



UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

FACULTAD DE EDUCACIÓN E IDIOMAS

Efectividad de estrategias de aprendizaje colaborativo en
estudiantes de 1ro. de secundaria en el área de
Matemáticas, de la IEP San Benito de Palermo, Arequipa

**TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE
LICENCIADA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA ESPECIALIDAD
MATEMÁTICAS Y FÍSICA**

AUTORA

Br. Elizabeth Izquierdo Quea

ASESORA

Mgr. María Soledad Mañaccasa Vásquez

**PROGRAMA DE COMPLEMENTACIÓN PEDAGÓGICA Y
TITULACIÓN**

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN

Calidad y gestión educativa

PERÚ, 2017

Página del jurado

.....

PRESIDENTE

.....

SECRETARIO

.....

VOCAL

Dedicatoria

A Dios por darme la fuerza para cumplir este sueño y reto en mi vida.

A todos los maestros y maestras que siguen con pasión y vocación de servicio el camino de la educación, como base del desarrollo y el progreso de la humanidad.

Agradecimiento

A todos los líderes de la educación peruana. A los alumnos, profesores y a la directora de la IEP San Benito de Palermo, Arequipa.

A mi asesora, Mgtr. María Soledad Mañaccasa Vásquez, por darme la oportunidad de seguir creciendo profesional y personalmente en mi carrera docente.

Declaratoria de autenticidad

Yo, Elizabeth Izquierdo Quea, estudiante del Programa de CAM de la Universidad César Vallejo, en la sede Lima Norte, identificada con DNI 00832591, con la tesis titulada *Efectividad de estrategias de aprendizaje colaborativo en estudiantes del primer grado de secundaria en el área de Matemáticas, de la IEP San Benito de Palermo, Arequipa*, declaro bajo juramento:

- 1) La tesis es de mi autoría.
- 2) He respetado las normas internacionales de citas y referencias para las fuentes consultadas. Por tanto, la tesis no ha sido plagiada ni total ni parcialmente.
- 3) La tesis no ha sido autoplagiada; es decir, no ha sido publicada ni presentada anteriormente para obtener algún grado académico previo o título profesional.
- 4) Los datos presentados en los resultados son reales, no han sido falseados ni duplicados ni copiados y, por tanto, los resultados que se presentan en la tesis se constituirán en aportes a la realidad investigada.

De identificarse fraude (datos falsos), plagio (información sin citar a autores), autoplagio (presentar como nuevo algún trabajo de investigación propio que ya ha sido publicado), piratería (uso ilegal de información ajena) o falsificación (representar falsamente las ideas de otros), asumo las consecuencias y sanciones que de mi acción se deriven, sometiéndome a la normatividad vigente de la Universidad César Vallejo.

Lima, 16 de abril de 2017

Elizabeth Izquierdo Quea

DNI 00832591

Presentación

Señores miembros del jurado:

Pongo a su disposición la tesis titulada *Efectividad de estrategias de aprendizaje colaborativo en estudiantes del primer grado de secundaria en el área de Matemáticas, de la IEP San Benito de Palermo, Arequipa*, en cumplimiento a las normas establecidas en el Reglamento de Grados y Títulos para optar el título de licenciada en Educación de la Universidad César Vallejo.

Esta tesis tiene como objetivo determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje en estudiantes en el área de Matemáticas, del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa, ya que es importante conocer en qué medida un enfoque colaborativo contribuye a que los alumnos mejoren su desempeño ante situaciones de cantidad, situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, y situaciones de forma, movimiento y localización; asociadas a las materias de Aritmética, Álgebra y Geometría, del área de Matemáticas.

La información se ha estructurado en seis capítulos, de acuerdo al esquema de investigación sugerido por la universidad. En el capítulo I, se considera la introducción. En el capítulo II, se registra el marco referencial. En el capítulo III, se consideran las hipótesis y variables. En el capítulo IV se considera el marco metodológico. En el capítulo V se ofrecen los resultados. En el capítulo VI se consideran la discusión, las conclusiones, las recomendaciones y los anexos de la investigación.

La autora

Índice

Página del jurado	ii
Dedicatoria.....	iii
Agradecimiento	iv
Declaratoria de autenticidad	v
Presentación.....	vi
Índice	vii
Resumen	xiii
Abstract.....	xvi
Introducción.....	xix
Capítulo I: Planteamiento del problema	1
1.1 Realidad problemática	2
1.2 Formulación del problema.....	4
1.3 Justificación	5
1.4 Hipótesis	6
1.5 Objetivos.....	7
Capítulo II: Marco referencial	8
2.1 Antecedentes.....	9
2.1.1 Antecedentes nacionales	9
2.1.2 Antecedentes internacionales	10
2.2 Fundamentación teórica.....	14
2.2.1 Enseñanza	14
2.2.2 Aprendizaje.....	18

2.2.3 Aprendizaje colaborativo.....	22
2.2.4 Modalidades de aprendizaje colaborativo.....	27
2.2.5 Aprendizaje colaborativo e interacción	30
2.2.6 Aprendizaje colaborativo y mejoras en el aprendizaje.....	31
2.2.7 Influencia y beneficios del aprendizaje colaborativo	33
2.2.8 Estrategias de aprendizaje colaborativo	35
2.2.9 Aplicación de estrategias de aprendizaje colaborativo.....	37
Capítulo III: Variable	45
3.1 Identificación de variables.....	46
3.2 Descripción de variables.....	46
3.2.1 Definición conceptual: Estrategias de aprendizaje colaborativo.....	46
3.2.2 Definición operacional de estrategias de aprendizaje colaborativo.....	47
3.2.3 Definición conceptual: Desempeño en la prueba de evaluación del área curricular de Matemáticas.....	48
3.2.4 Definición operacional de desempeño en la prueba de evaluación del área curricular de Matemáticas.....	49
3.3. Operacionalización de la variable.....	50
3.4. Matriz de consistencia	50
Capítulo IV: Marco metodológico	52
4.1 Tipo y diseño de investigación	53
4.2 Población y muestra	55
4.3 Técnicas e instrumento de recolección de datos.....	55
4.4 Validación del instrumento.....	57

4.5 Procedimiento de recolección de datos	57
4.6 Métodos de análisis e interpretación de datos	59
Capítulo V: Resultados	60
5.1 Presentación de los resultados	61
5.1.1 Resultados en el grupo experimental.....	61
5.1.2 Resultados en el grupo de control	65
5.1.3 Resultados comparativos	70
5.2 Análisis estadístico	76
5.2.1 Prueba de las hipótesis específicas	80
5.2.2 Resultado de la hipótesis general.....	83
Capítulo VI:	85
Discusiones.....	86
Conclusiones.....	92
Recomendaciones	95
Referencias	97
Anexos.....	106
Modelo de sesiones de aprendizajes	
Instrumento de investigación	
Certificado de validación a juicio de expertos	
Instrumento de investigación aplicado	
Base de datos	
Fotografías	

Índice de tablas

Tabla 1 Operacionalización de la variable	50
Tabla 2 Matriz de consistencia	51
Tabla 3 Validación de juicio de expertos	57
Tabla 4 Distribución de frecuencias del desempeño en la prueba de evaluación del área de Matemáticas de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa.....	61
Tabla 5 Distribución de frecuencias del desempeño en situaciones de cantidad de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa.....	62
Tabla 6 Distribución de frecuencias del desempeño en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa.....	63
Tabla 7 Distribución de frecuencias del desempeño en situaciones de forma, movimiento y localización de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa	64
Tabla 8 Distribución de frecuencias del desempeño en la prueba de evaluación del área de Matemáticas de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa.....	66
Tabla 9 Distribución de frecuencias del desempeño en situaciones de cantidad de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa.....	67
Tabla 10 Distribución de frecuencias del desempeño en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa.....	68
Tabla 11 Distribución de frecuencias del desempeño en situaciones de forma, movimiento y localización de alumnos(as) del primer grado de	

secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa	69
Tabla 12 Distribución de frecuencias del desempeño comparativo en la prueba de evaluación del área de Matemáticas de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa.....	70
Tabla 13 Distribución de frecuencias del desempeño comparativo en situaciones de cantidad de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa	72
Tabla 14 Distribución de frecuencias del desempeño comparativo en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa.....	73
Tabla 15 Distribución de frecuencias del desempeño comparativo en situaciones de forma, movimiento y localización de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa.....	75
Tabla 16 Promedios de calificaciones en la prueba de evaluación del área de Matemáticas de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa	76
Tabla 17 Análisis de varianza de las calificaciones en Aritmética.....	80
Tabla 18 Análisis de varianza de las calificaciones en Álgebra.....	81
Tabla 19 Análisis de varianza de las calificaciones en Geometría.....	82
Tabla 20 Análisis de varianza de las calificaciones en el área de Matemáticas	84

Índice de figuras

Figura 1 Relación entre modalidades de aprendizaje colaborativo	28
Figura 2 Desempeño general en el área de Matemáticas del grupo experimental	62
Figura 3 Nivel porcentual en situaciones de cantidad	63
Figura 4 Nivel porcentual en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	64
Figura 5 Nivel porcentual en situaciones de forma, movimiento y localización	65
Figura 6 Desempeño general en el área de Matemáticas del grupo de control	66
Figura 7 Nivel porcentual en situaciones de cantidad	67
Figura 8 Nivel porcentual en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	68
Figura 9 Nivel porcentual en situaciones de forma, movimiento y localización	69
Figura 10 Nivel de desempeño general comparativo en el área de Matemáticas.....	71
Figura 11 Nivel porcentual en situaciones de cantidad	72
Figura 12 Nivel porcentual en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio ..	74
Figura 13 Nivel porcentual en situaciones de forma, movimiento y localización	75
Figura 14 Promedios comparativos en el área de Matemáticas.....	77

Resumen

La presente investigación titulada *Efectividad de estrategias de aprendizaje colaborativo en estudiantes de primer grado de secundaria en el área de matemáticas, de la IEP San Benito de Palermo, Arequipa*, está centrada en determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes del área de matemáticas del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, distrito de Socabaya, Arequipa.

La metodología es de tipo aplicada, cuasi-experimental, con enfoque cuantitativo, dado que se busca estudiar las capacidades que desarrollan los alumnos en el área de Matemáticas ante un estímulo predeterminado, consistente en estrategias de aprendizaje colaborativo. Además, se busca determinar si el empleo de tales estrategias influye en los resultados de los alumnos en la prueba de evaluación del área de Matemáticas, para lo que se ha considerado un grupo de control. La muestra consistió en 28 alumnos de 12 años en promedio, del primer grado de secundaria de la institución educativa particular San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa. El instrumento consistió en la prueba que comprende las materias de Aritmética, Álgebra y Geometría.

Entre las conclusiones podemos señalar que el nivel de desempeño observado en el área de Matemáticas es mayor en el grupo experimental de alumnos que siguieron el método colaborativo, en comparación con el grupo de control de alumnos que siguieron el método tradicional. En el grupo experimental, el 36,4% de alumnos alcanzó el nivel de logro previsto (calificaciones de 14 a 17), el 9,1% superó las metas de aprendizaje y alcanzó el nivel destacado (calificaciones de 18 a 20), el 54,4% alcanzó el nivel en proceso (calificaciones de 11 a 13), y no se registraron alumnos que permanezcan en el

nivel en inicio (calificaciones de 0 a 10), más alejado de las metas de logro previstas. Comparativamente, en el grupo de control, el 29,4% de alumnos alcanzó el nivel de logro previsto, el 29,4% alcanzó el nivel en proceso y 41,2% permanece en el nivel en inicio. Las diferencias son estadísticamente significativas, como se deriva del análisis de varianza efectuado, que brinda un p-valor de 0,03584, menor al nivel de significancia de 0,05; por lo que se concluye que las estrategias de aprendizaje colaborativo son efectivas e influyen sobre el desempeño en Matemáticas.

Asimismo, las calificaciones registradas en el grupo de control son mayores a las registradas en el grupo de control en cuanto a las dimensiones estudiadas: Situaciones de cantidad, asociadas a Aritmética; situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, asociadas a Álgebra; y situaciones de forma, movimiento y localización, asociadas a Geometría. Para el grupo experimental, los resultados en Aritmética indican que el 45,5% de alumnos alcanzó el nivel de logro previsto, 9,1% el nivel destacado, 27,3% el nivel en proceso y 18,2% el nivel en inicio. Pero, para el grupo de control, el 41,2% de alumnos alcanza el nivel de logro previsto, 29,4% el nivel en proceso y 29,4% el nivel en inicio. Además, para el grupo experimental, los resultados en Álgebra indican que el 45,5% de alumnos alcanzó el nivel de logro previsto, el 27,3% el nivel en proceso y el 27,3% el nivel en inicio. Pero, para el grupo de control, el 29,4% de alumnos alcanzó el nivel de logro previsto, el 35,3% el nivel en proceso y el 35,3% el nivel en inicio. Finalmente, para el grupo experimental, los resultados en Geometría indican que el 36,4% alcanzó el nivel destacado, el 18,2% el nivel de logro previsto, el 36,4% el nivel en proceso y el 9,1% el nivel en inicio. Pero, para el grupo de control, el 17,6% alcanzan el nivel destacado, el 11,8% el nivel de logro previsto, el 35,3% el nivel en proceso y el 35,3% el nivel en inicio.

Las diferencias entre las medias de los resultados en las secciones Aritmética, Álgebra y Geometría, de la prueba de evaluación del área de Matemáticas, son estadísticamente significativas entre ambos grupos, como se deriva del análisis de varianza efectuado; con niveles de significancia también menores al nivel de 0,05. Estos hallazgos han permitido concluir que las diferencias en desempeño se explican más por un tratamiento que ha sido diferente entre el grupo experimental y el grupo de control, más que por diferencias dentro de cada grupo. Dicho tratamiento ha consistido en aplicar plan de enseñanza que comprendió el empleo de estrategias de aprendizaje colaborativo con un grupo de alumnos que tomaron parte activa en su propio proceso de aprendizaje; en contraste con la aplicación del plan de enseñanza que sigue el método tradicional de enseñanza que se centra más en la labor conductora del docente. Por lo tanto, la evidencia experimental obtenida apoya el planteamiento de que un enfoque de aprendizaje colaborativo es más efectivo que un enfoque tradicional de enseñanza.

Palabras clave: aprendizaje colaborativo, interacción, desempeño, matemáticas.

Abstract

This research entitled *Effectiveness of collaborative learning strategies on students of 1st grade high-school on Mathematics, from the Private School San Benito de Palermo, district of Socabaya, Arequipa* is focused on determining the effectiveness of applying collaborative learning strategies on Math performance of students of 1st grade high-school, from Private School San Benito de Palermo, district of Socabaya, Arequipa.

The methodology is applied type, quasi-experimental, with a quantitative focus, provided that the object of study comprises Math capabilities developed by students that were exposed to a predefined stimulus, which consisted on collaborative learning strategies. Moreover, it is sought to determine whether the collaborative method exerts a positive influence upon the students' results on the Math assessment test. Therein, a control group was considered. Sample consisted of 28 students, 12-year-old in average, of the 1st grade high-school, from Private School San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa. The research instrument consisted on a three-tiered test, in association to the subjects of Arithmetic, Algebra and Geometry.

Among the key findings and conclusions that stand out, we can report that the performance of the experimental group, that worked collaboratively, was superior to the performance of the control group that worked with the traditional method. For the experimental group, 36.4% of students reached the level of expected achievement (grades 14 to 17), 9.1% exceeded the learning goals and reached the outstanding level (grades 18 to 20), 54.4% reached the in-process level (grades 11 to 13), and none

remained on the beginners' level (grades 0 to 10), which is the furthest from the expected learning goals. In comparison, for the control group, 29.4% of students reached the level of expected achievement, 29.4% the in-process level, and 41.2% remained on the beginners' level. Based on an analysis of variance conducted, differences found are statistically significant, with a p-value 0.03584, below the 0.05 level of significance; thus, providing support to the hypothesis that collaborative learning strategies are effective and exert a positive influence on Math performance.

In addition, academic results by students in the experimental group are higher than those in the control group in regard to the dimensions of the dependent variable: situations of quantity, associated to Arithmetic; situations of regularity, equivalence and change, associated to Algebra; and situations of form, movement and location, associated to Geometry. For the experimental group, Arithmetic's results indicate that 45.5% of students reach the level of expected achievement, 9.1% the outstanding level, 27.3% the in-process level, and 18.2% the beginners' level. In contrast, for the control group, 41.2% of students meet the expected level of achievement, 29.4% reach the in-process level, and 29.4% the beginners level. Besides, for the experimental group, Algebra's results indicate that 45.5% of students reach the expected level of achievement, 27.3% the in-process level, and 27.3% the beginners' level. On the other hand, for the control group, 29.4% of students reach the achievement level, 35.3% the in-process level, and 35.3% the beginners' level. Finally, for the experimental group, Geometry's results indicate that 18.2% meet the expected level of achievement but 36.4% surpass it to reach the outstanding level, and that 36.4% reach the in-process level, and the remaining 9.1% do not yet overcome the beginners' level. Figures for the control group indicate that 11.8% of students reach the expected achievement level and

yet 17.6% have stood out and reached the outstanding level, and also that 35.3% reach the in-process level, and the remaining 35.3% are yet to overcome the beginners' level.

Differences recorded from the means of the results on Arithmetic, Algebra and Geometry, which comprise the overall assessment on Math, are found to be statistically significant between the groups investigated, as the analysis of variance demonstrated; with significance levels below the broadly adopted 0.05 level. Hence, findings have served as the core basis to conclude that differences in performance across experimental and control groups are better explained by a trait that has been distinct and different for both of them, than for difference within groups instead. And, such trait has consisted on the implementation of a teaching plan that comprised collaborative learning strategies with the group of students who performed an active role in their own learning process, which is stated to have been conducive to better Math performance in contrast to the performance by the group of students with whom a traditional teacher-driven lecturing method was applied. Therefore, experimental evidence supports the assertion that a collaborative learning approach is more effective than a traditional approach.

Keywords: Collaborative learning, interaction, performance, mathematics.

Introducción

En las últimas dos décadas, el proceso de reforma y modernización de la educación en Perú ha puesto énfasis en tres pilares de intervención: la infraestructura educativa, la capacitación docente y la programación curricular; tal como se desprende de la política educativa nacional vigente. Estas intervenciones, en un nivel macro, obedecen a un diagnóstico de la realidad educativa nacional, así como a objetivos asociados al desempeño en el sector educación, donde participan entidades educativas estatales y privadas que, en un nivel micro, tienen el papel de brindar servicios educativos.

La conducción de los procesos generadores de servicios educativos depende concretamente de realidades locales y del cumplimiento y/o superación de objetivos educativos que son canalizados a través de lineamientos que emanan de las Unidades de Gestión Educativa Local (UGEL). En ese campo, las instituciones educativas particulares (IEP) tienen un papel importante, porque pueden adoptar una postura proactiva sobre llevar adelante esfuerzos innovadores de mejora en desempeño educativo en áreas como Matemáticas. Esta área es importante, porque en el marco de los índices de desempeño educativo (como es el caso de los resultados de la prueba internacional PISA), Perú se halla entre 10 a 20 posiciones por detrás de países vecinos como Chile, Uruguay, Colombia, Brasil y Argentina.

De la motivación expuesta, se justifica el interés por investigar si estrategias novedosas orientadas al aprendizaje de los alumnos, en particular en Matemáticas, ofrecen la oportunidad de mejoras. Una de estas estrategias es el aprendizaje

colaborativo, cuyo centro de atención es el alumno, y donde el papel del docente es brindar asistencia para facilitar el autoaprendizaje. Pero en el contexto nacional aún es incipiente el abordaje de este tipo de estrategia, a nivel académico y práctico.

Bajo el razonamiento expuesto, es de interés ahondar en el análisis en torno a la mayor difusión de estrategias colaborativas –por parte de pares (alumno-alumno)– y su relación con la mejora de los resultados educativos en un área tan sensible como es el área de Matemáticas. Esta área es sensible porque se halla asociada a los objetivos de desarrollo nacional explícitamente implicados en las políticas nacionales de los últimos años. En tal sentido, el estudio de tesis propuesto apunta a determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas y auto-aprendizaje asistido sobre los resultados académicos de los alumnos en materias del área curricular de Matemáticas.

El presente estudio consta de seis capítulos:

El capítulo I trata del problema de investigación, el mismo que comprende puntos esenciales, tales como la formulación del problema general y problemas específicos, además se ha considerado la justificación y el objetivo, tanto general como específico, de la investigación.

En el capítulo II se consideraron los antecedentes tanto internacionales como nacionales, que son estudios que anteceden y tienen relación con mi investigación; el marco teórico, que son los contenidos teóricos en los cuales nos respaldamos para dar sustento a la investigación y la definición de términos.

El capítulo III considera la hipótesis y variables de investigación, dándose la definición conceptual y la definición operacional de ellas.

El capítulo IV comprende el aspecto metodológico de la investigación, donde se especifican el tipo y el diseño de la investigación, el método, población y muestra, técnicas e instrumentos de recolección de datos: Validación y confiabilidad y el método de análisis de datos.

En el capítulo V se analizaron e interpretaron los datos recogidos, se procesó la información y se organizaron los resultados de las pruebas estadísticas.

En el capítulo VI se realizó la discusión de las variables en base a sus dimensiones, de la cual se determinó las conclusiones y sugerencias finales. Finalmente se listan las referencias y se incorporan los anexos.

I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Realidad problemática

La educación es uno de los principales fenómenos que subyacen al desarrollo y la prosperidad de las sociedades. Por ello, tiene primera importancia en los ámbitos gubernamentales, sociales y académicos contemporáneos. Las razones para su abordaje no se limitan al interés por entender su relación con las oportunidades de desarrollo humano y bienestar, sino que se han extendido a todos los ámbitos de actuación humana; desde aspectos vinculados a lograr una sociedad que brinde seguridad a sus ciudadanos, hasta su papel en la competitividad de los países y en el avance de la ciencia y la tecnología. Asimismo, los gobiernos de países que más han prosperado han enfatizado la importancia del aprendizaje en las áreas de matemáticas y ciencias, en la perspectiva que un capital humano competente en los campos científicos y técnicos aporta sustancialmente a objetivos de desarrollo y competitividad del país.

Por el lado del panorama de la competitividad, el ranking global World Economic Forum (2013) destaca el rápido encumbramiento de países como Suiza (1.º) Singapur (2.º), Finlandia (3.º), Suecia (6.º), Hong Kong (7.º) y Holanda (8.º); seguidos de cerca por Taiwan (12.º), Malasia (24.º), Corea del Sur (25.º), China (29.º) y Chile (34.º). En el caso de las potencias históricas, solamente Alemania (3º), Estados Unidos (5.º), Japón (9.º) y Reino Unido (10.º) permanecen. Y en el caso de Perú, ocupa la casilla 61.º, que refleja un leve avance en comparación con la posición 67.º reportada en el ranking 2011-2012, que comprendió a 142 países.

En cuanto a desempeño educativo, el panorama es similar al de competitividad, como se desprende de los resultados del *Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos* (PISA), que evalúa el grado en que los alumnos próximos a finalizar la

educación secundaria han adquirido conocimientos y habilidades necesarios para proseguir estudios superiores. PISA en sus reportes de 2009 y 2012 muestra a Corea del Sur, Finlandia, Hong Kong y Singapur en las primeras posiciones del ranking de desempeño; que abarca comprensión lectora, matemáticas y ciencias. Evaluaciones para el área de Matemáticas, como TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*), muestran una clasificación similar. Paradójicamente, entre los países históricamente considerados como más desarrollados, solo Japón mantiene niveles de excelencia educativa: posición 8.º en matemáticas y 4.º en ciencias. A mayor distancia se hallan Alemania (posición 14.º en matemáticas y 13.º en ciencias), Estados Unidos (posiciones 29.º y 21.º), y Reino Unido (posiciones 26.º y 15.º, respectivamente).

En cuanto a Perú y sus vecinos en América del Sur, la realidad dista de ser satisfactoria. En desempeño educativo figura primero Chile, cuyas posiciones son 42.º en ciencias y 47.º en matemáticas. Uruguay: 45.º en matemáticas y 46.º en ciencias. Colombia: 56.º en matemáticas y 52.º en ciencias. Brasil: 51.º en ciencias y 55.º en matemáticas. Argentina: 53.º en matemáticas y 54.º en ciencias. Por detrás de sus vecinos, Perú se ubica en las posiciones 61.º en matemáticas y 62.º en ciencias.

En el contexto descrito, es razonable entender el interés de ponderar el avance en el aprendizaje de las matemáticas, desde una temprana edad escolar. Así, en años recientes se ha buscado indagar sobre los factores que pueden influir en la mejora de resultados educativos en el área de Matemáticas; pero el principal marco de referencia validado continúa siendo la experiencia y las prácticas pedagógicas en los países con mejor desempeño educativo, como es el caso de Finlandia o Canadá, entre otros.

Dentro de los elementos que han merecido más atención se halla la capacidad y el grado de empatía de los profesores; ello en razón que su papel conductor y orientador del proceso de enseñanza-aprendizaje es una principal influencia para el aprendizaje de los alumnos en el entorno del aula. Otro elemento consiste en estimular el esfuerzo de aprendizaje de los propios alumnos, a través del fomento de la creatividad y de los modos colaborativos de aprender, así como el uso de recursos informáticos.

Pero en el campo concreto de las estrategias colaborativas de aprendizaje, aún se requiere de estudios que proporcionen evidencia de que éstos funcionan en el contexto del área de matemáticas; donde el nivel de abstracción de conceptos y conocimientos es más complejo que en otras áreas curriculares. Además, existen interrogantes en torno a hallar evidencia de que las estrategias colaborativas son más eficaces que las estrategias convencionales en el aprendizaje de las matemáticas.

La realidad problemática refleja la necesidad e importancia de entender si el uso de estrategias colaborativas contribuye a mejores resultados escolares en un área de alto grado de abstracción y uso de habilidades cognitivas complejas: Matemáticas. Se justifica conducir un estudio de tipo experimental para determinar si el uso de estas estrategias conduce a un mayor aprendizaje y a mejores resultados académicos.

1.2 Formulación del problema

1.2.1 Problema general

¿Cuál es la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes en el área de matemáticas, del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Arequipa?

1.2.2 Problemas específicos

Problema específico 1: ¿Cuál es la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en el área de matemáticas, en estudiantes que siguen el programa curricular de Aritmética del primer grado de secundaria?

Problema específico 2: ¿Cuál es la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en el área de matemáticas, en estudiantes que siguen el programa curricular de Álgebra del primer grado de secundaria?

Problema específico 3: ¿Cuál es la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en el área de matemáticas, en estudiantes que siguen el programa curricular de Geometría del primer grado de secundaria?

1.3 Justificación

Teórico-práctica: En la perspectiva teórica-práctica, la investigación aporta a un mejor entendimiento sobre las posibilidades que presentan las estrategias de aprendizaje colaborativo en el marco de los esfuerzos desde las instituciones educativas conducentes a mejores resultados educativos en un área crítica de aprendizaje: Matemáticas.

Metodológica: El campo del aprendizaje colaborativo ha cobrado impulso a raíz de su relación con mejoras en desempeño escolar. Sin embargo, los estudios en el ámbito nacional aún no abordan concretamente la naturaleza de dicha influencia y su relación con los resultados escolares en campos abstractos como Matemáticas. Desde la perspectiva metodológica, esta investigación aporta evidencia empírica, de tipo experimental, que permite identificar si las estrategias de aprendizaje colaborativo

posibilitan mejoras en el aprendizaje, reflejadas en los resultados de las pruebas de evaluación del área de Matemáticas. Los instrumentos y estrategias empleados, pueden servir como marco de referencia metodológico para posteriores investigaciones en el campo del aprendizaje colaborativo en materias de ciencias y matemáticas.

Social: Esta investigación aporta evidencia útil para reflexionar y decidir sobre nuevas alternativas para la enseñanza y el aprendizaje en un campo de crítica importancia para el desarrollo nacional y el desarrollo humano, como es el caso de las Matemáticas.

1.4 Hipótesis

1.4.1 Hipótesis general

Hay diferencia en los efectos medios de los métodos colaborativo y tradicional sobre las calificaciones en la prueba de evaluación del área de Matemáticas.

1.4.2 Hipótesis específicas

Hay diferencia en los efectos medios de los métodos colaborativo y tradicional sobre las calificaciones en la prueba de Aritmética.

Hay diferencia en los efectos medios de los métodos colaborativo y tradicional sobre las calificaciones en la prueba de Álgebra.

Hay diferencia en los efectos medios de los métodos colaborativo y tradicional sobre las calificaciones en la prueba de Geometría.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo general

Determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes en el área de Matemáticas, del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo.

1.5.2 Objetivos específicos

Determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes que siguen el programa curricular de Álgebra, correspondiente al primer grado de secundaria.

Determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes que siguen el programa curricular de Aritmética, correspondiente al primer grado de secundaria.

Determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes que siguen el programa curricular de Geometría, correspondiente al primer grado de secundaria.

II. MARCO REFERENCIAL

2.1 Antecedentes

2.1.1 Antecedentes nacionales

Se ha indagado sobre investigaciones en torno a la influencia del empleo de estrategias de aprendizaje colaborativo sobre el desempeño de los alumnos en el área curricular de Matemáticas, en el ámbito de la educación básica regular. Se han identificado monografías y estudios que abordan de modo conceptual el tópico de aprendizaje colaborativo. No obstante, a continuación, se referencian un estudio que abordan de modo más profundo el tópico de aprendizaje colaborativo, en el contexto de la educación básica regular.

En el estudio *Estrategias de aprendizaje cooperativo y el desarrollo de habilidades cognitivas*, realizado con alumnos del segundo grado de secundaria de la IE José Carlos Mariátegui, Castilla, Piura, Perú, Ojeda y Reyes (2006) tuvieron el objetivo de indagar si las estrategias de aprendizaje cooperativo –rompecabezas y desempeño de roles– pueden mejorar el desarrollo de habilidades cognitivas en Ciencias Sociales. Para ello trabajaron con el universo de 74 alumnos del segundo grado de secundaria.

El tipo de investigación fue aplicada, con diseño cualitativo. Las técnicas de recolección de datos fueron la observación de participantes, el análisis documental, la entrevista y la encuesta. Con la encuesta se recolectó información sobre la calificación de las estrategias de aprendizaje colaborativo, su repercusión en el aprendizaje y las habilidades cognitivas desarrolladas por los alumnos. Los resultados reportados fueron: el 40,5% de alumnos califican su rendimiento escolar como bueno; 31,1% como malo y 28,4% como deficiente. Estos niveles fueron mayores en presencia de estrategias colaborativas de aprendizaje, y se asociaron a actitudes positivas por los alumnos:

mayor autoestima, compromiso y responsabilidad a nivel individual y con el grupo. Con base en los resultados, Ojeda y Reyes hallaron que las estrategias de aprendizaje colaborativo son una alternativa para lograr un óptimo desarrollo de habilidades cognitivas y emocionales.

2.1.2 Antecedentes internacionales

Snyder (2006) en su investigación *Collaborative Learning Groups in the Middle School Mathematics Classrooms* tuvo el objetivo de hallar evidencia concreta de que el trabajo colaborativo entre estudiantes del octavo grado del Learner Public School, de la ciudad de Shickley, Estado de Nebraska, Estados Unidos, era beneficioso en términos educativos y de actitudes hacia las matemáticas –el sistema educativo estadounidense K12 comprende 12 años de educación básica regular. Trabajó con una muestra de 11 alumnos (2 mujeres y 9 varones) que participaron de la experiencia colaborativa y luego fueron encuestados sobre sus actitudes y resultados ante las Matemáticas.

La investigación fue aplicada, de diseño cuasi experimental. Para evaluar los resultados en Matemáticas se emplearon promedios semanales de actividades, pruebas y trabajo colaborativo grupal (ejercicios y problemas), así como un ensayo escrito. Para evaluar las actitudes hacia las Matemáticas y el aprendizaje colaborativo se administraron cuestionarios estructurados (escala Likert de 1 a 5) al inicio y final del periodo de estudio. La investigación fue de corte longitudinal –para resultados académicos– y transversal –para actitudes.

En cuanto a resultados académicos, en la muestra, los promedios se elevaron en 3,5%, el 100% de alumnos aprobaron el ensayo escrito y 55% de ellos recibieron la

máxima calificación (A). Comparativamente, resultados previos del mismo grupo mostraron que al menos 18% obtuvieron un promedio desaprobatorio, y solo 36% obtuvieron la calificación A. En cuanto a actitudes hacia el trabajo colaborativo, las medias en ítems de los cuestionarios no difirieron significativamente. Pero sí se apreció que fueron mayores en lo referido a entender conceptos matemáticos cuando el alumno trabaja en grupo (4,3 contra 4,18). Las mayores diferencias fueron registradas en todos los 6 ítems referidos a actitudes hacia las Matemáticas; mostrando una apreciación superior luego de aplicado el método de aprendizaje colaborativo. Snyder halló que el trabajo colaborativo conduce al progresivo incremento en los resultados de los alumnos, independientemente de que los alumnos hayan elegido su grupo o que fueran asignados a uno. Además, las actitudes hacia el trabajo colaborativo son favorables, pero dicha apreciación es menor en el caso de alumnos que inicialmente reportan no sentirse a gusto trabajando en grupo.

Yun Lau (2006) en su estudio *What Effects Does Peer Group Study Have on Student's Learning in Commerce Mathematics?*, conducido con alumnos del segundo semestre de Matemáticas en la preparatoria del Curtin University of Technology, Sarawak Campus, Malasia, tuvo el objetivo de explorar e identificar ventajas del trabajo colaborativo en el aprendizaje de las Matemáticas. De 100 alumnos seleccionó una muestra de 73 participantes, de distinto grupo étnico (54% chinos malasios, 27% malasios nativos, 6% malayos, 6% africanos, 4% chinos, 2% indios malayos, 1% de Medio Este).

La investigación fue aplicada, de diseño mixto: cuantitativo-cualitativo. En el diseño cualitativo, el autor empleó un enfoque fenomenológico de tipo estudio de caso,

que comprendió un cuestionario no estructurado de cuatro preguntas, que los alumnos completaron al final del semestre. En el diseño cuantitativo, el autor administró un cuestionario estructurado de 20 ítems (escala Likert de 1 a 4) que fue completado en dos oportunidades por los alumnos: al inicio y al final del semestre. En ese sentido, el estudio es de corte longitudinal porque el autor busca obtener una apreciación sobre el efecto de la interacción social sobre el aprendizaje y analizar los cambios con relación al momento previo a la experiencia de aprendizaje colaborativo.

Los resultados del estudio muestran que hay un enriquecimiento significativo de la experiencia de aprendizaje luego de aplicar el aprendizaje colaborativo, con un valor “t” de -1,688 y con $p > 0,05$. Hay una mejora significativa en las actitudes hacia las matemáticas en un contexto de aplicación del aprendizaje colaborativo, con un valor “t” de -2,135 y con $p < 0,05$). Hay un aumento significativo de destrezas para la interacción social en el salón de clases, en un contexto de aplicación del aprendizaje colaborativo, con un valor “t” de -5,746 y con $p < 0,05$). Se registra una mejora de las destrezas de comunicación en el salón de clases, ante la aplicación del aprendizaje colaborativo, con un valor “t” de -2,206 y con $p < 0,05$. Finalmente, el estudio mostró que hubo un aumento significativo en las calificaciones de los exámenes finales de 2005, en comparación con los resultados en el periodo académico 2004 (77,7 sobre 100 en 2005 versus 50,6 en 2004). Yun Lau halló que el aprendizaje colaborativo aporta a enriquecer la experiencia de los alumnos en el escenario de un curso de Matemáticas, alienta un cambio positivo en la actitud hacia las Matemáticas y es conducente a una mejora en los resultados académicos individuales. Los resultados de esta investigación respaldan la noción de que el aprendizaje se halla íntimamente vinculado al desarrollo personal.

Freeman *et al.* (2014) en el estudio *Active Learning Increases Student Performance in Science, Engineering, and Mathematics*, conducido en la Universidad de California, San Francisco, Estados Unidos, tuvieron el objetivo de investigar si existe una mejora en los resultados de exámenes en cursos de ciencias y matemáticas en los que se implementaron estrategias de aprendizaje colaborativo. Condujeron un meta-análisis de 225 estudios, seleccionados de un total de 642 artículos científicos, en los que se reportan datos de exámenes en ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas.

