótesis planteadas.				✓	
3. Actualidad	Adecuada al avance de la ciencia y calidad del instrumento				✓	
4. Organización	Existe una organización lógica				✓	
5. Suficiencia	Comprende aspectos de calidad y calidad del instrumento				✓	
6. Internacional	Está de acuerdo para la validar las variables de la hipótesis			✓		
7. Consistencia	Está basado en fundamentos teóricos y/o científicos.			✓		

<b>8. Coherencia</b>	Existe coherencia entre variables, dimensiones e indicadores				✓	
<b>9. Metodología</b>	La estrategia responde al propósito de las hipótesis				✓	
<b>10. Pertinencia</b>	El instrumento es útil para presentar la investigación.				✓	

**II. OPINION DE APLICABILIDAD:**

De Acuerdo a la metodología de investigación.

**III. PROMEDIO DE VALORACION:**

90%

FECHA: 12/06/2011

Sis. Ill. Delgado Cast. H.

FIRMA DEL EXPERTO  
INFORMANTE  
DNI. N° 2.582.8641

## Apéndice F. Constancia de autorización

C. E. P.  
**MONSEÑOR. MARCOS LIBARDONI**  
 JR. 3 DE FEBRERO N° 1073  
 URBANIZACIÓN APOLO – LA VICTORIA  
 TELÉFONO 4748123

“AÑO DEL BUEN SERVICIO AL CIUDADANO”

### CONSTANCIA DE AUTORIZACIÓN

LA DIRECTORA DEL CENTRO EDUCATIVO PARROQUIAL MONSEÑOR MARCOS LIBARDONI DE LA JURISDICCIÓN DE LA UNIDAD DE GESTIÓN EDUCATIVA N° 03, QUIEN SUSCRIBE:

HACE CONSTAR:

Que, Doña: CONNIE JACKELINE CONTRERAS JOAQUÍN; identificada con DNI Nro. 07313207 está autorizada para desarrollar las sesiones de aprendizaje y aplicar los cuestionarios correspondientes a su tema de investigación a los estudiantes de Segundo Grado A y B de Secundaria, que serán aplicados para su investigación y obtención del grado académico de Maestría.

Se expide la presente constancia a solicitud de la parte interesada para los fines que estime conveniente.

La Victoria, 12 de setiembre del 2017


  
 Sor Carmen Figueroa Balarezo  
 DIRECTORA

## Apéndice G. Artículo científico



### Aplicación de GeoGebra para mejorar el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario, Lima 2017

**Connie Jackeline Contreras Joaquín**

[cjcontrerasj@yahoo.com](mailto:cjcontrerasj@yahoo.com)

**Escuela de Posgrado  
Universidad César Vallejo Filial Lima**

#### Resumen

La investigación tuvo como objetivo demostrar que la aplicación de GeoGebra permite mejorar el nivel de aprendizaje en transformaciones en el plano por parte de estudiantes del nivel de educación secundaria. La investigación fue de tipo aplicado y diseño cuasiexperimental. La muestra estuvo conformada por 40 estudiantes del segundo grado del nivel secundario de la I.E.P. Monseñor Marcos Libardoni – La Victoria, los cuales se encontraban divididos en dos secciones con 20 participantes en cada una; los que finalmente conformaron los grupos de control y experimental. La técnica utilizada fue la encuesta y el instrumento fue la prueba de transformaciones en el plano, la cual fue validada mediante el juicio de expertos y determinados su confiabilidad mediante el coeficiente KR20 (0.825). Las hipótesis fueron comprobadas mediante la U de Mann Whitney. Los resultados hacen concluir que la aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017. Antes de aplicarse el GeoGebra, no existen diferencias significativas ( $U=178,500$  y un  $p=0,557$ ), en el nivel de aprendizaje de transformaciones en el plano entre el grupo de control y experimental; no obstante, después de aplicar el GeoGebra si existen diferencias significativas ( $U=77,500$  y un  $p=0,001$ ), ya que los estudiantes del grupo experimental incrementaron significativamente su nivel de aprendizaje de transformaciones en el plano.

