ESCUELA DE POSGRADO

UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

“La Matemática Recreativa Con Números Racionales En El Aprendizaje Significativo De La Matemática Con Alumnos Del Primer Grado De Secundaria De La I.E. Miguel Grau Seminario Cusco”

TESIS PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE:

MAESTRO EN ADMINISTRACIÓN DE LA EDUCACIÓN

AUTOR:

Br MILTON SUTTA SALAS

ASESOR:

Dr. Wilbert Zegarra Salas

SECCIÓN:

Educación e idiomas

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN

Gestión y calidad educativa

PERÚ – 2019

PÁGINA DEL JURADO

Dr.
Presidente

Dr.
Secretario

Dr. Wilbert Zegarra Salas
Vocal

DEDICATORIA

A mis señores padres Ricardo, Silvia Con profundo reconocimiento, gratitud, amor que me supieron guiar hacia adelante y no quedarme en el atraso.
A mi hermano Ronal por su colaboración y apoyo incondicional

MILTON

AGRADECIMIENTO

En esta página, los autores expresan el agradecimiento a las personas o instituciones que han hecho posible sus estudios y la realización del estudio que ha producido la tesis que se presenta:

Ejemplo

A la Universidad Cesar Vallejo por darnos la oportunidad de superarnos y crecer como personas, así como poder compartir experiencias y aprendizajes.

Al Dr. Wilbert Zegarra Salas por el aporte en el asesoramiento metodológico para la construcción e informe final de la tesis.

Y finalmente, A la Institución Educativa Miguel Grau Seminario por permitirnos llevar acabo el presente trabajo en sus aulas, a los alumnos de los primeros grados de secundaria secciones A y B por estar predispuestos a trabajar esta tesis.

El autor

DECLARACIÓN JURADA

DECLARACIÓN JURADA DE AUTORIA Y AUTORIZACION PARA LA PUBLICACION DE TESIS

Yo, MILTON SUTTA SALAS, egresado (**X**), docente ( ), del programa de maestria en ADMINISTRACION DE LA EDUCACION de la escuela de Posgrado, de la Universidad César Vallejo, identificado(a) con DNI 23998723, con la tesis titulada "LA MATEMÁTICA RECREATIVA CON NÚMEROS RACIONALES EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA MATEMATICA CON ALUMNOS DEL PRIMER GRADO DE SECUNDARIA DE LA I.E. MIGUEL GRAU SEMINARIO CUSCO"

Declaro bajo juramento que:

1) La tesis pertenece a mi autoria.
2) La tesis no ha sido plagiada ni total ni parcialmente.
3) La tesis no ha sido autoplagiada; es decir, no ha sido publicada ni presentada intencionalmente para alguna revista.
4) De identificarse el fraude (datos falsos), plagio (información sin citar a autores), autoplagio (presentar como nuevo algún trabajo de investigación propio que ya ha sido publicado), piratería (uso ilegal de información ajena) o falsificación (representar falsamente las ideas de otros), asumo las consecuencias y sanciones que de mi acción se deriven, sometiéndome a la normatividad vigente de la universidad cesar vallejo.
5) Si, la tesis fuese aprobado para su publicación en la revista u otro documento de difusión, cedo mis derechos patrimoniales y autorizo a la escuela de posgrado, de la universidad cesar vallejo, la publicación y divulgación del documento en las condiciones, procedimientos y medios que disponga la universidad.

TRUJILLO, Marzo del 2019

Milton Sutta Salas

DNI 23998723

PRESENTACIÓN

SEÑORES MIEMBROS DEL JURADO:

En cumplimiento de las normas establecidas por el Reglamento de Grados y Títulos de la Universidad “César Vallejo” de Trujillo para obtener el Grado Académico de MAESTRO EN ADMINISTRACIÓN DE LA EDUCACIÓN, es grato dirigirme a ustedes con la finalidad de dar a conocer la tesis titulada “LA MATEMÁTICA RECREATIVA CON NÚMEROS RACIONALES EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA MATEMATICA CON ALUMNOS DEL PRIMER GRADO DE SECUNDARIA DE LA I.E. MIGUEL GRAU SEMINARIO CUSCO” tiene como propósito dar a conocer a la comunidad educativa la importancia que tiene la aplicación de la matemática recreativa para mejorar el logro de capacidades del área de matemática en los alumnos del nivel secundario; Pues de esta manera logran alcanzar y desarrollar competencias, capacidades, conocimiento y actitudes científicas a través de actividades vivenciales e indagatorias. Estas comprometen procesos de reflexión – acción y acción – reflexión que los estudiantes ejecutan en su contexto natural y socio cultural, para integrarse a la sociedad del conocimiento y asumir los nuevo retos del mundo moderno.

Por todo lo mencionado es urgente y necesario que dentro de las estrategias para el desarrollo de las competencias del educando se tomen en cuenta la aplicación de la matemática recreativa.

Con la perspectiva de que todo desarrollado en el presente trabajo de investigación sea en beneficio de nuestros estudiantes que son el motivo principal de nuestro trabajo cotidiano, pones en consideración de todas las personas que de una u otra forma tiene que ver el proceso educativo, dejando puerta abierta a la crítica y aportes al presente trabajo de investigación Esperando cumplir con los requisitos establecidos.

El Autor

ÍNDICE

RESUMEN

En los últimos años ante el avance de la ciencia, la tecnología y el rol protagónico que juega la matemática en dichos avances, y los constantes cambios en paradigmas se hacen necesaria la implementación de nuevas estrategias de enseñanza y aprendizaje que conduzcan a los estudiantes a desarrollar competencias, capacidades, desempeños y actitudes positivas.

El objetivo de esta investigación fue precisar la mejora de logro de capacidades del área de matemática mediante la aplicación de la matemática recreativa en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la I.E. “Miguel Grau Seminario del distrito de Wanchaq provincia del Cusco. Se presentan las bases teóricas de la matemática recreativa del constructivismo de Vygotsky como fundamento, las cuales posibilitan mejorar el logro de las capacidades de área.

En la parte de la metodología se aplicó una serie de sesiones de aprendizaje basadas en la teoría de la matemática recreativa como estrategias de enseñanza, aprendizaje, posteriormente se aplicó el cuestionario para recoger la información de los alumnos, a ello se aplica el método cuasi-experimental y el tipo de diseño es cualitativo y cuantitativo.

Finalmente se obtuvo una clara mejora en el logro de las capacidades del área de matemática en el grupo cuasi experimental, a partir de la evaluación hacia a los alumnos del primer grado de educación secundaria en sus dos secciones experimentales y de control.

La Matemática recreativa con los números racionales: Es el Aprendizaje centrado en el alumno que debe culminar en un aprendizaje voluntario.

El Aprendizaje significativo: según Vigotsky, consiste en llevar al alumno desde su nivel real de desarrollo hacia su nivel potencial de desarrollo, dicho de otra manera el estudiante deberá utilizar sus propias estrategias para la solución de problemas ,aplicando procedimientos de estimación y cálculo mental, así como las técnicas operativas convenientes para reflexionar sobre situaciones real.

PALABRAS CLAVE: Matemática Recreativa, Números Racionales, Aprendizaje Significativo De La Matemática

El Autor

ABSTRACT

Of late years in front of the advance of science, the technology and the role protagónico that plays the mathematics in the aforementioned advances, and the constant changes in paradigms are done necessary the implementation of new tuitional strategies and learning that they conduct to the students to develop competitions, capabilities, performances and positive attitudes.

The objective of this investigation was to specify the improvement of achievement of capabilities of the area of intervening mathematics the I.E's application of the recreational mathematics in the pupils of the first grade of secondary education. "Miguel Grau Seminario of the district of Wanchaq the Cusco's province. The theoretic bases of the recreational mathematics of Vigosky's constructivismo like foundation, which show up they make it possible to improve the achievement of the capabilities of area.

You applied a series of learning sessions based on theory of the recreational mathematics like tuitional strategies, learning in the part of the methodology, at a later time you applied over yourself the questionnaire to pick up the pupils's information, to it the quasi experimental method is applicable and the kind of design is qualitative and quantitative.

Finally you got an obvious improvement in the achievement from the capabilities of the area of mathematics in the quasi experimental group as from the evaluation, toward to the pupils of the first grade of secondary education in his two experimental and control sections.

The recreational Mathematics with rational numbers: It is the Learning centered in the pupil that must culminate in a voluntary learning.

The significant Learning: According to Vigotsky, it involves taking in another way the student to the pupil from his real level of development toward his potential level of development, saying you will have to utilize his own strategies for the solution of problems, applying procedures of esteem and mental calculation, as well as the operating convenient techniques to reflect on real situations.
KEY WORDS: Recreational Mathematics, Rational Numbers, Significant Learning Mathematics

The Author

I. INTRODUCCIÓN

1.1 Realidad problemática

La matemática recreativa, tienen un origen antiguo y de acuerdo al paso del tiempo se fueron acumulando hasta convertirse en una verdadera forma de actividad que lo desarrollaron los seguidores del campo matemático, por cuanto los números racionales tienen bastante relación con las cuatro operaciones fundamentales de la matemática.

Actualmente, con el progreso de la investigación en la inteligencia imaginario, se ha elevado la afición por este tipo de estrategias de juego, por cuanto tienen un gran relación con el desarrollo de la reflexión, la meditación, el razonamiento, puesto que permite un desarrollo en este campo vital para posteriores aprendizajes sobre todo en la matemática.

Estas actividades recreativas de razonamiento que no están influenciados por la habilidad física de los jugadores, ni por el azar son denominadas juegos de estrategia

Uno de los objetivos superiores de la educación secundaria en nuestro medio es prometer al alumno el umbral a contenidos que respondan a las necesidades básicas del aprendizaje y en el campo de la matemática, ingresarlos a efectuar con continuidad la reflexión, la secuencia en la solución de problemas, Sin embargo, las evaluaciones internas y externas nos hacen reflexionar el alcance en el aprendizaje de la matemática en el Perú.

En la institución Educativa, materia de la presente investigación, se ha constatado que los educandos tienen poca inclinación por el desarrollo de problemas que impliquen una categoría de reflexión o razonamiento por ello hemos visto por conveniente aplicar las estrategias a efectos de inculcar el razonamiento, la reflexión, en los educandos.

La institución educativa Miguel Grau responde educacionalmente a estudiantes provenientes de diversos cordones (asentamientos humanos) de la ciudad del Cusco, provienen por lo general de instituciones educativas primarias donde los niveles de reflexión, razonamiento son mínimos, además que se observa la carencia del apoyo en el aprendizaje de niños y niñas por parte de los padres de familia que por lo general tienen economías básicas, solo destinadas a la sobrevivencia y habitualmente están dedicados al trabajo por otro lado, se puede constatar que también se efectúo una inadecuada implementación del currículo, aspectos que abonan en una formación deficiente, con ausencia constatable de algún nivel de reflexión y razonamiento.

Si no se adopta medidas necesarias y continuamos desarrollando el patrón clásico de enseñanza, que pareciera que lo único importante para estudiar la matemática fuera la memoria necesaria para recordar algoritmos y procedimientos, reduciéndose el espacio para la reflexión y el razonamiento, definitivamente tendremos a generaciones de educandos sin la posibilidad real de aprender significativamente la matemática, para ello ingresaremos a los educandos en un programa de juegos de recreación, de esta manera iniciaremos en los estudiantes de primer grado de secundaria la matemática recreativa en los números racionales que finalmente los inducirá a efectuar algunos grados de razonamiento, reflexión, que serán efectuados y elaborados de acuerdo a los planes curriculares correspondientes s los meses de aplicación de la investigación, Los ejercicios seleccionados por lo mismo estuvieron dosificados para el aprendizaje y combinación con juegos ideados específicamente en razón de la investigación de modo que se pueda obtener resultados óptimos.

1.2 Trabajos previos

TITULO: Tesis "influencia de la aplicación del plan de acción jugando con la matemática basado en la metodología activa".
AUTOR: DOMINGUEZ ARMIJOS, Hernán.
ROBLEDO GUTIÉRREZ, Danitza Karina.
LUGAR: UCV
METODO: Cuantitativo

DISEÑO DE INVESTIGACION: Experimental
AÑO: 2008
CONCLUSIONES: Que el plan de acción "jugando con la matemática", influyó significativamente en el desarrollo de las capacidades matemáticas, demostrado mediante la prueba estadística "t" de Student a un nivel de significancia de 5%, un valor absoluto de -41.89 y un valor crítico calculado de 2.684 encontrado en las tablas estadísticas.

COMENTARIO: Este trabajo de investigación demuestra que efectivamente la acción de jugar con las matemáticas es muy importante ya que influye significativamente en el aprendizaje significativo de los alumnos desarrollando su capacidad creativa a si mismo las autoras dan mayor atención a las capacidades matemáticas.

TITULO: "APLICACIÓN DE JUEGOS DE ESTRATEGIA EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LOS NÚMEROS ENTEROS EN LOS ALUMNOS DEL PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA I.I.E.E. COMERCIO 41"
AUTOR: IDME CONDORI, Vilma y GÓNGORA SAICO, Yojana.
LUGAR: WANCHAQ - CUSCO
AÑO: 2007
METODO: cuantitativo
DISEÑO DE INVESTIGACION: experimental
CONCLUSIONES:
La resolución de problemas matemático a través de diferentes técnicas, optimizar el desarrollo de las capacidades de razonar y/o aprender.
Que a través de la resolución de problemas en el nivel secundario, el alumno adquiere técnicas propias de cómo plantear un problema y buscar estrategias para poder resolverlo.
Los juegos de estrategia en el aprendizaje significativo de Números Enteros es base fundamental, porque fomenta el desarrollo del razonamiento lógico y sistemático en el alumno.
En el proceso de enseñanza-aprendizaje de los Números Enteros, se debe hacer e uso de analogías existentes entre los conceptos matemáticos y los hecho reales.

Los objetivos que se persiguen en el aprendizaje de los Números Enteros concuerdan ampliamente con los objetivos que propugna la Educación Básica Regular.

Los juegos de estrategia, permite una evaluación integral en forma permanente del educando.

El profesor a través de este método dirige el aprendizaje en forma dinámica, activa y funcional.

COMENTARIO: Este trabajo de investigación hace una evaluación sobre los juegos de estrategia de aprendizaje significativo en los alumnos y de qué manera aprovechando el fundamento de las mismas se fomenta el desarrollo del razonamiento lógico y sistemático ,permitiendo mejores resultados en el aprendizaje, puesto que estos se evalúan en forma dinámica, activa y funcional , convirtiéndose en una evaluación integral y permanente, concordando de esta manera con los objetivos que propugna la educación básica regular.