La investigación fue aplicada, con un diseño cuantitativo que consistió en el análisis de las bases de datos de cada estudio. Se empleó un modelo para calcular efectos aleatorios y el tamaño de los efectos, con el aplicativo *Comprehensive Meta-Analysis*. Los resultados mostraron que, en promedio, el desempeño de los estudiantes aumenta en el orden de las 0,47 desviaciones estándar ante la aplicación del aprendizaje colaborativo (para una muestra de 158 estudios). Los resultados promedio en las evaluaciones mejoraron en 6% en las secciones con alumnos que participan del aprendizaje colaborativo, en comparación con salones en los que se conduce la enseñanza tradicional. Para el segundo grupo –enseñanza tradicional– los alumnos tienen una probabilidad 50% mayor de fallar las evaluaciones del curso, en comparación con los alumnos que participaron del aprendizaje colaborativo. Sobre la base de sus resultados, Freeman *et al.* (2014) no hallaron evidencia empírica a favor de emplear métodos tradicionales de enseñanza, sino que la evidencia indicó que las estrategias de aprendizaje colaborativo explican mejor el mayor desempeño en las evaluaciones de los cursos de ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas.

2.2 Fundamentación teórica

2.2.1 Enseñanza

Ball y Forzani (2009) definen la enseñanza como la actividad deliberada conducente a incrementar la probabilidad que los alumnos desarrollen conocimientos y habilidades en torno a una materia de estudio, la que se halla en concordancia con propósitos educativos de más amplio alcance. Ball y Forzani (2009) destacan:

Teaching, defined as helping others learn to do particular things, is an everyday activity in which many people engage regularly [...]; classroom teaching, on the other hand, is specialized work that is distinct from informal, commonplace showing, telling, or helping (p. 498).
[La enseñanza, definida como ayudar a otros a aprender sobre elementos particulares, es una actividad cotidiana en la que varias personas se involucran de modo regular; la enseñanza en clase, por otro lado, es una tarea especializada que se distingue de los modos informales de mostrar, narrar o ayudar para aprender].

Asimismo, la enseñanza es entendida no exclusivamente desde la perspectiva del accionar del docente, sino más bien como un esfuerzo participativo. Quienes toman parte de él, contribuyen legítimamente al avance del conocimiento desarrollado por el grupo, y ello involucra las perspectivas diversas de los alumnos y el papel de guía del docente. Al respecto, Barrows (2002) señala:

The learners have to assume responsibility for their own learning, determine what it is they need to learn and find the appropriate resources for the information from the world about them [...]; they have the responsibility to monitor and assess their own performance and that of

their peers [...]; the teacher's role is that of a guide or facilitator of learning (p. 119).

[Los estudiantes deben asumir responsabilidad por su propio aprendizaje, definir qué necesitan aprender y hallar los recursos de información apropiados para ello; ellos tienen la responsabilidad de monitorear y evaluar su propio desempeño y el de sus compañeros; el papel del docente es el de guía o facilitador del aprendizaje].

En la perspectiva de la labor docente, la enseñanza descansa en el conocimiento pedagógico; definido por Koehler y Mishra (2008) como el proceso de aplicar y hacer de común práctica métodos de enseñanza-aprendizaje que conducen al logro de objetivos educacionales, valores y anhelos. Koehler y Mishra (2008) señalan:

Teaching is a complicated practice that requires an interweaving of many kinds of specialized knowledge [...]; is an example of an ill-structures discipline, requiring teachers to apply complex knowledge structure across different cases and contexts [...]; teachers practice their craft in highly complex, dynamic classroom contexts [...] that require them constantly to shift and evolve their understanding. Thus, effective teaching depends on flexible access to rich, well-organized and integrated knowledge from different domains [...] including knowledge of student thinking and learning and increasingly, knowledge of technologies (p. 61).

[La enseñanza es una práctica compleja que requiere de varios tipos de conocimiento especializado; es un ejemplo de una disciplina semiestructurada que requiere que los docentes apliquen estructuras

cognitivas complejas a través de contextos también distintos. Los docentes ejercen su labor en un contexto de salón de clases altamente dinámico y complejo, que les exige que constantemente cambien y evolucionen su entendimiento. Por lo tanto, la enseñanza eficaz depende del acceso a diferentes dominios de conocimiento incluyendo el conocimiento de cómo aprenden los alumnos, y, de modo creciente, conocimiento de tecnologías].

El conocimiento pedagógico descansa, además, en el conocimiento de técnicas y/o tecnologías que los docentes utilizan para guiar a los alumnos en la mejor forma de emplear técnicas de aprendizaje y crear las suyas propias. Según Kariuki y Duran (2004) y Barron y Goldman (1994), ello permite que los alumnos entiendan y enfrenten con éxito determinados problemas. En particular, Kariuki y Duran (2004) destacan:

Students use their knowledge as tools for problem solving [...];
instructors might provide scaffolds to help students solve the problems.
For example, teachers who are using the Jasper Woodbury series to teach problem-solving and math skills might encourage the students to determine how to approach the problem and then provide them with the resources necessary to make progress (p. 434).

[Los alumnos emplean sus conocimientos como herramientas para la resolución de problemas; los instructores pueden brindarles elementos de base que ayudarán a los alumnos en la resolución. Por ejemplo, los docentes que emplean la serie Jasper Woodbury para enseñar destrezas matemáticas y de resolución de problemas podrían alentar a que los

alumnos definan cómo abordar un problema y luego proporcionarles los recursos necesarios para que avancen].

Además, la enseñanza pretende brindar a los alumnos una gama diversa y enriquecedora de experiencias, que les ayuden a desarrollar conocimientos y destrezas para enfrentar situaciones de la vida real. Bajo ese concepto, la enseñanza involucra el desafío del aprendizaje, en la perspectiva de que los educandos puedan desenvolverse mejor ante situaciones de la vida real. Para ello, la enseñanza ha de proponer métodos para alentar a que los estudiantes puedan aplicar en su experiencia de vida aquello que ha sido aprendido en el contexto del salón de clases. En dicha perspectiva, será primordial que los docentes tengan una panorámica de la enseñanza desde múltiples perspectivas, como lo señala Pratt (2002).

If we are familiar with only one perspective on teaching, it will dominate our perception and interpretations of all that goes on, yet remain hidden from our view. Just as our own culture is invisible to us, until we travel or live in another culture, other ways of thinking about teaching are invisible to us if we know only one perspective on teaching [...] thus, if we want to understand our own view of teaching, we must first see the broader landscape of perspectives on teaching [...]; by contrasting our perspective with other perspectives, we begin to see how we are similar to, and different from other teachers we know [...] we begin the process of moving from thinking there is one best way of teaching, to recognizing that there is a plurality of the good in teaching (p. 34).

[Si solo conocemos una perspectiva de cómo enseñar, ésta dominará nuestras percepciones e interpretaciones de todo lo que acontece, sin que

nos percatemos de ello. Así como nuestra propia cultura nos es invisible, hasta que viajemos y conozcamos o experimentemos otra cultura, de la misma forma, otras maneras de ver la enseñanza nos son invisibles sí es que solo conocemos una perspectiva de cómo enseñan; si deseamos entender nuestra propia perspectiva de cómo enseñar, entonces debemos primero apreciar un panorama más amplio de otras perspectivas. Al contrastar nuestra perspectiva con otras, comenzamos a apreciar similitudes y diferencias con respecto a otros docentes empezamos el proceso de movernos desde la idea de que existe una mejor manera de enseñar, hacia reconocer que en realidad existe una amplia gama de buenas maneras de enseñar].

2.2.2 Aprendizaje

Lyons (2002) señala: “Learning is a complex activity that puts students’ motivation and physical condition to the test” (p. 10). [El aprendizaje es una actividad compleja que pone a prueba las motivaciones y condiciones físicas de los alumnos]. Según ello, el abordaje del aprendizaje por medio de su conexión con la enseñanza es claramente circunscrito bajo condiciones que implican el entorno físico, y este es mejor apreciado cuando el proceso de enseñanza-aprendizaje tiene lugar en un ambiente de enseñanza. Se deriva de ello que la enseñanza es inseparable del aprendizaje. No obstante, el aprendizaje no se halla restringido a la enseñanza, pues el docente enseña para que los alumnos aprendan, pero los alumnos pueden aprender sin que intervenga el docente necesariamente.

Asimismo, partiendo de la idea seminal de Akande (1985) de que el aprendizaje puede producirse como resultado de la interacción de los individuos con su entorno (el escenario o ambiente que cuenta con elementos para facilitar resultados de aprendizaje), que comprende infraestructura física, mobiliario y material para el desarrollo de actividades prácticas, Maite (2013) destaca:

Effective curriculum implementation factors, such as adequate teachers and physical facilities, aid in achieving better learning outcomes [...]; the importance of understanding the influence of academic staffing, physical facilities and enrolment on students' academic achievement, so that improvement on these four factors can be addressed in schools to realize high academic achievement (p. 227).

[Factores en la implementación efectiva del currículo, como docentes y ambientes físicos adecuados, contribuyen a logran mejores resultados; la importancia de entender la influencia de la plana docente, los ambientes físicos y enrolamiento en el logro académico de los alumnos, de modo que la mejora en estos factores puede ser empleada en las escuelas para efectos de alcanzar elevados niveles de logro].

El aprendizaje es entendido bajo la “teoría de aprendizaje” primordialmente como un proceso de adquisición de conocimientos y destrezas, que sirven de base para el desarrollo de la persona y su desenvolvimiento en la sociedad. En el contexto de un proceso educativo, el aprendizaje se halla íntimamente ligado a la adquisición de conocimientos y destrezas, que conducen a la noción de desempeño –o rendimiento escolar sí el campo de aplicación es el de educación básica– y que, a su vez, involucra

métodos de evaluación; como se describe en estudios del “enfoque constructivista” como los conducidos por Gulikers, Bastiaens y Kirschner (2004), quienes señalan:

Current educational goals focus more on the development of competent students and future employees than on simple knowledge acquisition. [...] The goal of assessment is the acquisition of higher-order thinking processes and competencies instead of factual knowledge and basic skills. (p. 67).

[Los objetivos educativos actuales se enfocan más en el desarrollo de alumnos y futuros empleados competentes más que simplemente en la adquisición de conocimiento. La meta de la evaluación es la adquisición de procesos mentales e alto orden y de competencias en lugar de conocimiento factual y de capacidades básicas].

El aprendizaje también ha sido estudiado bajo el “enfoque del comportamiento”, entendido como “comportamientos observables” más que como eventos fisiológicos o constructos de la mente. Tales comportamientos pueden ser reforzados o desalentados en función de tener en cuenta sus respectivas secuelas o consecuencias. Al respecto, Driscoll (2005) define el aprendizaje como “a persisting change in human performance or performance potential” (p. 9) [un cambio persistente en el desempeño humano o en su potencial de desempeño]. Este enfoque sigue la corriente iniciada por Ivan Pavlov y difundida ampliamente hacia el campo educativo a raíz de los desarrollos de Skinner en el campo de la psicología del comportamiento; por lo que a partir de la segunda mitad del siglo XX se aceptó que el campo de la Educación ha recibido gran influencia del campo de la Psicología.

En años recientes el aprendizaje también ha sido abordado desde la perspectiva de lo que ocurre en la mente de quien aprende, dando lugar a la “teoría cognitiva” y que se refiere a la forma cómo los individuos obtienen, construyen, analizan, organizan, almacenan, recuperan y aplican la información. En esta corriente de pensamiento, el llamado “aprendizaje cognitivo” se centra en el desarrollo de estructuras cognitivas, procesos y representaciones mentales que articulan instrucciones –que pueden ser enseñadas o canalizadas por terceros – y aprendizajes. Al respecto, Smith y Ragan (2005) señalan:

Clearly, cognitive learning theory focuses on explaining the development of cognitive structures, processes, and representations that mediate between instruction and learning [...]. The learner is viewed as constructing meaning from instruction, rather than being a recipient of meaning residing alone within instruction [...]. Therefore, cognitive learning theories attempt to explain learning in terms of cognitive processes, structures, and representations that are hypothesized to operate within the learner. (p. 20).

[Claramente, la teoría cognitiva del aprendizaje se enfoca en explicar el desarrollo de estructuras cognitivas, procesos y representaciones que median entre la enseñanza y el aprendizaje. Quien aprende es visto como alguien que construye significado desde la instrucción, más que por ser un receptor de significados que residen dentro de la enseñanza. Por ende, las teorías cognitivas del aprendizaje pretenden explicar el aprendizaje en términos de procesos, estructuras y representaciones cognitivas que se presume operan al interior de quien aprende].

2.2.3 Aprendizaje colaborativo

El avance en el aprendizaje reviste gran importancia en la mayor parte de áreas de actividad humana, en razón que la adquisición y el empleo de conocimiento y de destrezas resultan esenciales para la competitividad y, en un mayor orden de magnitud, para el desarrollo nacional. En esa perspectiva, en el ámbito global se ha puesto énfasis en prácticas instruccionales conducentes a involucrar más activamente a los alumnos en su propio proceso de aprendizaje, bajo el modelo constructivista al que Prince (2004) se refiere como aprendizaje activo. Chi (2009) argumenta que este tipo de aproximación ha demostrado que el mayor involucramiento de los alumnos guarda una estrecha relación con también mayores resultados en aprendizaje, como sigue:

Active, constructive, and interactive are terms that are commonly used in the cognitive and learning sciences. They describe activities that can be undertaken by learners [...] interactive activities are most likely to be better than constructive activities, which in turn might be better than active activities, which are better than being passive” (p. 73).

[Activa, constructiva e interactiva son términos comúnmente empleados en las ciencias cognitivas y del aprendizaje. Describen actividades llevadas a cabo por quienes aprenden actividades interactivas son probablemente mejores que las actividades constructivas, las que a su vez son probablemente mejores que las actividades activas, las que son mejores que permanecer pasivo].

Una de las estrategias que ha recibido especial atención dentro del enfoque constructivista del aprendizaje activo es el aprendizaje colaborativo. Este surge de la idea seminal de que el aprendizaje que se apoya en la interacción entre alumnos y sus

pares, y entre alumnos y sus instructores, contribuye al logro de metas educativas (Alavi, 1994). Dado que se acepta que el conocimiento es un constructo social, el aprendizaje colaborativo emerge como una estrategia que necesariamente se sustenta en la participación activa, a la que se integran la cooperación y la evaluación en el entorno del aula o fuera de ella (Hiltz y Turoff, 1993). Por su parte, el docente o instructor planifica de antemano las acciones que requieren interacción, y en el contexto del aula interactúa y asiste a los grupos para orientar sus esfuerzos de aprendizaje.

En años recientes, el interés por profundizar en el aprendizaje colaborativo se ha incrementado, dando lugar a conceptualizarlo como la interacción recíproca por la que distintas ideas y perspectivas son exploradas e intercambiadas, soluciones son elaboradas y justificadas, e intercambios son coordinados y se refuerzan mutuamente (Harris et al, 2008). Puntambekar (2006) plantea que el aprendizaje colaborativo adopta la perspectiva de construcción de conocimiento por un grupo de personas. Asimismo, y partiendo de la premisa que el aprendizaje es un proceso social que se basa en la interacción, para Chen *et al.* (2009) el aprendizaje colaborativo es la interacción entre individuos que se involucran y comprometen en un esfuerzo que implica actividades de aprendizaje. Chen *et al.* (2009) resaltan:

Students gather in small groups to accomplish a common goal. As a result, learning is no longer an isolated activity, but implies mutual trust, shared interests, common goals, commitments, obligations, exchange of services and genuinely proactive, motivated behavior [...]. Process of collaboration not only emphasizes the element of individual accountability and group interdependence, but also achieves improved learning performance by inter-coordination between members (p. 65).

[Los estudiantes se reúnen en pequeños grupos a efectos de conseguir un objetivo en común. Como resultado, el aprendizaje no es más una actividad aislada, pero implica confianza mutua, intereses compartidos, objetivos comunes, compromisos, obligaciones, intercambios y un comportamiento proactivo y motivado. El proceso de colaboración no solo enfatiza la rendición individual de cuentas y la interdependencia de grupo, sino que también conlleva a un mejor desempeño en el aprendizaje en razón de la interdependencia entre sus miembros].

Por su parte, para Cuseo (2002) el aprendizaje colaborativo es un enfoque que en su contexto amplio comprende actividades formales e informales cuya conducción requiere de la interacción entre pares. Su tesis es que el docente desempeña un papel facilitador que involucra alentar el involucramiento alumno-alumno en el proceso de aprendizaje. Harris *et al.* (2008), por otro lado, han prestado más atención a la colaboración en grupo y la ven como un atributo distintivo que implica una interacción recíproca en la que ideas y perspectivas distintas son exploradas, las soluciones son elaboradas y los intercambios beneficiosos son alentados y coordinados.

En su origen, el aprendizaje colaborativo fue estudiado bajo tres enfoques: grupos formales, grupos informales y grupos cooperativos; descritos en detalle por Johnson y Johnson (1999). Bajo el primer enfoque, los alumnos son asignados a grupos y asumen un papel predefinido por el instructor; a su vez, el instructor tiene un papel central, pues controla la mayor parte de aspectos de la interacción y define los criterios de logro. Bajo el segundo enfoque, los alumnos forman grupos –a libertad o sugeridos por el instructor– por un corto periodo de tiempo, de modo que puedan intercambiar

ideas, reflexionar y asimilar un conocimiento específico. En el tercer enfoque, y el más reciente, de grupos cooperativos, el propósito es lograr y mantener el ritmo de progreso académico. Se fomenta el esfuerzo conjunto, la interacción, la motivación y aspectos emocionales que han sido vinculados con el éxito académico.

Otra característica de una estrategia de aprendizaje colaborativo, bajo el enfoque cooperativo, es que funciona con grupos que permanecen juntos por un periodo largo de tiempo; lo que distingue al aprendizaje colaborativo del simple trabajo grupal o en equipo (Johnson y Johnson, 1999). Esto se debe a que la influencia sobre el aprendizaje se apoya en lograr que los alumnos desarrollen lazos emocionales y de empatía, que los motive a cooperar y desempeñar un papel de corresponsabilidad tanto en el desempeño propio, como en el de grupo. El énfasis es la cooperación para aprender más y mejor; no tanto la competencia entre pares por recibir reconocimiento individual a través de obtener mejores notas que otros compañeros.

En cuanto a su alcance, los estudios también han evolucionado en sus enfoques, como se desprende de la literatura consultada, cuya síntesis se presenta seguidamente:

Estudios comparativos de carácter cualitativo (estudios de caso) y descriptivo-correlacional: para identificar la importancia de la interacción entre alumnos, así como si las estrategias colaborativas se relacionan con una mejora en la motivación, las actitudes y el desempeño de los alumnos – global o en un área del conocimiento–, en el contexto de la educación básica regular y superior, y en países diferentes. Estos estudios han aportado evidencia a favor del aprendizaje colaborativo, como una aproximación que tiene relación con la mejora cognitiva y el desarrollo lingüístico.

Estudios cualitativos (estudios de caso y observacionales) y cuantitativos: enfatizan los aspectos ambiental y cognitivo, así como la importancia (Fink, 2002) y el entusiasmo implicados en las interacciones entre alumnos (Bartle *et al.*, 2011). Se enfocan en evidenciar los beneficios de las estrategias de aprendizaje colaborativo (Schroeder *et al.*, 2007) en términos de resultados académicos de los alumnos, la conexión entre compañeros de clase y la integración del trabajo en grupos dentro de la estructura curricular, por parte de los docentes. En esa línea de investigación se ha hallado que el aprendizaje cooperativo permite a los alumnos lograr metas de común interés, y reconocimiento, a través de tareas estructuradas y de roles interdependientes, en mejor posición que grupos de alumnos con los que no se aplican estrategias colaborativas. Sobre este particular, autores como Yun Lau (2006) han hallado evidencia que apunta que respalda la idea que el aprendizaje colaborativo es la forma más efectiva de aprendizaje.

Estudios cualitativos, cuantitativos y experimentales: en la línea de argumentación de Yun Lau (2006), profundizan en el carácter colaborativo y social, y su efecto en el mayor y mejor aprendizaje –en contraste con el carácter competitivo e individualista del proceso de enseñanza-aprendizaje tradicional. También se hallan los estudios que buscan medir la efectividad de las estrategias de aprendizaje colaborativo. Se ha investigado en campos diversos como el aprendizaje en materias de lingüística, ciencias naturales y, más recientemente, en matemáticas; en los ámbitos de la educación básica regular, la educación superior y disciplinas técnicas.

2.2.4 Modalidades de aprendizaje colaborativo

Arendale (2007) condujo una extensa revisión de literatura sobre aprendizaje colaborativo. Halló un patrón de cambio que alude a tres términos cuyo uso es usualmente intercambiable: aprendizaje colaborativo, aprendizaje cooperativo y comunidades de aprendizaje; cuya aparición surge en ese orden.

El aprendizaje colaborativo per sé, enfatiza la interacción formal e informal entre estudiantes. El aprendizaje cooperativo, como una modalidad del aprendizaje colaborativo, enfatiza el logro de metas grupales y aspectos relacionados con la implementación. Las comunidades de aprendizaje enfatizan la adaptación curricular y los resultados escolares, lo que con frecuencia implica la reestructuración de las materias y considerar aspectos que influyen en la experiencia de los alumnos dentro del aula.

Arendale ofrece un esquema ilustrativo: la figura 1 muestra que el aprendizaje cooperativo es una modalidad dentro del aprendizaje colaborativo. Adopta los mismos conceptos y objetivos asociados al aprendizaje, pero su foco es el uso de protocolos para la implementación de estrategias de aprendizaje. Así, adoptar el enfoque cooperativo equivale a adoptar un enfoque colaborativo, pero con un mayor énfasis en protocolos para la implementación y en objetivos definidos, que se asocian a los resultados educativos. En la medida que se adoptan estrategias de aprendizaje cooperativo, objetivamente se trata de estrategias de aprendizaje colaborativo; con la diferencia que en el enfoque colaborativo se admiten, además, actividades y prácticas pedagógicas informales y casuales; mientras que en el enfoque cooperativo puro las actividades son formuladas de modo estructurado, en la perspectiva de obtener propósitos predefinidos.

Las comunidades de aprendizaje son compatibles con las actividades que apelan a los enfoques colaborativo y cooperativo, como parte de la labor pedagógica. Pero su énfasis se orienta hacia la transformación curricular. Implica que se pueden adoptar prácticas propias de las comunidades de aprendizaje sin tener que hacer un uso extenso de los enfoques colaborativo o cooperativo. Para Arendale, el desarrollo de materiales educativos o la enseñanza impartida por dos docentes (*team teaching*), como parte de la pedagogía, son aspectos de las comunidades de aprendizaje que no requieren tanta interacción entre los alumnos, como la que se requiere en las dos modalidades previas.

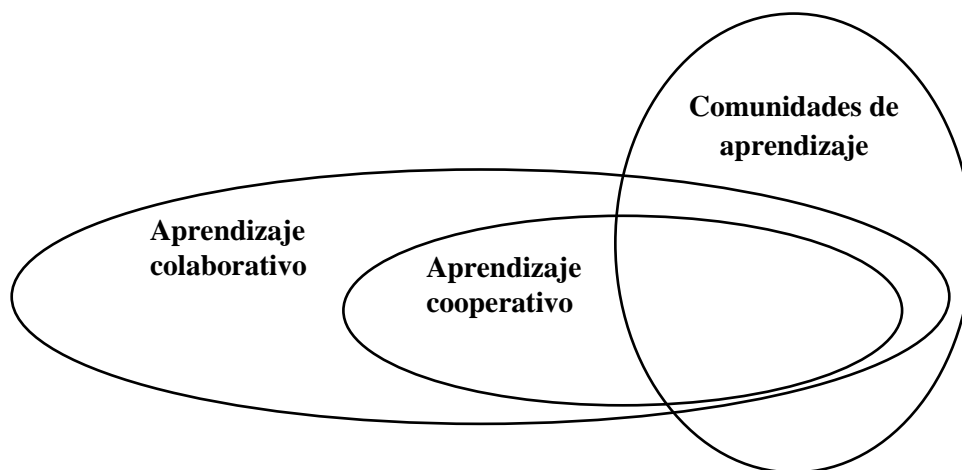


Figura 1. Relación entre modalidades de aprendizaje colaborativo.

Fuente: Arendale (2007).

Arendale observa que los aspectos vinculados a contenidos (materiales educativos) y a los esfuerzos de las instituciones educativas para alentar cambios positivos en la pedagogía son puntos en común con las estrategias de aprendizaje colaborativo y cooperativo. Así, la relación entre estas tres modalidades de aprendizaje con métodos activos es muy estrecha; con más similitudes que diferencias. Las diferencias reportadas aluden más al énfasis que los docentes e instituciones educativas han de privilegiar para avanzar en sus objetivos de enseñanza y en los resultados en desempeño escolar de los alumnos, de modo individual y colectivo.

Al considerar que el desarrollo del aprendizaje colaborativo evoluciona desde una modalidad más casual hacia una modalidad más estructurada, que pone énfasis en el conocimiento colectivo y los resultados de aprendizaje, son diversas las implicancias que emergen de tal transición. Una implicancia es que los docentes inicialmente facilitan las dinámicas colaborativas a las que los alumnos usualmente no se hallan expuestos en un entorno de clase –pero si están familiarizados, porque los juegos presentan el mismo patrón–. Progresivamente, los docentes van incorporando el trabajo de grupo –con un plan de enseñanza– dentro de la propia estructura de los cursos; y con ello empiezan a centrar su atención en la formación de grupos y en las reglas que éstos han de observar para compatibilizar la dinámica social con propósitos educativos. Ello, a su vez, implica que los docentes difunden el aprendizaje colaborativo, inicialmente bajo un formato casual, que avanza hacia versiones más estructuradas de trabajo grupal.

Bajo el marco de referencia previo, la versión más estructurada se conoce como “aprendizaje basado en equipos” o “aprendizaje cooperativo” como refiere Fink (2002). Al respecto, para Millis y Cottell (1998) su atributo principal es la interdependencia dentro del grupo, que conduce a sus integrantes a alcanzar metas y reconocimientos a través de tareas estructuradas y roles interdependientes. Implica que la especialización que desarrollan los alumnos no conduce al individualismo y la división del trabajo. Por el contrario, se trata de una especialización que enriquece el trabajo a partir de compromisos y aportes que cada integrante puede asumir. Otra implicancia es que la aplicación del enfoque colaborativo es una transición. Los aspectos estructurados del aprendizaje cooperativo requieren de una fase previa de familiarización con el enfoque colaborativo. Es decir, se requiere primero haber trabajado las fases iniciales y casuales

de la dinámica de grupos, para luego avanzar hacia actividades más estructuradas y con propósitos definidos como, por ejemplo, influir sobre los resultados escolares.

2.2.5 Aprendizaje colaborativo e interacción

En el aprendizaje colaborativo, la interacción entre pares (alumno-alumno) y el papel de asistencia del docente (interacción alumnos-docente) son la pauta para el desarrollo de roles grupales interdependientes y la asignación de tareas estructuradas, para alentar el razonamiento individual y grupal (entre otras funciones cognitivas de orden superior), y, por ende, el aprendizaje colectivo (Yun Lau, 2006). Al respecto, Soller (2001) fue uno de los investigadores que inicialmente se centró en la interacción como componente principal del aprendizaje colaborativo. Bajo su óptica, sin interacción el aprendizaje no puede ocurrir. Si la interacción es efectiva, entonces posibilita que los alumnos logren metas y reconocimiento a nivel de grupo, pero manteniendo la responsabilidad de cada alumno por sus propios resultados académicos. Soller (2001, p. 43) se refiere a la interacción efectiva, como aquella que posee cinco indicadores que definen estrategias para promover la interacción entre pares (alumno-alumno) conducente a un mejor aprendizaje individual y grupal: Participación, soporte de grupo, destrezas para la comunicación, discusión y análisis del progreso del grupo, e interacción que promueve el entendimiento sobre la base del apoyo y el aliento entre pares.

2.2.6 Aprendizaje colaborativo y mejoras en el aprendizaje

Desde versiones menos estructuradas, hasta las orientadas a la cooperación (modalidad de aprendizaje cooperativo), el aprendizaje colaborativo ha experimentado un avance importante, en razón de su relación con mejoras en el aprendizaje que se manifiestan en el desempeño educativo. Según Zarei *et al.* (2013), estas mejoras tienen relevancia para el sistema educativo pues involucran a dos actores principales: alumnos y docentes. Sostienen que el aprendizaje colaborativo se halla entre los métodos activos más útiles para incrementar el desempeño escolar de los alumnos, bajo una perspectiva social, por la que se espera que las nuevas generaciones se formen como futuros ciudadanos reflexivos, conscientes, creativos, que aporten al desarrollo. Zarei *et al.* (2013) señalaron: “It is a Deep seated ambition for all societies to see the improvement and eminence of its members and have educated and thoughtful citizens” (p. 237). “Es un anhelo para todas las sociedades ver que sus miembros mejoran y destacan y que cuentan con ciudadanos educados y reflexivos” (p. 237).

Los alcances teórico-conceptuales sobre el aprendizaje colaborativo apuntan a la necesidad de, primero, aprender a trabajar con otras personas en actividades que tienen un efecto en el aprendizaje. En ese sentido, el estudio del aprendizaje colaborativo no es reciente. Se origina en el enfoque constructivista impulsado por autores como Alavi (1994), y cuyo tema central es que el aprendizaje activo, cuya base es que el aprendizaje que se apoya en la interacción entre alumnos y sus pares y entre alumnos y sus instructores, aporta a lograr metas académicas.

Además, durante la década de 1980 la preocupación de los investigadores giró en torno a avanzar desde la idea y los objetivos generales de la colaboración, hacia

identificar principios y modalidades específicas para su implementación, a la luz de objetivos concretos (Johnson *et al.*, 1984). Estos esfuerzos eventualmente condujeron a aportes como los de Hiltz y Turoff (1993) que enfatizaron que el aprendizaje colaborativo consiste en estrategias que requieren de la participación activa de los individuos; pero que su mayor aporte ocurre cuando se integran la cooperación y la evaluación. Asimismo, trabajos como los de Johnson *et al.* (2009) y Cuseo (2002) han servido para identificar atributos que el aprendizaje colaborativo adquiere, a medida que el objetivo pretendido sea influir en los resultados educativos. Han propuesto cinco principios que guardan relación con las categorías del modelo de aprendizaje colaborativo desarrollado por Soler (2001), resumidas a continuación:

Interdependencia positiva dentro del grupo; implica la adopción de distintos roles que posibilitan que el grupo avance hacia el logro de una meta común.

Interacción recíproca entre pares.

Desarrollo de habilidades interpersonales y de trabajo en grupo.

Autonomía (en grupos pequeños) para realizar actividades de grupo que implican el procesamiento de información, cuya validez (para el desarrollo de la actividad) ha sido previamente verificada por el propio grupo.

Actividades estructuradas que conducen a compromisos: responsabilidad personal con el grupo y con uno mismo.

El carácter participativo de las estrategias colaborativas tiene un correlato directo con los resultados académicos. En ese sentido, la idea germinal del aprendizaje colaborativo ha tenido acogida y ha sido profundizada, siguiendo la premisa original de que la cooperación debe integrarse a la evaluación (Hiltz y Turoff, 1993) para

corroborar que, en efecto, las estrategias colaborativas explican, en buena medida, el incremento en los resultados de tipo cognitivo y una mejora conductual en los alumnos.

2.2.7 Influencia y beneficios del aprendizaje colaborativo

Un campo dentro del estudio del aprendizaje colaborativo es examinar su influencia y los beneficios derivados de ella. Schroeder *et al.* (2007) explican que la influencia ha sido observada primero en aspectos asociados al comportamiento y las actitudes hacia el estudio. Como beneficios, refieren que la evidencia apunta a una correlación importante con el desempeño escolar. En cuanto a los aspectos asociados al comportamiento y las actitudes, Bartle, Dook y Moderino (2006) hallaron que el aprendizaje colaborativo influye sobre la motivación de los alumnos. Por otro lado, Caulfield y Persell (2011) hallaron que el aprendizaje colaborativo predispone a los alumnos a adoptar una actitud de mayor confianza ante las exigencias de las materias de estudio.

Los hallazgos referidos apoyan el argumento de la influencia directa del enfoque colaborativo sobre la experiencia de aprendizaje. Pero no son categóricos sobre si dicha influencia tiene un correlato directo con mejoras efectivas en los resultados escolares. Al respecto, Caulfield y Persell (2006) han conducido estudios para dilucidar el tema, adoptando un camino distinto. Partieron de hallazgos previos de Rau y Heyl (1990) acerca de que estrategias colaborativas como la discusión grupal del material de clase guarda una relación causal con mejoras en las calificaciones. Sus estudios aportaron evidencia de una mejora en desempeño en materias escolares cuantitativas.

Desde otra perspectiva, Dingel *et al.* (2013) se interesaron más por uno de los protocolos de implementación del aprendizaje cooperativo: La evaluación entre pares

(alumno-alumno), que el docente toma en cuenta como un criterio para asignar calificaciones a grupos de alumnos; ello en la misma línea de razonamiento que sostuvieron Hiltz y Turoff (1993) al señalar que el aprendizaje colaborativo es más efectivo si se integran la interacción y la evaluación. Los hallazgos de Dingel *et al.* sugieren que a pesar que esta práctica se ha extendido progresivamente, las evaluaciones alumno-alumno no necesariamente guardan relación con las calificaciones finales en las materias. Como posible explicación, plantearon que los alumnos podrían ponderar el esfuerzo dentro del grupo como insumo principal para decidir cómo evaluar. Pero este criterio no tiene una influencia sobre la calificación, mayor a la de otros factores que dependen más del individuo. Dingel *et al.* recomiendan profundizar en este tema de investigación, en vista que la evaluación entre pares cuenta con un amplio respaldo con relación a su influencia sobre el comportamiento y las actitudes.

Por otro lado, Zarei *et al.* (2013) también estudiaron si el uso de métodos de aprendizaje cooperativo tiene efecto en el desempeño escolar. Mediante un estudio cuasi-experimental conducido en una escuela secundaria en Irán, hallaron que el aprendizaje colaborativo condujo a mejores resultados escolares con el grupo experimental, en comparación con el grupo de control que había trabajado con el método tradicional de enseñanza. Fue ilustrativo el hallazgo de que un método participativo promovido por el docente es un aspecto importante para lograr mejoras educativas; lo que sugiere que el papel del docente no pierde relevancia con el aprendizaje colaborativo. Por el contrario, es igual de relevante, pero bajo el formato de asistir y facilitar.

Recientemente, Freeman *et al.* (2014) han tenido interés en investigar si existe evidencia empírica convincente para sostener que los métodos activos posibilitan, concretamente, mejoras en el campo denominado STEM (materias cuantitativas en ciencias, ingenierías, tecnología y matemáticas). Para ello condujeron un estudio de meta-análisis de 225 estudios que implicaron calificaciones, mayormente en carreras de pregrado. Sus resultados mostraron que: las calificaciones mejoraron en 6% debido al empleo de métodos activos; los estudiantes que seguían con el método tradicional de enseñanza mostraban un 50% más de probabilidad de reprobación de la materia, en comparación con alumnos que seguían el método activo. Además, sus hallazgos mostraron que las mejores calificaciones y la menor probabilidad de reprobación se sostenían, independientemente de cuál fuere la materia dentro del STEM.

2.2.8 Estrategias de aprendizaje colaborativo

Son estrategias que se apoyan en la participación activa de los alumnos en su propio proceso de aprendizaje (Prince, 2004; Chi, 2009) dando lugar a un enfoque de conducir el proceso de enseñanza-aprendizaje mediante actividades formales e informales que dan forma a la interacción alumno-alumno y alumnos-docente, para el logro de metas de grupo e individuales, como lo refirió Cuseo (2002). La estrategia de aprendizaje colaborativo es, además, la acepción general de un grupo de estrategias más definidas que caen dentro del aprendizaje activo de tipo constructivista. Tienen la característica particular de que se brinda asistencia a los alumnos para que logren metas de grupo, pero manteniendo la responsabilidad de cada individuo por sus propios resultados. El papel del docente es asistir a los alumnos para que sus interacciones resulten provechosas individual y grupalmente. Para ello, el docente emplea tareas estructuradas para alentar el razonamiento y el aprendizaje colectivo (Yun Lau, 2006).

Además, estas estrategias se apoyan en la noción de que el aprendizaje es un proceso social. En ese marco, las estrategias colaborativas funcionan mejor con grupos que cooperan por un periodo de tiempo prolongado y, así, mejoran sus resultados educativos (Johnson & Johnson, 1999). Se explica porque los individuos desarrollan lazos emocionales y de empatía que los motivan a cooperar y desempeñar un papel de corresponsabilidad con su grupo (Johnson *et al.*, 2009). En cuanto a sus dimensiones, la literatura consultada converge en cuanto a tres dimensiones:

Dimensión 1: Interacción efectiva entre pares

Proceso social de desarrollo de una comprensión compartida sobre un fenómeno en que los individuos comunican ideas y experiencias a sus pares y asimilan las contribuciones de ellos, como una forma natural de aprender (Kreijns *et al.*, 2003; Hammond, 2005); tal que aumenta el interés y la motivación por colaborar al percibir los miembros de grupo que sus metas están positivamente correlacionadas, de modo que un individuo solo puede alcanzar sus metas si los demás miembros del grupo alcanzan las suyas (Soller, 2001; Barrows, 2002; Yun Lau, 2006).