Palabras claves: Software GeoGebra, aprendizaje, transformaciones en el plano

#### Abstract

The research had as a principal purpose to demonstrate that "GeoGebra's Application" allows for improving the learning level in the transformations in the plane by the students from secondary level. The research was of applied type and quasi-experimental designs (QEDs). The sample was conformed by 40 students from second grade of secondary level of Monseñor Marcos Libardoni School - La Victoria, students who were divided in two sections with twenty participants in each one; who finally conformed the control and experimental groups. The technique used was the survey and the instrument was the "transformations in the plane" test, which validated based on expert judgement and determined its reliability through the coefficient KR20 (0.825). The hypotheses were verified by means of the Mann Whitney U test. The results had concluded that improves the learning of transformations in the plane, by

the students from secondary level of Monseñor Marcos Libardoni school, Lima 2017. Before the “GeoGebra’s application”, doesn’t exist significant differences ( $U=178,500$  and a  $p=0,557$ ), in the learning level of transformations in the plane between the control and experimental group, even so, after the “GeoGebra’s application” exist significant differences ( $U=77,500$  and a  $p=0,001$ ), because, the students of the experimental group increase significantly their learning level of transformations in the plane.

Key words: GeoGebra Software, learning, transformations in the plane

### Introducción

La enseñanza de geometría es un aspecto de la matemática en las que hay más discrepancia entre matemáticos y educadores, no solamente en aquellos relacionados a sus objetivos y contenidos sino también en aquellos aspectos metodológicos que involucran su enseñanza. Los puntos que fundamentan esta discrepancia se refiere a la concepción que la geometría es una rama de la matemática más vinculada a la intuición y la realidad y enfocada hacia el entendimiento de la matemática en sí. Por otra lado, la geometría desde el punto de vista disciplinar se apoya en procesos extensos de formalización cuyo desarrollo data desde hace dos siglos ampliando cada vez más sus niveles de rigor, abstracción y generalidad (García y Lopez, 2008).

Las evaluaciones realizadas acerca de la competencia matemática en los estudiantes son políticas vigentes en diversos países del mundo. Una de estas evaluaciones es la prueba del Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos (PISA) realizada por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), que entre sus últimos reportes (PISA 2016), revelan que ciertamente existen progresos en aprendizajes en matemática, sin embargo, la brecha que existe entre los resultados que se obtienen con los que se esperan es aún considerable, con 30 países por encima del promedio y 40 por debajo. Argentina que es el primero a nivel latinoamericano, ocupa el puesto 42 en el mundo; el Perú ocupa el puesto 62 de 70 países y a solo dos puntos por encima de Brasil que ocupa el último lugar.

Por otro lado, la prueba Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE) realizado por la Oficina Regional de Educación de la para América Latina y el Caribe adscrita a la Organización de las Naciones Unidas para la Educación la Ciencia y la Cultura (OREALC-UNESCO, 2015), indica que casi todos los países de Latinoamérica y el Caribe (salvo Nuevo León) se encuentran por debajo de la media de países en lo referente a la evaluación de matemática. El Perú se encuentra en el puesto 4 de 16 países participantes. Los últimos lugares lo ocupan Argentina y Brasil.

En el Perú se realiza desde algunos años la prueba ECE, cuyos resultados para el año 2016 aun resultan ser preocupantes en lo al área de matemática se refiere ya que solo el 34,1% de estudiantes ha obtenido aprendizajes esperados para el III ciclo.

En una prueba diagnóstica realizada a los alumnos de primer grado de secundaria del colegio parroquial Monseñor Marcos Libardoni reveló que estos estudiantes no alcanzaron logros favorable en geometría, específicamente tuvieron dificultad para manejar instrumentos para dibujar y medir (regla y compás); así como para trazar y medir elementos geométricos.

Estos resultados llevan a realizar una reflexión profunda que conduzca a identificar aquellos estrategias innovadoras que faciliten aprendizajes más significativos para los estudiantes, sobre todo en el área de geometría que resunta ser de característica muy abstracta que demanda procesos de razonamiento de cada



vez mayor complejidad. En ese sentido, resulta relevante enfatizar el uso de recursos tecnológicos para enseñar geometría, en vista que los profesores muchas veces la enseñan tradicionalmente, apoyándose únicamente en el lápiz y en el papel. Actualmente se implementan novedosas propuestas didácticas, y una de ellas es el uso de programas computacionales que permiten trabajar una geometría dinámica que mejora los aprendizajes de los estudiantes, uno de estos software es el GeoGebra.