1.3 Teorías relacionadas al tema

1.3.1 Primera Variable

2.1. MATEMÁTICA RECREATIVA EN LA ENSEÑANZA.

Uno de los factores en la que el alumno rechaza la matemática es porque los diversos contenidos matemáticos son representados en forma de estructuras abstractas con rigidez. De manera muy singular cuando el profesor presenta problemas que carecen de atractividad y no corresponden a la realidad del alumno. Sin embargo, se sugiere que la enseñanza de la matemática debe ser en función a las necesidades expectativas, realidad de su medio, sobre todo recreativa de modo que se evite el aburrimiento y cansancio. Por lo tanto, se tiene que:

Motivar a los alumnos mediante problemas y ejercicios recreativos para lograr mayor interés y un esfuerzo voluntario interno en el aprendizaje matemático.

Mantener una actividad dinámica de los alumnos.

Inducir al entrenamiento de la capacidad del razonamiento lógico matemático; De manera reflexiva e imaginativa de los alumnos.

Despertar el interés, la curiosidad y la creatividad del alumno, sirviendo el incentivo para que el alumno utilice su esfuerzo original.

2.1.1. La Enseñanza - Aprendizaje De La Matemática Recreativa.

La enseñanza - aprendizaje de la matemática generalmente es muy árida y los profesores de esta área tienen una rigidez en la abstracción sin recurrir a los medios que generan motivación para el aprendizaje de los alumnos.

La enseñanza como orientación del aprendizaje debe preocuparse por superar las dificultades en cada situación matemática y adaptar una manera de incentivación, de guía indirecta y estimulante del ejercicio integral del alumno.

Entre ellos tenemos los siguientes:

a) Actividades Lógicas

Todos desarrollamos actividades cotidianas de acuerdo al entorno en el que estamos como también a la actividad que vamos a desarrollar, las cuales están sujetas a estrategias, reglas, pasos, etc. Y se la considera como:

Tareas activas de situaciones sociales, culturales, matemáticas y otras que el alumno realiza para desarrollar su capacidad mental y potenciar sus creatividades.

Juegos lógicos que el alumno realiza para lograr propósitos matemáticos que le permite construir fórmulas para realizar operaciones concretas y abstractas.

Comparar experiencias de hechos reales o sociales y reflexionar en forma lógica con principios matemáticos, propiedades, axiomas, etc. Y tomar decisiones.

Operaciones mentales que el alumno realiza basado en reglas, axiomas, propiedades matemáticas, etc., que le permiten comprobar las soluciones de operaciones o problemas de su interés.

b) Razonamiento Lógico

Se le considera como un conjunto de ejercicios reactivos con situaciones problemáticas que se resuelven aplicando la estrategia del razonamiento ingenioso y creativo.

El razonamiento es muy importante en el proceso de aprendizaje y es considerada como una capacidad que posee el alumno para asociar los términos de causa – efecto y a partir de ello explicar con un sentido lógico del ¿Por qué? ocurre tal cosa.

c) Razonamiento Lógico Matemático

Es la capacidad que tiene el alumno para resolver situaciones matemáticas haciendo uso del raciocinio lógico intuitivo.

“Es una parte de la matemática que utiliza la lógica, las premisas, experiencias, propiedades, axiomas, operaciones e instrumentos, que permite al estudiante diseñar esquemas que le conduzcan correctamente en la solución de un problema o situación de su interés…”[1]

2.1.2. Teorías Sobre La Resolución De Problemas Matemáticos.

En este apartado, analizamos varios modelos que explican, más específicamente, los procesos cognitivos que intervienen en la resolución de problemas matemáticos y que más relevancia e influencia han tenido en el panorama científico de los últimos años.

A nivel general, podemos afirmar que todos los modelos explicativos comparten la concepción de Piaget (1972), entendiendo la resolución de problemas como una actividad inherente al ser humano. La asimilación del continuo devenir de experiencias internas y externas y, simultáneamente, la acomodación a las cambiantes características del medio exigen una continua actividad mental inteligente, capaz de resolver eficazmente estas situaciones.

Se ha de tener en cuenta que la percepción de los problemas es relativa a cada persona. Las diferencias individuales, referidas a la resolución, se deben a múltiples factores: edad, experiencia, habilidad cognitiva, estructuración de conocimientos, motivación, etc. (Pacheco, 1991). En muchas ocasiones, la automatización de respuestas, fruto de la experiencia, hace que infinidad de actividades cotidianas no exijan esfuerzo intelectual y, por este motivo, no se perciban como problemáticas. En cambio, las tareas profesionales o las académicas pueden ser más formales y su resolución demanda mayor atención y esfuerzo cognitivo.

Lester (1983) considera que una situación sólo puede ser concebida como problemática, en la medida que existe un reconocimiento de ella como tal, y no se dispone de un procedimiento automático para solucionarla de forma más o menos inmediata. Esta característica diferencia el problema del ejercicio, entendido éste último como situación que se resuelve inmediatamente con la aplicación de unas

1

estrategias o técnicas específicas. Como ya hemos señalado anteriormente, esta diferenciación no parece tan clara en la práctica, pues una misma situación puede ser un problema para una persona, mientras que para otra no existe tal problema; bien porque carece de interés por la situación o porque tiene los mecanismos que le permiten reducirla a un mero ejercicio y resolverla con la mínima inversión de recursos cognitivos.

En el ámbito escolar, puede resultar útil la diferenciación entre ejercicios y problemas, aunque también es preciso tener en cuenta que ambos constituyen un continuo educativo cuyos límites no siempre son fáciles de establecer. Cuando un alumno se enfrenta a una situación nueva y, por tanto, problemática, difícilmente la podrá resolver si previamente no se ha ejercitado en las estrategias y técnicas requeridas para su solución.

Para reducir la clásica polémica en esta diferenciación, proponemos considerar problema cualquier situación novedosa para el alumno, en la que se han de aplicar las estrategias y recursos cognitivos que ha desarrollado previamente en los ejercicios.

Cada uno de los modelos estudiados presenta sus propias características a la hora de definir y explicar los procesos mentales, implicados en la resolución de problemas. Sin embargo, una buena parte de los autores analizados admite que se han de dar los siguientes elementos básicos (Mayer, 1983):

Datos: Todo problema presenta determinadas condiciones, objetivos, fragmentos de información, etc., que están presentes al comienzo del trabajo.

Objetivos: El estado terminal del problema consiste en alcanzar unos objetivos y el pensamiento deberá transformar el problema desde el estado inicial dado al estado terminal deseado. Reitman (1965, citado en Mayer, 1983) establece cuatro categorías de problemas, según el grado de especificación del estado inicial y final: a) estado inicial y final bien definidos; b) estado inicial bien definido y final mal definidos; c) estado inicial mal definido y final bien definido; y d) estado inicial y final mal definidos.

Obstáculos: El que piensa tiene a su disposición algunas vías para modificar el estado dado y llegar al estado terminal, pero inicialmente no sabe la secuencia correcta de comportamientos que resolverán el problema.

En cuanto a la clasificación, también es generalmente aceptada la tipología tripartita de Greeno, (1978, citado en Pacheco, 1991) que clasifica los problemas en:

Problemas de estructura inductora: Se dan varias instancias para que el sujeto descubra la norma o modelo implícito que las ha configurado. Por ejemplo, los problemas de completar series.

Problemas de transformación: Ante un estado inicial, se debe hallar una secuencia de operaciones que lleven al estado final. En esta categoría, se pueden incluir los problemas matemáticos de narración, infinidad de problemas cotidianos de nuestra actividad social o el clásico problema de la torre de Hanoi de Ernst y Newell (1969), conocido como el "problema de los anillos".

Problemas de ordenamiento: Se presentan todos los elementos y sólo se exige la ordenación correcta para su resolución. Por ejemplo, los problemas de anagramas, en los que se da un grupo de letras para se forme con ellas una palabra, como: "DONALD + GERELD = ROBERT", en que hay que sustituir las letras por números para que se cumpla la ecuación, sabiendo que D=5 y que a cada letra corresponde un número del 0 al 9.

Teniendo en cuenta este marco de generalidades, analizamos ahora las características específicas de cada uno de los modelos más relevantes:

2.1.3. Teorías Asociacionistas.

El principal representante de esta teoría es Edward Thorndike que en su libro "Animal Intelligence", publicado en 1898, describe sus observaciones sobre el pensamiento y la resolución de problemas, estableciendo las bases del posterior conductismo.

La resolución de problemas se entiende como la aplicación, por ensayo y error, de las tendencias preexistentes de respuesta o "hábitos" adquiridos a los estímulos que se nos presentan. En cada problema, existen asociaciones a varias posibles respuestas: R_1, R_2, R_3, etc., siendo ordenadas jerárquicamente en función del éxito obtenido en anteriores ocasiones.

Desde esta concepción, se establecen los tres elementos básicos del pensamiento: el **estímulo** o situación particular de resolución de problemas, las **respuestas** o comportamientos particulares de resolución, y las **asociaciones** que se establecen entre los estímulos y respuestas particulares.

La asociación entre el estímulo y la respuesta se rige por dos leyes de aprendizaje, que Thorndike identifica como **ley de ejercitación** y **ley del efecto**:

La ley de la ejercitación establece que las respuestas, practicadas frecuentemente en una situación dada, son las que tienen mayores probabilidades de ser utilizadas, cuando la situación se presenta nuevamente.

La ley del efecto explica cómo las respuestas, que son poco valiosas para resolver al problema, pierden fuerza y son rebajadas en la jerarquía. Por el contrario, las exitosas ganan fuerza y ascienden en la escala jerárquica, hasta que, después de muchos ensayos, llegan a la cima.

Posteriormente, Skinner (1938, citado en Domjam y Burkhard, 1992), desde su concepción del condicionamiento operante, presenta los refuerzos como elementos básicos para que se produzca la asociación entre los estímulos y las respuestas.

El fenómeno de la **intuición** se explica de forma bastante ingeniosa. A veces, la aplicación del ensayo y error puede ser encubierta, probando varias soluciones en la mente del individuo, hasta que se encuentra una que funciona. Como esta forma de ensayo y error no puede verse, la solución aparece como si se lograra de súbito, por “introvisión” o intuición.

La posibilidad de que el pensamiento pueda contener cadenas de respuestas encubiertas produjo cambios en la idea asociacionista tradicional. Surgen, así, las teorías mediacionales del modelo neoconductista (Kendler y Kendler, 1962; Berlyne, 1965; Underwood, 1965; Osgood, 1966; entre otros, citados por Mayer, 1983). Estos autores entienden la resolución de problemas como un proceso más complejo que la mera asociación de estímulos y respuestas. La teoría mediacional considera que el “E”, o situación de problema abierto, evoca una respuesta interna en miniatura, llamada respuesta mediacional o “r_m”; ésta, a su vez, crea un nuevo estado interno o “e_m” que evoca una nueva respuesta “r_{m2}”, seguida de otro “e_{m2}”; y así sucesivamente, hasta que un “e_{mn}” evoca una respuesta de solución abierta “R”.

Thorndike (1922, citado en Resnick y Ford, 1981) explica la resolución de problemas aritméticos de igual forma que el resto de las conductas. Estos problemas se resuelven mediante asociaciones de estímulo-respuesta que se van consolidando por las leyes del ejercicio y del efecto. Por ejemplo, la suma de “3+4” sería el estímulo y “7” la respuesta.

Esta asociación se fortalece en la medida que se ejercita la respuesta “7” (ley del ejercicio) y se observa que el resultado es correcto (ley del efecto).

De esta forma, los procesos de resolución de problemas se consideran como una asociación automática o mediacional entre los datos iníciales y la solución, siguiendo procedimientos de ensayo y error. El pensamiento implicado es básicamente reproductivo, pues se aplican las soluciones que anteriormente han permitido resolver el problema, dándole a la experiencia un papel fundamental para consolidar dicha asociación.

Como conclusión, aunque esta manera entender los procesos de cálculo aritmético puede resultar válida en alguna situación muy concreta, sin embargo, estimamos que los procesos de asociación, ya sean instantáneos o mediáticos, son insuficientes para explicar la complejidad de los procesos de cálculo. Además, sería imposible memorizar todos los resultados de las infinitas operaciones que se pueden presentar.

2.1.4. Teoría de la Gestalt.

Esta teoría, que convive con la asociacionista-conductista, se interesa por llegar a una comprensión estructural del problema. Estudia los procesos de reorganización mental de los elementos que llevan a la solución, y la creación de soluciones novedosas ante situaciones nuevas, en lugar de los procesos asociativos del modelo anterior.

Uno de los conceptos básicos del enfoque de la Gestalt es la distinción entre el pensamiento **productivo**, cuando se crea una nueva solución al problema, y el pensamiento **reproductivo**, que simplemente se limita a reproducir antiguos hábitos o comportamientos. Para diferenciar estos dos tipos de pensamiento, también se utilizan otras denominaciones que expresan sus características específicas, como: “aprehensión con sentido de las relaciones” versus “ejercicios sin sentido y asociaciones arbitrarias”

(Katona, 1942), o “comprensión estructural” versus “memoria mecánica” (Wertheimer, 1959), (ambos citados en Mayer, 1983).

Este modelo pone su énfasis en el pensamiento productivo, en lugar del reproductivo del modelo anterior. Ante un problema, la mente activa y reestructura la información hasta crear la solución. Por este motivo, se propone el estudio de los procesos mentales, especialmente los implicados en la resolución de problemas novedosos o mal definidos, en los que se ha de aplicar el potencial cognitivo para generar o crear una solución.

Si en el modelo asociacionista cobraba especial importancia el proceso de ensayo y error para alcanzar la solución, en este modelo va adquirir una especial relevancia el concepto de “insight” (Köhler, 1925, citado en Resnick y Ford, 1981). Este proceso se ha de entender como la rápida comprensión de la estructura del problema, que permite establecer una meta y llegar a una solución. El “insight” es fundamental para llegar a la solución del problema. Sin embargo, es una de las partes más vagas de la teoría, pues no especifica cómo surge y se alcanza, dificultando su comprensión científica.

En cambio, una de las mejores implicaciones se encuentra en el campo de la instrucción, al favorecer el aprendizaje por descubrimiento en la resolución de problemas matemáticos. Katona (1942, citado en Pacheco, 1991) defiende la instrucción en la que los sujetos han de comprender las relaciones estructurales entre los elementos de un problema, frente al aprendizaje reproductivo y mecánico del modelo asociacionista-conductista.