Dimensión 2: Actividades colaborativas estructuradas

Conjunto de métodos, ejercicios y técnicas de calificación elaborados por el docente de modo planificado y sistemático (Millis y Cottell, 1998; Yun Lau, 2006), con el objetivo de guiar la evolución de dinámicas colaborativas (Prince, 2004; Chi, 2009) que contribuyan al logro de metas compartidas de aprendizaje y desarrollo de destrezas interpersonales en los alumnos (Barkley, Cross & Major, 2005).

Dimensión 3: Actividades colaborativas no estructuradas

Conjunto de intercambios y acciones conjuntas de tipo casual (Fink, 2002) que realizan los alumnos al interior de grupos de carácter temporal (Johnson & Johnson, 2008), pero alto grado de autonomía, con el objetivo de alentar un estado de ánimo propicio para el aprendizaje, desarrollar habilidades de interacción social, trabajo en equipo y auto-organización, y maximizar las oportunidades de aprendizaje de los alumnos, en función de sus preferencias y características, ya sea dentro o fuera del aula; como se ha expuesto en las referencias previas a los trabajos de Cuseo (2002) y Arendale (2007).

2.2.9 Aplicación de estrategias de aprendizaje colaborativo

El trabajo con el enfoque colaborativo ha ampliado su alcance. Actualmente se acepta que no se trata de un único modo de conducir el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por el contrario, obedece a un continuum de modalidades. Para Fink (2002), dicho *continuum* inicia con actividades de tipo informal y con cierto grado de improvisación. A ellas les siguen actividades estructuradas, con un mayor grado de planificación por parte del docente. Bajo un enfoque más orientado a lograr propósitos educativos concretos, las actividades son diseñadas específicamente para alentar a los grupos de alumnos a que se involucren en actividades que son conducentes a mejoras en su desempeño grupal e individual.

A raíz de la literatura examinada, la elección de estrategias no constituye una decisión discrecional. Depende de aspectos asociados a la experiencia de cambio que inicie una institución educativa interesada en los métodos activos. Arendale (2007, p. 6) halló –en su examen sobre aprendizaje colaborativo-cooperativo y comunidades de aprendizaje– que a nivel institucional lo que ocurre es la adopción de un programa que

refleje un sistema de aprendizaje más comprensivo y que es, progresivamente, integrado dentro de la experiencia de aprendizaje de las materias. Como tal, requiere de una experiencia transformadora a nivel de la institución educativa, para lo que será necesario tomar en cuenta aspectos tales como:

Alto grado de involucramiento de los docentes con el desarrollo curricular.

Entrenamiento y monitoreo de los facilitadores de los grupos.

Alineamiento entre los objetivos educativos y las materias.

Cambio en las políticas y las expectativas en los cursos y a nivel de la institución.

Asignación de tiempo para que los docentes completen las tareas necesarias para implementar el método.

Soporte financiero sostenido de parte de la institución educativa. (Arendale, 2007, p. 6).

Bajo los criterios referidos, las iniciativas de aprendizaje activo serán distintas, dependiendo de las decisiones de las instituciones. Para Arendale, en un primer grupo, se hallan las instituciones que realizan esfuerzos aislados (pocas materias); en cuyo caso las mejoras en desempeño escolar son previsiblemente bajas. En un segundo grupo, refiere a aquellas a las que se debe brindar más asistencia a los alumnos, de modo individual más que grupal; en cuyo caso las mejoras en desempeño son previsiblemente modestas. En un tercer grupo, refiere a las que apoyan actividades suplementarias de aprendizaje (dando más espacio a los métodos colaborativos); en cuyo caso las mejoras son previsiblemente superiores en los alumnos expuestos a los programas activos. En un cuarto grupo, se hallan instituciones que propician la adopción de lleno del nuevo

sistema de aprendizaje activo en las materias. En ese caso, son previsibles mejoras sustanciales en el desempeño general de los alumnos, y no solo en materias concretas.

En función del énfasis en la adopción de métodos activos por parte de las instituciones educativas, éstas pueden optar por tipos de estrategias de aprendizaje colaborativo de acuerdo al énfasis elegido o a los objetivos que pretenda alcanzar. Al respecto, Felder y Brent (2007) plantean estrategias estructuradas que pueden ser puestas en práctica en alineación con prácticas más casuales y/o informales –los tipos menos estructurados de estrategias de aprendizaje colaborativo–, y que pueden ser empleadas tanto en un ambiente de aula, como de laboratorio o de talleres de proyecto. A continuación, se describen brevemente las estrategias planteadas por Felder y Brent.

Resolución de problemas en grupo

Los alumnos desarrollan parte (o la mayor parte) de sus tareas en el aula, formando equipos que son alentados a cooperar. Se les anticipa que tienen la potestad de incluir en la tarea que entregan al docente, solo los nombres de quienes aportaron efectivamente a su desarrollo. Inicialmente se puede esperar que la solidaridad de grupo lleve a que nadie sea excluido, incluso si algún alumno no contribuyó con el cumplimiento de la tarea asignada. Pero eventualmente, tales alumnos desarrollarán un sentido de responsabilidad compartida que les conducirá a un cambio de actitud favorable.

El papel del docente es observar las dinámicas de grupo y asistir a los alumnos en sus consultas. Ambos roles le permitirán asignar una nota de grupo; sobre dicha base, procederá a aplicar un factor de corrección (o puntos menos o más) a título individual. Aunque la estrategia es grupal, la evaluación individual tiene el objetivo de estimular el

compromiso y la responsabilidad de los alumnos con sus grupos y para consigo. Este tipo de estrategia no sustituye el encargo de tareas individuales, por la misma razón: el desempeño individual mantiene vigencia dentro de la actividad pedagógica en razón que las calificaciones de cada materia son a título individual. Este concepto es conocido como “*individual accountability*”.

Un aspecto que se sugiere atender es el siguiente: Usualmente en cada grupo se hallará un alumno que es más ágil en la resolución de problemas. En algunos casos, los otros miembros del grupo se sentirán satisfechos con entender cómo su compañero resolvió el problema. Sin embargo, es más conveniente avanzar hacia el estado en que las destrezas para la solución de problemas se perfeccionan en todos los alumnos. Por ello, como parte de la estrategia colaborativa, es recomendable asignar un tiempo inicial para que los miembros de cada grupo intenten una solución individual preliminar, para luego compartir sus puntos de vista y trabajar en una solución final, de grupo.

Proyectos y trabajo de laboratorio

Los proyectos y trabajos en un ambiente de laboratorio no son privativos de los métodos activos. Se trata de prácticas convencionales. Pero bajo un enfoque de aprendizaje colaborativo, se pretende alentar el *individual accountability*, que es de suma importancia para lograr una mejora en el desempeño grupal e individual. La razón de trabajar un enfoque activo es que, regularmente, un miembro de grupo asume gran parte del trabajo y luego el grupo obtiene una calificación que es igual para todos, independientemente de si trabajaron o no.

El aprendizaje colaborativo aporta una perspectiva distinta. La formación de grupos (al igual que en la estrategia de resolución de problemas en grupo) tiene un primer reto: cada miembro (o en pares) asume responsabilidad por una parte del trabajo o una fase del proyecto asignado. La labor del docente es, también, observar la dinámica y asistir a los alumnos (anotando observaciones para luego aplicar el factor de corrección individual sobre la calificación grupal). Además, tiene la oportunidad de preguntar a los alumnos (individualmente) sobre sus progresos. Luego de un lapso de tiempo, el docente solicita a los alumnos iniciar la fase de desarrollo grupal del proyecto o el trabajo asignado, de cara a la entrega final que conduce a la calificación.

Los alumnos que mantienen una actitud favorable hacia el trabajo grupal y el *individual accountability* estarán en mejor posición de aumentar su conocimiento y sus destrezas para el trabajo en equipo. Los alumnos que aún no lo consigan, enfrentarán dificultades; y en tal caso, el docente puede tomar nota de la necesidad de reforzamiento, mediante acciones de asistencia o la explicación de modo individual.

Actividades lúdicas

En una perspectiva casual, las actividades lúdicas aportan sustancialmente a la motivación, el interés en la clase y el dinamismo, entre otros beneficios asociados al comportamiento. Si se emplea este tipo de estrategia con fines de aprendizaje y mejoras concretas en los resultados educativos, se requiere un mayor énfasis en la estructuración de las actividades lúdicas. En la escena de las materias de ciencia, por ejemplo en un laboratorio, una estrategia estructurada consistirá en solicitar a los alumnos que calibren los instrumentos de laboratorio (barómetro, microscopio, etc.) de acuerdo con las indicaciones del docente y tomando como guía los contenidos teóricos que previamente

les fueron impartidos. Esto tiene un doble efecto. Por un lado, los alumnos van a reforzar la información recibida. Por otro lado, la aplicarán en una tarea bajo su control; la que, por ser retadora, les resultará interesante y puede conllevar a un aumento en la concentración. Otro caso ilustrativo de actividades lúdicas para propósitos de aprendizaje se aprecia en la materia de Geometría. Un tema que plantea grandes retos a los alumnos es el referido al trabajo con los sólidos geométricos (prisma, cubo, etc.); que implica realizar cálculos de cierta dificultad (longitud de los lados, áreas laterales y totales, y volúmenes) apelando a fórmulas también de cierta dificultad.

Parte del reto es la incomodidad inicial con un trabajo difícil, que puede motivar una actitud adversa ante el tema y, por extensión, ante la materia. La estrategia lúdica tendría, por ende, un primer objetivo de transformar una actitud potencialmente adversa, en una motivación individual y grupal. Una acción consiste en solicitar a los alumnos que se apoyen en el material del curso (previamente presentado y explicado) para confeccionar sus propios sólidos geométricos; con colores y motivos de su agrado, pero cumpliendo con las indicaciones recibidas. Así, el docente puede solicitar que se respeten ciertas dimensiones (longitud de los lados, altura del sólido, medida de los ángulos, etc.) Con alta probabilidad, este tipo de estrategia ofrece posibilidades diversas; sobre todo si las acciones (procedimiento de implementación) implican la colaboración y la opinión de compañeros de grupo (apreciación entre pares) y de aula.

Edición por pares (alumno-alumno)

Un procedimiento que ha recibido gran atención en la labor pedagógica es solicitar a los alumnos la elaboración de ensayos o composiciones escritas; por lo general, pero no de modo exclusivo, en materias de las áreas de letras y de ciencia y ambiente. Con

frecuencia, estos trabajos son presentados por el alumno de modo oral, a lo que le sigue la crítica o comentarios del docente y, finalmente, la calificación individual. Se sigue una lógica tradicional, donde el docente tiene la última palabra.

Pero las estrategias colaborativas han mostrado ser potentes. En la estrategia de edición de pares (*peer editing*), los alumnos elaboran primero el reporte o composición, de modo individual. Luego, integran grupos para una primera ronda de revisión. Intercambian reportes para que sean revisados por un compañero (un par), e incluso pueden realizar una presentación oral internamente. A continuación, los miembros de grupo elaboran una segunda versión de su reporte; esta vez tomando en cuenta las recomendaciones de sus pares, así como sus nuevas impresiones, reflexiones o ideas.

Previsible, los docentes pueden esperar recibir reportes o ensayos de mayor calidad. Como tal, el docente tiene incentivos para sustituir la labor de corregir errores, por la de proporcionar retroalimentación positiva sobre un trabajo que ya ha atravesado por una fase previa de corrección o mejora. Por su parte, el alumno accede a un canal de retroalimentación que le ayuda a desarrollar su sentido crítico para evaluar qué tipo de esfuerzo y uso de lo aprendido tiene mayor relación con el tipo de retroalimentación que recibe, y que tiene mayor o menor relación con mayores o menores calificaciones.

Trabajo grupal facilitado por un líder (facilitador) de grupo

Por medio de esta estrategia, la sesión de clase del docente (presentación y explicación de un tema) es complementada por una sesión de taller en la que toman parte grupos de seis a ocho alumnos. La meta es resolver problemas estructurados o asignaciones, pero bajo la guía de un líder de grupo entrenado. Para que la estrategia funcione, el problema

debe representar un reto para los alumnos. Además, debe estar relacionado con la evaluación principal de la materia (un examen de fin de unidad, por ejemplo).

En preparación, el docente elabora el problema, así como instructivos o material de referencia para los alumnos. Luego, debe capacitar a los líderes de grupo. Durante el proceso, el docente asumirá un papel de supervisión del progreso de los grupos y debe mantener diálogo con los líderes. Bajo esta estrategia, el objeto de los materiales proporcionados por el docente es ayudar a que los alumnos consideren nuevas ideas, confronten malentendidos o malinterpretaciones sobre conceptos o técnicas, y apliquen conocimientos asimilados en la resolución de un problema retador. El objeto del empoderamiento del líder de grupo es clarificar metas, alentar el involucramiento de los alumnos, incentivar que éstos se familiaricen con los contenidos del curso y el trabajo con pares, y estimular los comportamientos conducentes al logro de metas. Pero el rol del líder no ha de ser el de enseñar o proporcionar las respuestas a sus compañeros.

Como precaución a tomar en cuenta, el docente debe procurar no intervenir demasiado en la labor de los líderes de grupo, porque el grado de empoderamiento fácilmente puede ser revertido si los líderes de grupo sienten que su esfuerzo, en apoyo al grupo, es prescindible o inestable. Es oportuno señalar que esta estrategia no es original de los métodos de aprendizaje activo. Se trata más bien de un desarrollo de educadores en el campo de la Química, que data de los años 1990s. Sin embargo, es compatible con el concepto y los atributos de las estrategias de aprendizaje colaborativo; razón por la que es hoy en día considerada como una estrategia de aprendizaje colaborativo de propio derecho.

III. VARIABLES

3.1 Identificación de variables

Variable independiente: Estrategias de aprendizaje colaborativo

Dimensiones:

Interacción entre pares

Actividades colaborativas estructuradas

Actividades colaborativas no estructuradas

Variable dependiente: Desempeño en la prueba de evaluación del área curricular de Matemáticas

Dimensiones:

Situaciones de cantidad - Aritmética

Situaciones de regularidad, equivalencia y cambio - Álgebra

Situaciones de forma, movimiento y localización - Geometría

3.2 Descripción de variables

3.2.1 Definición conceptual: Estrategias de aprendizaje colaborativo

Estrategias que se apoyan en la participación activa de los alumnos en su propio proceso de aprendizaje (Prince, 2004; Chi, 2009), dando lugar a un enfoque de conducir el proceso de enseñanza-aprendizaje que comprende actividades formales e informales que dan forma a la interacción alumno-alumno y alumnos-docente, para el logro de metas de grupo e individuales (Cuseo, 2002).

Tienen la característica particular de que se brinda asistencia a los alumnos para que logren metas de grupo, pero manteniendo la responsabilidad de cada individuo por sus propios resultados. El papel del docente es asistir a los alumnos para que sus

interacciones resulten provechosas tanto a nivel individual, como grupal; y para ello, el docente apela a tareas estructuradas para alentar el razonamiento y el aprendizaje colectivo (Yun Lau, 2006). Asimismo, parten de la noción de que el aprendizaje es un proceso social. En ese marco, las estrategias colaborativas funcionan mejor con grupos que cooperan por un periodo de tiempo prolongado y, así, mejoran sus resultados educativos (Johnson & Johnson, 1999; 2008). Ello se explica porque los individuos desarrollan lazos emocionales y de empatía, que los motiva a cooperar y desempeñar un papel de corresponsabilidad con su grupo (Johnson *et al.*, 2009).

3.2.2 Definición operacional de estrategias de aprendizaje colaborativo

Dimensión 1: Interacción efectiva entre pares

Proceso social de desarrollo de una comprensión compartida sobre un fenómeno en que los individuos comunican ideas y experiencias a sus pares y asimilan las contribuciones de ellos, como una forma natural de aprender (Kreijns *et al.*, 2003; Hammond, 2005); tal que aumenta el interés y la motivación por colaborar al percibir los miembros de grupo que sus metas están positivamente correlacionadas, de modo que un individuo solo puede alcanzar sus metas si los demás miembros del grupo alcanzan las suyas (Soller, 2001; Barrows, 2002; Yun Lau, 2006).

Dimensión 2: Actividades colaborativas estructuradas

Conjunto de métodos, ejercicios y técnicas de calificación elaborados por el docente de modo planificado y sistemático (Millis y Cottell, 1998; Yun Lau, 2006), con el objetivo de guiar la evolución de dinámicas colaborativas (Prince, 2004; Chi, 2009) que contribuyan al logro de metas compartidas de aprendizaje y desarrollo de destrezas interpersonales en los alumnos (Barkley *et al.*, 2005).

Dimensión 3: Actividades colaborativas no estructuradas

Conjunto de intercambios y acciones conjuntas de tipo casual (Fink, 2002) que realizan los alumnos al interior de grupos de carácter temporal (Johnson & Johnson, 2008), pero alto grado de autonomía, con el objetivo de alentar un estado de ánimo propicio para el aprendizaje, desarrollar habilidades de interacción social, trabajo en equipo y auto-organización, y maximizar oportunidades de aprendizaje de los alumnos en función de sus preferencias y características, dentro o fuera del aula (Cuseo, 2002; Arendale, 2007).

3.2.3 Definición conceptual: Desempeño en la prueba de evaluación del área curricular de Matemáticas

Resultados obtenidos por los alumnos del grupo que participa del aprendizaje colaborativo en las pruebas de evaluación del área de Matemáticas, correspondiente al primer grado de secundaria. Los estudios en aprendizaje colaborativo han abordado varios campos de aplicación. En un grupo más reciente se hallan estudios experimentales orientados a medir la efectividad de las estrategias de aprendizaje colaborativo (Yun Lau, 2006). Así, Alkhateeb y Jumaa (2002) han investigado el efecto de aplicar el aprendizaje cooperativo, sobre el desempeño en el curso de Álgebra (el contexto del estudio fue Emiratos Árabes Unidos). Hallaron que hay una influencia significativa en los resultados de los exámenes de Álgebra.

Snyder (2006) ha optado por un diseño cuasi-experimental para evaluar el efecto del aprendizaje colaborativo. Halló que guarda relación con un aumento en los promedios en cursos de Matemáticas, además de una mejor actitud por parte de los alumnos. Por su parte, Freeman *et al.* (2014) indican que los estudios que han aportado evidencia clara de la influencia de las estrategias colaborativas comparten dos aspectos:

(i) tienen un diseño cuantitativo, con orientación experimental; y (ii) han apelado a medios objetivos de registro de información, como las calificaciones en exámenes.

3.2.4 Definición operacional de desempeño en la prueba de evaluación del área curricular de Matemáticas

El Ministerio de Educación (2013, 2015) de Perú ha definido las dimensiones correspondientes a la variable Desempeño en la Prueba de Evaluación del Área Curricular de Matemáticas de la siguiente manera:

Dimensión 1: Situaciones de cantidad - Aritmética

Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y el uso de los números y sus operaciones empleando diversas estrategias de solución, justificando y valorando sus procedimientos y resultados (Ministerio de Educación, 2013; 2015). Para el presente estudio, esta dimensión es más representativa en la materia de Aritmética.

Dimensión 2: Situaciones de regularidad, equivalencia y cambio - Álgebra

Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y el uso de los patrones, igualdades, desigualdades, relaciones y funciones, utilizando diversas estrategias de solución y justificando sus procedimientos y resultados (Ministerio de Educación, 2013; 2015). Para el presente estudio, esta dimensión es más representativa en la materia de Álgebra.

Dimensión 3: Situaciones de forma, movimiento y localización - Geometría

Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican el uso de propiedades y relaciones geométricas, su construcción y movimiento en el plano y el espacio, utilizando diversas estrategias de solución y justificando sus procedimientos y resultados (Ministerio de Educación, 2013; 2015). Para este estudio, esta dimensión es más representativa en la materia de Geometría.

3.3 Operacionalización de la variable

La variable independiente es manipulada en el estudio. La variable dependiente es el objeto de experimentación. Su operacionalización se aprecia en la tabla 1.

Tabla 1

Operacionalización de la variable: Desempeño en la prueba de evaluación del área curricular de Matemáticas.

Dimensiones	Indicadores	Rango por variable	Nivel por variable
Situaciones de cantidad		Destacado	Destacado
Situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	1. Matematiza situaciones	(18–20)	(AD)
	2. Comunica y representa ideas matemáticas	Logro previsto (14–17)	Logro previsto (A)
	3. Elabora y usa estrategias	En proceso	En proceso
Situaciones de forma, movimiento y localización	4. Razona y argumenta generando ideas matemáticas	(11 – 13)	(B)
		En inicio (00 – 10)	En inicio (C)

Fuente: Elaboración propia.

3.4 Matriz de consistencia

La tabla 2 presenta la matriz de consistencia para la presente investigación.

Tabla 2*Matriz de consistencia.*

Problema	Objetivos	Variables	Diseño	Población	Técnicas
<p>General: ¿Cuál es la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes en el área de matemáticas, del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Arequipa?</p> <p>Específicos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cuál es la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en el área de matemáticas, en estudiantes que siguen el programa curricular de Álgebra del primer grado de secundaria? 2. ¿Cuál es la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en el área de matemáticas, en estudiantes que siguen el programa curricular de Aritmética del primer grado de secundaria? 3. ¿Cuál es la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en el área de matemáticas, en estudiantes que siguen el programa curricular de Geometría del primer grado de secundaria? 	<p>General: Determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes en el área de Matemáticas, del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo.</p> <p>Específicos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes que siguen el programa curricular de Álgebra, correspondiente al primer grado de secundaria 2. Determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes que siguen el programa curricular de Aritmética, correspondiente al primer grado de secundaria. 3. Determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes que siguen el programa curricular de Geometría, correspondiente al primer grado de secundaria. 	<p>Variable independiente: Estrategias de aprendizaje colaborativo.</p> <p>Dimensiones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Interacción efectiva entre pares - Actividades colaborativas estructuradas - Actividades colaborativas no estructuradas <p>Variable dependiente: Desempeño en la prueba de evaluación del área curricular de Matemáticas.</p> <p>Dimensiones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Situaciones de cantidad - Situaciones de regularidad, equivalencia y cambio - Situaciones de forma, movimiento y localización 	<p>Tipo: Investigación experimental con enfoque cuantitativo</p> <p>Método: Cuasi-experimental, con grupo de control</p> <p>Análisis de datos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Estadística descriptiva - Análisis de varianza de un factor 	<p>Población y muestra: 28 alumnos, que siguen el programa curricular de Matemáticas del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Arequipa</p>	<p>Técnica:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Revisión de los registros académicos del área de Matemáticas <p>Instrumentos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Prueba de evaluación de Aritmética - Prueba de evaluación en Álgebra - Prueba de evaluación de Geometría

IV. MARCO METODOLÓGICO

4.1 Tipo y diseño de investigación

Metodología

Esta investigación utiliza el método experimental. Según Cohen *et al.* (2005), el atributo básico de la investigación experimental es que implica efectuar un cambio en el valor de una variable –la variable independiente– y observar el efecto de dicho cambio en otra variable –la variable dependiente–. Asimismo, la investigación es basada en campo, porque al contrario de los experimentos de laboratorio, la manipulación de la variable independiente ocurre en un entorno natural. De acuerdo con Humphreys y Weinstein (2009), los experimentos de campo son diseñados para mantener validez interna y para lograr mayor validez externa que bajo condiciones de laboratorio.

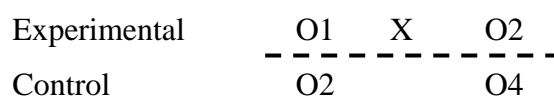
Tipo de estudio

Dado el problema y los objetivos de investigación, el estudio corresponde a una investigación aplicada, con enfoque cuantitativo, porque busca responder a problemas concretos con el objeto de hallar soluciones que puedan aplicarse. De acuerdo con Maletta (2011), en la investigación aplicada no se cuestiona el conocimiento básico, sino que este se aplica a un campo en particular; en este caso la efectividad de aplicar estrategias de aprendizaje colaborativo. En cuanto a su enfoque cuantitativo, el objetivo es analizar matemáticamente la relación entre las variables –independiente y dependiente– a través del análisis estadístico de evidencia empírica cuantificable; en este caso los resultados en las pruebas de evaluación del área curricular de Matemáticas.

Diseño de investigación

En cuanto a su diseño, se trata de una investigación cuasi-experimental, con grupo de control, y de corte longitudinal. Según Cohen *et al.* (2005), la mayoría de estudios en el campo educativo son cuasi-experimentales en lugar de experimentos puros. La diferencia central con los experimentos es que el investigador conduce el estudio con grupos intactos; es decir, que han sido constituidos por medios distintos al azar; en este caso, grupos de alumnos que han sido constituidos en función a criterios administrativo-curriculares. Es longitudinal porque se examinan cambios en los resultados de las pruebas de evaluación en el área curricular de Matemáticas en un periodo de tiempo.

Gráficamente, la investigación se denota:



Siguiendo la convención de Campbell y Stanley (1963):

X = representa la exposición de un grupo a una variable experimental o evento, cuyos efectos han de ser medidos.

O = se refiere al proceso de observación o medida.

Xs y Os en una misma fila = se refieren a un mismo grupo o personas.

Orientación de izquierda a derecha = indica la secuencia temporal.

Dos filas paralelas separadas por una línea discontinua = representan grupos no constituidos al azar.

El grupo experimental es conformado por alumnos con quienes se aplicaron estrategias de aprendizaje colaborativo, como parte de la conducción del plan curricular de Matemáticas. El grupo de control es conformado por alumnos con los que se condujo el plan curricular en función el plan de enseñanza convencional. Para controlar diferencias entre grupos no asignados al azar, se empleó el método de homogeneización

o *matching* (Cohen *et al.*, 2005) de los grupos en función de asignar un docente con alto nivel de preparación y años de experiencia; en este caso, más de quince años.

4.2 Población y muestra

Población

Siguiendo el criterio de Hernández *et al.* (2003), la población comprende el conjunto de todos los casos que cumplen con una serie de especificaciones. Para la presente investigación la población está conformada por alumnos en el área curricular de Matemáticas del primer grado de secundaria, de la institución educativa particular San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa; siendo un total de 28 estudiantes.

Muestra

La muestra experimental está formada por 11 estudiantes del área de Matemáticas, del primer grado de secundaria, Institución Educativa Particular San Benito de Palermo, distrito de Socabaya, Arequipa. La muestra para el grupo de control está formada por 17 estudiantes del área de Matemáticas, del primer grado de secundaria, Institución Educativa Particular San Benito de Palermo, distrito de Socabaya, Arequipa. Dado que se trata de un estudio con método experimental, no se aplicó procedimiento de muestreo. Se trabajó con el conjunto de estudiantes que prosiguen la programación curricular de Matemáticas, del primer grado de secundaria, asignados a dos grupos por la institución educativa. El estudio trabajó sobre la base de un escenario natural.

4.3 Técnicas e instrumento de recolección de datos

La técnica utilizada en la investigación es la revisión de los registros académicos de Matemáticas, en el rubro de resultados en la prueba de evaluación de los cursos de Aritmética, Álgebra y Geometría. El instrumento es la prueba de evaluación bimestral

empleada para conocer la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes que siguen el programa curricular de Matemáticas, del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, distrito de Socabaya, Arequipa.

Ficha Técnica del instrumento sobre efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje en el área curricular de Matemáticas

Nombre de escala:	Escala decimal de 0 a 20.
Autor:	Escala estándar.
Instrumento:	Prueba de evaluación.
Forma de administración:	Es aplicada en forma individual, por el docente o el instructor de prácticas.
Objetivos:	Medir capacidades correspondientes al área curricular de Matemáticas.
Finalidad:	Identificar la efectividad de las estrategias de aprendizaje colaborativo sobre capacidades del área curricular de Matemáticas.
Población a aplicar:	Estudiantes que siguen el plan curricular de Matemáticas, del primer grado de secundaria.
Tiempo de aplicación:	45 a 50 minutos.
Evalúa:	Determina el nivel de capacidades para resolver situaciones de cantidad; forma, movimiento y localización; regularidad, equivalencia y cambio.

4.4 Validez del instrumento

Para la validez se consideró la opinión de expertos. Su instrumento, el informe de juicio de expertos, fue aplicado y desarrollado por dos metodólogos y un matemático en educación para validar el instrumento.

Tabla 3

Validación de juicio de expertos

N.º	Experto	Especialidad
Experto 1	Dr. Richard López Juro	Metodólogo
Experto 2	Mgr. Carlos Del Castillo Guardamino	Metodólogo
Experto 3	Mgr. Braulio Vargas Becerra	Matemático

Fuente: Elaboración propia

El instrumento consta de tres pruebas de evaluación, para las materias de Aritmética, Álgebra y Geometría. Tres expertos validaron el instrumento, desde el punto de vista de la pertinencia y el diseño. En cuanto a la pertinencia, los expertos validaron la vinculación entre los ítems del instrumento y las capacidades específicas en el área de Matemáticas (dimensiones de la variable dependiente). En cuanto al diseño, validaron la vinculación entre los ítems del instrumento y los indicadores de la variable dependiente.

4.5 Procedimiento de recolección de datos

El instrumento consta de tres secciones: Aritmética, Álgebra y Geometría. La administración del mismo ha tenido lugar al final del bimestre. Este tiempo ha sido necesario porque la manipulación de la variable experimental (la variable independiente) ha consistido en un periodo de aplicación de las estrategias de aprendizaje colaborativo, y de la evaluación formal correspondiente.

En cuanto a la aplicación del instrumento con alumnos del área curricular de Matemáticas, correspondiente al primer grado de secundaria, las pruebas fueron administradas en días consecutivos, con un tiempo de resolución de 45 a 50 minutos. El motivo de haber organizado la administración de pruebas en días diferentes obedece a las siguientes razones: La duración de cada prueba de manda aproximadamente una hora de fuerte concentración, por lo que es pedagógicamente apropiado organizar las pruebas en distintos días. En segundo lugar, la dificultad de cada materia aconseja que se permita a los alumnos contar con un periodo de repaso previo.

En el momento de la aplicación, los alumnos fueron instruidos de que incluyan sus cálculos u operaciones auxiliares en el formato de prueba. Pero se dejó abierta la posibilidad que trabajasen primeros intentos de solución con lápiz y luego presentasen su respuesta con lapicero de color azul o negro.

A la culminación de la prueba, el docente y/o instructor de prácticas procedió a la calificación de las mismas, las introdujo en el acta de notas (en Excel) y compartió la información con la autora de la tesis.

Estructura del instrumento: Consta de tres secciones

Sección A: Aritmética

Consta de 11 ejercicios y problemas sobre conjuntos, números naturales, sistemas de numeración y descomposición polinómica; organizados en 6 ítems, cuyo objetivo es evaluar capacidades para resolver situaciones de cantidad.

Sección B: Álgebra

Consta de 15 ejercicios sobre números enteros y expresiones algebraicas, organizados en 5 ítems, cuyo objetivo es evaluar capacidades para resolver situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.

Sección C: Geometría

Consta de 5 problemas sobre ángulos, rectas y geometría euclidiana (geometría plana); organizados en 5 ítems, cuyo objetivo es evaluar capacidades para resolver situaciones de forma, movimiento y localización.

4.6 Métodos de análisis e interpretación de datos

Finalizada la recolección de datos, éstos se procesaron e interpretaron con los paquetes estadísticos SPSS y Excel. Se analizó la variable dependiente por medio de estadística descriptiva, haciendo uso de tablas y gráficos; y se analizó la efectividad de las estrategias de aprendizaje colaborativo por medio del análisis de varianza, para el grupo experimental y para el grupo de control.

V. RESULTADOS

5.1 Presentación de resultados

Se presentan los resultados de la evaluación en el área de Matemáticas, con tres secciones: situaciones de cantidad (Aritmética); de regularidad, equivalencia y cambio (Álgebra); y de forma, movimiento y localización (Geometría).

5.1.1 Resultados en el grupo experimental

Variable: Desempeño en la prueba de evaluación del área curricular de Matemáticas

DESCRIPCIÓN:

En cuanto a la tabla 4, podemos observar que el desempeño general en la prueba de evaluación del área curricular de Matemáticas alcanza en su mayoría el nivel en proceso (calificaciones de 11 a 13) para el 54,5% de alumnos, y el nivel de logro previsto (calificaciones de 14 a 17) para el 36,4% de alumnos. Mientras que el 9,1% de alumnos ha superado las metas de aprendizaje esperadas y alcanza el nivel destacado; sin que se registrasen alumnos que se mantienen en el nivel en inicio; en los alumnos(as) que siguen el plan curricular correspondiente al primer grado de secundaria de la institución educativa particular San Benito de Palermo, distrito de Socabaya, Arequipa.

Tabla 4

Distribución de frecuencias del desempeño en la prueba de evaluación del área de Matemáticas de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa

	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	0	0.0%
En proceso	6	54.5%
Logro previsto	4	36.4%
Destacado	1	9.1%
Total	11	100%

Nota: Tomado de la aplicación del instrumento de evaluación.

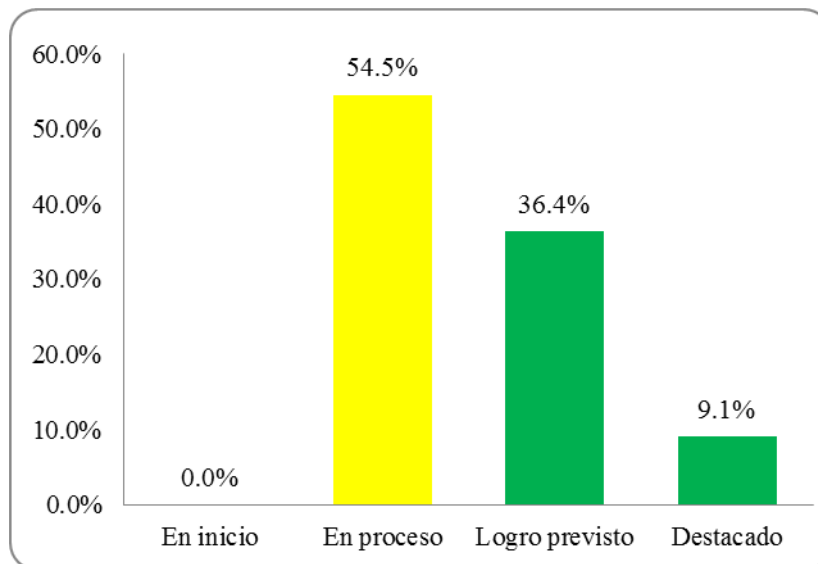


Figura 2. Desempeño general en el área de Matemáticas del grupo experimental.

Dimensión: Situaciones de cantidad

DESCRIPCIÓN:

De la tabla 5 se observa que en cuanto a la capacidad para resolver situaciones de cantidad, el 45,5% de alumnos ha alcanzado el nivel de logro previsto y que el 27,3% de alumnos se halla en proceso. Asimismo, el 18,2% de alumnos se halla en el nivel en inicio, y el 9,1% ha superado las expectativas de logro y alcanzó el nivel destacado. Esto indica que la mayoría de alumnos (72,8%) tuvo éxito en alcanzar o superar las metas de aprendizaje referidas a resolver situaciones de cantidad.

Tabla 5

Distribución de frecuencias del desempeño en situaciones de cantidad de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa

	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	2	18.2%
En proceso	3	27.3%
Logro previsto	5	45.5%
Destacado	1	9.1%
Total	11	100%

Nota: Tomado de la aplicación del instrumento, sección Aritmética.

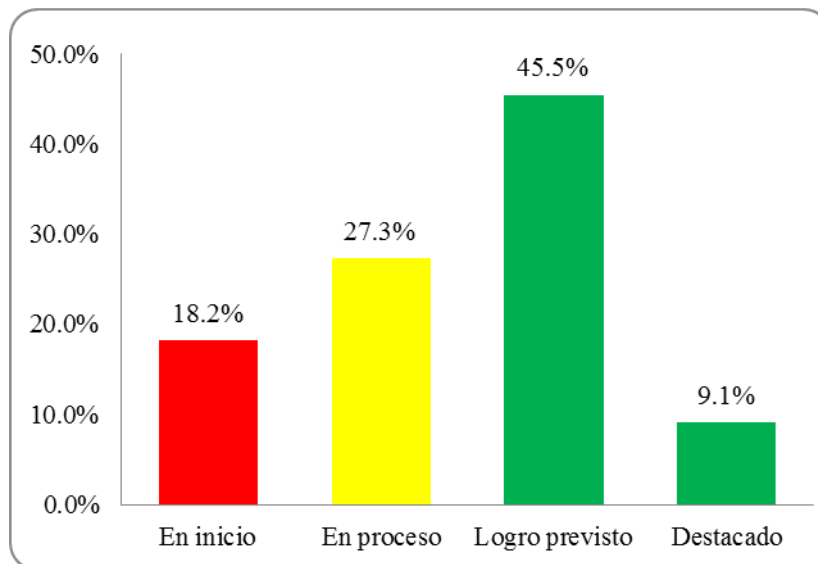


Figura 3. Nivel porcentual en situaciones de cantidad.