GeoGebra es un software interactivo que une dinámicamente la geometría, el álgebra y el cálculo para constituirse en potente propuesta didáctica para enseñar matemáticas (Díaz, 2014). Es un sistema de geometría dinámica con él es posible realizar construcciones usando puntos, vectores, segmentos, rectas y secciones cónicas como funciones. Por lo tanto, es una herramienta para ejecutar actividades de tipo matemático en la sesión de aprendizaje. Su aplicación conlleva al diseño de un programa educativo en base a sesiones de aprendizaje que buscan fortalecer el razonamiento geométrico en base al desarrollo de acciones que contienen cinco niveles de complejidad la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor los cuales se repiten en cada aprendizaje nuevo (Van Hiele, citado por Vargas y Gamboa, 2014).

Lo que pretende la tesis es precisamente comprobar que la aplicación de este recurso informático mejora el aprendizaje de matemática, específicamente dentro del campo de la geometría, como es el caso de los desplazamientos en el plano; el cual es definido por Montes (2012) como la adquisición o modificación de conocimientos, estrategias y habilidades para lograr capacidad de realizar transformaciones en el plano geométrico, entendiendo por transformación a una operación por la cual una relación, expresión o figura se cambia en otra siguiendo una ley dada.

## **Metodología**

El tipo de investigación fue tipo aplicada porque tiene busca cumplir “propósitos prácticos inmediatos bien definidos, es decir, se investiga para actuar, transformar, modificar o producir cambios en un determinado sector de la realidad”. (Carrasco, 2009, p. 43). Asimismo, el diseño fue cuasiexperimental, porque se manipula una variable independiente para advertir su efecto con la variable dependiente. Se diferencian de los diseños experimentales puros porque los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan, sino que dichos grupos ya están formados antes del experimento”. (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p. 148). La muestra lo constituyeron 40 estudiantes del segundo grado del nivel secundario de la I.E.P. Monseñor Marcos Libardoni – La Victoria, los cuales estuvieron divididos en dos aulas, que fueron considerados como grupo control y experimental. La técnica empleada fue la encuesta y el instrumento fue una prueba de rendimiento de 20 ítems que fueron válidos por juicio de expertos y determinado su confiabilidad mediante la evaluación de su consistencia interna ( $KR20=0,825$ ).

## **Resultados**

Tabla 1

*Aprendizaje de transformaciones en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y postest.*

		Transformaciones en el plano				Total
		Inicio	Proceso	Logrado		
Pretest	Control	N	10	8	2	20
		%	50.0%	40.0%	10.0%	100.0%
	Experimental	N	14	3	3	20
		%	70.0%	15.0%	15.0%	100.0%
Posttest	Control	N	6	12	2	20
		%	30.0%	60.0%	10.0%	100.0%
	Experimental	N	2	3	15	20
		%	10.0%	15.0%	75.0%	100.0%

En la tabla 1 se tiene que en el pretest, la mayoría de estudiantes del grupo de control (50%) y el grupo experimental (70%) lograron el nivel “Inicio” en aprendizaje de transformaciones en el plano; sin embargo, en el posttest, el grupo de control alcanza hasta el nivel “Proceso” (60%) y el grupo experimental avanzó al nivel “Logrado” (75%).

A continuación se procede a mostrar los resultados de la comprobación de hipótesis:

$H_0$ : La aplicación de GeoGebra no mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

$H_G$ : La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

Los resultados son:

Tabla 2

*Prueba U de Mann-Whitney para aprendizaje de transformaciones en el plano en estudiantes del grupo de control y experimental según pretest y posttest*

Grupo	N	Rango promedio	Suma de rangos	Test U de Mann-Whitney
Control	20	21,58	431,50	U=178,500
Pretest Experimental	20	19,43	388,50	Sig. asintót = 0, 557
Total	40			
Control	20	14,38	287,50	U=77,500
Posttest Experimental	20	26,63	532,50	Sig. asintót = 0, 001
Total	40			

En la tabla 2, se nota que en el pretest, se llegó a obtener un valor  $U=178,500$  y un  $p=0,557$  cuando se compara el aprendizaje de transformaciones en el plano entre el grupo de control y experimental. Esto quiere decir que antes de aplicar GeoGebra, los estudiantes del grupo control y experimental no se diferencian significativamente en lo que respecta a aprendizaje de transformaciones en el plano.