Desde esta perspectiva, Wertheimer (1959, citado en Mayer, 1983) comprueba experimentalmente la eficacia de este modelo de aprendizaje. Los alumnos que aprenden el área del paralelogramo por comprensión, poniendo el acento en la propiedad geométrica o estructural, llegan más fácilmente a la solución que los que aprenden sólo la aplicación memorística de la fórmula. (Véase en el cuadro

3.8, cómo el triángulo del extremo izquierdo se puede colocar en el derecho, reestructurando la figura y formando un rectángulo). Además, también se pudo comprobar que el método comprensivo mejora la capacidad para transferir los aprendizajes a otras situaciones novedosas. Por ejemplo, los sujetos que habían aprendido por comprensión eran capaces de calcular áreas de paralelogramos y formas poco usuales, mientras que los alumnos del modelo mecánico decían, frecuentemente, que ese tipo de ejercicios no los habían estudiado.

Con respecto al valor de la experiencia, observamos dos valoraciones diferentes:

Para algunos autores, la experiencia pasada, entendida como aplicación reproductiva de hábitos, puede tener un efecto entorpecedor en los procesos de resolución productiva. Duncker (1945) utiliza el término de “fijeza funcional” y Bartlett (1958) el de “transferencia negativa” para explicar el papel entorpecedor que observan en sus estudios experimentales (ambos autores citados en Mayer, 1983). En el problema criptoaritmético: “DONALD + GERELD = ROBERT” (en que hay que sustituir las letras por números para que se cumpla la ecuación, sabiendo que D=5 y que a cada letra corresponde un número del 0 al 9), Bartlett comprobó que la dificultad para resolverlo residía en los métodos aprendidos para sumar y restar (de derecha a izquierda), llevando a los sujetos a utilizar un proceso de ensayo y error.

Sin embargo, Maier (1945, citado en Sternberg, 1982) encuentra en la experiencia previa una fuerte evidencia de transferencia positiva que mejoraba la resolución de los problemas. Plantea varios problemas en los que se han de utilizar palos, cuerdas, y abrazaderas. Por ejemplo: colgar una cuerda del techo de la habitación sin dañarlo. En estos problemas, comprueba cómo los sujetos sin experiencia sólo lo resuelven correctamente el 24%, mientras que los que ya han resuelto problemas similares lo hacen correctamente el 48%, cuando no tienen presente las soluciones de anteriores problemas, y el 72%, cuando tienen presente alguna solución anterior. Estas aportaciones también se han verificado desde las teorías del procesamiento de la información, comprobando que el uso de las estructuras de conocimiento, almacenadas sobre determinados tipos de problemas, facilitan su resolución.

2.1.5. Fases en la resolución de problemas:

La Gestalt considera que para resolver los problemas es fundamental dirigirse hacia la consecución de una meta y no quedarse en el mero proceso de ensayos y errores. Consecuentemente, pone un énfasis especial en delimitar las fases que son necesarias para la resolución de un problema.

Wallas (1926, citado en Schoenfeld, 1985) observa cuatro estadios:

Preparación: Implica la recopilación de la información y los intentos preliminares de solución.

Incubación: Supone dejar el problema de lado para realizar otras actividades.

Iluminación: Fase en la que aparece la clave para la solución, produciéndose el destello del "insight".

Verificación: Fase final en la que se comprueba la solución para estar seguros de que funciona.

Estos estadios surgen de las observaciones previas a la fase de experimentación psicológica y están basados en las introspecciones, realizadas por Wallas y otros autores, acerca de lo que se piensa en la resolución de un problema.

Posteriormente, Polya (1957), influenciado por las ideas del modelo gestaltista y basándose en sus observaciones directas como profesor de matemáticas, considera que son necesarias las siguientes fases:

Comprensión del problema: Se reúne información mediante preguntas como: ¿cuál es la incógnita, ¿cuáles son los datos?, ¿cuál es la condición?...

Elaboración de un plan: Es la fase donde aparece el "insight". El sujeto utiliza la experiencia pasada para encontrar un método de solución y se pregunta: ¿conozco algún problema relacionado o semejante?, ¿puedo resolverlo utilizando mis conocimientos y experiencia pasada? (trabajando hacia atrás), o ¿puedo reordenar los datos de una nueva forma para que se relacione con mi experiencia pasada?, ¿puede enunciarse el problema de forma diferente? (trabajando hacia adelante).

Puesta en marcha del plan: Requiere que el sujeto ponga en práctica el plan elaborado comprobando cada uno de los pasos.

Visión retrospectiva o reflexión: El sujeto comprueba el resultado utilizando otro método o viendo cómo todo encaja, y se pregunta: ¿puedo utilizar este resultado o este método para resolver otros problemas?

Duncker (1945, citado en Mayer, 1983) analiza los estadios de resolución de problemas empíricamente. Plantea un problema y pide al sujeto que le informe, en voz alta, sobre el proceso que sigue su pensamiento. Con esta metodología observó varios procesos básicos:

Solución funcional o valor: En primer lugar, se plantean soluciones generales o funcionales y posteriormente soluciones específicas.

Reformulación o recentramiento: La solución del problema incluye estadios sucesivos de reformulación o reestructuración del problema, creando soluciones parciales que a su vez crean nuevos problemas más específicos.

Sugerencia desde arriba: Implica reformular el objetivo para volverlo más cercano a los datos. Este proceso es similar al descrito por Polya como trabajando hacia atrás.

Sugerencia desde abajo: Implica reformular los datos para que estén más estrechamente relacionados con el objetivo. Viene a coincidir también con el proceso que Polya denomina trabajando hacia adelante.

En resumen, consideramos que los guestaltistas aportan varias ideas prácticas para el estudio del pensamiento y los procesos de resolución de problemas, como la distinción entre el pensamiento productivo y reproductivo, la idea de que el pensamiento se produce por etapas y el concepto de reorganización, como estrategia básica para resolver los problemas. Sin embargo, se presenta como una teoría demasiado imprecisa para ser comprobada y verificada empíricamente.

2.1.6. Teorías basadas en el modelo del procesamiento de la información.

En este apartado, más que una teoría, analizamos una serie de técnicas que facilitan el estudio de los procesos de resolución de problemas. Aunque el paradigma del procesamiento de la información es cercano a una teoría unificada sobre la cognición, al no presentar un núcleo integrador que unifique sus partes, es más apropiado considerarlo como un modelo explicativo, útil en el estudio y la comprensión del pensamiento humano.

El modelo del procesamiento de la información se genera a partir de dos acontecimientos: el rápido desarrollo de la cibernética y las computadoras, que permiten la creación de programas con procesos de realimentación, y la concepción de que el pensamiento humano puede funcionar como una máquina compleja, similar a un programa de computadora.

Inicialmente, cada grupo de autores explica la resolución de problemas en función de sus ensayos experimentales.

Miller, Galanter y Pribram (1960) ejemplifican el proceso de realimentación que se ha de seguir para realizar la operación de clavar un clavo. Al proceso básico de esta acción le denominaron "TOTE" (Test-Opera-Test-Exit). Consiste en realizar una prueba inicial y comprobar la diferencia entre el estado actual y el deseado final. Si difieren, se le aplica una operación para reducir diferencias y se vuelve a comprobar nuevamente el estado. Con esta secuencia de operaciones, se llega al estado final, en el que el clavo se ha clavado totalmente.

Los TOTEs son los elementos básicos de los comportamientos más complejos, que se explicarían en función de una organización jerárquica de Totes simples. De esta forma, el TOTE de clavar un clavo, junto con otros como atornillar, ensamblar, lijar, barnizar, etc., pueden formar parte de un plan más amplio (la construcción de un armario) y éste, a su vez, incluirse en otros más amplios (la confección del mobiliario de una habitación).

El método de estudio consiste en presentar a los sujetos un problema y pedirles que describan su pensamiento mientras lo resuelven. Analizando los protocolos de varios sujetos, se pueden deducir los procesos mentales que se siguen para resolver un determinado problema. Posteriormente, estos procesos se pasan a un programa informático que permite verificar la eficacia del programa y hasta qué punto el protocolo del ordenador es igual al del ser humano. Si la concordancia es máxima, se puede concluir que el pensamiento humano es similar al programa y, si es discordante, nos da información sobre las partes que hay que modificar para conseguir la máxima aproximación.

Simón (1978a), considerado como pionero en el paradigma del procesamiento de la información, señala que la simulación de estrategias por computadora tiene más éxito en los problemas que denomina "MOVE" o problemas con estado inicial y final bien definidos, y un conjunto de operadores precisos que permiten los movimientos necesarios para resolverlos. En estas situaciones, es preciso aplicar unos operadores (movimientos permitidos) a los estados del problema o descripciones mentales que el sujeto hace en cada una de las fases de su resolución.

En estos procesos de resolución, se han de tener en cuantas tres componentes:

El entorno de la tarea, constituido por el problema que se quiere resolver.

El sistema de procesamiento de la información o persona que resuelve el problema.

El espacio del problema o representación interna en el sujeto que lo quiere resolver.

Ernst y Newell (1969) describen la actividad mental del proceso de resolución, considerando al problema como activador de un “traductor cognitivo” que lo convierte en una representación mental interna y genera las técnicas que conducen a la solución.

Desde este marco conceptual, podemos distinguir dos tipos de procesos mentales básicos: procesos de comprensión o representación interna en la memoria del sujeto que resuelve el problema, y procesos de búsqueda de la solución (Mayer, 1983 y 1987, y Pacheco, 1991).

2.1.7. Procesos de comprensión o representación interna del espacio del problema.

Comprender el problema implica transformar la información recibida en una representación interna en la memoria del sujeto, e integrarla en un esquema cognitivo que permita darle significado.

Cada autor expresa sus propias ideas sobre la concepción de esquema cognitivo, (v. gr., Bartlett, 1958, citado en Mayer, 1983; Greeno, 1978; Cooper y Sweller, 1987; Sternberg, 1982, entre otros), sin embargo, podemos observar las siguientes características comunes:

Representan una **estructura general** que se puede utilizar en una amplia gama de situaciones para ubicar la información recibida.

Existen en la mente como un **conocimiento**.

Se **organizan en torno a un tema**.

Facilitan la comprensión, en la medida que contienen huecos que han de ser llenados por la información entrante.

Sánchez Cánovas (1987) amplía estas características, considerando los esquemas cognitivos como estructuras mentales que permiten organizar y almacenar, tanto las experiencias pasadas como las futuras.

El proceso comprensivo, facilitado por los esquemas mentales, se le identifica en este modelo como "representación del espacio del problema", y supone una de las aportaciones básicas en la resolución de problemas matemáticos (v. gr, Simón, 1978; Greeno, 1978; Mayer, 1983 y 1985, entre otros).

La representación del espacio del problema, en especial de los problemas bien definidos, (torre de Hanói, misioneros y caníbales, problemas aritméticos, etc.), es fundamental para su comprensión y aplicación posterior de las estrategias de resolución (Sternberg, 1982).

Greeno (1973, citado en Mayer, 1983) utiliza el modelo de la memoria para explicar la representación mental del sujeto. La memoria a corto plazo aporta la descripción del problema con sus elementos básicos. Esta información activa la memoria a largo plazo, que almacena hechos, algoritmos y heurísticos, en función de la experiencia pasada, y ambas informaciones interactúan en la memoria operativa, generando y verificando la solución al problema. En esta línea, las investigaciones de Garrido (1991) y Castejón y Pascual (1988) también vienen a enfatizar el papel de la memoria en la comprensión y resolución de problemas, comprobando cómo la memoria operativa es fundamental en la comprensión de la estructura semántica de los problemas aritméticos.

Para Simon (1978), el espacio del problema se refiere a la representación interna de los siguientes elementos:

Estado inicial o fase en la que se representan los primeros datos.

Estados intermedios o fases a las que se llega después de aplicar un operador a los datos iníciales.

Estado final o situación en la que se logra el objetivo final.

Operadores o movimientos legales que se utilizan para pasar de un estado a otro.

Este espacio de representación mental se configura por el conjunto de todas las posibles secuencias de operadores que conoce la persona; pero, aunque todas las posibles combinaciones lleven a la solución, no todas adquieren el mismo grado de eficacia. Por ejemplo, el problema de la torre de Hanói se puede resolver aplicando sólo 7 operadores, considerado el proceso más eficaz, o aplicar secuencias más largas con movimientos inútiles que también permiten llegar a la solución deseada Schoenfeld (1982) estudia las diferencias en la ejecución de problemas matemáticos entre expertos y novatos, observando que las diferencias se localizan en la diferente percepción de los problemas. Los expertos perciben la estructura profunda, basada en los principios y conocimientos que fundamentan el problema, mientras que los novatos sólo se fijan en la estructura superficial, basada en su apariencia y características generales. También comprueba que, mediante entrenamiento específico, se pueden adquirir los conocimientos que permiten percibir la estructura profunda, disminuyendo las diferencias observadas inicialmente.

Igualmente, Chi y Glaser (1985) explican las diferencias en la representación del problema por los conocimientos adquiridos anteriormente y su estructuración en la memoria del sujeto. Observan que los sujetos principiantes representan los problemas de física en función de sus características superficiales, debido a su falta de conocimientos específicos. Sin embargo, los expertos aplican los principios físicos aprendidos, llegando a la representación y resolución de forma más rápida.

Por otro lado, Kotovsky y Simón (1990) comprueban que la dificultad para representar los problemas aritméticos está directamente relacionada con el número de operadores que se han de aplicar. Cuantos más operadores son necesarios para llegar al estado final, mayor es la exigencia cognitiva y más difícil se hace la representación interna. Pero estas dificultades se pueden superar, utilizando procedimientos algorítmicos que automaticen las reglas y los operadores.

2.1.7. Procesos De Búsqueda De Soluciones Al Problema.

Para llegar a la solución del problema se utilizan dos tipos de recursos cognitivos: conocimiento de los procedimientos operativos y planes de acción que guían la aplicación concreta de las operaciones que se han de aplicar.

a) Conocimiento de los procedimientos operativos:

Los procedimientos operativos se entienden como operaciones mentales o "sistemas de producción" que llevan directamente a la solución del problema. El éxito para solucionar los problemas depende, en buena parte, del grado de automatización de estos procedimientos. En la medida que se automatizan en la mente, se liberan recursos para prestar más atención a otros aspectos del problema, facilitando, así, su solución (v. gr., Schiffrin y Dumais, 1981; Anderson, 1980 y Gagne, 1983).

Para Sternberg (1985c), los procesos de automatización mental facilitan la resolución de los problemas y, además, son buenos indicadores del grado de experiencia e inteligencia.

Lindsay y Norman (1972) estudian específicamente la resolución de problemas aritméticos, concretando los procedimientos operativos en dos modalidades:

Hechos o proposiciones básicas memorizadas que resuelven el problema de forma inmediata. Por el ejemplo, ante la cuestión "¿cuánto es 5x4?", se responde con el producto memorizado "20".

Algoritmos o aplicación de una serie de reglas, anteriormente aprendidas, que generan la solución automática en la nueva situación. Para hallar la solución a 356x235, aplicamos el algoritmo de la multiplicación.