Dimensión: Situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

DESCRIPCIÓN:

En cuanto a la capacidad para resolver situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, la tabla 6 muestra que el 45,5% de alumnos ha alcanzado la meta de aprendizaje en el nivel de logro previsto; el 27,3% de alumnos está en proceso y el 27,3% de alumnos se mantiene en el nivel en inicio. Los resultados sugieren que cerca de la mitad de alumnos avanzó en el desarrollo de capacidades cognitivas abstractas.

Tabla 6

Distribución de frecuencias del desempeño en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa

	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	3	27.3%
En proceso	3	27.3%
Logro previsto	5	45.5%
Destacado	0	0.0%
Total	11	100%

Nota: Tomado de la aplicación del instrumento, sección Álgebra.

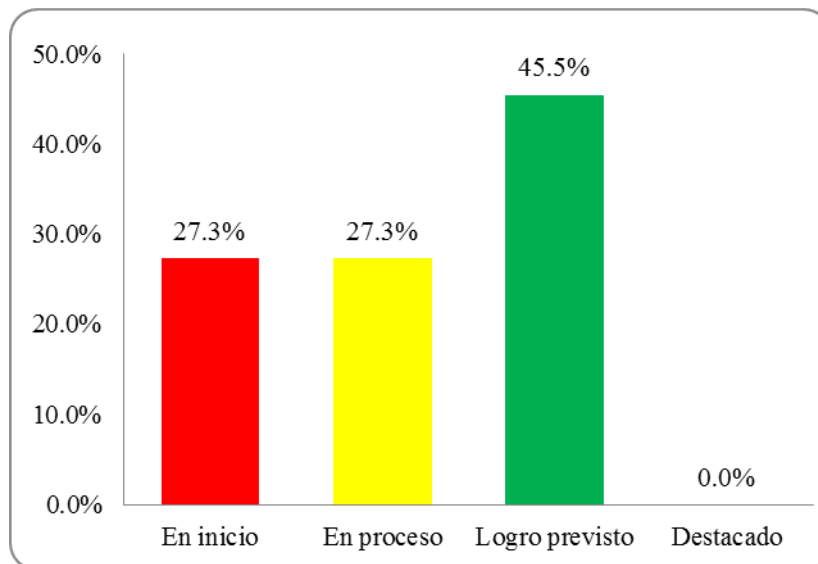


Figura 4. Nivel porcentual en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.

Dimensión: Situaciones de forma, movimiento y localización

DESCRIPCIÓN:

En la tabla 7 observamos que más de la mitad de los alumnos ha alcanzado o superado las metas de aprendizaje previstas para resolver situaciones de forma, movimiento y localización. El 36,4% logró el nivel destacado y el 18,2% el nivel de logro previsto. El 36,4% de alumnos se halla en el nivel en proceso, y solamente el 9,1% se mantuvo en el nivel en inicio. Ello sugiere que las capacidades cognitivas espaciales han evolucionado más que las capacidades cuantitativas y abstractas.

Tabla 7

Distribución de frecuencias del desempeño en situaciones de forma, movimiento y localización de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa

	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	1	9.1%
En proceso	4	36.4%
Logro previsto	2	18.2%
Destacado	4	36.4%
Total	11	100%

Nota: Tomado de la aplicación del instrumento, sección Geometría.

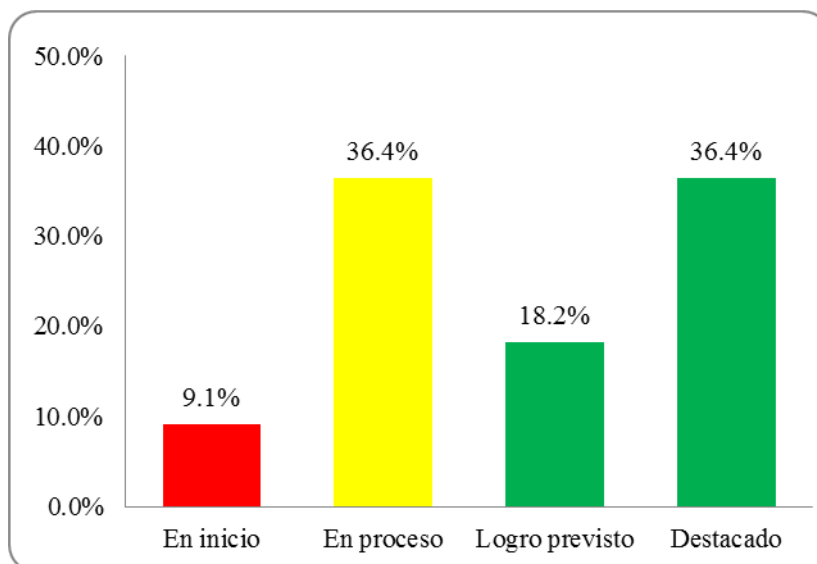


Figura 5. Nivel porcentual en situaciones de forma, movimiento y localización.

5.1.2 Resultados en el grupo de control

Variable: Desempeño en la prueba de evaluación del área curricular de Matemáticas

DESCRIPCIÓN:

En cuanto a la tabla 8, podemos observar que el desempeño general en el grupo de control en la prueba de evaluación del área curricular de Matemáticas alcanza en su mayoría el nivel en proceso (calificaciones de 11 a 13) y el nivel de logro previsto (calificaciones de 14 a 17); para el 29,4% de alumnos en ambos casos. Asimismo, el 41,2% de alumnos se mantiene en el nivel en inicio (calificaciones de 0 a 10); mientras que no se registraron alumnos que hayan alcanzado el nivel destacado (calificaciones de 18 a 20). Estos resultados indican que, en términos generales, el desempeño de la mayoría de los alumnos en el grupo de control aún se halla en proceso de adquisición de las competencias asociadas al área curricular de Matemáticas; en los alumnos(as) que siguen el plan curricular correspondiente al primer grado de secundaria de la institución educativa particular San Benito de Palermo, distrito de Socabaya, Arequipa.

Tabla 8

Distribución de frecuencias del desempeño en la prueba de evaluación del área de Matemáticas de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa

	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	7	41.2%
En proceso	5	29.4%
Logro previsto	5	29.4%
Destacado	0	0.0%
Total	17	100%

Nota: Tomado de la aplicación del instrumento de evaluación.

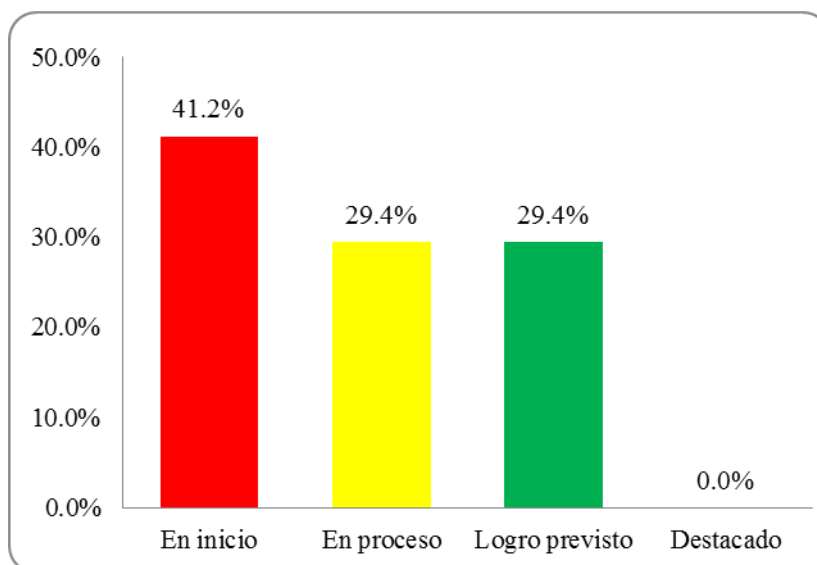


Figura 6. Desempeño general en el área de Matemáticas del grupo de control.

Dimensión: Situaciones de cantidad

DESCRIPCIÓN:

En la tabla 9 se observa que, en cuanto a la capacidad para resolver situaciones de cantidad, el 41,2% de alumnos han alcanzado el nivel de logro previsto, que equivale a cerca de la mitad de los alumnos. Asimismo, cerca del 60% de los alumnos se hallan en proceso de adquisición de las capacidades para razonar y resolver situaciones de

cantidad; con 29,4% de alumnos en el nivel en proceso, y el mismo porcentaje (29,4%) en el nivel en inicio. No se registran alumnos que hayan alcanzado el nivel destacado.

Tabla 9

Distribución de frecuencias del desempeño en situaciones de cantidad de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa

	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	5	29.4%
En proceso	5	29.4%
Logro previsto	7	41.2%
Destacado	0	0.0%
Total	17	100%

Nota: Tomado de la aplicación del instrumento, sección Aritmética.

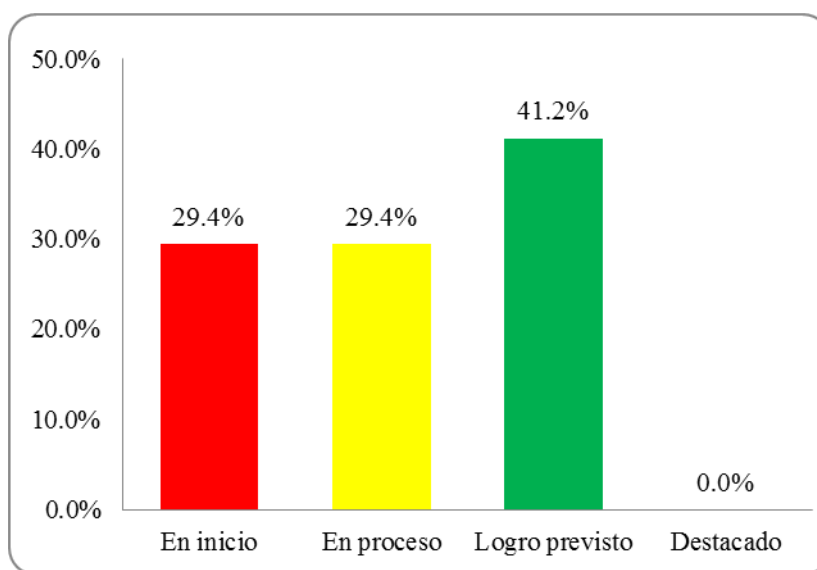


Figura 7. Nivel porcentual en situaciones de cantidad.

Dimensión: Situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

DESCRIPCIÓN:

En cuanto a la capacidad para resolver situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, la tabla 10 muestra que solamente el 29,4% de alumnos ha alcanzado la meta de aprendizaje en el nivel de logro previsto, que representa solamente la tercera parte de

los alumnos. Por otro lado, las dos terceras partes del grupo de alumnos se mantienen en el nivel en inicio o se hallan en proceso de desarrollo de capacidades cognitivas abstractas previstas. Así, el 35,3% de alumnos se halla en el nivel en proceso y el mismo porcentaje (35,3%) se halla mantiene en el nivel en inicio. No se registraron alumnos que hayan superado las metas de logro y avanzado hacia el nivel destacado.

Tabla 10

Distribución de frecuencias del desempeño en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa

	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	6	35.3%
En proceso	6	35.3%
Logro previsto	5	29.4%
Destacado	0	0.0%
Total	17	100%

Nota: Tomado de la aplicación del instrumento, sección Álgebra.

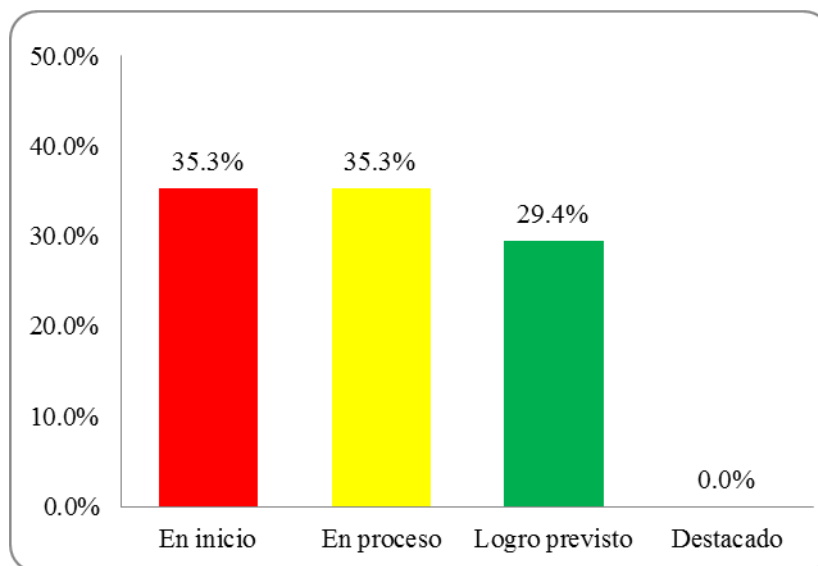


Figura 8. Nivel porcentual en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.

Dimensión: Situaciones de forma, movimiento y localización

DESCRIPCIÓN:

En la tabla 11 observamos que el 35,3% de alumnos se halla en el nivel en proceso, lo que representa cerca de la tercera parte del grupo; y que el mismo porcentaje de alumnos (35,3%) se mantiene en el nivel en inicio. Por otro lado, cerca de la tercera parte de alumnos ha logrado las metas de aprendizaje previstas o las han superado. Así, el 11,8% de alumnos alcanzaron el nivel de logro previsto, mientras que el 17,6% de alumnos excedieron las metas de logro y avanzaron al nivel destacado.

Tabla 11

Distribución de frecuencias del desempeño en situaciones de forma, movimiento y localización de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa

	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	6	35.3%
En proceso	6	35.3%
Logro previsto	2	11.8%
Destacado	3	17.6%
Total	17	100%

Nota: Tomado de la aplicación del instrumento, sección Geometría.

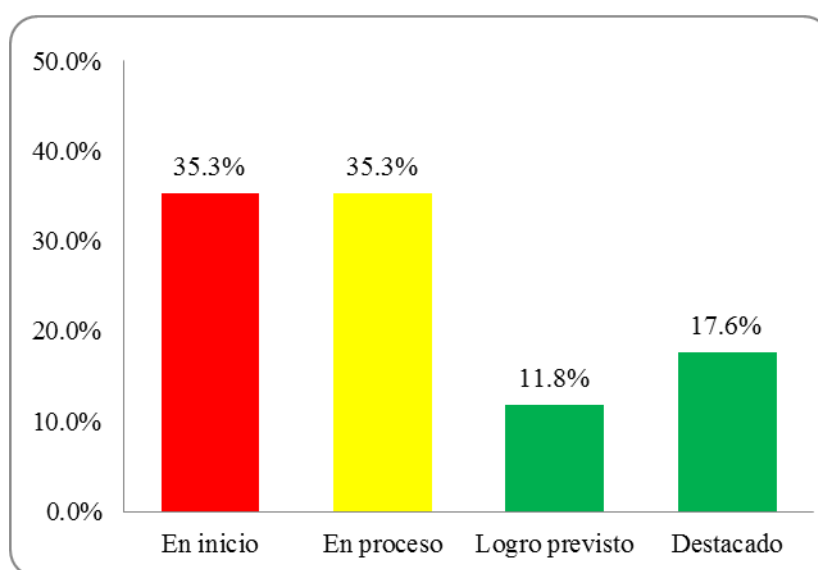


Figura 9. Nivel porcentual en situaciones de forma, movimiento y localización.

5.1.3 Resultados comparativos

Variable: Desempeño en la prueba de evaluación del área curricular de Matemáticas

DESCRIPCIÓN:

Los resultados en la prueba de evaluación del área de Matemáticas son más favorables para los alumnos del grupo experimental, como muestra la tabla 12. Mayor porcentaje de alumnos han alcanzado (36,4%) o excedido (9,1%) las metas de aprendizaje; en contraste con el 29,4% en el grupo de control. Además, el porcentaje de alumnos del grupo experimental que se hallan en el nivel en proceso es sustancialmente mayor (54,4%), en comparación con el grupo de control (29,4%). La diferencia se explica por los resultados favorables en el grupo experimental, donde no se registran alumnos que se mantienen en el nivel en inicio; mientras que en el grupo de control el 41,2% de alumnos se mantiene en dicho nivel. Los resultados sugieren que, en términos generales, la aplicación de estrategias colaborativas ha sido eficaz para que los alumnos tomen parte en su propio proceso de aprendizaje y desarrollen capacidades cognitivas cuantitativas, de razonamiento abstracto y de razonamiento espacial.

Tabla 12

Distribución de frecuencias del desempeño comparativo en la prueba de evaluación del área de Matemáticas de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa

	Grupo experimental		Grupo de control	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	0	0.0%	7	41.2%
En proceso	6	54.5%	5	29.4%
Logro previsto	4	36.4%	5	29.4%
Destacado	1	9.1%	0	0.0%
Total	11	100%	17	100%

Nota: Tomado de la aplicación del instrumento de evaluación.

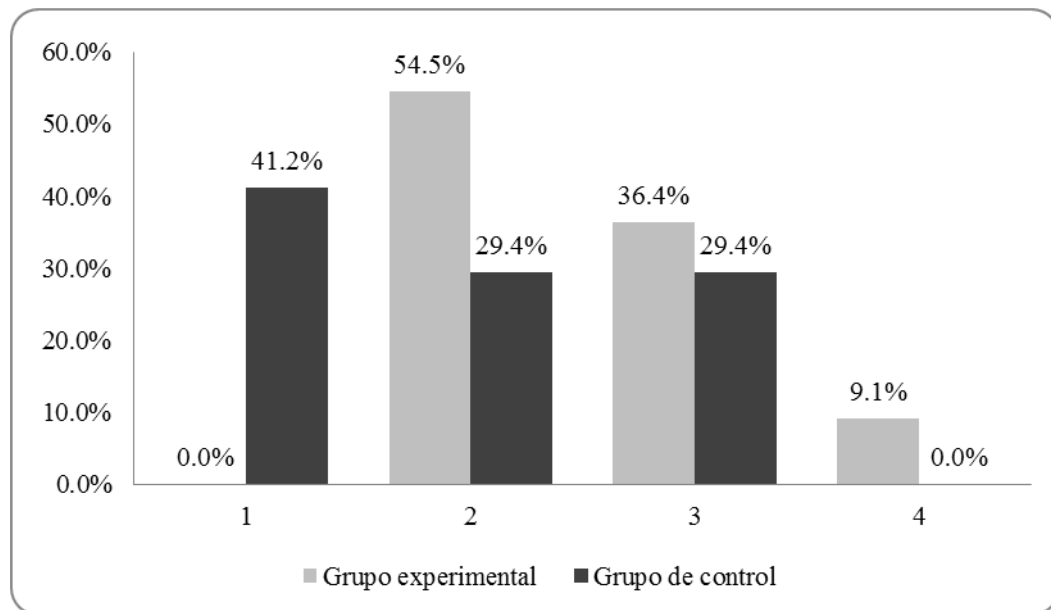


Figura 10. Nivel de desempeño general comparativo en el área de Matemáticas

Dimensión: Situaciones de cantidad

DESCRIPCIÓN:

Comparativamente, la tabla 13 muestra que los niveles de logro previsto son similares para el grupo experimental (45,5% de los alumnos) y el grupo de control (41,2%). Ello sugiere que las capacidades para razonar y usar estrategias para enfrentar situaciones de cantidad no necesariamente dependen de un enfoque colaborativo entre pares (alumno-alumno); pudiendo depender más de la práctica individual. Sin embargo, al tomar en cuenta que en el grupo experimental sí se registra un porcentaje de alumnos (9,1%) que supera las metas de logro previstas, y que ello no ocurre en el grupo de control. Es razonable argumentar que el enfoque colaborativo puede aportar mejoras en desempeño a nivel de grupo; mientras que el mejor desempeño en el enfoque tradicional se registra a nivel de alumnos que adoptan comportamientos o estrategias individuales que les demandan mayor esfuerzo individual fuera y dentro del aula. Además, la tabla 13 muestra que el porcentaje de alumnos en el nivel en proceso es similar (27,3% en el grupo experimental y 29,4% en el grupo de control), pero la diferencia notoria se

aprecia en el porcentaje de alumnos que permanece en el nivel en inicio; con una diferencia de 11,2 puntos porcentuales entre el grupo de control (29,4%, que es cerca de la tercera parte de los alumnos) y el grupo experimental (18,2%). Los resultados sugieren que, ante situaciones de cantidad, el uso de estrategias colaborativas es más eficaz para alentar a que alumnos de menor rendimiento en Matemáticas se apoyen en dinámicas colaborativas para avanzar en desarrollar capacidades cognitivas numéricas.

Tabla 13

Distribución de frecuencias del desempeño comparativo en situaciones de cantidad de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa

	Grupo experimental		Grupo de control	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	2	18.2%	5	29.4%
En proceso	3	27.3%	5	29.4%
Logro previsto	5	45.5%	7	41.2%
Destacado	1	9.1%	0	0.0%
Total	11	100%	17	100%

Nota: Tomado de la aplicación del instrumento, sección Aritmética.

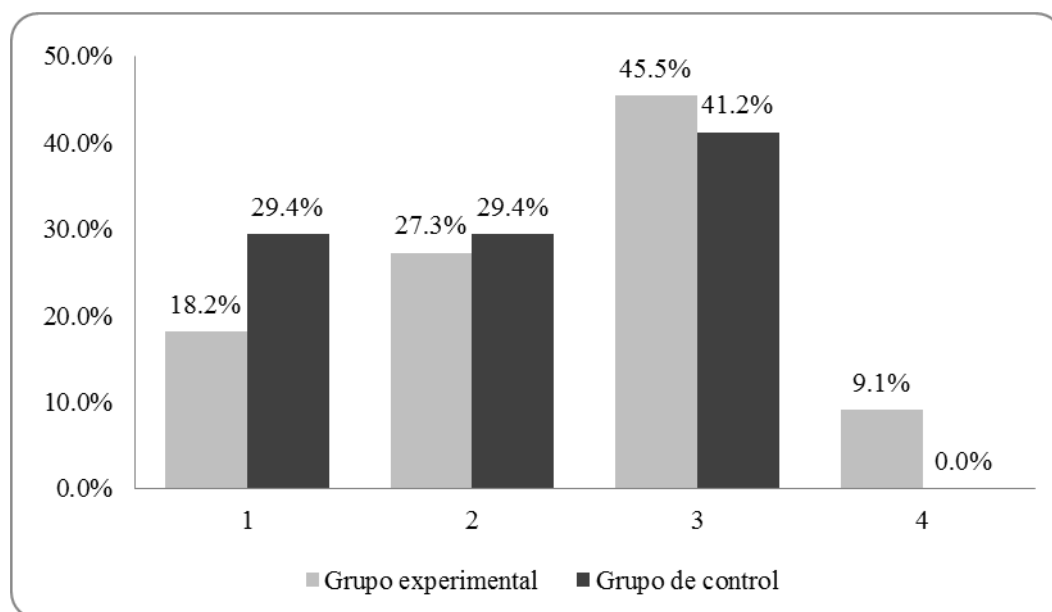


Figura 11. Nivel porcentual en situaciones de cantidad.

Dimensión: Situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

DESCRIPCIÓN:

Comparativamente, la tabla 14 muestra que cerca de la mitad de los alumnos del grupo experimental (45,5%) alcanzan el nivel de logro previsto, en contraste con solamente cerca de la tercera parte (29,4%) para el caso del grupo de control. Una amplia diferencia de 16,1 puntos porcentuales sugiere que el empleo de estrategias colaborativas resulta eficaz para coadyuvar a que una mayor proporción de alumnos desarrollen capacidades cognitivas especializadas para el razonamiento abstracto; las que son necesarias para enfrentar con éxito situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, que son el principal foco de atención dentro de la materia de Álgebra. Por otro lado, la tabla 14 también muestra que las cifras porcentuales de alumnos en nivel en proceso y en nivel en inicio son levemente menores en el grupo experimental (27,3% de alumnos), que en el grupo de control (35,3%). De modo conjunto, ello representa que en el grupo de control el 70,6% de alumnos (las dos terceras partes) obtienen un resultado por debajo de los niveles de lo que se pretende que logren en Álgebra; pero en el grupo experimental, dicho porcentaje alcanza el 54,6% de alumnos (cerca de la mitad).

Tabla 14

Distribución de frecuencias del desempeño comparativo en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa

	Grupo experimental		Grupo de control	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	3	27.3%	6	35.3%
En proceso	3	27.3%	6	35.3%
Logro previsto	5	45.5%	5	29.4%
Destacado	0	0.0%	0	0.0%
Total	11	100%	17	100%

Nota: Tomado de la aplicación del instrumento, sección Álgebra.

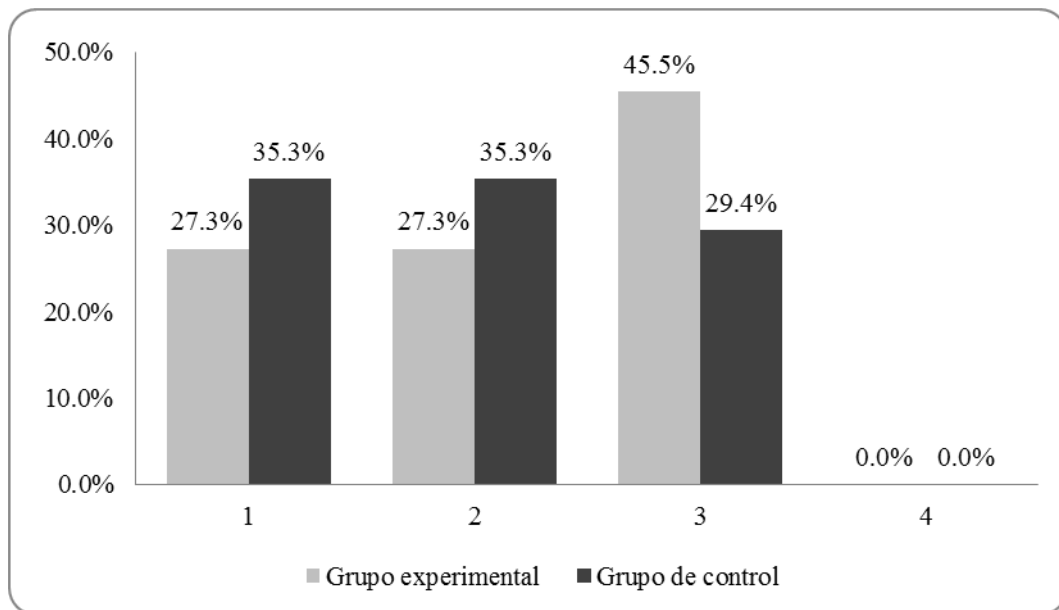


Figura 12. Nivel porcentual en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.

Dimensión: Situaciones de forma, movimiento y localización

DESCRIPCIÓN:

Comparativamente, la tabla 15 muestra diferencias porcentuales muy marcadas en el desempeño de los alumnos del grupo de control y el grupo experimental, en cuanto a capacidades para razonar y resolver situaciones de forma, movimiento y localización, que resultan frecuentes en el curso de Geometría. En ambos grupos el porcentaje de alumnos que alcanzan el nivel en proceso es equivalente: 36,4% en el grupo experimental y 35,3% en el grupo de control. Sin embargo, la primera y más grande diferencia se registra en el porcentaje de alumnos que se mantienen en el nivel en inicio: 35,3% de alumnos en el grupo de control (la tercera parte de todos los alumnos), y solamente el 9,1% de alumnos en el grupo experimental. La diferencia amplia sugiere que el empleo de estrategias colaborativas ha resultado muy eficaz para movilizar aprendizajes colectivos conducentes a un mayor desempeño en un área de conocimiento que demanda del desarrollo de capacidades cognitivas asociadas a las dimensiones espaciales. Así, la primera diferencia en aprendizajes se registra en el porcentaje de

alumnos que alcanzan la meta de logro: en el grupo experimental se trata del 18,2% de alumnos en el nivel de logro previsto, pero solamente el 11,8% de alumnos en el grupo de control. La segunda diferencia, y más importante aún, es el porcentaje de alumnos que superan las metas de logro previstas y avanzan hacia el nivel destacado: en el grupo de control es solamente el 17,6% de alumnos; mientras que en el grupo experimental es el 36,4% de alumnos, que es más de la tercera parte de todos los alumnos.

Tabla 15

Distribución de frecuencias del desempeño comparativo en situaciones de forma, movimiento y localización de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa

	Grupo experimental		Grupo de control	
	Frecuencia	Porcentaje	Frecuencia	Porcentaje
En inicio	1	9.1%	6	35.3%
En proceso	4	36.4%	6	35.3%
Logro previsto	2	18.2%	2	11.8%
Destacado	4	36.4%	3	17.6%
Total	11	100%	17	100%

Nota: Tomado de la aplicación del instrumento, sección Geometría.

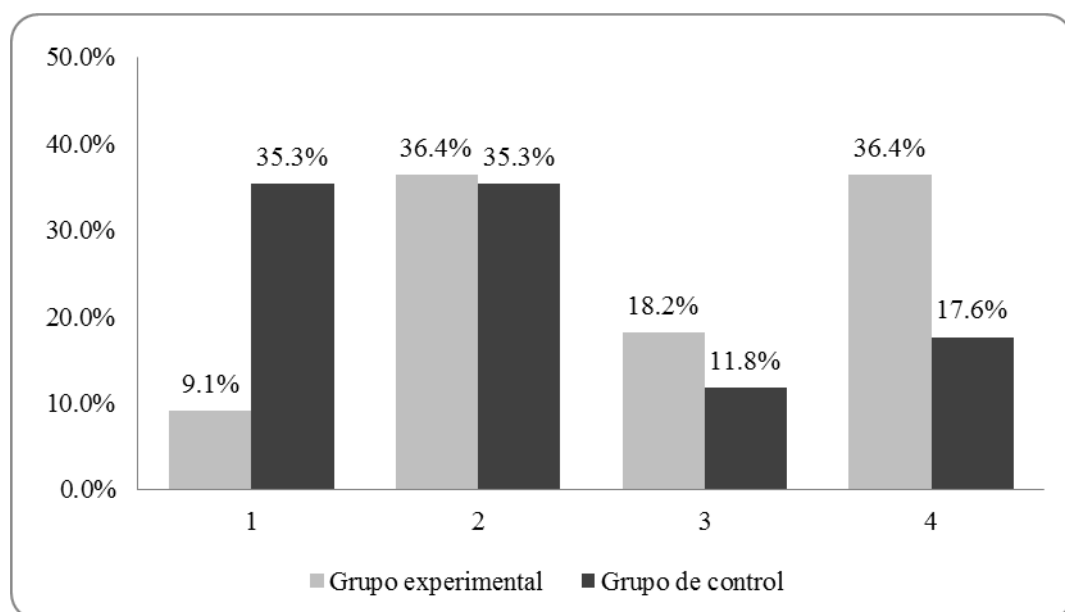


Figura 13. Nivel porcentual en situaciones de forma, movimiento y localización.

5.2 Análisis estadístico

La tabla 16 presenta el promedio de calificaciones de ambos grupos en la prueba de evaluación del área curricular de Matemáticas. La primera fila muestra promedios generales en el área de Matemáticas. Las siguientes tres filas muestran los promedios de las secciones de Aritmética, Álgebra y Geometría, que, para este estudio, componen el área de Matemáticas. Se aprecia que el desempeño es, en general, mayor para los alumnos y alumnas del grupo que trabajó con estrategias colaborativas. La diferencia más amplia se registró en los resultados de Geometría. Ello sugiere que las estrategias colaborativas son más efectivas ante situaciones de forma, localización y movimiento; cuyo foco son las capacidades cognitivas espaciales.

La diferencia en los resultados de Aritmética también es importante; lo que sugiere que el método colaborativo es más efectivo ante situaciones de cantidad; donde las capacidades cognitivas numéricas tienen un papel central. La menor diferencia se registró en los resultados de Álgebra; lo que sugiere que el enfoque colaborativo también contribuye a desarrollar capacidades cognitivas abstractas; requeridas para resolver situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.

Tabla 16

Promedios de calificaciones en la prueba de evaluación del área de Matemáticas de alumnos(as) del primer grado de secundaria de la IEP San Benito de Palermo, Socabaya, Arequipa

	Calificaciones promedio	
	Grupo experimental	Grupo de control
Area Matemáticas	13.67	11.24
Aritmética	13.55	11.53
Algebra	12.82	10.53
Geometría	14.64	11.65

Nota: Tomado de la aplicación del instrumento de prueba de evaluación.

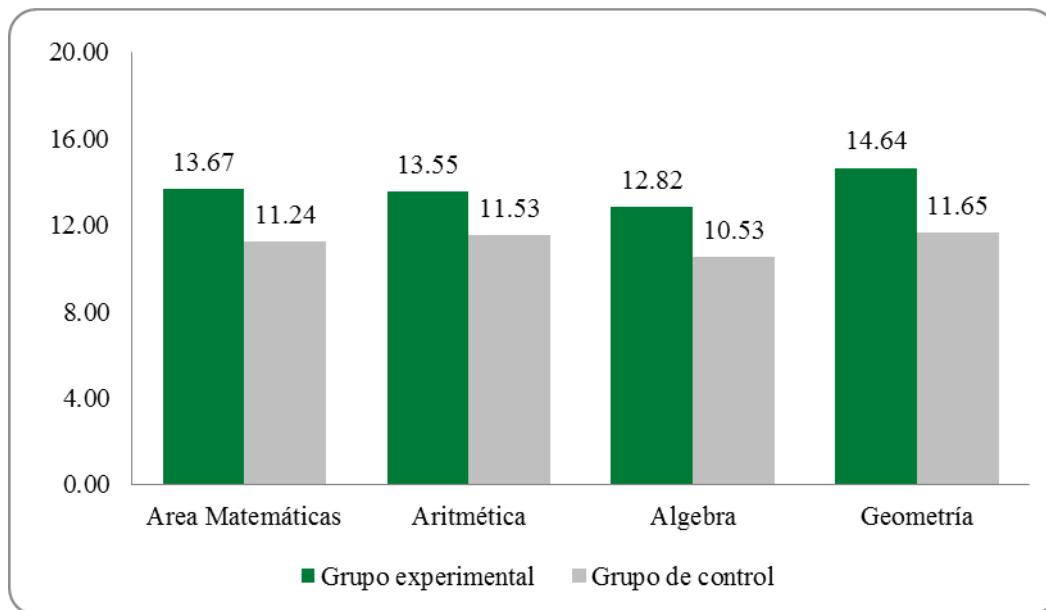


Figura 14. Promedios comparativos en el área de Matemáticas

Los resultados de los promedios de las calificaciones en la prueba del área de Matemáticas y, de modo correspondiente, en las secciones de Aritmética, Álgebra y Geometría sugieren que el método de aprendizaje colaborativo es más efectivo que el método tradicional. Sin embargo, no se puede concluir que las diferencias en desempeño de los alumnos del grupo experimental en relación con el de los alumnos del grupo de control se deben concretamente al método empleado, o si, por ejemplo, se deben a otros factores tales como el género, la condición socioeconómica, la edad, la formación escolar previa o simplemente efectos aleatorios. Por ello se requiere efectuar un análisis estadístico de pruebas que trabajen con las medias de las calificaciones obtenidas por los alumnos de ambos grupos, en las dimensiones de la variable dependiente asociadas a las situaciones de cantidad (sección de Aritmética de la prueba de evaluación), situaciones de regularidad, equivalencia y cambio (sección de Álgebra) y situaciones de forma, movimiento y localización (sección de Geometría).

A continuación, se presentan los resultados del procesamiento estadístico de la prueba de hipótesis de trabajo; para lo que se empleó el Análisis de Varianza (ANOVA) inter-grupos de un solo factor. Esta prueba permite comparar las medias de los alumnos del grupo experimental y del grupo de control. Nos dice si los grupos son iguales o diferentes respecto a las medias de sus calificaciones en la prueba de evaluación del área de Matemáticas, analizando la diferencia entre la variación de cada individuo y la media de su grupo, y la variación entre la media de cada grupo y la media global. Así, las hipótesis generales, nula (H_0) y alternativa (H_a), se expresan como sigue:

H_0 = no hay diferencia en los efectos medios de los métodos colaborativo y tradicional sobre las calificaciones en la prueba de evaluación del área de Matemáticas.

H_a = hay diferencia en los efectos medios de los métodos colaborativo y tradicional sobre las calificaciones en la prueba de evaluación del área de Matemáticas.

En este caso, lo que se busca conocer es si el método colaborativo (variable independiente: estrategias de aprendizaje colaborativo) ejerce efecto en los resultados de las calificaciones que explica la diferencia en desempeño en la prueba de evaluación del área de Matemáticas (variable dependiente), en contraste con los resultados obtenidos por los alumnos del grupo de control, que siguieron el plan de enseñanza tradicional. Dado que los datos recolectados de la prueba, correspondientes a situaciones de cantidad (sección de Aritmética del instrumento de investigación), situaciones de regularidad, equivalencia y cambio (Álgebra) y situaciones de forma, movimiento y localización (Geometría), son de tipo cuantitativo y permitieron obtener valores medios de desempeño en Matemáticas para los alumnos de ambos grupos. Al respecto, con la

hipótesis nula (H_0) estamos planteando que no hay diferencia en los efectos medios de ambos métodos (colaborativo y método). Con la hipótesis alternativa (H_a) estamos planteando que al menos una media difiere de las otras.