No obstante, en el posttest se obtuvo un valor  $U=77,500$  y un  $p=0,001$  al comparar aprendizaje de transformaciones en el plano entre el grupo de control y experimental. Esto evidencia que si existe diferencia significativa entre el grupo de control y experimental luego de aplicar GeoGebra.

De acuerdo a los resultados expuestos, se decide rechazar la hipótesis nula, es decir: La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017.

### **Discusión**

Los resultados obtenidos han demostrado que la aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017. Esto significa que las sesiones de aprendizaje desarrollado para fortalecer el razonamiento geométrico en base al desarrollo de acciones que contienen cinco niveles de complejidad la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor los cuales se repiten en cada aprendizaje nuevo. (Van Hiele, citado por Vargas y Gamboa, 2014), permiten la adquisición o modificación de conocimientos, estrategias y habilidades para lograr capacidad de realizar transformaciones en el plano geométrico, entendiendo por transformación a una operación por la cual una relación, expresión o figura se cambia en otra siguiendo una ley dada (Montes, 2012). Estos resultados son similares a lo reportado por Enríquez (2014) y Maguiña (2013) comprobaron que los estudiantes expuestos a las estrategias de enseñanza con el modelo de Van Hiele y GeoGebra, aumentaron de significativamente su desempeño académico en Geometría ya que incrementaron su lenguaje matemático; mejoraron su rendimiento para justificar y explicar respuestas basándose en evidencias. En la misma línea, Torres y Racedo (2014) concluyeron en su investigación que utilizando GeoGebra como una de las estrategias didácticas en el aula, se facilita el aprendizaje de matemática en general y geometría en particular. Por su parte Bustos (2013), encontró que la implementación del software GeoGebra en la práctica pedagógica permite que los estudiantes sean más activos, creativos, participativos y autónomos en la adquisición de conocimientos en geometría.

### **Conclusión**

La aplicación de GeoGebra mejora el aprendizaje de transformaciones en el plano de los estudiantes del nivel secundario de la IEP Monseñor Marcos Libardoni, Lima 2017. Antes de aplicarse el GeoGebra, no existen diferencias significativas ( $U=178,500$  y un  $p=0,557$ ), en el nivel de aprendizaje de transformaciones en el plano entre el grupo de control y experimental; no obstante, después de aplicar el GeoGebra si existen diferencias significativas ( $U=77,500$  y un  $p=0,001$ ), ya que los estudiantes del grupo experimental incrementaron significativamente su nivel de aprendizaje de transformaciones en el plano.

## Referencias

- Bustos, I. (2013). *Propuesta didáctica: la enseñanza del concepto de límite en el grado undécimo, haciendo uso del Geogebra*. Tesis de maestría. Universidad Nacional de Colombia. Manizales, Colombia.
- Carrasco, S. (2009). *Metodología de la investigación científica*. Lima: Editorial San Marcos.
- Díaz, R. (2014). *La construcción del concepto circunferencia desde la dialéctica herramienta-objeto con el apoyo del software geogebra en estudiantes de quinto de secundaria*. Tesis de maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú.
- Enríquez, R. (2014). *Análisis del conocimiento geométrico aplicando el modelo de van hiele con el uso del software Geogebra*. Tesis de maestría. Universidad de las Fuerzas Armadas. Sangolqui, Ecuador.
- García, S. y López, O. (2008). *La enseñanza de la geometría*. México: INEE
- Hernández, R.; Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación* (5° Edición). México: Mc Graw-Hill Educación.
- Maguiña, A. (2013). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo Van Hiele*. Tesis de maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú
- Montes, S. (2012). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de transformaciones geométricas en el plano con estudiantes de grado séptimo haciendo uso del entorno visual del juego pac-man*. Tesis de maestría. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá Colombia.
- Torres, C. y Racedo, D. (2014). *Estrategia didáctica mediada por el software geogebra para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la geometría en estudiantes de 9° de básica secundaria*. Tesis de maestría. Universidad de la Costa. Barranquilla, Colombia.
- Vargas, G., y Gamboa, R. (2013). *El modelo de van hiele y la enseñanza de la geometría*. Uniciencia, 27(1), 74-94