El concepto de algoritmo surge del ámbito matemático y es muy utilizado en las tareas informáticas, pasando de este campo al de la psicología cognitiva. Landa (1974) distingue tres propiedades básicas en los algoritmos:

Especificidad: Produce la solución correcta y precisa, cuando nos encontramos ante datos idénticos a otros problemas anteriores. Esta característica permite su aplicación tanto en personas como en máquinas.

Generalidad: Un algoritmo se considera un método general para resolver problemas de la misma clase.

Resultado empírico: Se obtiene al aplicar el algoritmo a los datos del problema.

Groen y Parkman (1972, citados en Mayer, 1985) analizan los tiempos de respuesta en niños y adultos ante el cálculo de sumas elementales del tipo “m + n”, observando tres procesos algorítmicos:

Enumeración completa: Supone contar desde cero un sumando y continuar con el siguiente. En la suma de 2+3, se cuenta “1,2” y se continúa con “3, 4,5”.

Enumeración de continuación general: Supone comenzar a contar desde el primer sumando. En el ejemplo anterior, el contador se pone en “2” y se continúa con “3,4, 5”.

Enumeración de continuación “Mini”: En realidad se trata de una variante del proceso anterior, pues supone comenzar a contar desde el sumando mayor hasta llegar al número de unidades que contiene el menor. En el ejemplo citado, el contador se pone en “3” y se continúa con “4, 5”.

En este mismo ámbito, Resnick (1976) también estudia la utilización de tres modelos algorítmicos para las operaciones de sustracción elementales del tipo “m-n”:

Incremento: Se cuenta desde “n” hasta llegar a “m”.

Diminución: Se cuanta hacia atrás “n” unidades, comenzando en “m”.

Elección: Se selecciona uno u otro proceso en función del que resulte más rápido. Por ejemplo: en “7-2”, se elegiría el modelo de disminución y, en “7-5”, el de incremento.

b) Procedimientos generales o heurísticos:

Las estrategias generales son entendidas como procesos cognitivos conscientes que planifican, dirigen, controlan y evalúan los procedimientos que llevan a la solución del problema. En otras palabras, proporcionan un método para llegar al estado final o solución del problema, mediante la consecución de sucesivas submetas.

Lindsay y Norman (1972) y Garrido (1991) identifican las estrategias generales como heurísticos, entendiéndolos como procesos generales de acción que guían y facilitan la resolución del problema, pero no garantizan su solución.

Mayer (1981a y 1983) analiza varios estudios de Schoenfeld y Rubinstein, en donde se enseñan heurísticos para resolver problemas matemáticos. Estas estrategias vienen a configurar una parte importante del campo metacognitivo y facilitan el conocimiento algorítmico, esquemático y lingüístico-semántico. Sternberg (1982), como expusimos en el capítulo anterior, también coincide en esta consideración, señalando la importancia de los procesos ejecutivos o metacomponentes en las estrategias de resolución de problemas.

Schoenfeld (1987) pone el énfasis en las estrategias de dirección y supervisión (conocimiento metaestrategíco) que permiten usar, controlar y planificar las estrategias que se han de utilizar. Desde esta perspectiva, considera que las dificultades en la resolución de problemas matemáticos residen en la enseñanza de estrategias generales, descuidando las estrategias concretas de dirección sobre el cuándo y cómo aplicarlas.

Brown y Burton (1978) estudian, más específicamente, los procesos internos que surgen en la mente y concretan en 6 las destrezas metacognitivas que facilitan la resolución de los problemas matemáticos:

- Identificar el problema.
- Predecir los límites y posibilidades para su resolución.
- Tener conciencia de las estrategias apropiadas.
- Planificar el uso de estas estrategias.
- Dirigir y supervisar su uso.
- Evaluar la eficacia de su aplicación.

Un amplio grupo de investigadores (v. gr. Ernest y Newell, 1969; Newell y Simón, 1972; Hayes, 1980; Mayer, 1983; Owen y Sellar, 1985; Bassock, 1990; entre otros) estudian algunos de los heurísticos más utilizados para llegar desde el estado inicial al final, como:

- Ensayo y error al azar.

- Subir la cuesta.
- Análisis de medios y fines.
- Razonamiento analógico.
- Simplificación.

El ensayo y error al azar consiste en aplicar cualquier operador legal hasta llegar al estado final. Con esta estrategia se aplican muchos movimientos inútiles. En condiciones normales, no se puede valorar como un procedimiento eficaz para la resolución de problemas complejos. Sin embargo, puede dar buenos resultados ante problemas muy novedosos o cuando el sujeto se encuentra en un estado de mucha presión interna, teniendo bloqueadas otras estrategias más adecuadas (Hayes, 1980).

Subir la cuesta implica un grado más de sistematicidad en la estrategia anterior, aunque conserva parte de su simplicidad. Se trata de avanzar desde el estado actual al final, evaluando el estado que se conseguirá al aplicar un determinado movimiento y eligiendo el que más se acerque a la solución del problema. Resulta eficaz en problemas en los que los movimientos siguen una secuencia de continuidad, como en los problemas matemáticos. Sin embargo, disminuye su eficacia ante problemas que, ocasionalmente, requieren un alejamiento de la meta. En el problema de la torre de Hanói, se ha de pasar el disco pequeño de la clavija tres a la dos, y de ésta a la primera para resolver eficazmente el problema, pudiéndose valorar esta situación como un alejamiento de la solución (véase en el cuadro 3.9). Para este tipo de problemas, podríamos calificar la estrategia de miope, pues se fija en situaciones demasiado locales, perdiendo la visión general del proceso.

El análisis de medios y fines pretende conservar la simplicidad de la búsqueda al azar y el orden de subir la cuesta, sin el desperdicio de movimientos de la primera y la miopía o estancamiento local de la segunda.

La estrategia consiste en trabajar siempre en un objetivo por movimiento. Ante un determinado estado, se establece el objetivo de lograr el estado final y, si no se puede lograr directamente, se van estableciendo subobjetivos para ir eliminando estas barreas. En cada situación, se plantean tres interrogantes: ¿cuál es el objetivo?, ¿qué obstáculos hay? y ¿qué operadores se han de utilizar para superarlos? (Newell y Simón, 1972).

Esta estrategia puede ser utilizada en dos modalidades: "trabajando hacia delante" y "trabajando hacia atrás". La primera parte de los datos iníciales y pretende llegar al estado final mediante la aplicación de unos movimientos u operaciones legales. La segunda, más utilizada en problemas que requieren un elevado número de movimientos, consiste en partir de la meta y llegar al estado inicial. Por ejemplo, en los conocidos problemas de laberintos, con infinidad de caminos que se dirigen a la meta, resulta más fácil encontrar el camino comenzando por el final.

El análisis de medios y fines ha tenido mucha aceptación, pues se considera cercano al proceso que seguimos los seres humanos en las situaciones de resolución de problemas, especialmente en las que están bien definidas. Además, las características de la estrategia han facilitado su aplicación a las simulaciones del pensamiento humano por computadora. Uno de los programas más generalizado y mejor conocido es "solucionador general de problemas" o GPS (General Problem Solver) de Ernest y Newell (1969, citado en Mayer, 1983), creándose para demostrar que es posible explicitar los procedimientos generales de resolución de problemas en un programa de computadora.

El GPS almacena en su memoria una tabla de conexiones para cada uno de los posibles estados de un determinado tipo de problema, y una lista de la distancia que existe entre dos estados cualesquiera. Para resolver el problema, el "solucionador" lo divide en subobjetivos y, a continuación, los va alcanzando mediante la aplicación de los operadores programados para cada uno de ellos.

Ante un problema, el programa GPS sigue los siguientes pasos:

- Traduce el problema en estado inicial, final y operadores que hay que aplicar.
- Guarda la tabla de conexiones que le indica la diferencia entre los estados.
- Divide el problema en una jerarquía de objetivos y subobjetivos para llegar a la solución.

- Aplica las técnicas de resolución de problemas mediante el principio de análisis de medios y fines, reduciendo la diferencia entre el estado actual y el del siguiente su objetivo.
- Una vez conseguido el sub objetivo anterior, se dirige hacia el siguiente, hasta solucionar el problema.

Todo el proceso está presidido por un proceso “ejecutivo” que determina el orden de aplicación de los operadores y cambia la estructura de objetivos, si la opción elegida no funciona.

A pesar de ser una estrategia muy utilizada, sin embargo, algunos autores como Owen y Sweller (1985) y Sweller (1989) argumentan que su utilización no favorece la adquisición de esquemas cognitivos y la automatización de reglas. Esta característica se debe a la exigencia de poner en funcionamiento una fuerte carga cognitiva, teniendo que atender a muchos aspectos del problema (estado inicial, final, submetas , operadores adecuados, y supervisión del proceso).

Cooper y Sweller (1987) también señalan que la falta de adquisición de esquemas y automatismos dificulta la transferencia de las estrategias de resolución a otros problemas. Por este motivo, proponen el entrenamiento en problemas ya resueltos, como un buen recurso para facilitar la adquisición de los esquemas y automatismos que llevan, de forma eficaz, a la solución.

El razonamiento analógico se considera como un proceso general de resolución que interactúa con los anteriores. Está basado en la aplicación de los conocimientos adquiridos en la experiencia previa para solucionar problemas parecidos (Bassock, 1990, citado en Anaya Nieto, 2002). Este razonamiento es muy útil, especialmente ante los problemas mal definidos, porque facilita su reformulación en problemas conocidos. La efectividad del razonamiento analógico depende de los aprendizajes previos acumulados por el sujeto. A mayores conocimientos, mayor es la posibilidad de resolver analógicamente nuevos problemas, siendo este el factor principal de la ventaja entre expertos y novatos (Ross y Kennedy, 1990).

Las estrategias de simplificación están basadas en la construcción y resolución de problemas similares más sencillos, y son especialmente útiles para resolver problemas complejos. Al simplificar los elementos del problema, la información se retiene mejor en la memoria de trabajo, percibiendo con más claridad los operadores que se han de aplicar para llegar al estado final. En muchos problemas de matemáticas y en la propia investigación científica, se aplica este heurístico, facilitando la resolución de los complejos problemas que nos presenta la realidad (Garrido, 1991).

2.1.8. Teoría de Mayer, basada en procesos y conocimientos específicos.

Mayer (1982, 1983, 1985 y 1987), desde el modelo del procesamiento de la información, sistematiza buena parte de las aportaciones que hemos expuesto y propone un modelo de resolución de problemas matemáticos, basado en los procesos de **comprensión y solución**, en los que intervienen cinco campos específicos de conocimiento: **lingüístico, semántico, esquemático, estratégico y operatorio.**

Para resolver problemas matemáticos de narración, como el siguiente que propone Mayer (1985): "Una barca a motor viaja corriente abajo durante 120 minutos con una corriente de 8 Km. por hora. En el mismo viaje de regreso, corriente arriba, tarda 3 horas. Hallar la velocidad de la barca en aguas tranquilas", es necesario que se produzcan dos procesos mentales:

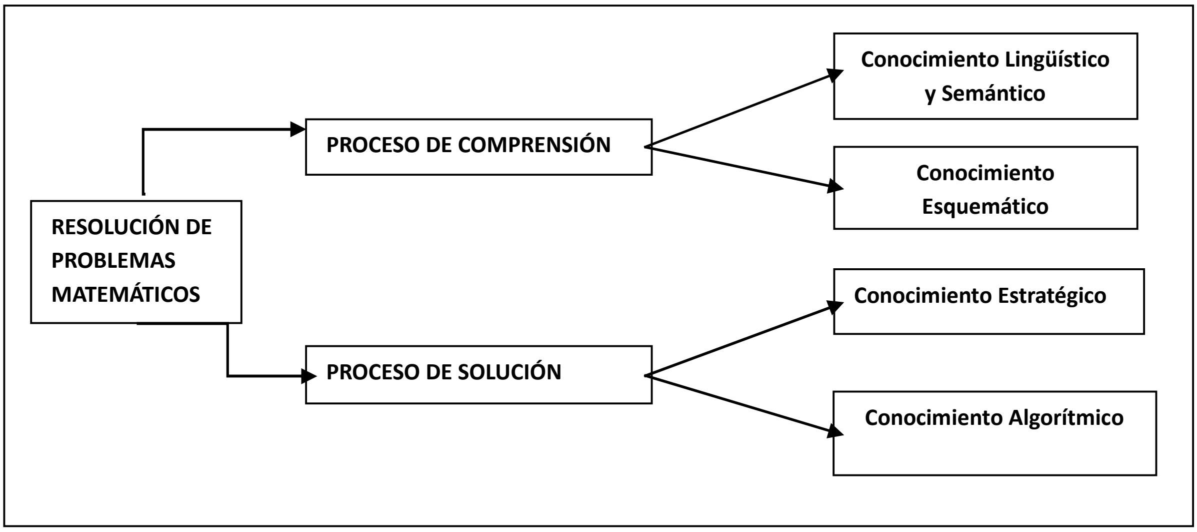
En primer lugar**,** un **proceso de comprensión** que lleve a la representación interna del problema, **traduciéndolo e integrándolo** en las estructuras cognitivas del sujeto. A su vez, para realizar este proceso, se requieren tres tipos de conocimientos específicos:

- **Conocimiento lingüístico** de la lengua en que está redactado el problema para entender las palabras que lo conforman.
- **Conocimiento semántico** para comprender los hechos que se comunican. En este caso, se ha saber que 120 minutos son dos horas, que los ríos tienen corriente abajo y arriba, etc.
- **Conocimiento esquemático** que le permita integrar el problema en una estructura cognitiva y saber lo que ha de hacer para resolverlo. En este ejemplo, tiene que conocer el esquema de "espacio = velocidad x tiempo" y el esquema mental de los problemas de "corrientes" que le permitirá crear la

ecuación representativa del problema: (velocidad del barco + velocidad de la corriente) x (tiempo corriente abajo) = (velocidad del barco – velocidad de la corriente) x (tiempo corriente arriba).

- En segundo lugar, una vez que se ha traducido e integrado el problema en la estructura cognitiva del sujeto, se ha de dar un **proceso de solución** que planifique, organice, aplique y evalúe las operaciones necesarias. Para ello, también se requieren otros dos conocimientos específicos:
- **Conocimiento operatorio o algorítmico** que realice las operaciones que son necesarias para resolver el problema. Así, en el ejemplo anterior, se han de dominar las operaciones básicas de cálculo aritmético (suma, resta y división) y algebraico (operar con paréntesis y despejar la incógnita).
- **Conocimiento estratégico** que planifique, secuencie, dirija y evalúe los distintos tipos de conocimientos: lingüístico-semánticos, esquemáticos y algorítmicos.

En el cuadro 3.10 representamos la estructura de los procesos y conocimientos específicos, implicados en la resolución de problemas matemáticos, según este modelo.