Si el método colaborativo no tiene efecto, las medias serían la misma que la media global. Ello significaría que los grupos no difieren en la variable dependiente (desempeño en la prueba de evaluación de Matemáticas) y que, en consecuencia, la variable independiente (las estrategias de aprendizaje colaborativo) es independiente de la variable dependiente, con lo que aceptaremos H_0 . En este caso, el cociente F tomará un valor próximo a 1, según el modelo F de Fisher-Snedecor (los grados de libertad del numerador son el número de grupos menos 1; los del denominador, el número de observaciones menos el número de grupos) y el nivel crítico asociado al estadístico F será mayor que el p-valor recomendado de 0,05.

Pero si el método colaborativo tiene efecto, la diferencia entre los resultados del método y la media global indicará tal efecto. En este caso, el nivel crítico asociado al estadístico F será menor que 0,05, y el valor de F se alejará de 1 y será mayor que el nivel F crítico. Así, rechazaremos H_0 y aceptaremos H_a , y concluiremos que hay diferencias significativas entre los dos métodos y que, por lo tanto, la mayor efectividad observada en el grupo experimental, en la prueba de evaluación de Matemáticas, está relacionadas con el empleo de las estrategias de aprendizaje colaborativo. De este modo, con los datos de calificaciones mostrados en el Anexo 05 para las secciones de Aritmética (situaciones de cantidad), Álgebra (situaciones de regularidad, equivalencia y cambio) y Geometría (situaciones de forma, movimiento y localización) a

continuación se presenta el resultado de las pruebas ANOVA inter-grupos, para las tres hipótesis específicas consideradas.

5.2.1. Prueba de las hipótesis específicas

La hipótesis específica 1 para determinar si el método con estrategias de aprendizaje colaborativo es más efectivo que el método tradicional en los resultados de Aritmética se muestra a continuación, así como la tabla resumen del análisis de varianza:

H_0 = no hay diferencia en los efectos medios de los métodos colaborativo y tradicional sobre las calificaciones en la prueba de Aritmética.

H_a = hay diferencia en los efectos medios de los métodos colaborativo y tradicional sobre las calificaciones en la prueba de Aritmética.

Tabla 17

Análisis de varianza de las calificaciones en Aritmética

RESUMEN						
Grupos	n	Suma	Promedio	Varianza		
Experimental	11	149	13.55	5.67		
Control	17	196	11.53	6.64		
ANÁLISIS DE VARIANZA						
Origen de la varianza	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio cuadrados	F	p-valor	F crítico
Entre grupos	27.14	1	27.14	4.3308	0.04742	4.2252
Dentro de grupos	162.96	26	6.27			
Total	190.11	27				

La tabla 17 muestra que el cociente de cuadrados F (variación entre los grupos) es mayor que 1 y que el F crítico, y el p-valor (0,04742) es menor que el nivel de significancia 0,05, de modo que los resultados de la prueba son significativos. Es decir,

existe una relación significativa entre el empleo de las estrategias de aprendizaje colaborativo y los resultados en Aritmética. Procedemos a rechazar H_0 y aceptamos H_a .

La hipótesis específica 2 para determinar si el método con estrategias de aprendizaje colaborativo es más efectivo que el método tradicional en los resultados de Álgebra se muestra a continuación, así como la tabla resumen del análisis de varianza:

H_0 = no hay diferencia en los efectos medios de los métodos colaborativo y tradicional sobre las calificaciones en la prueba de Álgebra.

H_a = hay diferencia en los efectos medios de los métodos colaborativo y tradicional sobre las calificaciones en la prueba de Álgebra.

Tabla 18

Análisis de varianza de las calificaciones en Álgebra

RESUMEN						
Grupos	n	Suma	Promedio	Varianza		
Experimental	11	141	12.82	5.36		
Control	17	179	10.53	9.89		

ANÁLISIS DE VARIANZA						
Origen de la varianza	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio cuadrados	F	p-valor	F crítico
Entre grupos	34.99	1	34.99	4.2933	0.04832	4.2252
Dentro de grupos	211.87	26	8.15			
Total	246.86	27				

La tabla 18 muestra que el estadístico F es mayor que 1 y que el F crítico, y que el p-valor (0,04832) es menor que el nivel de significancia 0,05. Podemos concluir que existe una relación significativa entre el empleo de las estrategias de aprendizaje colaborativo y los resultados en Álgebra. Procedemos a rechazar H_0 y aceptamos H_a .

La hipótesis específica 3 para determinar si el método con estrategias de aprendizaje colaborativo es más efectivo que el método tradicional en los resultados de Geometría se muestra a continuación, así como la tabla resumen del análisis de varianza:

H_0 = no hay diferencia en los efectos medios de los métodos colaborativo y tradicional sobre las calificaciones en la prueba de Geometría.

H_a = hay diferencia en los efectos medios de los métodos colaborativo y tradicional sobre las calificaciones en la prueba de Geometría.

Tabla 19

Análisis de varianza de las calificaciones en Geometría

RESUMEN					
Grupos	n	Suma	Promedio	Varianza	
Experimental	11	161	14.64	14.25	
Control	17	198	11.65	13.49	

ANÁLISIS DE VARIANZA						
Origen de la varianza	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio cuadrados	F	p-valor	F crítico
Entre grupos	59.68	1	59.68	4.3291	0.04746	4.2252
Dentro de grupos	358.43	26	13.79			
Total	418.11	27				

La tabla 19 muestra que el estadístico F es mayor que 1 y que el F crítico, y que el p-valor (0,04746) es menor que el nivel de significancia 0,05. Podemos concluir que existe una relación significativa entre el empleo de las estrategias de aprendizaje colaborativo y los resultados en Geometría. Procedemos a rechazar H_0 y aceptamos H_a .

5.2.2 Resultado de la hipótesis general

El análisis estadístico condujo a evaluar la hipótesis general sobre la efectividad de emplear estrategias de aprendizaje colaborativo en el desempeño en la prueba de evaluación de Matemáticas, a través de tres hipótesis específicas, asociadas a las tres dimensiones de la variable dependiente. Para los tres casos, el planteamiento de la hipótesis nula consistió en que las medias de las calificaciones de ambos grupos no diferían significativamente; por lo que el efecto medio de emplear el método colaborativo no explicaría la diferencia en las calificaciones de los dos grupos de alumnos; y tales diferencias se explicarían más por factores dentro del grupo. Por otro lado, La condición planteada en la hipótesis alternativa consistió en que al menos uno de los pares de medias de las calificaciones sí diferían; por lo que el efecto medio del método colaborativo explicaría las diferencias de calificaciones entre los dos grupos; significando ello que ambos grupos son, en efecto, poblaciones distintas, desde la perspectiva de la relación entre el método empleado y su efectividad.

En dicho marco, la prueba de Análisis de Varianza (ANOVA) mostró que las diferencias en los resultados de las calificaciones entre el grupo experimental y el grupo de control sí eran estadísticamente significativas en los tres tratamientos o secciones de la prueba de Matemáticas; de modo que la varianza se explicaba más por efectos entre los dos grupos, que por efectos dentro de cada grupo. Siendo, así, las dos poblaciones son distintas; y dado que la diferencia entre el plan de enseñanza aplicado para cada grupo fue la aplicación de las estrategias de aprendizaje colaborativo. Por lo tanto, se ha procedido a rechazar la hipótesis nula general (H_0), sobre que no hay diferencia en los efectos medios de los métodos colaborativo y tradicional sobre las calificaciones en la prueba de evaluación del área de Matemáticas.

El resultado del contraste de hipótesis conduce a aceptar la hipótesis alternativa general (H_a), sobre diferencias en los efectos medios entre los métodos colaborativo y tradicional, empleados con los grupos experimental y de control, respectivamente; de modo que la varianza en las calificaciones entre ambos grupos se explica mayormente por las diferencias entre grupos. Esta diferencia es significativa, tal como muestra la tabla 20, para el análisis de varianza de los resultados promedio en la prueba de evaluación del área de Matemáticas; y el efecto combinado es incluso más significativo, que el nivel de significancia de las materias asociadas a las situaciones de cantidad, de regularidad, equivalencia y cambio, y de forma, movimiento y localización.

Tabla 20

Análisis de varianza de las calificaciones en el área de Matemáticas

RESUMEN					
Grupos	n	Suma	Promedio	Varianza	
Experimental	11	150	13.67	6.44	
Control	17	191	11.24	9.07	

ANÁLISIS DE VARIANZA						
Origen de la varianza	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Promedio cuadrados	F	p-valor	F crítico
Entre grupos	39.48	1	39.48	4.8997	0.03584	4.2252
Dentro de grupos	209.50	26	8.06			
Total	248.98	27				

La tabla 20 muestra que el estadístico F es mayor que 1 y que el F crítico, y que el p-valor (0,03584) es menor que el nivel de significancia 0,05. Podemos concluir que existe una relación significativa entre el empleo de las estrategias de aprendizaje colaborativo y el desempeño en la prueba de valuación del área de Matemáticas.

CAPÍTULO VI
DISCUSIONES

Los resultados de esta investigación tienen como fin principal determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes en el área de Matemáticas del primer grado de secundaria de la institución educativa particular San Benito de Palermo, distrito de Socabaya, Arequipa. El análisis se desarrolló basado en tres dimensiones: situaciones de cantidad, situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, y situaciones de forma, movimiento y localización.

Con respecto al objetivo general: determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes en el área de Matemáticas del primer grado de secundaria de la institución educativa particular San Benito de Palermo, del distrito de Socabaya, Arequipa; los resultados obtenidos por los alumnos del grupo experimental muestran que el 36,4% de alumnos alcanza el nivel de logro previsto (calificación de 14 a 17), y que el 9,1% excede la meta de logro prevista y alcanza el nivel destacado (calificación de 18 a 20). Asimismo, en el grupo de control, el 29,4% de alumnos alcanza el nivel de logro previsto. Además, en el grupo experimental, el 54,5% de alumnos registra un nivel en proceso (calificación de 11 a 13), mientras que en el grupo de control el 29,4% de alumnos se halla en el nivel en proceso. En cuanto al desempeño en el nivel más alejado de las metas de logro previstas, en el grupo de control el 41,2% de alumnos se mantienen en el nivel en inicio (calificación de 0 a 10); pero en el grupo experimental no se registran alumnos en este nivel.

Se observa que el desempeño general en el área de Matemáticas es superior en una mayor proporción de alumnos en el grupo experimental; y tal diferencia es estadísticamente significativa, como lo muestra el análisis de varianza efectuado. Este resultado guarda relación con resultados de investigaciones, como el estudio cuasi

experimental de Snyder (2006) que mostró mejores calificaciones de los alumnos en el grupo experimental (55% recibieron la máxima calificación A), que en el grupo de control (36% alcanzaron la calificación A). En el presente estudio, se halló también que la proporción de alumnos que obtuvieron calificaciones desaprobatorias en el cómputo general (el promedio) del área de Matemáticas (considerando Aritmética, Álgebra y Geometría, únicamente) es muy diferente entre ambos grupos. En el grupo experimental no se registran promedios de área desaprobatorios, mientras que en el grupo de control dicha proporción es de 41,2%. Y dado que el peso que tiene la calificación del examen dentro del promedio de los cursos del área de matemáticas, los resultados hallados indican que los alumnos del grupo experimental tienen menor probabilidad de desaprobación en Matemáticas. Un antecedente que respalda esta aseveración es el estudio de meta-análisis de Freeman *et al.* (2014), en que los autores hallaron que la aplicación del aprendizaje colaborativo no solo conducía a una mejora de 6% en las evaluaciones, en promedio, sino que además los alumnos que siguen la enseñanza tradicional tienen una probabilidad 50% mayor de desaprobación la evaluación del curso.

Con referencia al primer objetivo específico: Determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes que siguen el programa curricular de Aritmética, del primer grado de secundaria de la institución educativa particular San Benito de Palermo, distrito de Socabaya, Arequipa; asociado a resolver situaciones de cantidad, los resultados indican que 45,5% de alumnos del grupo experimental lograron las metas de logro previstas, y que 9,1% las han superado y alcanzan el nivel destacado. Comparativamente, los resultados en el grupo de control son similares; el 41,2% de alumnos alcanza el nivel de logro previsto, pero no se registran alumnos en el nivel destacado. Por otro lado, los alumnos en el nivel en

proceso tienen un resultado similar en ambos grupos: 27,3% en el grupo experimental y 29,4% en el grupo de control. En cuanto a los alumnos en el nivel en inicio, que está referido a calificaciones desaproboratorias, se registran diferencias importantes: En el grupo experimental se trata del 18,2% de alumnos (cerca de la quinta parte), mientras que en el grupo de control es el 29,4% de los alumnos (cerca de la tercera parte).

Los resultados sugieren que los niveles de desempeño avanzan de modo similar en ambos grupos; pero los alumnos del grupo experimental logran mejores resultados; y dicha diferencia es estadísticamente significativa, como se deriva del análisis de varianza correspondiente. Ello se aprecia en la calificación promedio de ambos grupos en la prueba de Aritmética: 13,5 en el grupo experimental; 12 en el grupo de control. Así, el conjunto de los alumnos del grupo experimental está más próximo al nivel de logro previsto. Los datos analizados sugieren, además, que el uso de estrategias de trabajo grupal facilitado por un líder de grupo, con alto grado de autonomía e interacción entre pares puede contribuir a mejorar los resultados individuales y de grupo ante situaciones de cantidad. Este resultado encuentra apoyo en los estudios de Felder y Brent (2007), que para obtener objetivos concretos son recomiendan el empleo de estrategias estructuradas, pero complementadas con actividades casuales.

Sobre el segundo objetivo específico: Determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes en el programa curricular de Álgebra, correspondiente al Primer grado de secundaria de la institución educativa particular San Benito de Palermo, distrito de Socabaya, Arequipa; asociado a resolver situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, los resultados indican que 45,5% de alumnos del grupo experimental lograron las metas de logro previstas. Este porcentaje

es superior al 29,4% de alumnos del grupo de control. Además, en el grupo experimental el 27,3% de alumnos se halla en el nivel en proceso; inferior al 35,3% de alumnos en el grupo de control. La diferencia de 8 puntos porcentuales se explica por un mayor porcentaje de alumnos que alcanzan las metas de logro, y por un menor porcentaje que se mantienen en el nivel en inicio (calificación menor a 11), que es menor en el grupo experimental: 27,3%, en contraste con 35,3% en el grupo de control.

Los resultados sugieren que en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, el desafío del aprendizaje es mayor, porque demandan capacidades cognitivas abstractas. Por lo tanto, el nivel de dificultad es también mayor. Y de acuerdo a los resultados de los alumnos, el uso de estrategias colaborativas aporta a lidiar con la mayor dificultad y mejorar capacidades cognitivas abstractas, para posibilitar mejores resultados que en el grupo de control; y dicha diferencia es estadísticamente significativa, como se deriva del análisis de varianza efectuado. Ello se aprecia más claramente al comparar la calificación promedio de ambos grupos: 12,8 en el grupo experimental y 11,4 en el grupo de control. Los datos analizados, además, sugieren que el uso de estrategias estructuradas y no estructuradas que se enfocan principalmente en la interdependencia positiva y en la adopción de roles complementarios hace posible que el grupo avance en el aprendizaje. Este argumento es apoyado por los estudios de Soler (2001), Johnson *et al.* (2009), y Cuseo (2002), quienes hallan que la interacción entre pares que conduce a una interdependencia positiva, es necesaria para que el grupo avance hacia el logro de una meta de aprendizaje común. Desde la óptica de enfrentar una materia retadora, que demanda capacidades abstractas, el presente estudio muestra resultados en la línea de los hallazgos de Caulfield y Persell (2011) sobre que el

aprendizaje colaborativo predispone a los alumnos a adoptar una actitud de mayor confianza ante las exigencias de las materias.

Sobre el tercer objetivo específico: Determinar la efectividad de aplicar estrategias colaborativas de aprendizaje asistido en estudiantes que siguen el programa curricular de Geometría, correspondiente al primer grado de secundaria de la institución educativa particular San Benito de Palermo, distrito de Socabaya, Arequipa; asociado a resolver situaciones de forma, movimiento y localización, los resultados muestran que el 18,2% de alumnos del grupo experimental alcanzaron el nivel de logro previsto. Una proporción levemente superior al 11,8% de alumnos registrado en el grupo de control. Pero la diferencia notoria se produce en el porcentaje de alumnos que superan las metas de aprendizaje previstas: 17,6% de alumnos en el grupo de control, pero más del doble en el grupo experimental (36,4% de los alumnos). Por otro lado, en ambos grupos el porcentaje de alumnos que se hallan en el nivel en proceso es similar: 36,4% en el grupo experimental; 35,3% en el grupo de control. Pero la diferencia notoria ocurre en el porcentaje de alumnos que se mantiene en el nivel en inicio, con una nota inferior a 11. En el grupo de control el porcentaje es 35,3%, que es la tercera parte de los alumnos de este grupo; mientras que en el grupo experimental es solamente 9,1%.

En situaciones de forma, localización y movimiento, el aprendizaje está vinculado a capacidades cognitivas espaciales, con las que el ser humano se halla más familiarizado desde temprana edad. En tal sentido, es previsible que el desempeño de los alumnos en ambos grupos sea similar, tanto en el nivel en proceso (calificación de 11 a 13), como en el de logro previsto (calificación de 14 a 17). Pero los resultados muestran una diferencia sustancial de desempeño entre el grupo de alumnos que trabajó

de modo colaborativo y el grupo que siguió el plan de enseñanza tradicional; y dicha diferencia es estadísticamente significativa, como deriva del análisis de varianza efectuado. El porcentaje de alumnos con una calificación desaprobatória es casi cuatro veces mayor en el grupo de control: 35,3% en contraste al 9,1% del experimental. Y el porcentaje de alumnos que trabajó colaborativamente y superó las metas de logro es más del doble: 36,4% en contraste con 17,6% en el grupo de control.

Los resultados sugieren que las estrategias que se apoyan en saberes previos con el manejo de las formas y en la interacción alumno-alumno tienen más probabilidad de activar capacidades cognitivas espaciales. Con el grupo experimental, dicha activación fue facilitada por el uso de estrategias lúdicas que precedieron a estrategias más estructuradas. Estas estrategias no fueron empleadas con el grupo de control. Razonablemente pueden explicar un mayor desempeño de más de la tercera parte de alumnos que superaron las metas de aprendizaje en el grupo experimental; y que además aportó a una calificación superior de grupo: 14,6 en el grupo experimental; 12,6 en el grupo de control. Este argumento es apoyado por los estudios de Fink (2002) y Felder y Brent (2007), que recomiendan iniciar con actividades de tipo informal y cierto grado de improvisación, y luego emplear actividades estructuradas, con mayor grado de planificación, todas diseñadas para alentar el involucramiento en actividades que son conducentes a mejoras en el desempeño individual y grupal.

Conclusiones

PRIMERA:

A la luz de los resultados, podemos concluir que el desempeño general en la prueba de evaluación del área curricular de Matemáticas alcanza en su mayoría, en el grupo experimental, el nivel de logro previsto y el nivel destacado; con el 36,4% y el 9,1%, respectivamente, de alumnos y alumnas que siguen el programa curricular del primer grado de secundaria, de la institución educativa particular San Benito de Palermo, distrito de Socabaya, Arequipa; mientras que el 54,5% alcanzaron el nivel en proceso. Comparativamente, los alumnos y alumnas en el grupo de control, con quienes no se emplearon estrategias de aprendizaje colaborativo alcanzaron en 29,4% el nivel de logro previsto, 29,4% el nivel en proceso y 41,2% el nivel en inicio; sin que se registrasen alumnos que hayan alcanzado el nivel destacado, que implica superar las metas de aprendizaje previstas. Por lo tanto, las estrategias colaborativas de aprendizaje son efectivas en cuanto a mejorar los resultados escolares en el área curricular de Matemáticas; y las diferencias observadas son estadísticamente significativas.

SEGUNDA:

En cuanto a la capacidad para resolver situaciones de cantidad, podemos mencionar que el grupo experimental, en su mayoría, alcanzó el nivel de logro previsto y el nivel destacado; con el 45,5% y el 9,1%, respectivamente de alumnos y alumnas que rindieron la prueba de Aritmética; mientras que el 27,3% alcanzaron el nivel en proceso y el 18,2% se mantienen en el nivel en inicio. Comparativamente, los alumnos y alumnas en el grupo de control alcanzaron en 41,2% el nivel de logro previsto; mientras que el 29,4% alcanzaron el nivel en proceso y el 29,4% se mantienen en el nivel en

inicio; sin que se registrasen alumnos que hayan alcanzado el nivel destacado. Estas diferencias observadas son estadísticamente significativas, por lo que concluimos que las estrategias colaborativas de aprendizaje son efectivas y contribuyen al desempeño de los alumnos para resolver situaciones de cantidad.

TERCERA:

Con respecto a la capacidad para resolver situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, podemos mencionar que el grupo experimental alcanzó el nivel de logro previsto con el 45,5% de alumnos y alumnas que rindieron la prueba de Álgebra; mientras que el 27,3% alcanzaron el nivel en proceso y el restante 27,3% se mantienen en el nivel en inicio. Comparativamente, los alumnos y alumnas en el grupo de control alcanzaron solamente en 29,4% el nivel de logro previsto; mientras que el 35,3% alcanzaron el nivel en proceso y el 35,3% se mantienen en el nivel en inicio. Estas diferencias observadas son estadísticamente significativas, por lo que concluimos que las estrategias colaborativas de aprendizaje son efectivas y contribuyen al desempeño de los alumnos para resolver situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.

CUARTA:

Finalmente, en cuanto a la capacidad para resolver situaciones de forma, movimiento y localización, podemos señalar que el grupo experimental, en su mayoría, alcanzó el nivel de logro previsto y el nivel destacado; con el 18,2% y el 36,4%, respectivamente de alumnos y alumnas que rindieron la prueba de Geometría; mientras que el 36,4% alcanzaron el nivel en proceso y solamente el 9,1% se mantienen en el nivel en inicio. Comparativamente, los alumnos y alumnas en el grupo de control alcanzaron en 11,8% el nivel de logro previsto y el 17,6% el nivel destacado; mientras que el 35,3%

alcanzaron el nivel en proceso y el 35,3% se mantienen en el nivel en inicio. Estas diferencias observadas son estadísticamente significativas, por lo que concluimos que las estrategias colaborativas de aprendizaje son efectivas y contribuyen al desempeño de los alumnos para resolver situaciones de forma, movimiento y localización.

Recomendaciones

PRIMERA:

En vista de los resultados obtenidos, se recomienda conducir estudios complementarios con el objetivo de identificar de qué manera influyen los tipos de estrategia empleadas. Tales estudios son necesarios a efectos de planificar un proyecto educativo para aplicar el enfoque colaborativo en otros grados de secundaria y primaria; pues es posible que otros factores como la edad, el género y otras variables sociodemográficas puedan ejercer un efecto mediador o moderador no ha sido contemplado en este estudio. Asimismo, se recomienda adoptar un enfoque longitudinal más extenso que el empleado en este estudio. Ello permitirá conocer si las potenciales diferencias en desempeño a raíz de métodos colaborativos de aprendizaje se sostienen durante un periodo académico, si el aprendizaje consolidado posibilita un rendimiento escolar con incrementos crecientes en años posteriores, y si existen factores que pueden limitar o erosionar el efecto grupal e individual obtenido con el empleo de métodos colaborativos, entre otros.

SEGUNDA:

Dado a que se ha hallado evidencia empírica de que las estrategias colaborativas contribuyen a mejorar los resultados académicos de alumnos en el área curricular de Matemáticas, se recomienda elaborar un proyecto educativo de ciencias aplicado a la IEP San Benito de Palermo; que comprenda otros conjuntos de materias, como Física, Química y Computación. Dicho esfuerzo es oportuno en razón que, como señala Arendale (2007), el impacto en los resultados escolares es mayor si es que el enfoque colaborativo de enseñar refleja una posición institucional sostenida y que abarca las diversas áreas de aprendizaje y no solamente materias específicas.

TERCERA:

Bajo el marco de la recomendación previa también se recomienda planificar otros tipos de estrategias colaborativas, distintas a las empleadas en este estudio, así como investigar su aplicación y su influencia en el desempeño de los alumnos y alumnas. Este tipo de investigación es pertinente en razón que distintos tipos de estrategias pueden influir de un modo diferente en otras áreas curriculares distintas a las Matemáticas.

CUARTA:

En razón de que la utilización de estrategias colaborativas requiere de un diseño y una planificación cuidadosa de actividades no estructuradas y estructuradas, se recomienda diseñar y llevar a cabo un programa de capacitación a docentes. Esta recomendación es oportuna en razón que bajo el actual diseño curricular nacional, se entrevé una mayor difusión de métodos activos de enseñanza; tal que un número creciente de docentes puede hallarse en condiciones idóneas para trabajar con el enfoque colaborativo.

Referencias

Akande, O. M. (1985). *Hints on teaching practice and general principles of education*.

Lagos: OSKO Associates.

Alavi, M. (1994). Computer-mediated collaborative learning: an empirical evaluation.

MIS Quarterly, 6(1), 159-174.

Alkhateeb, H. M. & Jumaa, M. (2002). Cooperative learning and Algebra performance of eighth grade students in United Arab Emirates. *Psychological Reports*, 90(1),

91-100.

Arendale, D. R. (2007). *Postsecondary peer cooperative learning programs: annotated*

bibliography. Minneapolis, MN: University of Minnesota.

Ball, D. L. & Forzani, F. M. (2009). The work of teaching and the challenge for teacher

education. *Journal of Teacher Education*, 60(5), 497–511.

Barkley, E. F., Cross, K. P. & Major, C. H. (2005). *Collaborative learning techniques:*

a handbook for college faculty. San Francisco: Jossey-Bass.

Barron, L., & Goldman, E. (1994). Integrating technology with teacher preparation. En

B. Means (Ed.), *Technology and education reform: The reality behind the promise* (pp. 81-110). San Francisco, CA: Jossey-Bass.

- Barrows, H. (2002). Is it truly possible to have such a thing as dPBL? *Distance Education*, 23(1), 119–122.
- Bartle, E. K., Dook, J., & Mocerino, M. (2011). Attitudes of tertiary students towards a group project in a science unit. *Chemistry Education: Research and Practice*, 12, 303–311.
- Caulfield, S. L., & Persell, C. H. (2006). Teaching social science reasoning and quantitative literacy: the role of collaborative groups. *Teaching Sociology*, 34, 39–53.
- Chen, T.-S., Chang, C.-S., Lin, J.-S., & Yu, H.-L. (2009). Context-aware writing in ubiquitous learning environments. *Research and Practice in Technology Enhanced Learning*, 4(1), 61–82.
- Chi, M. T. H. (2009). Active-constructive-interactive: a conceptual framework for differentiating learning activities. *Topics in Cognitive Science*, 1(1), 73–105.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2005). *Research methods in education* (5th ed.). London & New York: RoutledgeFalmer.
- Cuseo, J. B. (2002). *Organizing to collaborate: a taxonomy of higher education practices for promoting interdependence within the classroom, across the campus, and beyond the college*. Stillwater, OK: New Forums Press.

- Dingel, M. J., Wei, W., & Huq, A. (2013). Cooperative learning and peer evaluation: the effect of free riders on team performance and the relationship between course performance and peer evaluation. *Journal of the Scholarship of Teaching and Learning*, 13(1), 45–56.
- Driscoll, M. P. (2005). *Psychology of learning for instruction* (3rd ed.). Boston, MA: Pearson Allyn and Bacon.
- Felder, R. M., & Brent, R. (2007). Cooperative learning. En P. A. Mabrouk (Ed.), *Active learning: models from the analytical sciences*, ACS Symposium Series 970 (pp. 35–53). Washington, DC: American Chemical Society.
- Fink, L. D. (2002). Beyond small groups: harnessing the extraordinary power of learning teams. En L. K. Michaelsen, A. B. Knight & L. D. Fink (Ed.), *Team-based learning: a transformative use of small groups* (pp. 3–25). Westport, CT: Praeger.
- Freeman, S., Eddy, S., McDonough, M., Smith, M. K., Okoroafor, H. J., & Wenderoth, M. P. (2013). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 111(23), 8410–8415.
- Gulikers, J. T. M., Bastiaens, T. J., & Kirschner, P. A. (2004). A five-dimensional framework for authentic assessment. *Educational Technology Research and Development*, 52 (3), 67–86.

Hammond, M. (2005). A review of recent papers on online discussion in teaching and learning in higher education. *Journal of Asynchronous Learning Networks*, 9(3), 9-23.

Hernández, R., Fernández C., & Baptista L. (2003). *Metodología de la investigación* (3.^a ed.). México: McGraw-Hill.

Harris, A., Yuill, N., & Luckin, R. (2008). The influence of context-specific dispositional achievement goals on children's paired collaborative interaction. *British Journal of Educational Psychology*, 78(3), 1–20.

Hiltz, S., & Turoff, M. (1993). *The network nation: human communication via computer* (2nd ed.). Reading, MA: Addison-Wesley.

Hsien-Sheng, H., Cheng-Sian, C., Chien-Yu, L., Chih-Chun, C., & Jyun-Chen, C. (2014). The influence of collaborative learning games within different devices on student's learning performance and behaviours. *Australasian Journal of Educational Technology*, 30(6), 652–669.

Humphreys, M. & Weinstein, J. M. (June 2009). Field experiments and the political economy of development. *Annual Review of Political Science*, 12, 367–378.

Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1999). Making cooperative learning work. *Theory into Practice*, 38(2), 67–73.

-
- _____ (2008). Social interdependence theory and cooperative learning: the teacher's role. En R. Gillies, A. Ashman, & A. Terwel (Eds.), *The teacher's role in implementing cooperative learning in the classroom* (pp. 9–37). Lausanne: Springer.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (2009). *Circles of learning* (6th ed.). Edina, Minnesota: Interaction Book Company.
- Johnson, D. W., Johnson, R. T., Holubec, E. J., & Roy, P. (1984). *Circles of learning: cooperation in the classroom*. Washington, DC: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Kariuki, M., & Duran, M. (2004). Using anchored instruction to teach preservice teachers to integrate technology in the curriculum. *Journal of Technology and Teacher Education*, 12(3), 431–445.
- Koehler, M. J., & Mishra, P. (2008). Introducing TPCK. En AACTE Committee on Innovation and Technology (Ed.), *Handbook of technological pedagogical content knowledge for educators* (pp. 1–29). New York: Routledge for the American Association of Colleges for Teacher Education.
- Kreijns, K., Kirschner, P. A., & Jochems, W. (2003). Identifying the pitfalls for social interaction in computer-supported collaborative learning environments: a review of the research. *Computers in Human Behavior*, 19(3), 335–353.

- Lyons, J. B. (2002). The learning environment: do school facilities really affect a child's education? *Learning By Design*, 11, 10–13.
- Maite, S., R. (2013). A review of curriculum-related factors influencing academic achievement among students in public secondary schools in Kenya. *International Journal of Advanced Research*, 1(3), 219–230.
- Maletta, H. (2011). *Epistemología aplicada: metodología y técnica de la producción científica* (2.^a ed.). Lima: CIES.
- Millis, B. J., & Cottell, P. G. J. (1998). *Cooperative learning for higher education faculty*. Phoenix, AZ: American Council on Education & The Oryx Press.
- Ministerio de Educación. (2013). *Rutas del aprendizaje: hacer uso de saberes matemáticos para afrontar desafíos diversos*. Lima.
- _____ (2015). Resolución ministerial n.º 199-2015-MINEDU - 25.03.2015. Lima: El Peruano.
- Ojeda C., G., & Reyes C., I. (2006). *Las estrategias de aprendizaje cooperativo y el desarrollo de habilidades cognitivas La infraestructura*. Tesis de Licenciatura en Educación. Universidad Nacional de Piura.
- Pratt, D. D. (2002). *Five perspectives on teaching in adult and higher education*. Malabar, FL: Krieger Publishing Company.

- Prince, M. (2004). Does active learning work? A review of the research. *Journal of Engineering Education*, 93(3), 223–231.
- Puntambekar, S. (2006). Analyzing collaborative interactions: divergence, shared understanding and construction of knowledge. *Computers & Education*, 47(3), 332–351.
- Rau, W., & Heyl, B. S. (1990). Humanizing the college classroom: collaborative learning and social organization among students. *Teaching Sociology*, 18(2), 141–155.
- Schroeder, C., Scott, T.P., Tolson, H., Huang, T.-Y., & Lee, Y.-H. (2007). A meta-analysis of national research: effects of teaching strategies on student achievement in science in the United States. *Journal of Research in Science Teaching*, 44(10), 1436–1460
- Smith, P. L., & Ragan, T. J. (2005). *Instructional design* (3rd ed.). Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc.
- Soller, A. L. (2001). Supporting social interaction in an intelligent collaborative learning system. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*. 12(1), 40–62.

Snyder, S. S. (2006). Cooperative Learning Groups in the Middle School Mathematics Classroom. *Action Research Project*. [Paper N° 30]. University of Nebraska – Lincoln, Nebraska.

Willms, J. D. (2002). Standards of care: investments to improve children's educational outcomes in Latin America. En M. Young (Ed.). *From early child development to human development: investing in our children's future* (pp. 81–122), Washington, DC: World Bank.

World Economic Forum. (2013). *The Global Competitiveness Report 2013–2014*. Geneva: World Economic Forum.

Yun Lau, C. (2006). *What effects does peer group study have on students' learning in commerce mathematics? A case study of diverse ethnic learning*. Recuperado de <http://ro.ecu.edu.au/ceducom/85/>

Zarei, E., Zainalipour, H., Haidari, H., & Samavi, A.S. (2013). Study of cooperative learning effects on academic achievement. *Journal of Life Science and Biomedicine*, 3(3), 237–240.

ANEXOS

ANEXO 1

MODELO DE SESIONES DE APRENDIZAJE

ARITMÉTICA – SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 5

I. DATOS INFORMATIVOS

Grado	: Primer grado de secundaria
Área curricular	: Matemáticas
Materia	: Aritmética
Grupo	: A (grupo experimental)
Unidad didáctica	: Unidad I
Tema de sesión	: Problemas con conjuntos
Duración	: 90 minutos

II. CAPACIDADES Y APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad del área	Capacidad específica	Actitudes
Razona y resuelve situaciones de cantidad	Matematiza problemas de conjuntos	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica y argumenta criterios de formación de conjuntos • Define cantidades para describir relaciones de pertenencia de elementos a uno o más conjuntos 	<ul style="list-style-type: none"> • Se interesa por el uso creativo de conjuntos • Valora la interacción como medio de lograr una meta común

III. EN PREPARACIÓN PARA LA SESIÓN 5

- En la sesión 4 se aborda el componente teórico-conceptual referido a las relaciones de pertenencia de elementos a uno o más conjuntos, así como la terminología necesaria para identificar si un elemento pertenece a un solo conjunto o si forma parte de la intersección de dos o más conjuntos. Durante la sesión 4 se solicita a cada alumno traer de casa 7 elementos (objetos) diversos y pequeños.
- El contenido de la sesión 5 comprende la realización de una actividad colaborativa “no estructurada”, referida a la interacción entre pares para la formación de conjuntos con los elementos traídos por ellos. Se aplicará una variante de la estrategia colaborativa de “edición por pares”. En preparación para la sesión, el docente elabora las pautas para conducir una actividad colaborativa “estructurada”, siguiendo la estrategia colaborativa de “edición por pares”.