Cuadro 3. Procesos y conocimientos implicados en la resolución de problemas (basado en Mayer, 1985)

Estos conocimientos específicos se han estudiado en múltiples investigaciones, realizadas en este ámbito, observando las siguientes características:

Analizar los procesos de traducción, se presentan problemas con tres tipos de proposiciones (Mayer, 1982):

- **Proposiciones de asignación**, en las que se especifica el valor de la variable, por ejemplo: “Pedro tiene 125 ptas”.
- **Proposiciones de relación,** que expresan una relación cuantitativa entre dos variables, por ejemplo: “Juan tiene 18 ptas. más que María”.
- **Proposiciones interrogatorios**, solicitando el valor numérico de una variable, por ejemplo: “¿Cuánto dinero tiene Juan?”.

En estas investigaciones se ha comprobado que las proposiciones más difíciles de recordar y traducir son las relacionales, y que la estructura proposicional del texto tiene una gran influencia en la traducción y representación interna del problema.

Delarrosa, Kintsch, Reusse y Weimer (1988) comprueban que la dificultad para resolver muchos problemas está en el empleo de estructuras lingüísticas, poco adecuadas al conocimiento y madurez conceptual de los niños. Igualmente, varios autores (Carpenter y Moser, 1982; De Corte y Verchaffell, 1987; Riley y Greeno, 1988; entre otros) observan cómo los problemas de comparación son más difíciles de resolver que los de combinación.

2.2. El Logro Del Aprendizaje De La Matemática Recreativa.

Para encaminar el aprendizaje del alumno es esencial conocer los logros que deseamos obtener de la matemática recreativa.

Estos logros deben servirnos como guía en la evaluación del aprendizaje de los alumnos, hay que considerar que los objetivos están interrelacionados y son interdependientes y no aislados, diferentes.

a) El conocimiento y la comprensión.

El Conocimiento. - Es el dominio cognitivo planteado por Allan David Bloom su conocimiento es indispensable para saber el vacío que existe entre lo que el educando sabe y el objeto terminal.

La Comprensión. - Es la experiencia directa que se refiere a la clase de aprehensión indicativa de que el estudiante sabe lo que se le está comunicando y puede hacer uso del material o de la idea.

"El conocimiento y la comprensión de los estudiantes deben ser extendidos en cada nivel de grado y alcanzar"[2]

Por lo general tenemos los siguientes conceptos:

- La idea de número.
- La idea de la correspondencia de uno en uno.
- Los principios de la cuenta.
- El significado de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación.
- La significación de los algoritmos de cálculo.
- Términos aritméticos y símbolos empleados para expresar ideas y relaciones cuantitativas.
- Principios de algebra elemental.
- Empleo de la matemática en la vida cotidiana y en algunas prácticas comerciales.

b) Actitudes y Apreciaciones.

Actitudes. - Son creencias o conjuntos estructurados que nos mueven a actuar a favor o en contra de un determinado objeto.

Es el estado interno que afecta la elección que el individuo hace de ciertos objetos, persona o acontecimiento.

El desarrollo de actitudes y apreciaciones deseable en la matemática es también una parte importante del aprendizaje. Son importantes las siguientes:

Es vital importancia que la matemática desempeña en la vida cotidiana, el progreso de la humanidad, los adelantos científicos, industriales y sociológicos.

Los esfuerzos del hombre a través de los tiempos para desarrollar un sistema numérico y un sistema de medidas eficientes.

La actitud del descubrimiento.

La importancia de la precisión y de la rapidez adecuada para llevar a cabo los procedimientos matemáticos.

La utilidad de redondear y estimar.

2

c) Destreza.

Los aspectos en los cuales hay que adquirir destreza matemática incluyen:

Dominar los hechos numéricos básicos de la suma, resta, multiplicación y la división.

Realizar operaciones matemáticas con el sistema de números N, Z, Q.

Aplicar la comprensión y la estrategia en la solución de problemas reales y enunciados con palabras.

Calcular mentalmente operaciones simples.

d) Expansión General.

Es deseable que los alumnos amplíen sus conocimientos sobre las siguientes líneas:

Desarrollo de un interés intenso por la matemática.

Atención sistemática y hábitos de trabajo.

Aplicación de un esfuerzo por aprender, acorde con la capacidad.

Desarrollo de confianza en sí mismo, ingenio e iniciativa.

Descubrimiento de relaciones.

Lectura y comprensión del libro de texto.

Reconocimiento de problemas y elección de los datos necesarios para resolverlos.

Pensamiento inductivo: exploración de situaciones y descubrimiento.

2.2.1. condicionantes que afectan el aprendizaje eficaz de la matematica recreativa.

Hay condiciones que afectan el aprendizaje. Entre las más conocidas están las siguientes:

1. Incomprensión de los Padres de Familia.

En el que hacer educativo el padre de familia desconoce la importancia de los aprendizajes significativos, la falta de coordinación entre padre y profesor puede acarrear funestas consecuencias y hasta la fecha aún se rechaza todo intento de innovación metodológica del trabajo educativo.

2. Falta de integración de la clase o tema.

Es lo que caracteriza a la labor del docente y discente, bajo el pretexto de especialización o de rigor lógico; el grado de integración social de los alumnos entre sí y/o del profesor - alumno influyen en el desarrollo y logro de los aprendizajes.

3. Participación de los alumnos.

A algunos docentes les agrada tener alumnos pasivos, no fomentan sus intervenciones. Se debe hacer todo lo contrario, para que la educación tenga las orientaciones actuales. Fomentar la intervención de todos los niños debe ser el objetivo de toda lección.

4. Desconocimiento de técnicas de estudio.

Sin que tenga dominio de aplicación de las técnicas de estudio del aprendizaje se ve dificultado en sus logros, donde el profesor y sus alumnos hacen uso variado de técnicas de observación, dialogo, visitas, debates, inter aprendizajes, resúmenes, etc., la calidad de sus aprendizajes son mayores y mejores.

5. Pregunta mal formulada.

Muchas veces el fracaso de una lección obedece a las preguntas mal formuladas y mal empleadas.

Este aspecto se agrava con el uso exclusivo o predominante de interrogantes convergentes. En los aprendizajes deben abundar interrogantes divergentes para dinamizar las capacidades intelectuales del estudiante.

6. Material educativo deficiente.

Muchos maestros piensan que para todo tema es suficiente la pizarra y la palabra, todo lo contrario, es necesario confeccionar el material didáctico adecuado y variado. Es conveniente preferir los materiales educativos reales, a los gráficos y simbólicos, pero, de modo que el alumno aprenda haciendo.

7. Poca información.

Es imprescindible que el docente, sobre todo los que recién se inician en la docencia, se percaten previamente acerca de los puntos iniciados, para evitar errores y fracasos; El profesor trabaja más para atender estos requerimientos formales y descuida su implementación profesional y la de sus alumnos.

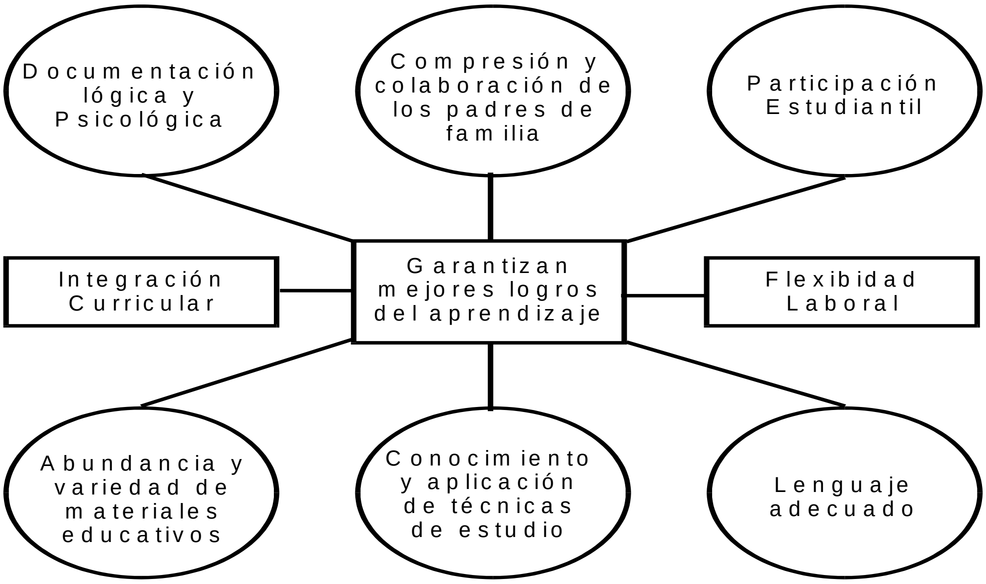
8. Lenguaje Inadecuado.

Muy corriente es el defecto del docente de utilizar un lenguaje que no está de acuerdo con el nivel de desarrollo de los alumnos.

El profesor debe caracterizarse por poseer un lenguaje sencillo, preciso y claro, para que los alumnos puedan entender bien.

Por lo tanto, el profesor debe considerar un aprendizaje eficaz y evitar condiciones que afecten el aprendizaje de la matemática recreativa tal como lo muestra el modelo.

Modelo: Condicionante del Aprendizaje eficaz de la matemática recreativa.



Fuente: Elaboración Propia

2.2.2 Importancia De La Matemática Recreativa En El Aprendizaje Significativo Del Educando.

a) Contribuye a desarrollar la imaginación a través de la ejercitación de soluciones de problemas donde la imaginación e intuición deben actuar para pasar de lo general y abstracto a lo concreto de las condiciones del problema.

b) Contribuye a perfeccionar el uso del idioma porque las características de la matemática son la claridad y precisión absoluta de los conceptos y razonamiento.

c) Dando como resultado un acabamiento y calificación del lenguaje obteniendo el hábito de usar las palabras con precisión y de encadenarlas en la formación del discurso con claridad y propiedad.

d) Importancia moral, hace que el alumno tenga una seguridad absoluta en los resultados que contribuye a formar la confianza de su propio conocimiento y capacidad.

e) En el aspecto moral el estudio de la matemática proporciona la formación de hábitos de exactitud, así como la consideración y profundo respeto por la verdad científica, como suprema aspiración de la inteligencia en el conocimiento de la verdad moral como norma suprema en la conducta.

f) Importancia estética, el alumno considera una disciplina acabada de perfección y por encadenamiento y armonía de sus distintas partes, la riqueza inagotable de relaciones entre sus elementos, por el perfecto rigor, así como la perfección, precisión y sobriedad de su lenguaje y por aplicar las ciencias de la naturaleza y la técnica.

g) "la aplicación que constituye el poder del hombre, revelar las leyes de la naturaleza y comprender el orden cualitativo de los fenómenos naturales, y en muchos casos mejorar las fuerzas de la naturaleza para el bienestar del hombre" [3]

h) En el aspecto estético cabe señalar la importancia de propiedades y la proporcionalidad que luego son fundamentales en manifestaciones artísticas como el dibujo, pintura, escultura y arquitectura, también en la apreciación y conocimiento de las formas de la naturaleza.

2.3. Aprendizaje

Es un factor del comportamiento como la herencia, la modulación y la socialización. El aprendizaje es el cambio de comportamiento o conducta a través de la observación y la imitación de un modelo, es el proceso de adquisición o modificación del comportamiento de una manera estable, a través de la experiencia.

"…Es un proceso permanente de construcción de experiencias, habilidades, conceptos, destrezas, actitudes de manera personal dela alumno (a) en interacción con su medio sociocultural y natural." [4]

2.3.1. Tipos de aprendizaje.

Existen varios tipos de aprendizaje, y solo se menciona los aprendizajes más comunes, como:

a) Aprendizaje receptivo: En este tipo de aprendizaje el sujeto sólo necesita comprender el contenido para poder reproducirlo, pero no descubre nada.

3

4

b) Aprendizaje por descubrimiento: El sujeto no recibe los contenidos de forma pasiva; descubre los conceptos y sus relaciones y los reordena para adaptarlos a su esquema cognitivo.

c) Aprendizaje repetitivo: Se produce cuando el alumno memoriza contenidos sin comprenderlos o relacionarlos con sus conocimientos previos, no encuentra significado a los contenidos.

d) Aprendizaje Significativo: Es el aprendizaje en el cual el sujeto relaciona sus conocimientos previos con los nuevos dotándolos así de coherencia respecto a sus estructuras cognitivas.

e) Aprendizaje observacional: tipo de aprendizaje que se da al observar el comportamiento de otra persona, llamada modelo.

f) Aprendizaje latente: Aprendizaje en el que se adquiere un nuevo comportamiento, pero no se demuestra hasta que se ofrece algún incentivo para manifestarlo.

2.3.2. Aprendizaje Significativo.

Se le considera como un proceso interno de asimilación y construcción de nuevos conocimientos que se produce bajo las siguientes condiciones:

Saberes previos. - Conjunto de conocimientos, experiencias, ideas, etc., de hechos sociales, culturales y naturales de su medio.

Relación intencionada. - Es la capacidad que tiene el alumno para relacionar sus conocimientos previos con la experiencia nueva que está ejecutando en base a un interés, aspiración, idea, fin, objetivo, proyecto de vida, etc.