IV. SECUENCIA DE LA SESIÓN Y DE LAS ESTRATEGIAS

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
FOCALIZACIÓN	Motivación	Sensibilización sobre la experiencia cotidiana de las personas con conjuntos de diverso tipo. Se muestran imágenes que muestran que los conjuntos están presentes en toda dimensión de la vida cotidiana.	Laptop Proyector	10 minutos
	Saberes previos	Se invita a los alumnos a plantear ejemplos de conjuntos en la vida cotidiana, respondiendo a las preguntas: ¿Qué elementos posee? ¿Por qué tales elementos conforman el conjunto?	Pizarra Plumones de pizarra	10 minutos
	Conflicto cognitivo	Al reflexionar sobre la presencia de los conjuntos en la sociedad ¿es posible que la familiaridad de las personas con los conjuntos sea mayor a lo que comúnmente se piensa?	Pizarra Plumones de pizarra Papelotes	5 minutos
	Cierre	Los alumnos registran las ideas que más les ha llamado la atención sobre lo reflexionado. El docente aclara conceptos y añade una o dos ideas fuerza sobre lo reflexionado. A continuación el docente anuncia las actividades de la sesión.		
EXPLORACIÓN	Construcción de los aprendizajes	<u>Actividad no estructurada</u> <u>Estrategia colaborativa:</u> variante del <i>peer-editing</i> <u>Procedimiento:</u> -Los alumnos se agrupan en pares (libre elección) e intercambian los 7 elementos que trajeron. Pueden reunirse dentro del salón, en el patio anexo al salón o en el laboratorio. -Individualmente construyen conjuntos. Toman nota de las características del conjunto y las relaciones que definen que un elemento pertenezca a un conjunto dado. -Los alumnos cambian posiciones, examinan el trabajo de su compañero(a), anotan sugerencias y retornan a su posición inicial. -Cada alumno revisa el nuevo reporte y sobre ello puede “mejorar” su constructo.	Objetos Papelotes Plumones	20 minutos
APLICACIÓN	Aplicación	<u>Actividad Estructurada</u> <u>Estrategia colaborativa:</u> variante del <i>peer-editing</i> <u>Procedimiento – parte 1</u> -El docente forma grupos de 3 a 4 alumnos -El docente proyecta (o pega en papelote) las indicaciones y criterios a seguir para un trabajo de grupo consistente en matematizar conjuntos. -Indicación: exponer el trabajo individual mejorado -Indicación: seleccionar dos trabajos.	Laptop Pizarra Papelotes	10 minutos

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
REFLEXIÓN	Transferencia	<p><u>Procedimiento – parte 2</u></p> <p>-Indicación: con los elementos de los dos trabajos construyen una nueva situación en que participan al menos 3 conjuntos con áreas de intersección.</p> <p>-Indicación: discuten y acuerdan los criterios para asignar los elementos a los conjuntos, tomando en cuenta el uso de la “Y” si es que un elemento dado se halla en la intersección entre dos o más conjuntos; el uso de “SOLO” si un elemento dado es la “diferencia” (pertenece solo a un conjunto, pero no otro u otros). Toman nota de lo actuado.</p> <p>-Indicación: tomando como referencia contenidos de la sesión N° 4 (material del docente), los alumnos proceden a matematizar en forma de “enunciado de problema” su nuevo constructo.</p> <p>-Indicación: cada grupo presenta su trabajo en la pizarra (en papelote), el docente solicita a los otros grupos que brinden opiniones constructivas y recomendaciones y posteriormente brinda una apreciación para cada presentación.</p>	<p>Laptop</p> <p>Proyector</p> <p>Pizarra</p> <p>Plumones de pizarra</p> <p>Papelotes</p> <p>Objetos</p> <p>Plumones</p> <p>Colores</p> <p>Cita adhesiva</p>	30 minutos
	Meta-cognición	<p>Finalmente el docente brinda comentarios sobre los trabajos, haciendo énfasis que los mismos han sido realizados empleando objetos de la vida cotidiana; y por lo tanto, los alumnos ya han aplicado criterios cognitivos propios de conjuntos para elegir los objetos que trajeron a la sesión.</p>	<p>Pizarra</p> <p>Plumones de pizarra</p>	5 minutos

V. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJE

Capacidad específica	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> Identifica y argumenta criterios de formación de conjuntos Define cantidades para describir relaciones de pertenencia de elementos a uno o más conjuntos 	<ul style="list-style-type: none"> Define criterios de relación entre elementos Define criterios y/o relaciones de pertenencia de elementos a uno o más conjuntos 	<ul style="list-style-type: none"> Trabajo de grupo Presentación individual y grupal Prueba bimestral
Actitudes	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> Se interesa por el uso creativo de conjuntos Valora la interacción como medio de lograr una meta común 	<ul style="list-style-type: none"> Interacción recíproca entre pares Interdependencia positiva en el grupo 	<ul style="list-style-type: none"> Lista de cotejo de indicadores de aprendizaje colaborativo

ARITMÉTICA – SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 7

I. DATOS INFORMATIVOS

Grado	: Primer grado de secundaria
Área curricular	: Matemáticas
Materia	: Aritmética
Grupo	: A (grupo experimental)
Unidad didáctica	: Unidad I
Tema de sesión	: Resolución de problemas con conjuntos
Duración	: 90 minutos

II. CAPACIDADES Y APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad del área	Capacidad específica	Actitudes
Razona y resuelve situaciones de cantidad	Elabora y aplica estrategias para resolver problemas con conjuntos	<ul style="list-style-type: none"> • Razona de modo abstracto y cuantitativo • Interpreta expresiones en términos de ecuaciones 	<ul style="list-style-type: none"> • Construye argumentos sólidos que aportan al razonamiento de grupo • Persevera hacia la solución de un problema

III. EN PREPARACIÓN PARA LA SESIÓN 5

- Durante la sesión 6 se aborda el componente conceptual-metodológico referido a interpretar en forma de ecuaciones expresiones complicadas referidas a conjuntos, en las que se pone en evidencia que los datos numéricos sobre los elementos intervinientes no están completos (y corresponde asignar variables). Además, se abordan algunos de los problemas tipo con dos y tres conjuntos, para los que se aplican métodos de ecuaciones lineales).
- A modo de práctica, durante la sesión 6 los alumnos avanzan en la resolución de los casos más sencillos de problemas con conjuntos, aplicando ecuaciones. Pero en la sesión 7 corresponde profundizar el tema y abordar problemas que requieren de un mayor razonamiento abstracto. La sesión 7 comprende la realización de una actividad colaborativa “estructurada”, referida a la resolución de problemas de mediana y alta dificultad grupalmente, bajo la guía de un líder de grupo entrenado. Se aplicará la estrategia de “trabajo de grupo facilitado por un líder”.
- En preparación para la sesión, el docente formula enunciados de problemas y una guía para orientar en su resolución. Se reúne con los líderes de los grupos (formados en la sesión 6) para capacitarlos.

IV. SECUENCIA DE LA SESIÓN Y DE LAS ESTRATEGIAS

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
FOCALIZACIÓN	Motivación	Sensibilización sobre la flexibilidad de emplear métodos basados en ecuaciones para resolver problemas de conjuntos. Si bien los métodos poseen características identificables, éstos no son rígidos y se adaptan a los estilos de las personas.	Pizarra Plumones de pizarra	5 minutos
	Saberes previos	El docente escribe en la pizarra el enunciado de un problema con 2 conjuntos. Detalla el razonamiento del mismo (de qué trata, las palabras clave, qué pide) y procede a interpretar el problema como ecuación. A continuación invita a los alumnos a plantear dos enunciados de problema (con 2 y 3 conjuntos) y luego solicita la colaboración de los alumnos para efectuar el procedimiento anterior: razonamiento abstracto y planteamiento de la ecuación.	Pizarra Plumones de pizarra	15 minutos
	Conflicto cognitivo	Al reflexionar sobre la posibilidad de simplificar situaciones complejas de la vida cotidiana ¿es posible abstraer dicha realidad por medio de ecuaciones que permitan su mejor comprensión?	Pizarra Plumones de pizarra	5 minutos
	Cierre	Los alumnos registran las ideas que más les ha llamado la atención sobre lo reflexionado. El docente reitera pautas para plantear ecuaciones en problemas con conjuntos. A continuación el docente anuncia las actividades de la sesión.		
EXPLORACIÓN	Construcción de los aprendizajes	<u>Actividad Estructurada</u> <u>Estrategia colaborativa:</u> trabajo grupal facilitado por un líder de grupo <u>Procedimiento – parte 1:</u> -Los alumnos se reúnen en 3 grupos, de 4 integrantes, incluido el facilitador de grupo. -El docente pega sobre la pizarra 3 papelotes, en los que se hallan escritos tres enunciados de problemas (con 2 y 3 conjuntos) por cada grupo. -El docente comunica las pautas a seguir y cede el control de la clase a los líderes de grupo. -Fase 1: Bajo el liderazgo del facilitador los grupos razonan los problemas. -Fase 2: Los grupos examinan la guía didáctica y su propio material, reflexionan sobre el problema.	Guía didáctica Pizarra Papelotes Plumones Hojas Lapiceros Material de los alumnos	10 minutos
APLICACIÓN	Aplicación	-Fase 3: Bajo la asesoría del líder, los grupos definen una estrategia de solución de los problemas. De haber dudas que el líder no puede abordar, este puede solicitar pautas al docente. Fase 4: Los grupos ensayan su estrategia y proceden a elaborar alternativas de ecuaciones para la solución de los problemas.	Guía didáctica Papelotes Plumones Lapiceros Hojas	10 minutos

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
REFLEXIÓN	Transferencia	<p><u>Procedimiento – parte 2</u></p> <p>-Los facilitadores brindan asistencia a sus grupos acerca del mejor ajuste a la estrategia de solución y al planteamiento de las ecuaciones.</p> <p>-Los grupos proceden a resolver los problemas.</p> <p>-El docente anuncia que restan 10 minutos para la finalización de la dinámica de grupo.</p> <p>-Los grupos proceden a plasmar el trabajo hecho en papelotes y en dos páginas que el facilitador entregará al docente, y donde se consignan los nombres de los integrantes de grupo que aportaron efectivamente al trabajo efectuado.</p> <p>-Cada grupo presenta su trabajo en la pizarra (en papelote), el docente solicita a los otros grupos que brinden su punto de vista, y posteriormente brinda una apreciación para cada presentación.</p>	<p>Pizarra</p> <p>Plumones de pizarra</p> <p>Papelotes</p> <p>Plumones</p> <p>Cinta adhesiva</p> <p>Hojas</p> <p>Lapiceros</p>	40 minutos
	Meta-cognición	Finalmente el docente invita a los alumnos a opinar sobre las similitudes y diferencias de las estrategias ensayadas, y a reflexionar sobre la complejidad del proceso cognitivo humano para abstraer la realidad y matematizarla	<p>Pizarra</p> <p>Plumones de pizarra</p>	5 minutos

V. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJE

Capacidad específica	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> • Razona de modo abstracto y cuantitativo. • Interpreta expresiones en términos de ecuaciones 	<ul style="list-style-type: none"> • Pertinencia de las variables • Asertividad de las ecuaciones • Eficacia de la resolución 	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajo de grupo • Presentación grupal • Prueba bimestral
Actitudes	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> • Construye argumentos sólidos que aportan al razonamiento de grupo • Persevera hacia la solución de un problema. 	<ul style="list-style-type: none"> • Autonomía para realizar actividades de grupo que implican el procesamiento de información, cuya validez ha sido previamente verificada por el propio grupo. • Interdependencia positiva dentro del grupo 	<ul style="list-style-type: none"> • Lista de cotejo de indicadores de aprendizaje colaborativo

ARITMÉTICA – SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 10

I. DATOS INFORMATIVOS

Grado	: Primer grado de secundaria
Área curricular	: Matemáticas
Materia	: Aritmética
Grupo	: A (grupo experimental)
Unidad didáctica	: Unidad II
Tema de sesión	: Ejercicios y problemas con sistemas de numeración
Duración	: 90 minutos

II. CAPACIDADES Y APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad del área	Capacidad específica	Actitudes
Razona y resuelve situaciones de cantidad	Matematiza situaciones con diferentes sistemas de numeración	<ul style="list-style-type: none"> • Razona de modo lógico y cuantitativo • Aplica técnicas a sistemas de numeración distintos 	<ul style="list-style-type: none"> • Valora la interacción como medio para lograr una meta común • Persevera en la solución de un problema

III. EN PREPARACIÓN PARA LA SESIÓN 10

- Durante la sesión 8, el docente presentó el tópico de sistemas de numeración y los ejercicios y problemas típicos que involucra trabajar con sistemas de numeración distintos al sistema numérico decimal.
- Durante la sesión 9, el docente y los alumnos se ejercitaron extensivamente con ejercicios de conversión entre sistemas de numeración, así como con el empleo de estrategias básicas para trabajar con problemas aritméticos combinando cantidades expresadas en dos o más sistemas de numeración; todo ello, con ayuda de la sección de ejercicios del libro de texto del curso.
- En preparación para la sesión 10, el docente solicita a los alumnos repasar el trabajo en clase de la sesión 9 y anuncia que la sesión siguiente se realizará un taller colaborativo. Indica, además, que se mantendrá la configuración de grupos tal como fue en la sesión 7.

IV. SECUENCIA DE LA SESIÓN Y DE LAS ESTRATEGIAS

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
FOCALIZACIÓN	Motivación	El docente narra una anécdota personal de tiempos de colegio. Destaca que con compañeros de grupo debieron enfrentar un desafío y narra las peripecias que acontecieron y el sentimiento de satisfacción y camaradería de superarlo en grupo.		5 minutos
	Saberes previos	El docente plantea un ejercicio en la pizarra y solicita un(a) voluntario(a) para su resolución. A continuación solicita a los alumnos orientar a su compañero(a) en los pasos a seguir. Resuelto el ejercicio, el docente explica que las Matemáticas son desafiantes y que cooperar es un modo de hacerlas amenas y aprender mejor.	Pizarra Plumones de pizarra	10 minutos
	Conflicto cognitivo	Al reflexionar sobre el efecto de la colaboración en superar desafíos difíciles, ¿es posible que las Matemáticas en grupo animen a las personas a enfrentar y superar desafíos provechosos?	Pizarra Plumones de pizarra	5 minutos
	Cierre	Los alumnos intercambian opiniones sobre la pregunta planteada. El docente, por su parte, anuncia el inicio del trabajo práctico.		
EXPLORACIÓN	Construcción de los aprendizajes	<p><u>Actividad semiestructurada</u></p> <p><u>Estrategia colaborativa:</u> desafío grupal facilitado por un líder de grupo.</p> <p><u>Procedimiento – parte 1:</u></p> <p>-Los alumnos se reúnen adoptando la misma configuración que en la sesión 7 y el docente revela quién será el coordinador(a) de grupo.</p> <p>-Con un plumón, divide la pizarra en tres secciones (una para cada grupo). Indica que los grupos afrontarán dos desafíos. Primero: resolver en 15 minutos 3 ejercicios planteados por el docente (en papelote al costado de la pizarra). Segundo, crear 3 ejercicios, de igual o mayor dificultad, en 25 minutos.</p> <p>-El docente señala que el éxito en cada desafío otorgará al grupo un bono de recompensa. Acto seguido, cede el control a los coordinadores.</p> <p>-Fase 1: Los grupos examinan sus materiales.</p> <p>-Fase 2: Bajo el liderazgo del coordinador los grupos razonan el procedimiento de resolución de los ejercicios planteados por el docente.</p>	Pizarra Papelotes Plumones Hojas Lapiceros Material de los alumnos	10 minutos
APLICACIÓN	Aplicación	<p>-Fase 3: Bajo la guía del coordinador, los grupos definen procedimientos para cada ejercicio.</p> <p>-Fase 4: En turnos los miembros de grupo trabajan la resolución en pizarra. El coordinador monitorea el progreso y controla el tiempo.</p>	Plumones Lapiceros Hojas	15 minutos

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
REFLEXIÓN	Transferencia	<p><u>Procedimiento – parte 2</u></p> <p>-El docente selecciona un ejercicio de cada grupo y procede a comentar el procedimiento usado y la asertividad del resultado obtenido. Solicita a los coordinadores registrar los ejercicios en una hoja, con los nombres de los miembros de grupo.</p> <p>-El docente anuncia el inicio de la segunda fase. Cede el control a los coordinadores.</p> <p>-Los grupos se organizan en subgrupos para elaborar planteamientos de ejercicios/problemas.</p> <p>-El docente brinda comentarios y sugerencias.</p> <p>-Los grupos repiten el procedimiento seguido en la primera parte. Los coordinadores monitorean el progreso y controlan el tiempo.</p> <p>-El docente anuncia la finalización del taller colaborativo. Solicita a los coordinadores que proporcionen su formato de registro de tiempos y lo compara con el suyo.</p> <p>-El docente anuncia los bonos de éxito que hayan de corresponder a los grupos. Solicita a los coordinadores registrar los ejercicios de la segunda parte del taller y entregar el trabajo.</p>	<p>Pizarra</p> <p>Plumones de pizarra</p> <p>Papelotes</p> <p>Plumones</p> <p>Hojas</p> <p>Lapiceros</p> <p>Cronometro</p>	40 minutos
	Meta-cognición	<p>Finalmente el docente invita a los alumnos a opinar sobre la relación entre colaborar para vencer un desafío, y la calidad del razonamiento individual/grupal, la eficacia del procedimiento a seguir y la asertividad de los resultados logrados.</p>	<p>Pizarra</p> <p>Plumones de pizarra</p>	5 minutos

V. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJE

Capacidad específica	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> • Razona de modo lógico y cuantitativo • Aplica técnicas a sistemas de numeración distintos 	<ul style="list-style-type: none"> • Pertinencia procedimental • Eficacia de la resolución 	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajo de grupo • Prueba bimestral
Actitudes	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> • Valora la interacción como medio para lograr una meta común • Persevera en solucionar un problema 	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollo de habilidades interpersonales y de grupo. • Interdependencia positiva dentro del grupo 	<ul style="list-style-type: none"> • Lista de cotejo de indicadores de aprendizaje colaborativo

ÁLGEBRA – SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 8

I. DATOS INFORMATIVOS

Grado	: Primer grado de secundaria
Área curricular	: Matemáticas
Materia	: Álgebra
Grupo	: A (grupo experimental)
Unidad didáctica	: Unidad II
Tema de sesión	: Operaciones básicas con polinomios
Duración	: 90 minutos

II. CAPACIDADES Y APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad del área	Capacidad específica	Actitudes
Razona y resuelve situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	Elabora y aplica estrategias para resolver operaciones con polinomios	<ul style="list-style-type: none"> • Razona y crea patrones de asociación y regularidad de términos algebraicos • Desarrolla estrategias para la resolución de polinomios 	<ul style="list-style-type: none"> • Asume compromisos personal y de grupo • Se interesa por aportar al logro de metas de grupo

III. EN PREPARACIÓN PARA LA SESIÓN 8

- A partir de la sesión 5, se aborda los temas de teoría de exponentes, formación de términos algebraicos simples (monomios) con bases elevadas a potencias mayores o iguales a 2. Esta preparación posibilita abordar conjuntos de monomios (polinomios) con los que se pueden efectuar operaciones básicas y de mayor complejidad, aplicando también la teoría de exponentes.
- La sesión 7 proporcionan la base conceptual y metodológica para realizar operaciones básicas con polinomios, de modo que la sesión 8 se enfoca en la aplicación práctica de los saberes previos y la construcción de conocimiento colectivo referido a la resolución de operaciones con polinomios.
- En preparación para la sesión 8, el docente anuncia (en la sesión previa) que en la sesión los grupos tendrán el desafío de diseñar y producir un video con una temática de su elección (libre), pero cuyo tema de fondo implique la formulación y resolución de un ejercicio de operación con polinomios.

IV. SECUENCIA DE LA SESIÓN Y DE LAS ESTRATEGIAS

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
FOCALIZACIÓN	Motivación	Como tema motivador, el docente explica que las actividades lúdicas son muy importantes y saludables para el buen desarrollo psicomotor de la persona, porque el cerebro se coordina mejor con el resto del organismo a través de una actividad intensa del sistema nervioso central y la actividad mental. En ese sentido, la práctica del álgebra tiene un efecto muy similar, de modo tal que puede ser considerado como un tipo de juego.	Laptop Proyector Pizarra Plumones de pizarra	5 minutos
	Saberes previos	El docente escribe en la pizarra los temas clave para resolver operaciones con polinomios y solicita la colaboración de los alumnos en cuanto a identificar las pautas y/o pasos clave para afrontar cada tema: teoría de exponentes, reglas para operar signos distintos, correspondencia entre coeficientes y partes literales.	Pizarra Plumones de pizarra	5 minutos
	Conflicto cognitivo	Al reflexionar sobre la utilidad de ejercitar la creatividad y un estado anímico favorable mediante las Matemáticas, ¿es posible que el álgebra sea un medio para ello?	Pizarra Plumones de pizarra	5 minutos
	Cierre	Los alumnos registran las ideas que más les ha llamado la atención sobre lo reflexionado. Luego, el docente anuncia las actividades de la sesión.		
EXPLORACIÓN	Construcción de los aprendizajes	<u>Actividad No Estructurada</u> <u>Estrategia colaborativa:</u> actividad lúdica de grupo <u>Procedimiento:</u> -Los alumnos se reúnen en 3 grupos, de acuerdo a una composición definida con anterioridad. -Los grupos comunican al docente el tema de su video y el docente recomienda un tipo de ejercicio de dificultad media o alta. -Los grupos proceden a organizarse. Redefinen roles, el guion del video y el ejercicio algebraico. -Los grupos producen versiones preliminares (guion y ejercicio) e identifican ajustes o mejoras.	Cámara de filmación Pizarra Plumones de pizarra Papelote Plumones	10 minutos
APLICACIÓN	Aplicación	-Los grupos crean una estrategia de resolución del ejercicio definido; considerando las pautas metodológicas (material del curso), el tiempo disponible para la reproducción del video (5 a 6 minutos) y las características del video a producir -Los grupos aplican la estrategia de resolución y compatibilizan los pasos y tiempos de resolución con el guion del video, con la asesoría del docente. -Los grupos producen la versión final del video y preparan su presentación (reproducción).	Hojas Lapiceros Material del curso	40 minutos

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
REFLEXIÓN	Transferencia	<p>-El docente coordina con los grupos el orden de presentación y les pregunta por sus necesidades o requerimientos para la misma.</p> <p>-En el orden asignado los grupos reproducen el video, que presenta una historia, cuyo tema de fondo implica la resolución de un ejercicio con polinomios de mediana o alta dificultad.</p> <p>--El docente solicita a los alumnos sus opiniones en torno a la compatibilidad entre la historia del video y el tipo de ejercicio planteado; la estrategia de resolución y la claridad en la ejecución.</p> <p>-El docente brinda comentarios sobre los trabajos de los grupos y procede a asignar calificaciones.</p> <p>-Los grupos toman nota de los aspectos que más interés les ha concitado sobre la experiencia vivida y sobre el enfoque lúdico del álgebra.</p>	Laptop Proyector Pizarra Plumones de pizarra	20 minutos
	Meta-cognición	Finalmente el docente invita a los alumnos a tomar nota sobre los aspectos de interés sobre la experiencia vivida y sobre el enfoque lúdico del trabajo con el álgebra. Además les invita a reflexionar (en lo sucesivo) sobre nuevas oportunidades para aplicar la misma estrategia en los temas siguientes del curso.	Pizarra Plumones de pizarra	5 minutos

V. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJE

Capacidad específica	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> • Razona y crea patrones de asociación y regularidad de términos algebraicos • Desarrolla estrategias para la resolución de polinomios 	<ul style="list-style-type: none"> • Asertividad en la formulación de polinomios. • Eficacia en la resolución de operaciones con polinomios. 	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajo de grupo • Presentación grupal • Prueba bimestral
Actitudes	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> • Asume compromisos personal y de grupo • Se interesa por aportar al logro de metas de grupo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollo de habilidades interpersonales y de trabajo en grupo. • Interdependencia positiva en el grupo, con la adopción de roles complementarios. 	<ul style="list-style-type: none"> • Lista de cotejo de indicadores de aprendizaje colaborativo

ÁLGEBRA – SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 10

I. DATOS INFORMATIVOS

Grado	: Primer grado de secundaria
Área curricular	: Matemáticas
Materia	: Álgebra
Grupo	: A (grupo experimental)
Unidad didáctica	: Unidad II
Tema de sesión	: Operaciones de mediana y alta dificultad con polinomios
Duración	: 90 minutos

II. CAPACIDADES Y APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad del área	Capacidad específica	Actitudes
Razona y resuelve situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	Crea y aplica estrategias para resolver operaciones con polinomios	<ul style="list-style-type: none"> • Razona y crea patrones de asociación y regularidad de términos algebraicos • Desarrolla estrategias para la resolución de polinomios 	<ul style="list-style-type: none"> • Se interesa por aportar al logro de metas de grupo • Valora la interacción como medio de lograr una meta común

III. EN PREPARACIÓN PARA LA SESIÓN 10

- En la sesión 9, el docente presenta ejercicios con polinomios de mayor dificultad a los vistos en las sesiones previas. Puntualiza las variantes en los términos algebraicos, en el empleo de signos negativos y de paréntesis, que incrementan la dificultad de los ejercicios.
- En preparación para la sesión 10, el docente expone procedimientos de resolución a ejercicios de mediana y alta dificultad. A modo de práctica, los alumnos se organizan en pares y avanzan en la resolución de ejercicios del libro de texto.
- Asimismo, el docente solicita a los grupos que para la sesión siguiente se organizaran en los mismos grupos de la sesión 8, y que tengan preparados plumones de colores, cinta adhesiva, y papelógrafos.
- La sesión 10 se enfoca en la aplicación práctica de saberes previos y el refuerzo de dichos saberes a través de la cooperación entre pares para resolver ejercicios de mediana y alta dificultad.

IV. SECUENCIA DE LA SESIÓN Y DE LAS ESTRATEGIAS

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
FOCALIZACIÓN	Motivación	Como tema motivador, el docente explica que la creatividad es uno de los motores de la innovación; y que la innovación explica, en buena medida, el avance de la civilización humana y la mejora de condiciones de vida de las personas. Asimismo, explica que la creatividad puede ser alentada mediante dos mecanismos que trabajan bien juntos. El primero, experimentar la sensación de superar un desafío importante. El segundo, la cooperación con pares para enfrentar el desafío con distintos puntos de vista. Así, el Álgebra plantea desafíos estimulantes para la creatividad individual y grupal.	Laptop Proyector Pizarra Plumones de pizarra	5 minutos
	Saberes previos	El docente plantea en la pizarra dos ejercicios con polinomios; uno de mediana dificultad y otro de alta dificultad. Solicita a los alumnos reflexionar sobre las estrategias posibles para resolver los ejercicios. El docente adopta las recomendaciones de los alumnos y expone el procedimiento de resolución que deriva de las estrategias planteadas por los alumnos.	Pizarra Plumones de pizarra	10 minutos
	Conflicto cognitivo	Al reflexionar sobre la utilidad de emplear la creatividad, ¿es posible enriquecer la experiencia creativa a través de enfrentar los desafíos que presenta el Álgebra?	Pizarra Plumones de pizarra	5 minutos
	Cierre	Los alumnos registran las ideas que más les ha llamado la atención sobre lo reflexionado. Luego, el docente anuncia las actividades de la sesión.		
EXPLORACIÓN	Construcción de los aprendizajes	<p><u>Actividad Estructurada</u></p> <p><u>Estrategia colaborativa:</u> resolución grupal de problemas</p> <p><u>Indicaciones:</u></p> <p>-El docente anuncia que el ejercicio de creatividad consistirá en construir, en grupo, dos ejercicios: de mediana y alta dificultad.</p> <p>-Los grupos pueden guiarse de los ejercicios expuestos, tal que cuenten con un marco de referencia sobre el nivel de dificultad.</p> <p><u>Procedimiento:</u></p> <p>-Los alumnos se reúnen en 3 grupos, cuya composición es la misma que para la sesión 8.</p> <p>-Los grupos examinan los ejercicios expuestos y proceden a una lluvia de ideas sobre ejercicios alternativos (variantes), sobre nuevos ejercicios que presenten un similar mecanismo de resolución, o una combinación de los anteriores.</p> <p>-Los grupos realizan consultas sobre la procedencia de sus planteamientos generales.</p>	Pizarra Plumones de pizarra Papelote Plumones Hojas Lapiceros Material del curso	10 minutos

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
REFLEXIÓN	Aplicación	<p>-El docente se pone a disposición de los grupos, para asistirles en sus consultas e incertidumbre.</p> <p>-Los grupos experimentan un proceso iterativo prueba/error conducente a crear un planteamiento abstracto y coherente, de mediana dificultad.</p> <p>-Experimentan el desafío de refinar de modo iterativo procedimientos de resolución, sobre la base de una estrategia propia.</p> <p>-Sobre la base de superar un primer desafío y de consolidar saberes, los grupos repiten los pasos previos para el ejercicio de alta dificultad.</p>	<p>Papelote</p> <p>Plumones</p> <p>Hojas</p> <p>Lapiceros</p> <p>Material del curso</p>	35 minutos
	Transferencia	<p>-Los grupos proceden a consolidar sus ejercicios y a plasmarlos en papelógrafos.</p> <p>-El docente coordina con los grupos el orden de presentación y les pregunta por sus necesidades o requerimientos para la misma.</p> <p>-En el orden asignado cada grupo muestra en la pizarra (en papelote) sus ejercicios. A continuación, explican en qué consistió el proceso creativo y la estrategia de resolución.</p> <p>-El docente solicita a los otros grupos a expresar sus opiniones sobre el proceso creativo, y a plantear qué estrategia piensan que habrían aplicado en el lugar del grupo que expone.</p>	<p>Pizarra</p> <p>Plumones de pizarra</p> <p>Papelotes</p> <p>Plumones</p>	20 minutos
	Meta-cognición	<p>El docente brinda orientación final sobre uno o dos de los ejercicios expuestos; enfatizando el proceso creativo grupal y el proceso iterativo de prueba y error. Invita a los alumnos a emplear la estrategia seguida, en otras materias.</p>	<p>Pizarra</p> <p>Plumones de pizarra</p>	5 minutos

V. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJE

Capacidad específica	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> • Crea patrones de asociación y regularidad de polinomios • Desarrolla estrategias para la resolución de polinomios 	<ul style="list-style-type: none"> • Asertividad en la formulación de polinomios. • Eficacia en la resolución de operaciones con polinomios. 	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajo de grupo • Presentación grupal • Prueba bimestral
Actitudes	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> • Se interesa por aportar al logro de metas de grupo. • Valora la interacción, como medio para lograr una meta común 	<ul style="list-style-type: none"> • Empleo de habilidades inter-personales de trabajo grupal • Interdependencia positiva 	<ul style="list-style-type: none"> • Lista de cotejo de indicadores de aprendizaje colaborativo

GEOMETRÍA – SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 5

I. DATOS INFORMATIVOS

Grado	: Primer grado de secundaria
Área curricular	: Matemáticas
Materia	: Geometría
Grupo	: A (grupo experimental)
Unidad didáctica	: Unidad I
Tema de sesión	: Ángulos
Duración	: 90 minutos

II. CAPACIDADES Y APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad del área	Capacidad específica	Actitudes
Razona y resuelve situaciones de forma, movimiento y localización	Comunica y representa ideas matemáticas sobre ángulos	<ul style="list-style-type: none"> • Razona y matematiza formas de objetos • Identifica ángulos y representa su magnitud en términos cuantitativos 	<ul style="list-style-type: none"> • Asume compromiso personal y de grupo • Se interesa por aportar al logro de metas de grupo

III. EN PREPARACIÓN PARA LA SESIÓN 5

- En la sesión 4 se aborda el tema de formación de ángulos y estándares para medir su dimensión o magnitud en grados, con ayuda del transportador.
- La sesión 5 aborda la consolidación de saberes previos sobre la formación de los ángulos y su existencia en la vida cotidiana.
- En preparación para la sesión, el docente anuncia solicita a los alumnos repasar los contenidos de la sesión 4 y asegurarse de contar (entre sus materiales en el aula o en casa) con cartulinas (blanca y de color), cinta adhesiva, plumones y cola sintética.

IV. SECUENCIA DE LA SESIÓN Y DE LAS ESTRATEGIAS

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
FOCALIZACIÓN	Motivación	Como tema motivador, el docente proyecta diferentes imágenes y sobre la pizarra procede a identificar los ángulos presentes en ellas. Acto seguido esquematiza en la pizarra dichas formas, mostrando cómo estas cambian y/o pierden su armonía y atractivo en la medida en que los ángulos varían.	Laptop Proyector Pizarra Plumones de pizarra	10 minutos
	Saberes previos	Sobre la base de las imágenes proyectadas, el docente solicita a los alumnos que reflexionen sobre el modo en que los ángulos han sido originados, así como sobre el cambio de forma de las imágenes ante la variación de ángulos.		
	Conflicto cognitivo	Al reflexionar sobre las formas ¿éstas dan origen a los ángulos o los ángulos les dan origen?	Pizarra	5 minutos
	Cierre	Los alumnos registran las ideas que más les ha llamado la atención sobre lo reflexionado. Luego, el docente anuncia las actividades de la sesión.	Plumones de pizarra	
EXPLORACIÓN	Construcción de los aprendizajes	<p><u>Actividad estructurada</u></p> <p><u>Estrategia colaborativa:</u> proyecto de laboratorio</p> <p><u>Indicaciones:</u></p> <p>-En grupos previamente formados, los alumnos usarán cartulinas de colores y plumones para confeccionar 3 transportadores (con su respectiva escala de medición) de diferente tamaño.</p> <p>-Los grupos dispondrán de un tiempo para seleccionar 6 objetos y medir las dimensiones de sus ángulos más representativos.</p> <p><u>Procedimiento – parte 1:</u></p> <p>-Los alumnos se reúnen en 3 grupos, de acuerdo a una composición definida con anterioridad.</p> <p>-Los grupos ensayan 3 modelos de transportador, sobre la base de sus útiles escolares.</p> <p>-Los grupos calibran 3 modelos de transportador, con la asesoría del docente.</p>	Cámara de fotografía Papelotes Cartulinas Plumones Útiles escolares básicos Cola sintética	25 minutos
APLICACIÓN	Aplicación	<p>-Los grupos definen criterios de selección de objetos y estandarizan un protocolo para efectuar la medición, con la asesoría del docente.</p> <p>-Los grupos se subdividen y se dirigen hacia el lugar en que se hallan los objetos seleccionados</p> <p>-Los grupos efectúan la medición.</p> <p>-Los grupos toman fotografías del objeto medido</p> <p>-Los grupos elaboran un esquema gráfico de los objetos medidos y datos principales de dimensiones y ángulos. Dicho trabajo es plasmado en un papelote.</p>	USB Cinta adhesiva	20 minutos

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
REFLEXIÓN	Transferencia	<p><u>Procedimiento – parte 2:</u></p> <p>-El docente coordina con los grupos el orden de presentación y les pregunta por sus necesidades o requerimientos para la misma.</p> <p>-En el orden asignado los grupos proyectan las fotografías de los objetos medidos y de los 3 dispositivos de medición elaborados</p> <p>-Sobre la imagen proyectada en la pizarra, los grupos identifican los ángulos importantes y las medidas tomadas.</p> <p>-Los grupos pegan sobre la pizarra (al costado de la proyección) papelotes con los esquemas básicos de 2 de los objetos seleccionados.</p> <p>-Los grupos solicitan al resto de compañeros de clase que sugieran un cambio en la medida de algunos de los ángulos.</p> <p>Los grupos traza los nuevos ángulos y proyectan el reproducen el cambio en la forma de los objetos.</p> <p>-Los grupos toman nota de los aspectos que más interés les ha concitado del trabajo realizado.</p>	Laptop Proyector Pizarra Plumones de pizarra Papelotes Plumones Instrumentos de medición	25 minutos
	Meta-cognición	Finalmente el docente invita a los alumnos a tomar nota sobre los aspectos de interés sobre la experiencia vivida y sobre la utilidad práctica y en el día a día de proyectar ángulos en las figuras y de razonar sobre la relación entre forma y ángulo.	Pizarra Plumones de pizarra	5 minutos

V. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJE

Capacidad específica	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> Razona y matematiza formas de objetos Identifica ángulos y representa su magnitud en términos cuantitativos 	<ul style="list-style-type: none"> Precisión en la calibración del instrumento de medición Asertividad en la identificación de ángulos. Eficacia en la medición de ángulos 	<ul style="list-style-type: none"> Trabajo de grupo Presentación grupal Prueba bimestral
Actitudes	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> Asume compromisos personal y de grupo Se interesa por aportar al logro de metas de grupo. 	<ul style="list-style-type: none"> Desarrollo de habilidades interpersonales y de trabajo en grupo. Interdependencia positiva en el grupo, con la adopción de roles complementarios. 	<ul style="list-style-type: none"> Lista de cotejo de indicadores de aprendizaje colaborativo

GEOMETRÍA – SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 8

I. DATOS INFORMATIVOS

Grado	: Primer grado de secundaria
Área curricular	: Matemáticas
Materia	: Geometría
Grupo	: A (grupo experimental)
Unidad didáctica	: Unidad II
Tema de sesión	: Ángulos
Duración	: 90 minutos

II. CAPACIDADES Y APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad del área	Capacidad específica	Actitudes
Razona y resuelve situaciones de forma, movimiento y localización	Matematiza situaciones con figuras planas	<ul style="list-style-type: none"> • Razona y matematiza problemas de geometría plana • Elabora y usa estrategias de solución de problemas de geometría plana 	<ul style="list-style-type: none"> • Se interesa por el uso creativo de formas geométricas planas • Valora la interacción como medio de lograr una meta común.