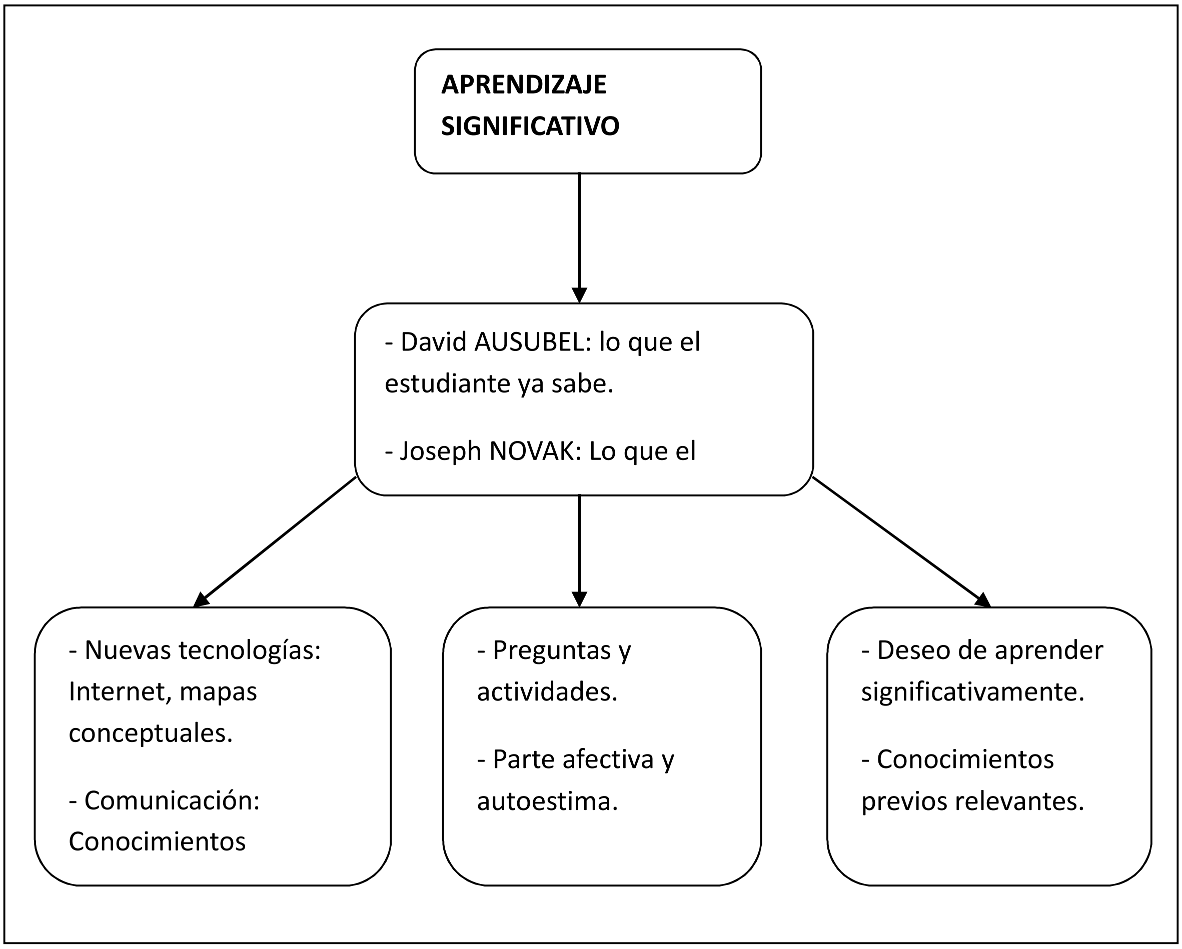
Utilidad. - Representa la materialización o aplicación práctica de sus nuevos conocimientos para mejorar su condición de vida intelectual o producción de objetos de acuerdo a sus necesidades.

“Entendemos por aprendizaje significativo al conocimiento o modo de actuar que adquiere importancia especial para la persona porque le permitió organizar o reconstruir sus conocimientos previos. Parte generalmente de una experiencia exterior o interior que, para ser asumida y comprendida, exige un gran “reacomodo” de los conocimientos y marcos conceptuales previos.” [5]

El aprendizaje significativo no solo es la construcción de nuevos conocimientos de acuerdo a sus intereses y necesidades, sino que debe determinar sujetos con el

5

más alto nivel intelectual y cultural enmarcado en los cinco saberes: saber pensar, saber hacer, saber convivir, saber ser, y saber emprender.



Fuente: Elaboración propia.

2.3.3. Teoría Del Aprendizaje Significativo

2.3.3.1. La perspectiva de Ausubel:

En la década de los 70´s, las propuestas de Bruner sobre el Aprendizaje por Descubrimiento estaban tomando fuerza. En ese momento, las escuelas buscaban que los niños construyeran su conocimiento a través del descubrimiento de contenidos. Ausubel considera que el aprendizaje por descubrimiento no debe ser presentado como opuesto al aprendizaje por exposición (recepción), ya que éste puede ser igual de eficaz, si se cumplen unas características. Así, el aprendizaje escolar puede darse por recepción o por descubrimiento, como estrategia de enseñanza, y puede lograr un aprendizaje significativo o memorístico y repetitivo.

De acuerdo al aprendizaje significativo, los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del alumno. Esto se logra cuando el estudiante relaciona los nuevos conocimientos con los anteriormente adquiridos; pero también es necesario que el alumno se interese por aprender lo que se le está mostrando.

2.3.4. Características Del Aprendizaje Significativo:

Teniendo en cuenta que el aprendizaje significativo, es la de darle significado a los “objetos” motivo de aprendizaje, por lo tanto, tiene algunas características que lo identifican como tal, es decir que lo diferencia sustancialmente del aprendizaje como meta; dentro de estas características podemos encontrar:

a) El aprendizaje es activo: La actividad es la característica del aprendizaje significativo, es decir que todas las actividades que realizan los estudiantes conlleva a un aprendizaje significativo.

b) Es cooperativo: El trabajo grupal como una estrategia metodológica, hace que los alumnos puedan ayudarse mutuamente, dialogar, intercambiar pareceres, conocimientos y experiencias que conducen a aprendizajes significativos.

c) Es intercultural: en el proceso de la actividad significativa para generar aprendizajes en los alumnos, estos comparten experiencias, vivencias, valores, costumbres, etc. de diferentes pueblos o culturas, los que deben ser valorados, aceptados y reconocidos.

d) Es construcción del conocimiento: Es decir construir conocimientos que tengan significado para el alumno; el aprendizaje de conocimientos debe lograrse en base a conocimientos previos del alumno y los nuevos, los que, al relacionarse con el medio social, determinan una modificación del conocimiento anterior para construir un nuevo significado.

e) Es fenómeno social: Partimos de que el ser humano, es esencialmente social, es decir de que no podemos concebir un ser individual y aislado de su realidad, en tal sentido el aprendizaje debe ser generado por las actividades diarias de la comunidad.

f) El aprendizaje es situado: Es decir que el aprendizaje debe partir de lo que es conocido y familiar para el alumno, porque los saberes no son contenidos abstractos e interdependientes de la realidad donde actúan loa alumnos, sino que son parte de ellas, es decir las informaciones son elaborados a partir de otras informaciones que reciben.

2.3.5. Tipos De Aprendizaje Significativo:

2.3.5.1 Aprendizaje de representaciones:

Es cuando el niño adquiere el vocabulario. Primero aprende palabras que representan objetos reales que tienen significado para él. Sin embargo, no los identifica como categorías.

2.3.5.2 Aprendizaje de conceptos:

El niño, a partir de experiencias concretas, comprende que la palabra "mamá" puede usarse también por otras personas refiriéndose a sus madres. También se presenta cuando los niños en edad preescolar se someten a contextos de aprendizaje por recepción o por descubrimiento y comprenden conceptos abstractos como " gobierno", "país", "mamífero"

2.3.5.3 Aprendizaje de proposiciones:

Cuando conoce el significado de los conceptos, puede formar frases que contengan dos o más conceptos en donde afirme o niegue algo. Así, un concepto nuevo es asimilado al integrarlo en su estructura cognitiva con los conocimientos previos. Esta asimilación se da en los siguientes pasos:

2.3.5.4 Por diferenciación progresiva:

Cuando el concepto nuevo se subordina a conceptos más inclusores que el alumno ya conocía.

Por reconciliación integradora: cuando el concepto nuevo es de mayor grado de inclusión que los conceptos que el alumno ya conocía.

2.3.5.5 Por combinación:

Cuando el concepto nuevo tiene la misma jerarquía que los conocidos.

Ausubel concibe los conocimientos previos del alumno en términos de esquemas de conocimiento, los cuales consisten en la representación que posee una persona en un momento determinado de su historia sobre una parcela de la realidad. Estos esquemas incluyen varios tipos de conocimiento sobre la realidad, como son: los hechos, sucesos, experiencias, anécdotas personales, actitudes, normas, etc.

2.3.6. Ventajas Del Aprendizaje Significativo:

Produce una retención más duradera de la información.
Facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los anteriormente adquiridos de forma significativa, ya que al estar claros en la estructura cognitiva se facilita la retención del nuevo contenido.
La nueva información al ser relacionada con la anterior, es guardada en la memoria a largo plazo.
Es activo, pues depende de la asimilación de las actividades de aprendizaje por parte del alumno.
Es personal, ya que la significación de aprendizaje depende los recursos cognitivos del estudiante.

2.3.7. Requisitos Para Lograr El Aprendizaje Significativo:

2.3.7.1. Significatividad lógica del material:

El material que presenta el maestro al estudiante debe estar organizado, para que se dé una construcción de conocimientos.

2.3.7.2. Significatividad psicológica del material:

Que el alumno conecte el nuevo conocimiento con los previos y que los comprenda. También debe poseer una memoria de largo plazo, porque de lo contrario se le olvidará todo en poco tiempo.

2.3.7.3. Actitud favorable del alumno:

Ya que el aprendizaje no puede darse si el alumno no quiere. Este es un componente de disposiciones emocionales y actitudinales, en donde el maestro sólo puede influir a través de la motivación.

2.3.8. Aplicaciones Pedagógicas.

El maestro debe conocer los conocimientos previos del alumno, es decir, se debe asegurar que el contenido a presentar pueda relacionarse con las ideas previas, ya que al conocer lo que sabe el alumno ayuda a la hora de planear.
Organizar los materiales en el aula de manera lógica y jerárquica, teniendo en cuenta que no sólo importa el contenido sino la forma en que se presenta a los alumnos.
Considerar la motivación como un factor fundamental para que el alumno se interese por aprender, ya que el hecho de que el alumno se sienta contento en su clase, con una actitud favorable y una buena relación con el maestro, hará que se motive para aprender.

El maestro debe tener utilizar ejemplos, por medio de dibujo, diagramas o fotografías, para enseñar los conceptos.

2.4. Conceptos Básicos.

a) La Matemática.

Es la ciencia que estudia las propiedades de los entes abstractos y concretos, como los números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones.

b) La Matemática Recreativa.

Es un área de las matemáticas que se concentra en la obtención de resultados acerca de actividades lúdicas, o bien de resultar entretenida en su práctica.

c) Aprendizaje.

Es un factor del comportamiento como la herencia, la modulación y la socialización.

El aprendizaje es el cambio de comportamiento o conducta a través de la observación y la imitación de un modelo, es el proceso de adquisición o modificación del comportamiento de una manera estable, a través de la experiencia.

d) El aprendizaje significativo.

Es el resultado de la interacción entre los conocimientos previos de un sujeto y los saberes por adquirir, siempre y cuando haya: necesidad, interés, ganas, disposición por parte del sujeto cognoscente. De no existir una correspondencia entre el nuevo conocimiento y las bases con las que cuenta el individuo, no se puede hables de un aprendizaje significativo.

e) El educando.

Son las personas cuyo aprendizaje es promovido hacia el logro de los fines y los objetivos de la Educación. Los educandos son considerados el eje del proceso educativo, son los verdaderos sujetos de la educación.

f) La Educación

La educación es plasmar una firme personalidad ética de los educandos.

La educación es el instrumento que pone a las nuevas generaciones en contacto con las múltiples realizaciones culturales del hombre. Es el principio pedagógico por el cual el proceso educativo es continuo a lo largo de la vida de cada persona y en toda la circunstancia.

g) La Matemática.

Es el estudio de las relaciones entre cantidades, magnitudes y propiedades, y de las operaciones lógicas utilizadas para hacer deducir cantidades, magnitudes y propiedades desconocidas.

"…la matemática es un conjunto de conocimientos evolucionados del hombre que le permite resolver sus necesidades, problemas y se han ido perfeccionando en cuanto rigor y significados. Como disciplina científica tienen una estructura interna que relaciona y organiza sus diferentes partes en forma lógica, secuencial con sus propios métodos científicos…"[6]

i) La Matemática Recreativa.

La matemática recreativa es un conjunto de hechos que tiene por finalidad profundizar los resultados logrados. La matemática recreativa es una preparación disciplinaria de la mente para el estudio de las demás ciencias, el conocimiento de sus métodos de razonamiento, la matemática recreativa es la disciplina de la enseñanza que más se usa y ejercita el trabajo mental de poner en claro las cosas y los hechos de la vida diaria.

"… Solución de problemas generalmente enunciados en forma de acertijos, casi todas las cuales se resuelven por medio de análisis indeterminado"[7]

"Es un área de las matemáticas que se concentra en la obtención de resultados acerca de actividades lúdicas, o bien de resultar entretenida en su práctica". [8]

Otros autores consideran como un conjunto de relaciones y propiedades curiosas de ciertos números; juegos matemáticos, cuestionarios capciosos, etc.

Se puede entonces conceptualizar como el conjunto de reactivos problemas y ejercicios de carácter recreativo cuya resolución requiere de un razonamiento lógico y/o matemático.

Juegos Y Matemáticas: Una Relación Permanente

Los juegos, como actividad humana lúdica por excelencia que podemos encontrar en todas las culturas, desde las más primitivas a las más avanzadas, tienen una estrecha relación con las matemáticas. Por un lado, muchos juegos, tanto

6

7

8

tradicionales como modernos, utilizan las matemáticas en su desarrollo, ya sea por sus relaciones numéricas (por ejemplo, el dominó o muchos juegos de cartas), por sus relaciones geométricas (en juegos donde las fichas se colocan y se mueven sobre un tablero) pero, sobre todo, por las características de muchos juegos, especialmente los llamados juegos de tablero, y por el tipo de estrategias que hay que desarrollar cuando intentamos ganar una partida. Estas estrategias, que son muy variadas y que dependen de las características de cada juego, tienen una gran similitud con algunas de las más importantes estrategias utilizadas en la resolución de problemas de matemáticas.

Por otro lado, las matemáticas tienen muchas características que las asemejan a los juegos. Aunque no podemos afirmar que las matemáticas sean un juego, esencialmente porque su finalidad y sus aplicaciones van mucho más allá del carácter estrictamente lúdico de la mayoría de los juegos, es cierto que cuando hacemos matemáticas y, en particular, cuando tratamos de resolver un problema, tenemos un objetivo, comparable al de la mayoría de los juegos (hallar la solución o lograr ganar una partida), y disponemos también unas reglas claramente definidas, sobre aquello que podemos y aquello que no podemos hacer, para lograr el objetivo.

Asimismo, el carácter lúdico de los juegos de tablero y quizá todavía más, el reto intelectual que nos plantea su práctica (pensemos en los grandes juegos de estrategia como el ajedrez, el Bridge o el Go), tiene una gran similitud con las matemáticas, puesto que hacer matemáticas puede convertirse en una actividad realmente lúdica y, sobre todo, intelectualmente estimulante.

El hecho de que las matemáticas sean importantes, tanto como actividad intelectual por ella misma como por sus aplicaciones en ámbitos tan diversos como las distintas ciencias o en muchas actividades cotidianas, y a menudo difíciles (también lo es la práctica de algunos de los juegos más interesantes) no nos debe llevar a creer que las matemáticas son pesadas o aburridas. Es cierto que determinadas prácticas escolares pueden hacernos pensar que esto es así, aunque la práctica de rutinas sin sentido poco tiene que ver con las matemáticas; pero cualquier persona que haya logrado entrar en el mundo de las matemáticas sabe que su práctica puede convertirse en algo altamente lúdico y estimulante para su intelecto.