III. EN PREPARACIÓN PARA LA SESIÓN 8

- En la sesión 6 se aborda el tema de la geometría plana de dos dimensiones, y se exponen los principales conceptos, tipologías y fórmulas concernientes al tratamiento de problemas con polígonos (figuras de dos dimensiones).
- En la sesión 7 se parte de las nociones teórico-conceptuales y metodológicas de la sesión 6 y se inicia con un reconocimiento de las formas geométricas poligonales en el contexto de la vida real, así como la necesidad de efectuar cálculos para lograr asimilar y manipular dicha realidad; que es el motivo de la sesión 8.
- En preparación para la sesión 8, el docente anuncia solicita a los alumnos repasar los contenidos de las sesiones 6 y 7. Asimismo, les solicita contar para la sesión 8 con los siguientes materiales: cartulinas (blanca y de color), cinta adhesiva, plumones, papelógrafos, *stickers* (pegatinas), tijeras, escuadras y cola sintética.

IV. SECUENCIA DE LA SESIÓN Y DE LAS ESTRATEGIAS

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
FOCALIZACIÓN	Motivación	Como tema motivador, el docente proyecta diferentes escenas de la vida cotidiana, e identifica la presentación de formas geométricas poligonales, como las más recurrentes.	Laptop Proyector	10 minutos
	Saberes previos	Sobre la base de las imágenes proyectadas, el docente solicita a los alumnos que opinen sobre la presencia de elementos con forma poligonal en el mundo del hogar, el trabajo y el estudio, y la importancia de aplicar principios y fórmulas para tener control sobre esos elementos.	Pizarra Plumones de pizarra	
	Conflicto cognitivo	Al reflexionar sobre las formas ¿de qué utilidad es la geometría para tener control sobre los elementos presentes en el entorno?	Pizarra Plumones de pizarra	5 minutos
	Cierre	Los alumnos registran las ideas que más les ha llamado la atención sobre lo reflexionado. Luego, el docente anuncia las actividades de la sesión.		
EXPLORACIÓN	Construcción de los aprendizajes	<u>Actividad estructurada</u> <u>Estrategia colaborativa: variante del <i>peer-editing</i></u> <u>Procedimiento – parte 1:</u> -El docente organiza a los alumnos en pares -Cada alumno, de modo individual, empleará los materiales solicitados por el docente (cartulina, hojas, plumones, cinta adhesiva, tijeras, cola sintética, escuadras) para confeccionar 2 figuras geométricas poligonales (modelos) en cartulina, preferentemente de colores diversos. -Con la guía del material de clase, los alumnos interactúan para perfeccionar sus modelos y trazar líneas y textos de ayuda (sobre las cartulinas) que indiquen con claridad las partes de las figuras (lados, vértices, diagonales, ángulos)	Pizarra Proyectos Laptop Plumones de pizarra Papelote Cartulina Plumones Hojas	20 minutos
		<u>Procedimiento – parte 2:</u> -Indicación: El docente solicita a cada grupo (par de alumnos) que individualmente tomen y tracen las medidas correspondientes a lados, vértices y ángulos. El docente proyecta en la pizarra las diapositivas de fórmulas para el cálculo de diagonales, suma de medida de los lados, bases y áreas. -Indicación: el docente solicita a los alumnos efectuar los cálculos correspondientes a sus modelos, en hoja auxiliar o en papelote. -Indicación: el docente recomienda a los añadir motivos gráficos o <i>stickers</i> a sus modelos, en función de sus preferencias personales.	Lápices de color Lapiceros Stickers Tijeras Escuadras	
APLICACIÓN	Aplicación			20 minutos

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
REFLEXIÓN	Transferencia	<p><u>Procedimiento – parte 3:</u></p> <p>-Los alumnos (pares) intercambian los modelos que han elaborado, incluyendo los cálculos que han efectuado.</p> <p>-Los alumnos examinan los modelos y cálculos efectuados por su compañero(a) y registran sus observaciones o sugerencias en una hoja.</p> <p>-Los alumnos retornan los modelos a su creador, comparten su hoja de observaciones y (si el compañero lo solicita), brinda alguna información en mayor detalle sobre sus observaciones.</p> <p>-Los alumnos reflexionan sobre los comentarios, observaciones o recomendaciones recibidas, y proceden a elaborar la versión definitiva de sus modelos; lo que incluye pegar las figuras planas en papelotes, así como las ayudas y la hoja de cálculos. En ese punto, el docente adopta un rol monitor y orientador de consultas de los alumnos</p> <p>-Los alumnos entregan al docente sus modelos.</p>	<p>Papelote</p> <p>Cartulina</p> <p>Plumones</p> <p>Hojas</p> <p>Lápices</p> <p>Lapiceros</p> <p><i>Stickers</i></p> <p>Tijeras</p> <p>Escuadras</p>	25 minutos
	Meta-cognición	<p>El docente indica que el material producido por los alumnos servirá de punto partida para consolidar saberes y capacidades en la sesión siguiente. Invita a los alumnos a reflexionar sobre la oportunidad de apreciar los elementos materiales presentes en el mundo exterior bajo una perspectiva que se sustente en la experiencia vivida durante la sesión.</p>	<p>Pizarra</p> <p>Plumones de pizarra</p>	5 minutos

V. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJE

Capacidad específica	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> • Razona y matematiza problemas de geometría plana • Elabora y usa estrategias de solución de problemas de geometría plana 	<ul style="list-style-type: none"> • Asertividad en manipulación de formas geométricas planas • Eficacia en el uso de fórmulas y propiedades geométricas 	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajo en pares • Prueba bimestral
Actitudes	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> • Se interesa por el uso creativo de formas geométricas planas • Valora la interacción como medio de lograr una meta común 	<ul style="list-style-type: none"> • Interacción recíproca entre pares • Interdependencia positiva en el grupo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Lista de cotejo de indicadores de aprendizaje colaborativo

GEOMETRÍA – SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 10

I. DATOS INFORMATIVOS

Grado	: Primer grado de secundaria
Área curricular	: Matemáticas
Materia	: Geometría
Grupo	: A (grupo experimental)
Unidad didáctica	: Unidad II
Tema de sesión	: Práctica calificada colaborativa
Duración	: 90 minutos

II. CAPACIDADES Y APRENDIZAJES ESPERADOS

Competencia	Capacidad del área	Capacidad específica	Actitudes
Razona y resuelve situaciones de forma, movimiento y localización	Matematiza situaciones con figuras planas	<ul style="list-style-type: none"> • Razona y matematiza problemas de geometría plana • Elabora estrategias de solución de problemas de geometría plana 	<ul style="list-style-type: none"> • Se interesa por el uso creativo de la geometría plana • Asume compromiso personal y de grupo

III. EN PREPARACIÓN PARA LA SESIÓN 10

- En la sesión 9, el docente presenta problemas sobre cálculo de lados, ángulos y áreas de figuras planas, seleccionados de entre aquellos que fueron desarrollados por los alumnos en la sesión 8. Para ello, también solicita la intervención de los alumnos que elaboraron dichos trabajos.
- Sobre la base de dichos problemas, el docente procede a puntualizar pautas para identificar y aplicar estrategias eficaces y eficientes para la resolución de los tipos de problemas presentados.
- En preparación para la sesión 10, a continuación el docente presenta un conjunto de problemas de mayor dificultad, y se esfuerza por demostrar de qué modo las pautas y estrategias que ha sugerido también pueden aplicarse a situaciones de mayor dificultad. A modo de práctica, los alumnos se organizan en pares y avanzan en la resolución de algunos ejercicios del libro de texto.
- El docente anuncia que la sesión 10 será eminentemente de práctica en grupos de trabajo, por lo que solicita a los alumnos que en casa repasen lo trabajado en la sesión 9 y continúen con la resolución de los ejercicios del libro de texto.

IV. SECUENCIA DE LA SESIÓN Y DE LAS ESTRATEGIAS

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
FOCALIZACIÓN	Motivación	Como tema motivador, el docente explica a los alumnos que el ritmo acelerado en la capacidad cognitiva del ser humano no se debe solamente al empleo del razonamiento y de la memoria. Se trata de un proceso iterativo. La persona expuesta a una nueva situación o problema identifica patrones familiares. Estos son reprocesados en el cerebro, y se genera una estructura mental que es aplicada conscientemente a la nueva situación.	Laptop Proyector Pizarra Plumones de pizarra	5 minutos
	Saberes previos	El docente proyecta en la pizarra uno de los problemas que fueron elaborados por los alumnos en la sesión 8. A la derecha pega un papelote con un problema similar, pero de mayor dificultad. Solicita a los alumnos identificar cuáles han sido las transformaciones o cambios con el nuevo problema, y de qué modo las pautas para la solución del primer problema son válidas y sirven de partida para resolver el nuevo problema.	Laptop Proyector Pizarra Papelote Plumones de pizarra	10 minutos
	Conflicto cognitivo	Al reflexionar sobre el mecanismo de reconocimiento de patrones, ¿es posible refinar saberes previos para enfrentar nuevas situaciones?	Pizarra Plumones de pizarra	5 minutos
	Cierre	Los alumnos registran las ideas que más les ha llamado la atención sobre lo reflexionado. Luego, el docente anuncia las actividades de la sesión.		
EXPLORACIÓN	Construcción de los aprendizajes	<p><u>Actividad semiestructurada</u></p> <p><u>Estrategia colaborativa:</u> proyecto de grupo</p> <p><u>Indicaciones:</u></p> <p>-El docente anuncia que la actividad a realizar es la generación individual de una práctica calificada, que debe contener tres problemas de distinto tipo; similares, pero de mayor dificultad, a los ya examinados en las sesiones 8 y 9.</p> <p>-Posteriormente, propondrán la práctica a uno de sus compañeros de grupo y también recibirán una práctica, elaborada por otro de sus compañeros.</p> <p><u>Procedimiento:</u></p> <p>-El docente forma grupos temporales, de distinta composición que en sesiones previas. Con ello, busca alentar la colaboración entre pares, sobre la base de asumir compromisos y no tanto en razón de afinidad o congenialidad.</p> <p>-Para llevar adelante el proyecto, los alumnos trabajarán en grupos y colaborarán en la etapa de la formulación de los ejercicios de la práctica calificada, por un lapso de 20 a 25 minutos. Se apoyarán en los materiales de las sesiones 8 y 9.</p>	Pizarra Plumones de pizarra Papelote Plumones Hojas Lapiceros Material del curso	10 minutos

Momentos		Secuencia de la estrategia	Recursos	Tiempo
REFLEXIÓN	Transferencia	<p>-El docente anuncia los destinatarios de las prácticas dentro de cada grupo.</p> <p>-De modo individual, cada alumno procede al análisis de los problemas propuestos y dispone de 5 a 10 minutos (seguidos o intercalados) para hacer consultas al autor(a) de la práctica que le ha tocado. El docente no interviene en esta etapa, pero monitorea el progreso.</p> <p>-Al cabo de 30 minutos, el docente anuncia el fin de la práctica y los alumnos entregan sus trabajos</p>	<p>Pizarra</p> <p>Plumones de pizarra</p> <p>Papelotes</p> <p>Plumones</p>	30 minutos
	Meta-cognición	<p>El docente destaca el proceso creativo, la experiencia cognitiva de reconocimiento y reprocesamiento de patrones y las actitudes de compromiso y asistencia que han entrado en juego en el desarrollo de los proyectos e invita a los alumnos a ensayar la experiencia con frecuencia y a reflexionar sobre los cambios en el modo de aprender y en lo útil de colaborar.</p>		5 minutos
APLICACIÓN	Aplicación	<p>-El docente se pone a disposición de los grupos, para asistirles en sus consultas e incertidumbre.</p> <p>-Los grupos experimentan un proceso iterativo prueba/error conducente a crear un planteamiento coherente con las reglas de la geometría plana.</p> <p>-Los alumnos usa el reconocimiento de patrones y proceden a matematizar sus planteamientos.</p> <p>-El docente monitorea el progreso de los grupos y permanece atento a las consultas individuales.</p> <p>-Los alumnos trasladan sus planteamientos a un formato de práctica, preparado por el docente</p> <p>-El docente visita cada grupo y verifica que los formatos de la práctica calificada son conformes.</p>	<p>Papelote</p> <p>Plumones</p> <p>Hojas</p> <p>Lapiceros</p> <p>Material del curso</p>	25 minutos

V. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJE

Capacidad específica	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> • Razona y matematiza problemas de geometría plana • Elabora estrategias de solución de problemas de geometría plana 	<ul style="list-style-type: none"> • Eficacia en el uso de reglas y principios de la geometría. • Eficacia en la resolución de problemas de geometría. 	<ul style="list-style-type: none"> • Práctica calificada • Prueba bimestral
Actitudes	Indicadores	Instrumento
<ul style="list-style-type: none"> • Se interesa por el uso creativo de la geometría plana • Asume compromiso personal y de grupo 	<ul style="list-style-type: none"> • Empleo de habilidades inter-personales de trabajo grupal • Interdependencia positiva 	<ul style="list-style-type: none"> • Lista de cotejo de indicadores de aprendizaje colaborativo

ANEXO 2

**INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN – PRUEBAS DE EVALUACIÓN DEL
ÁREA DE CURRICULAR DE MATEMÁTICAS**

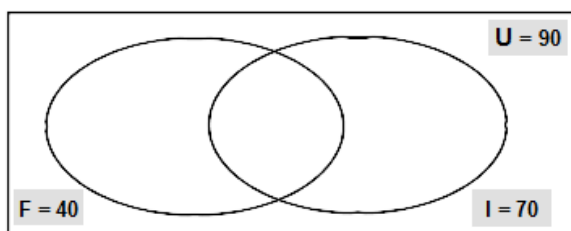
SECCIÓN A: ARITMÉTICA

Nombre del alumno: _____		Calificación: _____
Competencia (Dimensión): Situaciones de cantidad.		
Capacidades (Indicadores):		
<ul style="list-style-type: none"> • Matematiza situaciones • Comunica y representa ideas matemáticas 	<ul style="list-style-type: none"> • Elabora y usa estrategias • Razona y argumenta generando ideas matemáticas 	

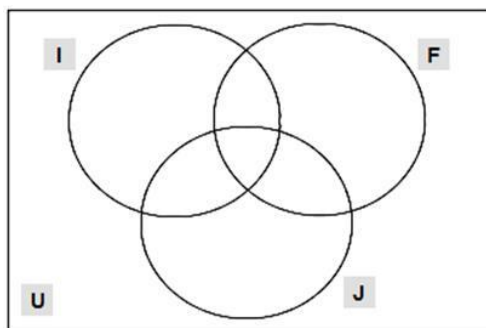
Primera parte: Conjuntos (10 puntos)

1. Problemas con conjuntos: (6 puntos)

a) En un instituto de idiomas con 90 alumnos, 40 alumnos eligen estudiar francés y 70 italiano ¿Cuántos eligen estudiar ambos idiomas a la vez?



b) De un grupo de 32 cinéfilos, 19 verán una película inglesa; 15 una francesa; y 18 una japonesa. Además, 6 verán la película inglesa y la francesa; 5 verán la francesa y la japonesa; y 7 verán la japonesa y la inglesa. Si 1 persona verá las 3 películas, ¿cuántos cinéfilos verán solamente 1 película?



2. Operaciones con números naturales: (4 puntos)

a) En una sustracción, el minuendo (M) es el triple del sustraendo (S) y la suma de los tres términos de la sustracción es igual a 510. Hallar el valor de la diferencia (D):

b) Las edades de Andrea y María en la actualidad suman 24 años. Si dentro de 3 años la edad de María será cinco veces la edad de Andrea, ¿qué edad tiene actualmente Andrea?

Segunda parte: Sistemas de numeración (10 puntos)

3. Descomponer polinómicamente los siguientes números: **(1 punto)**

a) $38\ 512 =$

b) $5\ 930\ 541 =$

4. Escribe a qué número corresponde la siguiente descomposición polinómica: **(1 punto)**

a) $2 \times 10^{10} + 6 \times 10^8 + 2 \times 10^7 + 7 \times 10^6 + 4 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 1 \times 10 + 8$

b) $8 \times 10^6 + 2 \times 10^5 + 7 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 2 \times 10 + 2$

5. Convertir números de bases distintas: **(4 puntos)**

a) Convertir el número $4\ 682_{(10)}$ a su equivalente en base 5:

b) Convertir el número $32\ 405_{(6)}$ a su equivalente en base 10

6. Resolver la operación y dar la respuesta en base 4: **(4 puntos)**

$$3220_{(4)} + 212_{(3)} - 422_{(5)}$$

SECCIÓN B: ÁLGEBRA

Nombre del alumno: _____		Calificación: _____
Competencia (Dimensión): Situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.		
Capacidades (Indicadores):		
<ul style="list-style-type: none"> • Matematiza situaciones • Comunica y representa ideas matemáticas 	<ul style="list-style-type: none"> • Elabora y usa estrategias • Razona y argumenta generando ideas matemáticas 	

Primera parte: Operaciones en números enteros (8 puntos)

1. Resolver las siguientes operaciones con números enteros: **(3 puntos)**

a) $-(+42) - (+67) =$

b) $-(-72) - (-82) =$

c) $(-36) \times (-4) =$

d) $(-128) \div (+4) =$

e) $(-9)^3 =$

f) $-(-5)^5 =$

2. Resolver las siguientes operaciones combinadas: **(5 puntos)**

a) $(-3)^2 + (-|-16|) \div (-4) + |-27| + (-|-6|^2)$

b) $(-3)^4 - [(-16) \div (-8) + (-36) + 42 \div (-2)]$

Segunda parte: Operaciones Algebraicas (12 puntos)

3. Agrupar los términos algebraicos y reducir los términos semejantes: **(4 puntos)**

a) $3xy + 4xz - 6xz - 9xy =$

b) $7x^2y - 8xy^2 + 10x^2y + 19xy^2 =$

4. Efectuar multiplicaciones y divisiones con términos algebraicos: **(4 puntos)**

a) $(6az)(-3azb) =$

b) $(-5x^2y)(-8xy^2) =$

c) $-50m^4n^2 \div 5m^2n =$

d) $-6p^4q^2 \div -9p^4q^4 =$

5. Sean los polinomios: **(4 puntos)**

$$M = -82xy^2 + 43xy^2 - (-25xy^2)$$

$$N = 37xy^2 - 53xy^2 + 72xy^2$$

Calcular $M + N$

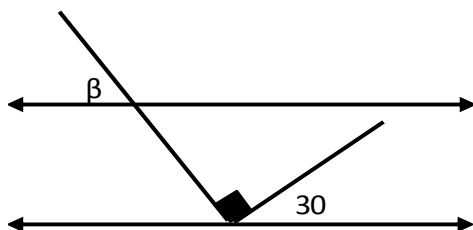
SECCIÓN C: GEOMETRÍA

Nombre del alumno: _____		Calificación: _____
Competencia (Dimensión): Situaciones de forma, movimiento y localización.		
Capacidades (Indicadores):		
<ul style="list-style-type: none"> • Matematiza situaciones • Comunica y representa ideas matemáticas 	<ul style="list-style-type: none"> • Elabora y usa estrategias • Razona y argumenta generando ideas matemáticas 	

Primera parte: Operaciones con rectas y segmentos de recta (8 puntos)

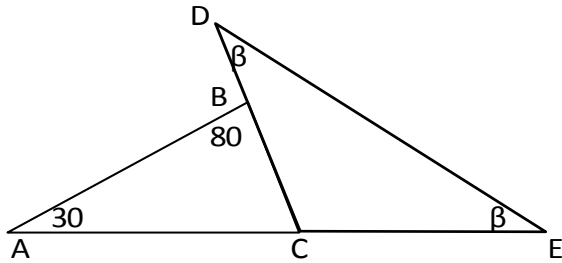
1. Graficar un segmento de recta que contenga los puntos colineales y consecutivos A, B, C y D, tal que la distancia $AB = 20$ cm y la distancia $CD = BC \div 2$. Se pide calcular la longitud total del segmento AD, si además se sabe que B es el punto medio del segmento AC. (4 puntos)

2. En la figura, L1 y L2 representan dos rectas paralelas cortadas por una secante. Calcular el ángulo β si se sabe que el ángulo de 30° es adyacente a un ángulo recto. (4 puntos)

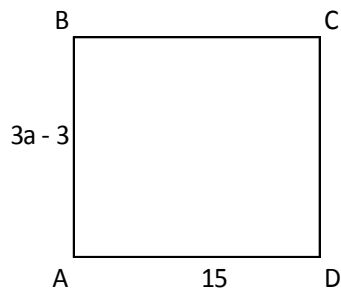


Segunda parte: Operaciones con figuras planas (12 puntos)

3. ¿Cuánto vale el ángulo β si se sabe que el triángulo CDE es isósceles. Tomar en cuenta que los ángulos internos de todo triángulo suman 180° . **(4 puntos)**



4. Calcular el valor de a si se sabe que la figura ABCD es un cuadrado. **(4 puntos)**



5. ¿Cuántos lados deberá tener un polígono, si se sabe que la suma de sus ángulos internos y externos es 3600° ? **(4 puntos)**

ANEXO 3

CERTIFICADO DE VALIDEZ DEL INSTRUMENTO POR TRES EXPERTOS

CERTIFICADO DE VALIDEZ DEL INSTRUMENTO PRUEBA DE EVALUACIÓN DEL ÁREA DE CURRICULAR DE MATEMÁTICAS

Nº	DIMENSIONES / ÍTEMS (SECCIÓN A: ARITMÉTICA)	Pertinencia ¹		Relevancia ²		Claridad ³		Sugerencias
		Si	No	Si	No	Si	No	
	Dimensión 1: Situaciones de cantidad							
1	Matematiza problemas de conjuntos → Ítem 1	✓		✓		✓		
2	Elabora y aplica estrategias para resolver problemas con conjuntos → Ítem 1	✓		✓		✓		
3	Razona y argumenta problemas con números naturales y genera una representación matemática → Ítem 2	✓		✓		✓		
4	Elabora y aplica estrategias para resolver problemas con números naturales → Ítem 2	✓		✓		✓		
5	Aplica estrategias para resolver operaciones de descomposición polinómica de números naturales → Ítems 3 y 4	✓		✓		✓		
6	Comunica y representa cantidades matemáticas en diferentes sistemas de numeración → Ítems 5 y 6	✓		✓		✓		
7	Elabora y aplica estrategias para resolver operaciones con cantidades en diferentes sistemas de numeración → Ítem 6	✓		✓		✓		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): _____

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [] Aplicable después de corregir [] No aplicable []

23
.....de Enero de 2016.

Apellidos y nombres del juez evaluador: Lopez Juro Richard DNI: 21554001

Especialidad del evaluador: Investigador Educativo Metodólogo

¹ **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

² **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

³ **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión



 Dr. Richard López Juro

CERTIFICADO DE VALIDEZ DEL INSTRUMENTO PRUEBA DE EVALUACIÓN DEL ÁREA DE CURRICULAR DE MATEMÁTICAS

Nº	DIMENSIONES / ÍTEMS (SECCIÓN B: ALGEBRA)	Pertinencia ¹		Relevancia ²		Claridad ³		Sugerencias
		Si	No	Si	No	Si	No	
	Dimensión 2: Situaciones de regularidad, equivalencia y cambio							
1	Aplica las reglas de operación de signos → Ítem 1	✓		✓		✓		
2	Matematiza situaciones en que intervienen operaciones de distinta jerarquía con los números enteros → Ítem 2	✓		✓		✓		
3	Elabora y aplica estrategias para resolver operaciones combinadas con los números enteros → Ítem 2	✓		✓		✓		
4	Razona la equivalencia entre términos algebraicos y argumenta sus criterios de asociación → Ítem 3	✓		✓		✓		
5	Aplica estrategias para resolver operaciones con términos algebraicos de diferente signo → Ítem 4	✓		✓		✓		
6	Comunica y representa relaciones entre polinomios → Ítem 5	✓		✓		✓		
7	Elabora y aplica estrategias para resolver operaciones con polinomios → Ítem 5	✓		✓		✓		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): _____

Opinión de aplicabilidad: Aplicable Aplicable después de corregir No aplicable

23
.....de Enero de 2016.

Apellidos y nombres del juez evaluador: Lopez Juro, Richard DNI: 21554001

Especialidad del evaluador: Investigador Educativo Metodólogo

¹ **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

² **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

³ **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión


Dr. Richard Lopez Juro

CERTIFICADO DE VALIDEZ DEL INSTRUMENTO PRUEBA DE EVALUACIÓN DEL ÁREA DE CURRICULAR DE MATEMÁTICAS

Nº	DIMENSIONES / ÍTEMS (SECCIÓN C: GEOMETRÍA)	Pertinencia ¹		Relevancia ²		Claridad ³		Sugerencias
		Si	No	Si	No	Si	No	
	Dimensión 3: Situaciones de forma, movimiento y localización							
1	Matematiza situaciones de localización de elementos básicos de la geometría plana → Ítem 1	✓		✓		✓		
2	Comunica y representa situaciones de relacionamiento de ángulos formados por dos rectas paralelas y rectas secantes → ítem 2	✓		✓		✓		
3	Elabora y aplica estrategias para resolver problemas con los elementos básicos de la geometría plana → Ítems 1 y 2	✓		✓		✓		
4	Razona y genera ideas matemáticas sobre situaciones en que intervienen polígonos de la geometría plana → Ítems 3 y 4	✓		✓		✓		
5	Elabora y aplica estrategias para resolver problemas con polígonos de la geometría plana → Ítems 3 y 4	✓		✓		✓		
6	Razona y argumenta la relación entre lados y ángulos de un polígono de la geometría plana → Ítem 5	✓		✓		✓		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): _____

Opinión de aplicabilidad: Aplicable Aplicable después de corregir No aplicable

23
.....de Enero de 2016.

Apellidos y nombres del juez evaluador: Lopez Juro Richard DNI: 21554001

Especialidad del evaluador: Investigador Educativo Metodólogo

¹ **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

² **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

³ **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión


 Dr. Richard López Juro

CERTIFICADO DE VALIDEZ DEL INSTRUMENTO PRUEBA DE EVALUACIÓN DEL ÁREA DE CURRICULAR DE MATEMÁTICAS

Nº	DIMENSIONES / ÍTEMS (SECCIÓN A: ARITMÉTICA)	Pertinencia ¹		Relevancia ²		Claridad ³		Sugerencias
		Si	No	Si	No	Si	No	
	Dimensión 1: Situaciones de cantidad							
1	Matematiza problemas de conjuntos → Ítem 1	✓		✓		✓		
2	Elabora y aplica estrategias para resolver problemas con conjuntos → Ítem 1	✓		✓		✓		
3	Razona y argumenta problemas con números naturales y genera una representación matemática → Ítem 2	✓		✓		✓		
4	Elabora y aplica estrategias para resolver problemas con números naturales → Ítem 2	✓		✓		✓		
5	Aplica estrategias para resolver operaciones de descomposición polinómica de números naturales → Ítems 3 y 4	✓		✓		✓		
6	Comunica y representa cantidades matemáticas en diferentes sistemas de numeración → Ítems 5 y 6	✓		✓		✓		
7	Elabora y aplica estrategias para resolver operaciones con cantidades en diferentes sistemas de numeración → Ítem 6	✓		✓		✓		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): SE CUMPLE CRITERIO DE SUFICIENCIA

Opinión de aplicabilidad: Aplicable Aplicable después de corregir No aplicable

22
.....de Enero de 2016.

Apellidos y nombres del juez evaluador: DEL CASTILLO GUARDAMINO, CARLOS DNI: 08769068

Especialidad del evaluador: INVESTIGADOR, DOCENTE METODOLOGIA, MAGISTER EN INVESTIGACIÓN

¹ Pertinencia: El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

² Relevancia: El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

³ Claridad: Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión



Mgtr. Carlos Del Castillo Guardamino

CERTIFICADO DE VALIDEZ DEL INSTRUMENTO PRUEBA DE EVALUACIÓN DEL ÁREA DE CURRICULAR DE MATEMÁTICAS

Nº	DIMENSIONES / ÍTEMS (SECCIÓN B: ALGEBRA)	Pertinencia ¹		Relevancia ²		Claridad ³		Sugerencias
		Si	No	Si	No	Si	No	
	Dimensión 2: Situaciones de regularidad, equivalencia y cambio							
1	Aplica las reglas de operación de signos → Ítem 1	✓		✓		✓		
2	Matematiza situaciones en que intervienen operaciones de distinta jerarquía con los números enteros → Ítem 2	✓		✓		✓		
3	Elabora y aplica estrategias para resolver operaciones combinadas con los números enteros → Ítem 2	✓		✓		✓		
4	Razona la equivalencia entre términos algebraicos y argumenta sus criterios de asociación → Ítem 3	✓		✓		✓		
5	Aplica estrategias para resolver operaciones con términos algebraicos de diferente signo → Ítem 4	✓		✓		✓		
6	Comunica y representa relaciones entre polinomios → Ítem 5	✓		✓		✓		
7	Elabora y aplica estrategias para resolver operaciones con polinomios → Ítem 5	✓		✓		✓		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): SE CUMPLE CRITERIO DE SUFICIENCIA

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [] Aplicable después de corregir [] No aplicable []

22
.....de Enero de 2016.

Apellidos y nombres del juez evaluador: DEL CASTILLO GUARDAMINO, CARLOS DNI: 08769068

Especialidad del evaluador: INVESTIGADOR DOCENTE METODOLOGÍA - MAESTRO EN INVESTIGACIÓN

¹ **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

² **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

³ **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión



Mgtr. Carlos Del Castillo Guardamino

CERTIFICADO DE VALIDEZ DEL INSTRUMENTO PRUEBA DE EVALUACIÓN DEL ÁREA DE CURRICULAR DE MATEMÁTICAS

Nº	DIMENSIONES / ÍTEMS (SECCIÓN C: GEOMETRÍA)	Pertinencia ¹		Relevancia ²		Claridad ³		Sugerencias
		Si	No	Si	No	Si	No	
	Dimensión 3: Situaciones de forma, movimiento y localización							
1	Matematiza situaciones de localización de elementos básicos de la geometría plana → Ítem 1	✓		✓		✓		
2	Comunica y representa situaciones de relacionamiento de ángulos formados por dos rectas paralelas y rectas secantes → ítem 2	✓		✓		✓		
3	Elabora y aplica estrategias para resolver problemas con los elementos básicos de la geometría plana → Ítems 1 y 2	✓		✓		✓		
4	Razona y genera ideas matemáticas sobre situaciones en que intervienen polígonos de la geometría plana → Ítems 3 y 4	✓		✓		✓		
5	Elabora y aplica estrategias para resolver problemas con polígonos de la geometría plana → Ítems 3 y 4	✓		✓		✓		
6	Razona y argumenta la relación entre lados y ángulos de un polígono de la geometría plana → Ítem 5	✓		✓		✓		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): SE CUMPLE CRITERIO DE SUFICIENCIA

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [X] Aplicable después de corregir [] No aplicable []

22
.....de Enero de 2016.

Apellidos y nombres del juez evaluador: DEL CASTILLO GUARDAMINO, CARLOS DNI: 08769068

Especialidad del evaluador: INVESTIGADOR . DOCENTE METODOLOGÍA . MAGISTER EN INVESTIGACIÓN .

¹ **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

² **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

³ **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión



Mgtr. Carlos Del Castillo Guardamino

CERTIFICADO DE VALIDEZ DEL INSTRUMENTO PRUEBA DE EVALUACIÓN DEL ÁREA DE CURRICULAR DE MATEMÁTICAS

Nº	DIMENSIONES / ÍTEMS (SECCIÓN A: ARITMÉTICA)	Pertinencia ¹		Relevancia ²		Claridad ³		Sugerencias
		Si	No	Si	No	Si	No	
	Dimensión 1: Situaciones de cantidad							
1	Matematiza problemas de conjuntos → Ítem 1	✓		✓		✓		
2	Elabora y aplica estrategias para resolver problemas con conjuntos → Ítem 1	✓		✓		✓		
3	Razona y argumenta problemas con números naturales y genera una representación matemática → Ítem 2	✓		✓		✓		
4	Elabora y aplica estrategias para resolver problemas con números naturales → Ítem 2	✓		✓		✓		
5	Aplica estrategias para resolver operaciones de descomposición polinómica de números naturales → Ítems 3 y 4	✓		✓		✓		
6	Comunica y representa cantidades matemáticas en diferentes sistemas de numeración → Ítems 5 y 6	✓		✓		✓		
7	Elabora y aplica estrategias para resolver operaciones con cantidades en diferentes sistemas de numeración → Ítem 6	✓		✓		✓		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Si hay suficiencia

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [✓] Aplicable después de corregir [] No aplicable []

21 de Enero de 2016.

Apellidos y nombres del juez evaluador: Vargas Becerra Braulio DNI: 29605094

Especialidad del evaluador: Investigación y enseñanza en Matemáticas

¹ **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

² **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

³ **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión


 Dr./Mgtr. Braulio Vargas Becerra

CERTIFICADO DE VALIDEZ DEL INSTRUMENTO PRUEBA DE EVALUACIÓN DEL ÁREA DE CURRICULAR DE MATEMÁTICAS

Nº	DIMENSIONES / ÍTEMS (SECCIÓN B: ALGEBRA)	Pertinencia ¹		Relevancia ²		Claridad ³		Sugerencias
		Si	No	Si	No	Si	No	
	Dimensión 2: Situaciones de regularidad, equivalencia y cambio							
1	Aplica las reglas de operación de signos → Ítem 1	✓		✓		✓		
2	Matematiza situaciones en que intervienen operaciones de distinta jerarquía con los números enteros → Ítem 2	✓		✓		✓		
3	Elabora y aplica estrategias para resolver operaciones combinadas con los números enteros → Ítem 2	✓		✓		✓		
4	Razona la equivalencia entre términos algebraicos y argumenta sus criterios de asociación → Ítem 3	✓		✓		✓		
5	Aplica estrategias para resolver operaciones con términos algebraicos de diferente signo → Ítem 4	✓		✓		✓		
6	Comunica y representa relaciones entre polinomios → Ítem 5	✓		✓		✓		
7	Elabora y aplica estrategias para resolver operaciones con polinomios → Ítem 5	✓		✓		✓		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Si hay suficiencia

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [✓] Aplicable después de corregir [] No aplicable []

21 de Enero de 2016.

Apellidos y nombres del juez evaluador: Vargas Becerra Braulio DNI: 29605094

Especialidad del evaluador: Investigación y enseñanza en Matemáticas

¹ **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

² **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

³ **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión


 Dr./Mgtr. Braulio Vargas Becerra

CERTIFICADO DE VALIDEZ DEL INSTRUMENTO PRUEBA DE EVALUACIÓN DEL ÁREA DE CURRICULAR DE MATEMÁTICAS

Nº	DIMENSIONES / ÍTEMS (SECCIÓN C: GEOMETRÍA)	Pertinencia ¹		Relevancia ²		Claridad ³		Sugerencias
		Si	No	Si	No	Si	No	
	Dimensión 3: Situaciones de forma, movimiento y localización							
1	Matematiza situaciones de localización de elementos básicos de la geometría plana → ítem 1	✓		✓		✓		
2	Comunica y representa situaciones de relacionamiento de ángulos formados por dos rectas paralelas y rectas secantes → ítem 2	✓		✓		✓		
3	Elabora y aplica estrategias para resolver problemas con los elementos básicos de la geometría plana → ítems 1 y 2	✓		✓		✓		
4	Razona y genera ideas matemáticas sobre situaciones en que intervienen polígonos de la geometría plana → ítems 3 y 4	✓		✓		✓		
5	Elabora y aplica estrategias para resolver problemas con polígonos de la geometría plana → ítems 3 y 4	✓		✓		✓		
6	Razona y argumenta la relación entre lados y ángulos de un polígono de la geometría plana → ítem 5	✓		✓		✓		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Si hay suficiencia

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [✓] Aplicable después de corregir [] No aplicable []

21 de Enero de 2016.

Apellidos y nombres del juez evaluador: Vargas Becerra Braulio DNI: 29605094

Especialidad del evaluador: Investigación y enseñanza en Matemáticas

¹ **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

² **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

³ **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión


 Dr./Mgtr. Braulio Vargas Becerra

ANEXO 4

APLICACIÓN DE INSTRUMENTO: GRUPO EXPERIMENTAL

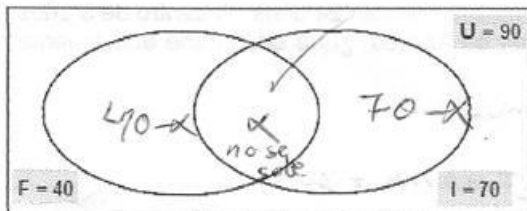
	<h1>EXAMEN DE ARITMETICA</h1> <h2>SAN BENITO DE PALERMO</h2>	<div style="font-size: 2em; font-weight: bold;">15</div> NOTA
---	--	---

ALUMNO: Simone Pavca
 GRADO: 1º FECHA: 4 / 1 /

Primera parte: Conjuntos (10 puntos)

1. Problemas con conjuntos: (6 puntos)

a) En un instituto de idiomas con 90 alumnos, 40 alumnos eligen estudiar francés y 70 italiano ¿Cuántos eligen estudiar ambos idiomas a la vez?



$$40 - x + x + 70 - x = 90$$

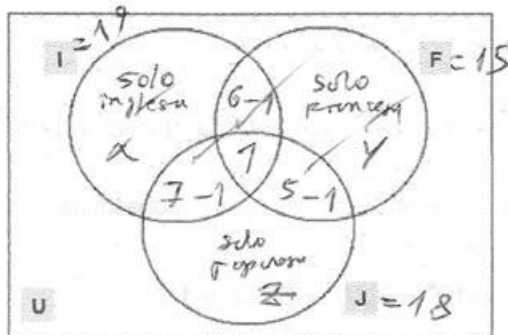
$$110 + 70 - x + x - x = 90$$

$$110 - x = 90$$

$$110 - 90 = x$$

$$x = 20 \text{ alumnos estudian 2 idiomas}$$

b) De un grupo de 32 cinéfilos, 19 verán una película inglesa; 15 una francesa; y 18 una japonesa. Además, 6 verán la película inglesa y la francesa; 5 verán la francesa y la japonesa; y 7 verán la japonesa y la inglesa. Si 1 persona verá las 3 películas, ¿cuántos cinéfilos verán solamente 1 película?