La Utilización De Juegos Y Recreaciones En Clase De Matemáticas

Si nos situamos en la clase de matemáticas, es evidente que el diseño, la selección y la gestión de actividades de aprendizaje constituyen un elemento clave para el desarrollo del proceso de aprendizaje. En este sentido, las fuentes para la elaboración de actividades son muy diversas y van desde aquellas situaciones que nos proporciona el entorno, la vida cotidiana, las informaciones del mundo en el que vivimos y las otras ciencias, hasta aquellas situaciones de carácter estrictamente matemático. Es precisamente en este último apartado donde las recreaciones y los juegos pueden constituir un elemento de gran valor. En este caso, una formulación de las actividades donde se ponga de manifiesto la idea de reto, de sorpresa, de descubrimiento o simplemente de juego, nos puede ser de gran ayuda para plantear problemas que consideramos matemáticamente significativos, de modo que la falta de contexto concreto, que muchas veces es la causa de que dichos problemas no resulten significativos para los alumnos, no sea un obstáculo para su trabajo en clase.

Se refiere tanto al aspecto de las matemáticas, es decir, aquello que se propone ha de ser matemáticamente significativo, como al del aprendizaje. En este sentido, deben ser actividades que potencien la interacción, partiendo del propio alumno (predisponiéndolo a querer hacer aquello que se le propone), en relación con sus compañeros, favoreciendo la discusión y el trabajo conjunto, y de manera especial, posibilitando la interacción, tanto individual como colectiva, con el profesor.

Veamos algunos de estos aspectos:

A) **Las autorrestricciones.** Hay problemas cuya resolución es difícil porque el resolutor se autoimpone condiciones que considera implícitas en el enunciado y que impiden su resolución. En general, corresponden a actividades geométricas (por ejemplo, incapacidad para salir de un determinado entorno aparentemente delimitado por el enunciado, o para suponer que la actividad se resuelve necesariamente en el plano y no en el espacio), pero también es posible hallarlas en el entorno numérico o en el lógico. Su identificación está muy relacionada con un comentario que suele oírse en el aula cuando se muestra la solución a alguien que no ha podido encontrarla: «¡Yo creía que esto no se podía hacer!».

B) **Las falsas intuiciones.** La intuición es muy importante para hacer matemáticas y es preciso desarrollarla a través de la anticipación de resultados y la experimentación, pero también hay que proporcionar instrumentos que permitan reflexionar sobre las propias intuiciones, ya que en ciertas ocasiones la intuición falla, por lo que es preciso estar prevenido frente a estos posibles engaños. Existen curiosos problemas y puzzles relacionados con la medida (crecimiento de áreas y volúmenes), con la proporcionalidad o con falsos razonamientos que pueden ser muy útiles para ver que, a pesar de su gran valor para la resolución de problemas, no siempre podemos fiarnos de nuestra intuición.

C) **Cambios de enunciado, de lenguaje o de contexto.** Muchos acertijos y pequeños problemas (en general de lenguaje engañosos o cuanto menos poco preciso), provocan en los alumnos interesantes discusiones sobre el significado de un enunciado, sobre los implícitos del mismo que es preciso tener en cuenta y permiten adentrarnos en cuestiones de carácter semántico y lógico de gran interés, pero muchas veces dejadas de lado cuando resolvemos problemas estándar, ya que el carácter estereotipado de muchos ejercicios impide a los alumnos ver la relación entre los problemas reales y los problemas matemáticos escolares.

D) **De lo particular a lo general.** Realizar conjeturas y aprender a probarlas o refutarlas, descubrir patrones, propiedades y leyes y, en general, pasar de lo particular a lo general es una característica fundamental de las matemáticas y de su aprendizaje. Muchas recreaciones, al igual que otros problemas clásicos, permiten trabajar estos procedimientos tan importantes dentro de la resolución de problemas, fomentando el trabajo con casos particulares, pero, al mismo tiempo, distinguiendo entre lo que es una verificación y una demostración.

Matemáticas Lúdicas En El Centro Y En La Calle

Siguiendo el recorrido que estamos realizando por la relación entre los aspectos lúdicos, los juegos y las recreaciones y la educación matemática, quiero referirme a aquellas actividades que tratan, en primera instancia, de salir del aula para pasar al ámbito del centro educativo y posteriormente de abrir el centro al barrio o a la ciudad. En los últimos años, diversas iniciativas han tratado de llevar de manera efectiva las matemáticas fuera del aula y también, en algunos casos, fuera del centro. Si cuando hablamos de la enseñanza de las matemáticas decimos que es fundamental utilizar situaciones reales y sucesos que se producen fuera del ámbito escolar, con la finalidad de analizarlas en clase y ver cómo las matemáticas nos pueden ayudar a comprenderlas mejor, a interpretarlas y a desarrollar el espíritu crítico de nuestros alumnos, de manera recíproca, también es importante mostrar las matemáticas que se hacen en el aula fuera del ámbito estricto de la clase.

Centrándonos en propuestas concretas, en un primer nivel encontramos actividades que tratan de involucrar a todos los alumnos de un centro (o por lo menos de una etapa o de un ciclo) para participar en una actividad matemática conjunta. En este sentido, y al margen de propuestas puntuales que se realizan en diversos centros muchas veces centradas en la resolución de acertijos, adivinanzas y problemas de tipo lógico.

La Teoría Cognitiva del Aprendizaje

Esta teoría pone de manifiesto la importancia que tiene para el aprendizaje el relacionar los llamados conocimientos previos, que el sujeto posee, con los nuevos conocimientos, para lograr una mejor construcción de aprendizajes. Un primer acercamiento a estas teorías nos indica que el aprendizaje no es copia de la realidad, como sostuvo el conductismo en su teoría del reflejo, sino una construcción del ser humano. Esta construcción es realizada con los esquemas que este ya posee, es decir, los instrumentos que construyó en su relación anterior con el medio.

Así nace el concepto de constructivismo que se traduce en “la idea que mantiene que el individuo — tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos — no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano” (Carretero, 1997 p.40). Como consecuencia de esa concepción del aprendizaje, el constructivismo ha aportado metodologías didácticas propias como los mapas y esquemas conceptuales, la idea de actividades didácticas como base de la experiencia educativa, ciertos procedimientos de identificación de ideas previas, la integración de la evaluación en el propio proceso de aprendizaje y los programas entendidos como guías de la enseñanza.

Algunos de los principales precursores de la teoría cognitiva son:

Piaget: Considera que los sujetos son elaboradores o procesadores de la información. El sujeto construye su conocimiento en la medida que interactúa con la realidad. Esta construcción se realiza mediante varios procesos, entre los que destacan los de asimilación y acomodación. La asimilación se produce cuando el individuo incorpora la nueva información haciéndola parte de su conocimiento, mientras que en la acomodación la persona transforma la información que ya tenía en función de la nueva.

Vygotsky: Considera al ser humano un ser cultural donde el medio ambiente (zona de desarrollo próximo) tiene gran influencia. Las funciones mentales superiores se adquieren en la interacción social por medio de grupos de trabajo.

Las herramientas psicológicas permiten que el alumno aprenda. El aprendizaje no se considera como una actividad individual, sino más bien social y todos los procesos psicológicos superiores (comunicación, lenguaje, razonamiento, etc.) se adquieren primero en un contexto social y luego se internalizan. De esta forma la zona de desarrollo próximo se ve potenciada por el uso de recursos pedagógicos concretos.

Ausubel: Su aportación fundamental ha consistido en la concepción de que el aprendizaje debe ser una actividad significativa para la persona que aprende y dicha significatividad está directamente relacionada con la existencia de relaciones entre el conocimiento nuevo y el que ya posee el alumno. Como es sabido, la crítica fundamental de Ausubel a la enseñanza tradicional, reside en la idea de que el aprendizaje resulta muy poco eficaz si consiste simplemente en la repetición mecánica de elementos que el alumno no puede estructurar formando un todo relacionado. Esto sólo será posible si el estudiante utiliza los conocimientos que ya posee, aunque éstos no sean totalmente correctos.

Evidentemente, una visión de este tipo no sólo supone una concepción diferente sobre la formación del conocimiento, sino también una formulación distinta de los objetivos de la enseñanza. (Carretero, 1997).

De esta forma, una construcción activa del conocimiento, donde el aprendizaje genuino, no se limita a ser una simple absorción y memorización de información impuesta desde el exterior, permite que la comprensión se construye activamente desde el interior, mediante el establecimiento de relaciones entre informaciones nuevas y lo que ya se conoce. Esta comprensión puede hacer que el aprendizaje sea más significativo y agradable, debido que los alumnos y alumnas suelen olvidar la información aprendida de memoria. Por tanto, la enseñanza debería ser algo más que presentar la información y exigir su memorización.

2.2.1 Rol docente desde la perspectiva de la teoría cognitiva

El docente debe estar bien preparado en relación a su rol para asumir la tarea de educar a las nuevas generaciones, y ello implica no sólo la responsabilidad de transmitir conocimientos básicos para su alumnado, sino también, el compromiso de afianzar en éstos valores y actitudes necesarias para que puedan vivir y desarrollar sus potencialidades plenamente, mejorar su calidad de vida, tomar decisiones fundamentales y continuar aprendiendo.

Su rol será el de un organizador que prepara el espacio, los materiales, las actividades, distribuye el tiempo, adaptando los medios de que dispone el grupo y a los fines que persigue. Habrá de crear para el niño un ambiente, en el que se encuentre los estímulos necesarios para su aprendizaje. (Phillips, 2004)

De manera general, las principales características del rol docente están concebidas en los siguientes aspectos:

- Ser mediador entre niño y el conocimiento.
- Dirigir al alumno estableciendo estrategias que faciliten la construcción de su propio conocimiento.
- Seleccionar las estrategias metodológicas que mejor se adopten a las construcciones cognoscitivas.
- Conducir la enseñanza.

2. 3 Importancia del juego en el marco de la educación escolar

No hay diferencia entre jugar y aprender, porque cualquier juego que presente nuevas exigencias al niño(a), se ha de considerar como una oportunidad de aprendizaje; es más, en el juego aprende con una facilidad notable porque están especialmente predispuestos para recibir lo que les ofrece la actividad lúdica a la cual se dedican con placer. Además, la atención, la memoria y el ingenio se agudizan en el juego, todo este aprendizaje, que el niño realiza cuando juega, pueden ser transferidos posteriormente a situaciones no lúdicas

A lo largo de la historia son muchos los autores que mencionan el juego como una parte importante del desarrollo de los niños. Filósofos clásicos como Platón y Aristóteles fueron los primeros en plantear la importancia del juego en el aprendizaje y animaban a los padres para que dieran a sus hijos juguetes que ayudaran a “formar sus mentes” para actividades futuras como adultos.

Groos (2000), plantea la Teoría de la práctica o del pre - ejercicio la cual concibe el juego como un modo de ejercitar o practicar los instintos antes de que éstos estén completamente desarrollados. El juego consistiría en un ejercicio preparatorio para el desarrollo de funciones que son necesarias para la época adulta. El fin del juego es el juego mismo, realizar la actividad que produce placer.

Jean Piaget (1981), destaca tanto en sus escritos teóricos como en sus observaciones clínicas, la importancia del juego en los procesos de desarrollo. En ellas relacionó el desarrollo de los estadios cognitivos con el desarrollo de la actividad lúdica. Es así, como las diversas formas de juego que surgen a lo largo del desarrollo infantil tienen en consecuencia directa con las transformaciones que sufren paralelamente las estructuras cognitivas del niño.

Lev S. Vygotsky (1995), propone al juego como una actividad social, en la cual, gracias a la cooperación con otros niños, se logran adquirir papeles o roles que son complementarios al propio, lo que caracteriza fundamentalmente al juego es que en él se da el inicio del comportamiento conceptual o guiado por las ideas. Subraya que lo fundamental en el juego es la naturaleza social de los papeles representados por el niño, que contribuyen al desarrollo de las funciones psicológicas superiores.

La relación que tiene el juego con el desarrollo del individuo y el aprendizaje es estrecha ya que el juego es un factor importante y potenciador del desarrollo tanto físico como psíquico del ser humano, especialmente en su etapa infantil. El desarrollo infantil está plenamente vinculado con el juego, debido a que además de ser una actividad natural y espontánea a la que el niño y niña le dedica todo el tiempo posible, a través de él, desarrolla su personalidad y habilidades sociales, sus capacidades intelectuales y psicomotoras. En general le proporciona las experiencias que le enseñan a vivir en sociedad, a conocer sus posibilidades y limitaciones, a crecer y madurar. Cualquier capacidad del niño se desarrolla más eficazmente en el juego que fuera de él.

Chadwick (1990), menciona que mientras más se favorezca la construcción de las nociones lógico – matemáticas, más mejoran la motivación y la calidad del aprendizaje de las matemáticas.

La comprensión y construcción de aprendizajes surge muy vinculada a la experiencia, los niños aprenden conforme a sus propias actividades. El docente es el encargado de proporcionar instancias educativas que ayude a niños y niñas a pasar del pensamiento intuitivo al operacional.

2.3.1 El juego y la enseñanza de las matemáticas

Es fundamental conocer estrategias que sean atrayentes, innovadoras que estimulen a alumnos y alumnas, ya que de esta forma existirán altos niveles de disposición hacia la enseñanza - aprendizaje de las matemáticas.

En el proceso de adquisición de conceptos se hace necesario innovar en la enseñanza, por esto, la técnica de los juegos permite a través de niveles de aprendizaje, desarrollar una comprensión entretenida de los contenidos. Por esta razón, los juegos puedes ser útiles para presentar contenidos matemáticos, para trabajarlos en clase y para afianzarlos. En este contexto los juegos pueden ser utilizados para motivar, despertando en los alumnos el interés por lo matemático y desarrollando la creatividad y habilidades para resolver problemas.

2.3.2 Ventajas de los juegos

Caneo, M. (1987), plantea que la utilización de estas técnicas dentro del aula de clases, desarrolla ciertas ventajas en los niños y niñas, no tan solo concernientes al proceso de cognición de ellos, sino en muchos aspectos más que pueden ser expresados de la siguiente forma:

- Permite romper con la rutina, dejando de lado la enseñanza tradicional, la cual es monótona.
- Desarrollan capacidades en los niños y niñas: ya que mediante los juegos se puede aumentar la disposición al aprendizaje.
- Permiten la socialización; uno de los procesos que los niños y niñas deben trabajar desde el inicio de su educación.
- En lo intelectual - cognitivo fomentan la observación, la atención, las capacidades lógicas, la fantasía, la imaginación, la iniciativa, la investigación científica, los conocimientos, las habilidades, los hábitos, el potencial creador, entre otros.