Inglés

$$x + 6 + 1 + 5 = 19$$

$$x + 12 = 19$$

$$x = 19 - 12$$

$$x = 7$$

Francesa

$$y + 5 + 1 + 4 = 15$$

$$y + 10 = 15$$

$$y = 15 - 10$$

$$y = 5$$

Japonesa

$$z + 6 + 1 + 4 = 18$$

$$z + 11 = 18$$

$$z = 18 - 11$$

$$z = 7$$

solo 1 película: $x + y + z = 7 + 5 + 7 = 19$ van 1

2. Operaciones con números naturales: (4 puntos)

a) En una sustracción, el minuendo (M) es el triple del sustraendo (S) y la suma de los tres términos de la sustracción es igual a 510. Hallar el valor de la diferencia (D):

$$\begin{aligned} \text{minuendo} &= 3 \cdot \text{sustraendo} \\ \text{minuendo} + \text{sustraendo} + \text{diferencia} &= 510 \end{aligned}$$

b) Las edades de Andrea y María en la actualidad suman 24 años. Si dentro de 3 años la edad de María será cinco veces la edad de Andrea, ¿qué edad tiene actualmente Andrea?

$$\text{Andrea} + \text{María} = 24 \text{ años}$$

$$\begin{aligned} \text{Andrea} + 3 \text{ años} &= 5 \cdot \\ \text{María} + 3 \text{ años} &= 5 \cdot [\text{Andrea} + 3 \text{ años}] \end{aligned}$$

$$M + 3 = 5(A + 3)$$

$$M = 5A + 15 - 3$$

$$M = 5A + 12$$

$$\text{Andrea} + \text{María} = 24$$

$$A + 5A + 12 = 24$$

$$6A = 24 - 12$$

$$6A = 12$$

$$6A = 12$$

$$A = \frac{12}{6}$$

$$A = 2$$

$$\text{Andrea} = 2 \text{ años}$$

Segunda parte: Sistemas de numeración (10 puntos)

3. Descomponer polinómicamente los siguientes números: (1 punto)

$$a) 38\,512 = 3 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

$$b) 5\,930\,541 = 5 \times 10^6 + 9 \times 10^5 + 3 \times 10^4 + 5 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 1 \times 10^0$$

4. Escribe a qué número corresponde la siguiente descomposición polinómica: (1 punto)

$$a) 2 \times 10^{10} + 6 \times 10^9 + 2 \times 10^7 + 7 \times 10^6 + 4 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 8^0$$

$$= 20\,627\,049\,618 = 20\,627\,049\,618$$

$$b) 8 \times 10^6 + 2 \times 10^5 + 7 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 2^0$$

$$= 8\,279\,222$$

5. Convertir números de bases distintas: (4 puntos)

a) Convertir el número $4682_{(10)}$ a su equivalente en base 5:

Handwritten conversion of $4682_{(10)}$ to base 5:

$$\begin{array}{r}
 4682 \text{ } 15 \\
 \hline
 45 \quad 936 \text{ } 5 \\
 \hline
 18 \quad 5 \quad 187 \text{ } 5 \\
 \hline
 15 \quad 43 \quad 15 \quad 37 \text{ } 5 \\
 \hline
 32 \quad 40 \quad 37 \quad 35 \quad 7 \text{ } 5 \\
 \hline
 30 \quad 36 \quad 37 \quad 35 \quad 5 \text{ } 5 \\
 \hline
 \textcircled{2} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{4} \quad \textcircled{1}
 \end{array}
 \Rightarrow 122212$$

b) Convertir el número $32405_{(6)}$ a su equivalente en base 10

Handwritten conversion of $32405_{(6)}$ to base 10:

$$32405_{(6)} = 3 \times 6^4 + 2 \times 6^3 + 4 \times 6^2 + 0 \times 6^1 + 5 \times 6^0$$

$$= 3 \times 1296 + 2 \times 216 + 4 \times 36 + 0 + 5$$

$$= 3888 + 432 + 144 + 5 = 4469$$

Vertical calculation on the left:

$$\begin{array}{r}
 36 \\
 6 \\
 6 \\
 33 \\
 36 \\
 6 \\
 \hline
 216
 \end{array}$$

6. Resolver la operación y dar la respuesta en base 4: (4 puntos)

$3220_{(4)} + 212_{(3)} - 422_{(5)}$

Handwritten conversion of $3220_{(4)}$ to base 10:

$$\begin{array}{r}
 3220 \text{ } 4 \\
 \hline
 32 \quad 805 \text{ } 4 \\
 \hline
 0 \quad 20 \quad 8 \quad 201 \text{ } 4 \\
 \hline
 20 \quad 0 \quad 05 \quad 20 \quad 50 \text{ } 4 \\
 \hline
 \textcircled{1} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{1} \quad 12 \text{ } 4 \\
 \hline
 \textcircled{1} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{1} \quad 12 \text{ } 4 \\
 \hline
 \textcircled{2} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{2} \quad 8 \text{ } 4
 \end{array}
 = 302110$$

Handwritten conversion of $212_{(3)}$ to base 10:

$$\begin{array}{r}
 212 \text{ } 3 \\
 \hline
 21 \quad 70 \text{ } 3 \\
 \hline
 0 \quad 6 \quad 23 \text{ } 3 \\
 \hline
 70 \quad 21 \quad 7 \text{ } 3 \\
 \hline
 \textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{1} \quad 6 \text{ } 3 \\
 \hline
 \textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{2} \quad \textcircled{1} \quad 6 \text{ } 3
 \end{array}
 = 21212$$

Handwritten conversion of $422_{(5)}$ to base 10:

$$\begin{array}{r}
 422 \text{ } 5 \\
 \hline
 40 \quad 84 \text{ } 5 \\
 \hline
 22 \quad 5 \quad 76 \text{ } 5 \\
 \hline
 20 \quad 34 \quad 15 \text{ } 5 \\
 \hline
 \textcircled{2} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{1} \quad 30 \text{ } 5 \\
 \hline
 \textcircled{2} \quad \textcircled{1} \quad \textcircled{3} \quad \textcircled{1} \quad 30 \text{ } 5
 \end{array}
 = 3142$$

	<h1>EXAMEN DE ALGEBRA</h1> <h2>SAN BENITO DE PALERMO</h2>	<p>15½ NOTA</p>
---	---	---------------------

ALUMNO: Rubi Rodríguez
 GRADO: 1º FECHA: 5 / 5 /

Primera parte: Operaciones en números enteros (8 puntos)

1. Resolver las siguientes operaciones con números enteros: (3 puntos)

a) $-(+42) - (+67) = -42 - 67 = -109$ ✓

b) $-(-72) - (-82) = +72 + 82 = +154$ ✓

c) $(-36) \times (-4) = (- \times -) (36 \times 4) = +144$ ✓

d) $(-128) \div (+4) = \frac{-128}{+4} = -32$ ✓

e) $(-9)^3 = (-9)(-9)(-9) = -729$ ✓

f) $-(-5)^5 = -(-5 \times -5 \times -5 \times -5 \times -5) = -(-3125) = +3125$ ✓

2. Resolver las siguientes operaciones combinadas: (5 puntos)

a) $(-3)^2 + (-|-16|) \div (-4) + |-27| + (-|-6|^2)$

$+9 + (-16) \div -4 + 27 + (-36)$ ✓

$+9 - 16 \div -4 + 27 - 36$ ✓

~~$-7 - 4 - 9$~~

b) $(-3)^4 - [(-16) \div (-8) + (-36) + 42 \div (-2)]$

$+81 - ((-16 \div -8) + (-36) + 42 \div -2)$ ✓

$+81 - ((-16 \div -8) - 36 + 42 \div -2)$ ✓

$+81 - (+2) + 36 + 42 \div -2)$ ✓

$+81 - 2 + 36 + 42 \div -2$ ✓

~~$+79 - 4$~~

~~$+75$~~

Segunda parte: Operaciones algebraicas (12 puntos)

3. Agrupar los términos algebraicos y reducir los términos semejantes: (4 puntos)

$$a) \underline{3xy} + \underline{4xz} - \underline{6xz} - \underline{9xy} = \underline{3xy - 9xy} + \underline{4xz - 6xz}$$

$$= -6xy - 2xz$$

$$b) \underline{7x^2y} - \underline{8xy^2} + \underline{10x^2y} + \underline{19xy^2} = \underline{7x^2y + 10x^2y} - \underline{8xy^2} + \underline{19xy^2}$$

$$= 17x^2y + 11xy^2$$

4. Efectuar multiplicaciones y divisiones con términos algebraicos: (4 puntos)

$$a) (6az)(-3azb) = (+6a^1z^1)(-3a^1z^1b^1) = -(6 \times 3)a^{1+1}b^1z^{1+1}$$

$$= -18a^2b^1z^2 = -18a^2bz^2$$

$$b) (-5x^2y)(-8xy^2) = (-5x^2y^1)(-8x^1y^2) = +(5 \times 8)x^{2+1}y^{1+2}$$

$$= +40x^3y^3$$

$$c) -50m^4n^2 \div 5m^2n^1 = \frac{-50m^4n^2}{5m^2n^1} = -10m^{4-2}n^{2-1} = -10m^2n^1$$

$$= -10m^2n$$

$$d) -6p^4q^2 \div -9p^4q^4 =$$

5. Sean los polinomios: (4 puntos)

$$M = -82xy^2 + 43xy^2 - (-25xy^2) = -82xy^2 + 43xy^2 + 25xy^2$$

$$N = 37xy^2 - 53xy^2 + 72xy^2 = +37xy^2 - 53xy^2 + 72xy^2$$

Calcular M + N

$$= \underline{-45xy^2} - \underline{10xy^2} + \underline{97xy^2}$$

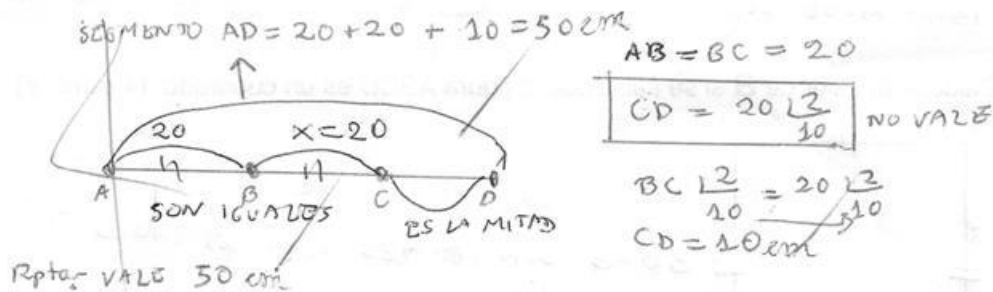
$$= +42xy^2$$

	<h1>EXAMEN DE GEOMETRIA</h1> <h2>SAN BENITO DE PALERMO</h2>	<p style="font-size: 2em; text-align: center;">14/6</p> <p style="text-align: center;">NOTA</p>
---	---	---

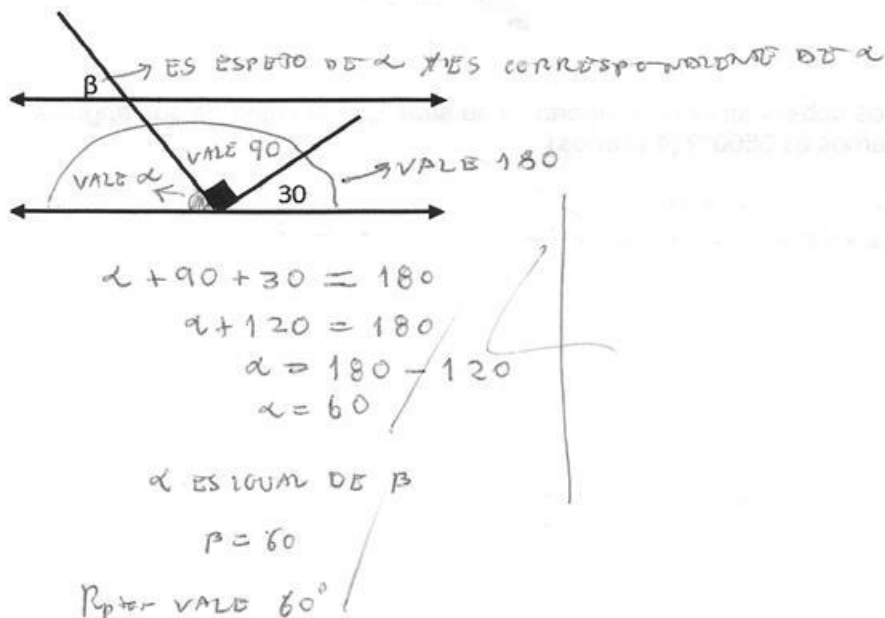
ALUMNO: HADO BENAGONTI
 GRADO: FECHA:/...../.....

Primera parte: Operaciones con rectas y segmentos de recta (8 puntos)

1. Graficar un segmento de recta que contenga los puntos colineales y consecutivos A, B, C y D, tal que la distancia $AB = 20$ cm y la distancia $CD = BC \div 2$. Se pide calcular la longitud total del segmento AD, si además se sabe que B es el punto medio del segmento AC. **(4 puntos)**

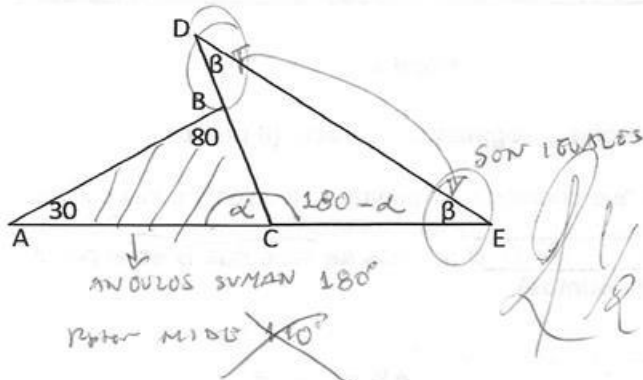


2. En la figura, L1 y L2 representan dos rectas paralelas cortadas por una secante. Calcular el ángulo β si se sabe que el ángulo de 30° es adyacente a un ángulo recto. **(4 puntos)**



Segunda parte: Operaciones con figuras planas (12 puntos)

3. ¿Cuánto vale el ángulo β si se sabe que el triángulo CDE es isósceles. Tomar en cuenta que los ángulos internos de todo triángulo suman 180° . (4 puntos)

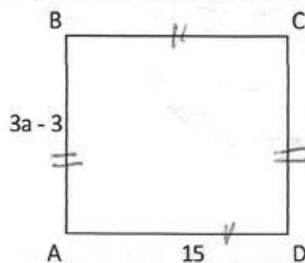


$$\begin{aligned} \alpha + 30 + 80 &= 180 \\ \alpha + 110 &= 180 \\ \alpha &= 180 - 110 \\ \alpha &= 70^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 180 - \alpha &= 180 - 70 \\ 180 - \alpha &= 110 \end{aligned}$$

SON IGUALES LOS ANGULOS
Necesitar otra ecuación

4. Calcular el valor de a si se sabe que la figura ABCD es un cuadrado. (4 puntos)



SON IGUALES TODOS LOS LADOS

$$\begin{aligned} 3a - 3 &= 15 \\ 3a &= 15 + 3 \\ 3a &= 18 \\ a &= 18 \div 3 \\ a &= 6 \end{aligned}$$

Rpta a mide 6

5. ¿Cuántos lados deberá tener un polígono, si se sabe que la suma de sus ángulos internos y externos es 3600° ? (4 puntos)

$$\begin{aligned} \text{NÚMERO DE LADOS} &= n \\ \text{ANGULOS EXTERNOS} + \text{ANGULOS INTERNOS} &= 3600 \end{aligned}$$

ANEXO 4

APLICACIÓN DE INSTRUMENTO: GRUPO DE CONTROL

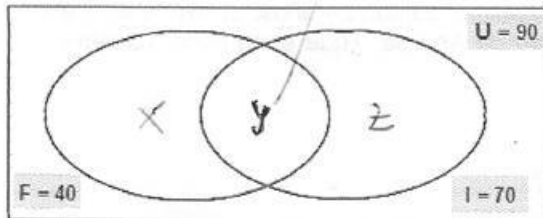
	EXAMEN DE ARITMETICA	14
	SAN BENITO DE PALERMO	NOTA

ALUMNO : Diana Sotelo
 GRADO : 1^{no} FECHA : 4 / 15 / 1

Primera parte: Conjuntos (10 puntos)

1. Problemas con conjuntos: (6 puntos)

a) En un instituto de idiomas con 90 alumnos, 40 alumnos eligen estudiar francés y 70 italiano ¿Cuántos eligen estudiar ambos idiomas a la vez?

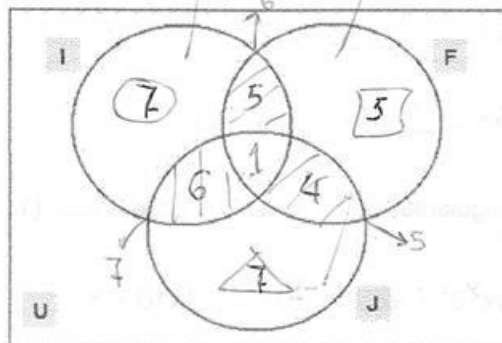


francés : $x + y = 40$
 italiano : $y + z = 70$

$$\begin{aligned} x + 2y + z &= 110 \\ x + y + z + y &= 110 \\ 90 + y &= 110 \\ y &= 110 - 90 \\ y &= 20 \end{aligned}$$

3

b) De un grupo de 32 cinéfilos, 19 verán una película inglesa; 15 una francesa; y 18 una japonesa. Además, 6 verán la película inglesa y la francesa; 5 verán la francesa y la japonesa; y 7 verán la japonesa y la inglesa. Si 1 persona verá las 3 películas, ¿cuántos cinéfilos verán solamente 1 película?



I : 19 en total
 : 19 - 5 - 6 - 1
 : 7

F : 15 en total
 : 15 - 5 - 1 - 4
 : 5

J : 18 en total
 : 18 - 6 - 1 - 4
 : 7

7	+	5	+	7	=	19	→ respuesta
---	---	---	---	---	---	----	-------------

3

2. Operaciones con números naturales: (4 puntos)

a) En una sustracción, el minuendo (M) es el triple del sustraendo (S) y la suma de los tres términos de la sustracción es igual a 510. Hallar el valor de la diferencia (D):

$$\begin{array}{l}
 m = 3S \\
 \begin{array}{l}
 m + S + D = 510 \\
 3S + S + D = 510 \\
 4S + D = 510
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 m - S = D \\
 3S - S = D \\
 2S = D
 \end{array}
 \end{array}$$

b) Las edades de Andrea y María en la actualidad suman 24 años. Si dentro de 3 años la edad de María será cinco veces la edad de Andrea, ¿qué edad tiene actualmente Andrea?

Segunda parte: Sistemas de numeración (10 puntos)

3. Descomponer polinómicamente los siguientes números: (1 punto)

a) $38\,512 = 3 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 2$

b) $5\,930\,541 = 5 \times 10^6 + 9 \times 10^5 + 3 \times 10^4 + 5 \times 10^2 + 4 \times 10 + 1$

4. Escribe a qué número corresponde la siguiente descomposición polinómica: (1 punto)

a) $(2 \times 10^{10} + 6 \times 10^8 + 2 \times 10^7 + 7 \times 10^6 + 4 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 1 \times 10 + 8)$

a) 20627049618

b) $(8 \times 10^6 + 2 \times 10^5 + 7 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 2 \times 10 + 2)$

b) 8279222

5. Convertir números de bases distintas: (4 puntos)

a) Convertir el número $4682_{(10)}$ a su equivalente en base 5:

$4682 \div 5$	$936 \div 5$	$187 \div 5$	$37 \div 5$	$7 \div 5$
$\frac{45}{18}$	$\frac{5}{43}$	$\frac{15}{37}$	$\frac{35}{7}$	$\frac{5}{2}$
$\frac{15}{32}$	$\frac{40}{36}$	$\frac{37}{35}$		
$\frac{30}{2}$	$\frac{35}{1}$			

$4682_{(10)} = (122212)_{(5)}$

b) Convertir el número $32405_{(6)}$ a su equivalente en base 10

$32405_{(6)} = 3 \times 10^4$

1	1	1	1	1
4	3	2	1	0

6. Resolver la operación y dar la respuesta en base 4: (4 puntos)

$3220_{(4)} + 212_{(3)} - 422_{(5)}$

$3220 \div 4$	$805 \div 4$	$201 \div 4$	$50 \div 4$	$12 \div 4$
$\frac{32}{20}$	$\frac{8}{201}$	$\frac{20}{1}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{12}{3}$
$\frac{20}{0}$	$\frac{05}{4}$		$\frac{10}{8}$	
	$\frac{4}{1}$			

$212 \div 3$	$70 \div 3$	$23 \div 3$	$7 \div 3$
$\frac{21}{70}$	$\frac{6}{23}$	$\frac{21}{7}$	$\frac{6}{2}$
	$\frac{10}{9}$		
	$\frac{9}{1}$		

$422 \div 5$	$84 \div 5$	$16 \div 5$
$\frac{40}{22}$	$\frac{5}{34}$	$\frac{15}{1}$
$\frac{20}{2}$	$\frac{30}{4}$	

completar

	EXAMEN DE ALGEBRA	14
	SAN BENITO DE PALERMO	NOTA

ALUMNO: Alysson Pilo

GRADO: _____ FECHA: ____/____/____

Primera parte: Operaciones en números enteros (8 puntos)**1. Resolver las siguientes operaciones con números enteros: (3 puntos)**

a) $-(+42) - (+67) = -42 - 67 = -109$

b) $-(-72) - (-82) = 72 + 82 = 154$

c) $(-36) \times (-4) = +(36 \times 4) = 144$

d) $(-128) \div (+4) = -(128 \div 4) = -32$

e) $(-9)^3 = (-)^3 (9)^3 = -(81)(9) = -729$

f) $-(-5)^5 = -(-)^5 (5)^5 = -(-)(3125) = 3125$

2. Resolver las siguientes operaciones combinadas: (5 puntos)

a) $(-3)^2 + (-16) \div (-4) + |-27| + (-6)^2$

b) $(-3)^4 - [(-16) \div (-8) + (-36) + 42 \div (-2)]$

$$3^4 - [(-16 \div -8) + (-36) + 42 \div -2]$$

$$3^4 - [(2) + (-36) + (-21)]$$

$$81 - 55$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \underline{3} \\ 9 \times \\ \underline{3} \\ 27 \times \\ \underline{3} \\ 81 \end{array}$$

Segunda parte: Operaciones algebraicas (12 puntos)

3. Agrupar los términos algebraicos y reducir los términos semejantes: (4 puntos)

$$a) \quad 3xy + 4xz - 6xz - 9xy = \begin{array}{r} -9xy \\ 3xy \\ \hline -6xy \end{array} \quad \begin{array}{r} -6xz \\ +4xz \\ \hline -2xz \end{array}$$

$$b) \quad 7x^2y - 8xy^2 + 10x^2y + 19xy^2 = \begin{array}{r} 10x^2y \\ 7x^2y \\ \hline 17x^2y \end{array} \quad \begin{array}{r} 19xy^2 \\ -8xy^2 \\ \hline +11xy^2 \end{array}$$

4. Efectuar multiplicaciones y divisiones con términos algebraicos: (4 puntos)

$$a) \quad (6az)(-3abz) = 6az \times (-3abz) = -18 a a b z z /$$

$$= -18 a^2 b z^2 /$$

$$b) \quad (-5x^2y)(-8xy^2) = (-5x^2y) \times (-8xy^2) = +40 x^2 x y y^2 /$$

$$= +40 x^3 y^3 /$$

$$c) \quad -50m^4n^2 + 5m^2n = \frac{-50m^4n^2}{5m^2n} = -10m^2n /$$

$$d) \quad -6p^4q^2 \div -9p^4q^4 =$$

5. Sean los polinomios: (4 puntos)

$$M = -82xy^2 + 43xy^2 - (-25xy^2) \quad // \quad + 25xy^2$$

$$N = 37xy^2 - 53xy^2 + 72xy^2$$

Calcular M + N

$$-82xy^2 + 43xy^2 + 25xy^2 + 37xy^2 - 53xy^2 + 72xy^2$$

todos iguales

$$\frac{(-82 + 43 + 25 + 37 - 53 + 72) xy^2}{(42) (xy^2)}$$

$$42xy^2$$

$$42xy^2 /$$

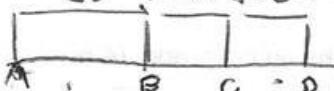
	EXAMEN DE GEOMETRIA	13
SAN BENITO DE PALERMO		NOTA

ALUMNO: Jose Turco
 GRADO: _____ FECHA: ____/____/____

Primera parte: Operaciones con rectas y segmentos de recta (8 puntos)

1. Graficar un segmento de recta que contenga los puntos colineales y consecutivos A, B, C y D, tal que la distancia $AB = 20$ cm y la distancia $CD = BC + 2$. Se pide calcular la longitud total del segmento AD, si además se sabe que B es el punto medio del segmento AC. **(4 puntos)**

$20 + BC + CD = AD$

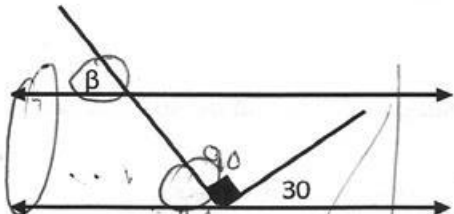


BC es igual a AB

$20 + 20 + CD = AD$
 $40 + CD = AD$
 $40 + 10 = 50$

$CD = BC \div 2$
 $\frac{40}{2} = 20$
 $\frac{20}{2} = 10$
 $CD = 10$

2. En la figura, L1 y L2 representan dos rectas paralelas cortadas por una secante. Calcular el ángulo β si se sabe que el ángulo de 30° es adyacente a un ángulo recto. **(4 puntos)**



son paralelas y β es igual al que falta

$\beta + 90 + 30 = 180$

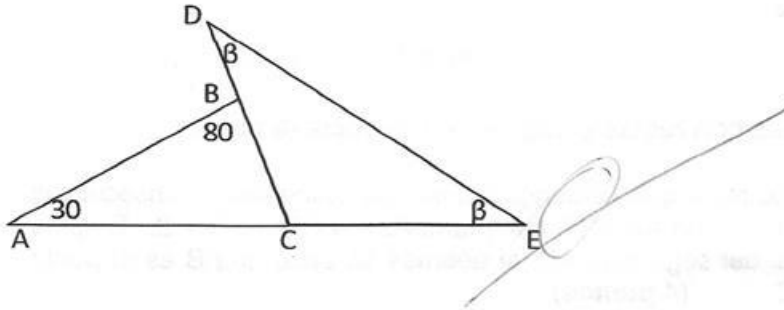
180 -
90
30

60

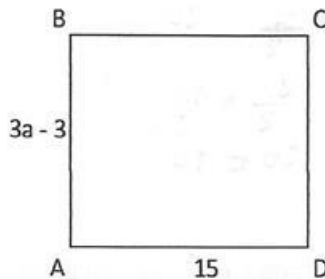
β vale 60 $\rightarrow 60^\circ$

Segunda parte: Operaciones con figuras planas (12 puntos)

3. ¿Cuánto vale el ángulo β si se sabe que el triángulo CDE es isósceles. Tomar en cuenta que los ángulos internos de todo triángulo suman 180° . (4 puntos)



4. Calcular el valor de a si se sabe que la figura ABCD es un cuadrado. (4 puntos)



$$\begin{aligned}
 3 \times 2 - 3 &= 6 - 3 = 3 \text{ no es} \\
 3 \times 4 - 3 &= 12 - 3 = 9 \text{ no es} \\
 3 \times 5 - 3 &= 15 - 3 = 12 \text{ no es} \\
 3 \times 6 - 3 &= 18 - 3 = 15
 \end{aligned}$$

a debe ser 6

es mejor ecuaciones

5. ¿Cuántos lados deberá tener un polígono, si se sabe que la suma de sus ángulos internos y externos es 3600° ? (4 puntos)

∅ externos suman 360 grados siempre

∅ internos suman $3600 - 360$

$$\begin{array}{r}
 3600 \\
 - 360 \\
 \hline
 3240
 \end{array}$$

ANEXO 5

APLICACIÓN DE INSTRUMENTO: GRUPO DE CONTROL

Base de datos - Evaluación de Matemáticas en el grupo experimental

N.º	Código	Aritmética	Álgebra	Geometría	Prom. Área
1	SBE01	13	14	13	13.3
2	SBE02	16	15	15	15.3
3	SBE03	12	10	11	11.0
4	SBE04	14	12	18	14.7
5	SBE05	14	10	14	12.7
6	SBE06	14	14	19	15.7
7	SBE07	15	16	20	17.0
8	SBE08	13	10	10	11.0
9	SBE09	18	16	19	17.7
10	SBE10	10	12	11	11.0
11	SBE11	10	12	11	11.0
	Suma	149	141	161	150
	Promedio	13.55	12.82	14.64	13.67

Base de datos - Evaluación de Matemáticas en el grupo de control

N.º	Código	Aritmética	Álgebra	Geometría	Prom. Área
1	SBC01	8	6	8	7.3
2	SBC02	8	6	8	7.3
3	SBC03	14	11	11	12.0
4	SBC04	9	7	8	8.0
5	SBC05	12	11	11	11.3
6	SBC06	11	11	11	11.0
7	SBC07	14	14	14	14.0
8	SBC08	14	14	14	14.0
9	SBC09	8	8	8	8.0
10	SBC10	11	11	11	11.0
11	SBC11	14	14	18	15.3
12	SBC12	11	11	8	10.0
13	SBC13	14	14	18	15.3
14	SBC14	15	15	18	16.0
15	SBC15	11	8	11	10.0
16	SBC16	14	12	13	13.0
17	SBC17	8	6	8	7.3
	Total	196	179	198	191
	Promedio	11.53	10.53	11.65	11.24

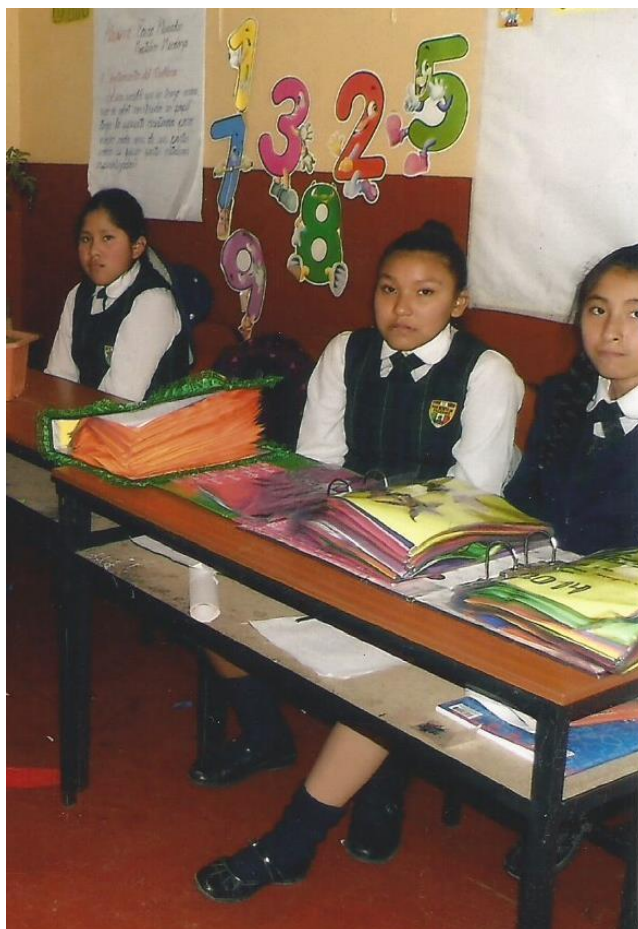
ANEXO 6
FOTOGRAFÍAS



Comunidad de docentes-tutores de la IEP San Benito de Palermo



Comunidad educativa de la IEP San Benito de Palermo

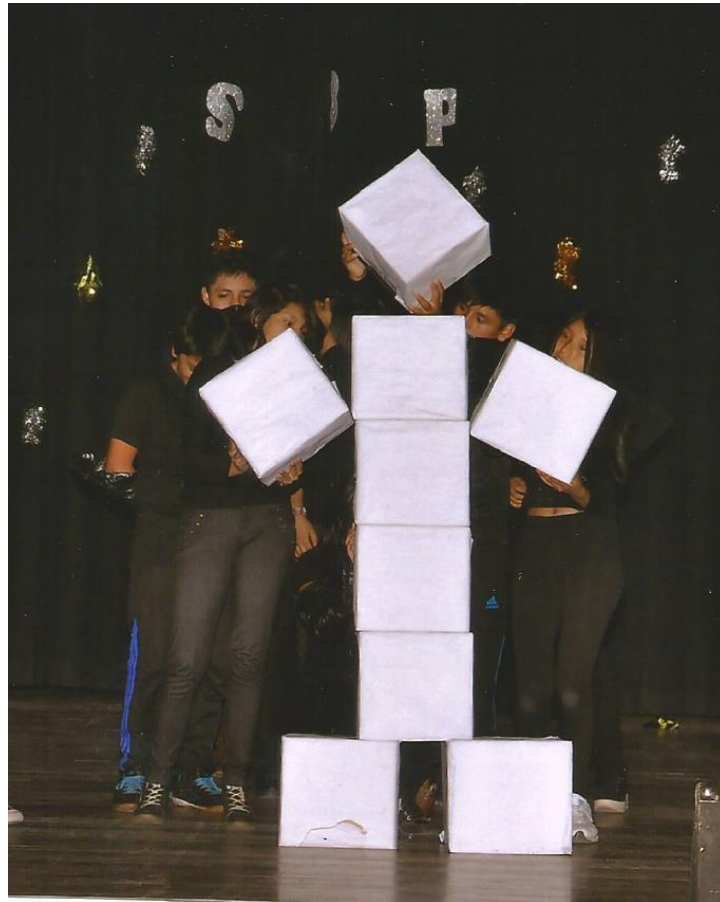


Sesión de aprendizaje n.º 5 – Aritmética

Estrategia colaborativa: variante del peer-editing

Los alumnos se reúnen en pares e intercambian siete (7) elementos (materiales de colores diversos) traídos de casa (solicitados por el docente durante la sesión previa).

El trabajo colaborativo consistió en emplear dichos elementos para confeccionar conjuntos y elementos de conjuntos, de modo que los alumnos pudieran indagar en profundidad la formación de conjuntos y las propiedades y/o relaciones implicadas entre los elementos y los conjuntos.



Sesión de aprendizaje n.º 8 – Álgebra

Estrategia colaborativa: actividad lúdica de grupo

Los alumnos en configuración de grupos (conformados durante la sesión previa) producen, ensayan y ejecutan un video alusivo al tópico de formación y ejercicios de polinomios.

En la fotografía se aprecia un grupo de alumnos en la fase de ensayo de un video que ilustra sobre la manera cómo se generan polinomios sobre la base de términos algebraicos más simples (monomios).



Sesión de aprendizaje n.º 10 – Geometría

Estrategia colaborativa: proyecto de grupo (práctica calificada generada por los alumnos)

Los alumnos se forman en grupos y de modo individual elaboran una práctica calificada con ejercicios de mediana y alta dificultad referidos al cálculo de lados, ángulos y áreas de figuras de geometría plana; tomando como material de referencia ejercicios presentados por el docente. Las prácticas serán resueltas por otro compañero y a su culminación serán retornadas al autor(a) respectivo(a) para la revisión del desarrollo de la práctica (con la asistencia del docente).

En la fotografía los alumnos celebran los buenos resultados obtenidos por el conjunto de alumnos en la práctica calificada; la cual serviría de preparación para la rendición de la prueba de geometría correspondiente.