- En el volitivo - conductual desarrollan el espíritu crítico y autocrítico, la iniciativa, las actitudes, la disciplina, el respeto, la perseverancia, la tenacidad, la responsabilidad, la audacia, la puntualidad, la sistematicidad, la regularidad, el compañerismo, la cooperación, la lealtad, la seguridad en sí mismo y estimula la emulación fraternal.
- En el afectivo - motivacional se propicia la camaradería, el interés, el gusto por la actividad, el colectivismo, el espíritu de solidaridad, dar y recibir ayuda.
- Todas estas ventajas hacen que los juegos sean herramientas fundamentales para la educación, ya que gracias a su utilización se puede enriquecer el proceso de enseñanza - aprendizaje.

2.3.3 Función del juego matemático

Para Stanley Hall, citado por Caneo (1987 p.27), el juego "tendría una función de reviviscencia, de recuperación atávica, de instintos inutilizados, de actividades ancestrales".

Según Karl Gross, citado por Caneo (1987 p.28), "Su función sería la de complementación de unos instintos que resultan insuficientes, la de un uso por parte de la juventud para la vida adulta jugando".

Como se ha mencionado anteriormente, el juego es un recurso didáctico, a través del cual se puede concluir en un aprendizaje significativo para el niño y niña. Esa es su función, pero para que el juego sea realmente efectivo debe cumplir con ciertos principios que garanticen una acción educativa según Caneo, 1987, entre ellos podemos destacar:

El juego debe facilitar reacciones útiles para los niños y niñas, siendo de esta forma sencilla y fácil de comprender.

Debe provocar el interés de los niños y niñas, por lo que deben ser adecuadas al nivel evolutivo en el que se encuentran.

Debe ser un agente socializador, en donde se pueda expresar libremente una opinión o idea, sin que el niño(a) tenga miedo a estar equivocado (a).

Debe adaptarse a las diferencias individuales y al interés y capacidad en conjunto, tomando en cuenta los niveles de cognición que se presentan.

Debe adaptarse al crecimiento en los niños, por lo tanto, se deben desarrollar juegos de acuerdo a las edades que ellos presentan.

Considerando lo anterior, el juego debe potenciar el desarrollo de aprendizajes significativos en el niño y niña a través de técnicas entretenidas y dinámicas, que permitan explorar variadas soluciones para un problema, siendo el educando el principal agente en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

2.3.4 El juego y la lógica

La lógica estudia la forma del razonamiento, es una disciplina que por medio de reglas y técnicas determina si un argumento es válido. Es así como se puede utilizar en distintas ramas de la vida cotidiana, en donde el juego cumple una labor fundamental para motivarla.

El juego matemático resulta ser el factor de atracción para el niño o niña. Lo invita a investigar, resolver problemas, y en forma implícita lo invita a razonar.

Es fundamental destacar que la lógica, permite resolver incluso problemas a los que nunca se ha enfrentado el ser humano, utilizando solamente su inteligencia y apoyándose de algunos conocimientos acumulados, en donde, se pueden obtener nuevos aprendizajes que se suman a los ya existentes o simplemente, se recurre a la utilización de los mismos.

Con la aplicación de los juegos didácticos en la clase, se rompe con el formalismo, dándole una participación activa al alumno y alumna en la misma. Se logra, además: Mejorar el índice de asistencia y puntualidad a clases, por la disposición que se despierta en el estudiante; de igual modo profundizar los hábitos de estudio, al sentir mayor interés por dar solución correcta a los problemas, incentivando el espíritu competitivo y de superación; interiorizar el conocimiento por medio de la repetición sistemática, dinámicas y variada; lograr el colectivismo del grupo a la hora del juego y desarrollar la responsabilidad y compromiso con los resultados del juego ante el colectivo, lo que eleva el estudio individual.

2.5.4 Disposición de Aprendizaje

La disposición se define como los hábitos de la mente, o tendencias para responder en ciertas formas o situaciones. La curiosidad, cordialidad u hostilidad, dominación, generosidad, interpretación y creatividad son ejemplos de disposiciones en conjunto, en lugar de habilidades o partes del conocimiento. De acuerdo con esto, es de utilidad tener en mente la diferencia entre tener habilidades de escritura y tener la disposición para ser escritor, o habilidades de lectura y tener la disposición de lector. (Katz, 2000).

Para adquirir o fortalecer una disposición en particular se debe tener la oportunidad de expresar la disposición en su comportamiento. Cuando ocurren manifestaciones de las disposiciones están pueden fortalecerse cuando el niño observa su afectividad, las respuestas de ellas y experimenta satisfacción debido a ellas. (Dweck citado por Katz, 2000).

En este caso el termino disposición de aprendizaje hace referencia a las estructuras cognitivo – culturales que están contenidas en la información cultural de las cuales disponen las personas. Las disposiciones de aprendizaje no deben confundirse con capacidades; de hecho, todas las personas tienen capacidades para aprender, pero las diversas estructuras culturales disponen de modos diferentes a las personas para lograrlo. De esta forma, de diferentes disposiciones de aprendizaje determinan la necesidad de diferenciar las formas pedagógicas que van a asegurar el aprendizaje de todos.

2.5.5. Percepción

Según Papalia (2001), la percepción es un proceso, mediante el cual la conciencia integra los estímulos sensoriales sobre objetos, hechos o situaciones y los transforma en experiencia útil.

En los seres humanos, a un nivel más complejo, se trataría de descubrir el modo en que el cerebro traduce las señales visuales estáticas recogidas por la retina para reconstruir la ilusión de movimiento, o cómo reacciona un artista ante los colores y las formas del mundo exterior y los traslada a su pintura.

El proceso de percepción no se limita a organizar los estímulos sensoriales directos en forma de percepciones, sino que éstas, por sí mismas, recuperadas de la experiencia pasada, también se organizan favoreciendo una más rápida y adecuada formación del proceso de percepción actual.

2.5.6 Competencia

La palabra competencia derivada del latín “competere” significa buscar conjuntamente y posee varias acepciones de acuerdo al contexto en la que sea utilizada. Se puede competir con uno mismo superándose o grupalmente. Ya sea en un caso o en otro, existe en la competencia un innato impulso a la superación, siempre y cuando la competencia esté conducida por altos valores morales, beneficia no solo al individuo o grupo sino a la institución a la que pertenezca Una adecuada competencia infantil favorece la evolución a diferentes, posteriores y más estructurados estadios que incrementan y facilitan la madurez físico emocional del niño. Los niños al competir tanto desde los juegos como desde los deportes adecuados a sus posibilidades, van paulatinamente desarrollando habilidades físicas y psicológicas con las que a posteriori podría manejarse con mayor facilidad y éxito en la vida adulta.

4.4. La heurística ("problem solving") en la enseñanza de la matemática.

La enseñanza a través de la resolución de problemas es actualmente el método más invocado para poner en práctica el principio general de aprendizaje activo y de inculturación mencionado en el punto 4.1. Lo que en el fondo se persigue con ella es transmitir en lo posible de una manera sistemática los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas.

Tengo un verdadero problema cuando me encuentro en una situación desde la que quiero llegar a otra, unas veces bien conocida otras un tanto confusamente perfilada, y no conozco el camino que me puede llevar de una a otra. Nuestros libros de texto están, por lo general, repletos de meros ejercicios y carentes de verdaderos problemas. La apariencia exterior puede ser engañosa. También en un ejercicio se expone una situación y se pide que se llegue a otra:

Pero si esta actividad, que fue un verdadero problema para los algebristas del siglo XVI, se encuentra, como suele suceder, al final de una sección sobre el binomio de Newton, no constituye ya ningún reto notable. El alumno tiene los caminos bien marcados. Si no es capaz de resolver un problema semejante, ya sabe que lo que tiene que hacer es aprenderse la lección primero.

La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

Se trata de considerar como lo más importante:

- Que el alumno manipule los objetos matemáticos

- Que active su propia capacidad mental
- Que ejercite su creatividad
- Que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente
- Que, a ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental
- Que adquiera confianza en sí mismo
- Que se divierta con su propia actividad mental
- Que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana
- Que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

¿Cuáles son las ventajas de este tipo de enseñanza? ¿Por qué esforzarse para conseguir tales objetivos? He aquí unas cuantas razones interesantes:

- Porque es lo mejor que podemos proporcionar a nuestro joven: capacidad autónoma para resolver sus propios problemas
- Porque el mundo evoluciona muy rápidamente: los procesos efectivos de adaptación a los cambios de nuestra ciencia y de nuestra cultura no se hacen obsoletos
- Porque el trabajo se puede hacer atrayente, divertido, satisfactorio, autor realizador y creativo
- Porque muchos de los hábitos que así se consolidan tienen un valor universal, no limitado al mundo de las matemáticas
- Porque es aplicable a todas las edades.

¿En qué consiste la novedad? ¿No se ha enseñado siempre a resolver problemas en nuestras clases de matemáticas? Posiblemente los buenos profesores de todos los tiempos han utilizado de forma espontánea los métodos que ahora se propugnan. Pero lo que tradicionalmente se ha venido haciendo por una buena parte de nuestros profesores se puede resumir en las siguientes fases:

exposición de contenidos -- ejemplos -- ejercicios sencillos -- ejercicios más complicados -- ¿problema?

La forma de presentación de un tema matemático basada en el espíritu de la resolución de problemas debería proceder más o menos del siguiente modo:

propuesta de la situación problema de la que surge el tema (basada en la historia, aplicaciones, modelos, juegos...) -- manipulación autónoma por los estudiantes -- familiarización con la situación y sus dificultades -- elaboración de estrategias posibles -- ensayos diversos por los estudiantes -- herramientas elaboradas a lo largo de la historia (contenidos motivados) -- elección de estrategias -- ataque y resolución de los problemas -- recorrido crítico (reflexión sobre el proceso) -- afianzamiento formalizado (si conviene) -- generalización -- nuevos problemas -- posibles transferencias de resultados, de métodos, de ideas,...

En todo el proceso el eje principal ha de ser la propia actividad dirigida con tino por el profesor, colocando al alumno en situación de participar, sin aniquilar el placer de ir descubriendo por sí mismo lo que los grandes matemáticos han logrado con tanto esfuerzo. Las ventajas del procedimiento bien llevado son claras: actividad contra pasividad, motivación contra aburrimiento, adquisición de procesos válidos contra rígidas rutinas inmotivadas que se pierden en el olvido....

En mi opinión el método de enseñanza por resolución de problemas presenta algunas dificultades que no parecen aun satisfactoriamente resueltas en la mente de algunos profesores y mucho menos en la forma práctica de llevarlo a cabo. Se trata de armonizar adecuadamente las dos componentes que lo integran, la componente heurística, es decir la atención a los procesos de pensamiento y los contenidos específicos del pensamiento matemático.

A mi parecer existe en la literatura actual una buena cantidad de obras excelentes cuya atención primordial se centra en los aspectos heurísticos, puestos en práctica sobre contextos diversos, unos más puramente lúdicos, otros con sabor más matemático. Algunas de estas obras cumplen a la perfección, en mi opinión, su cometido de transmitir el espíritu propio de la actitud de resolución de problemas y de confirmar en quien se adentra en ellas las actitudes adecuadas para la ocupación con este tipo de actividad. Sin embargo, creo que aún no han surgido intentos serios y sostenidos por producir obras que efectivamente apliquen el espíritu de la resolución de problemas a la transmisión de aquellos contenidos de la matemática de los diversos niveles que en la actualidad pensamos que deben estar presentes en nuestra educación.

Lo que suele suceder a aquellos profesores genuinamente convencidos de la bondad de los objetivos relativos a la transmisión de los procesos de pensamiento es que viven una especie de esquizofrenia, tal vez por falta de modelos adecuados, entre los dos polos alrededor de los que gira su enseñanza, los contenidos y los procesos. Los viernes ponen el énfasis en los procesos de pensamiento, alrededor de situaciones que nada tienen que ver con los programas de su materia, y los demás días de la semana se dedican con sus alumnos a machacar bien los contenidos que hay que cubrir, sin acordarse para nada de lo que el viernes pasado practicaron. Sería muy necesario que surgieran modelos, aunque fueran parciales, que integraran en un todo armonioso ambos aspectos de nuestra educación matemática.

De todos modos, probablemente se puede afirmar que quien está plenamente imbuído en ese espíritu de la resolución de problemas se enfrentar de una manera mucho más adecuada a la tarea de transmitir competentemente los contenidos de su programa. Por ello considero importante trazar, aunque sea someramente, las líneas de trabajo que se pueden seguir a fin de conseguir una eficaz preparación en el tema.

4.8. El papel del juego en la educación matemática.

La actividad matemática ha tenido desde siempre una componente lúdica que ha sido la que ha dado lugar a una buena parte de las creaciones más interesantes que en ella han surgido.

El juego, tal como el sociólogo J. Huizinga lo analiza en su obra Homo ludens, presenta unas cuantas características peculiares:

Es una actividad libre, en el sentido de la paideia griega, es decir, una actividad que se ejercita por sí misma, no por el provecho que de ella se pueda derivar

Tiene una cierta función en el desarrollo del hombre; el cachorro humano, como el animal, juega y se prepara con ello para la vida; también el hombre adulto juega y al hacerlo experimenta un sentido de liberación, de evasión, de relajación

El juego no es broma; el peor revienta juegos es el que no se toma en serio su juego.

El juego, como la obra de arte, produce placer a través de su contemplación y de su ejecución.

El juego se ejercita separado de la vida ordinaria en el tiempo y en el espacio

Existen ciertos elementos de tensión en él, cuya liberación y catarsis causan gran placer.

El juego da origen a lazos especiales entre quienes lo practican

A través de sus reglas el juego crea un nuevo orden, una nueva vida, llena de ritmo y armonía.

Un breve análisis de lo que representa la actividad matemática basta para permitirnos comprobar que muchos de estos rasgos están bien presentes en ella. La matemática, por su naturaleza misma, es también juego, si bien este juego implica otros aspectos, como el científico, instrumental, filosófico, que juntos hacen de la actividad matemática uno de los verdaderos ejes de nuestra cultura.

Si el juego y la matemática, en su propia naturaleza, tienen tantos rasgos comunes, no es menos cierto que también participan de las mismas características en lo que respecta a su propia práctica. Esto es especialmente interesante cuando nos preguntamos por los métodos más adecuados para transmitir a nuestros alumnos el profundo interés y el entusiasmo que las matemáticas pueden generar y para proporcionar una primera familiarización con los procesos usuales de la actividad matemática.

Un juego comienza con la introducción de una serie de reglas, un cierto número de objetos o piezas, cuya función en el juego viene definida por tales reglas, exactamente de la misma forma en que se puede proceder en el establecimiento de una teoría matemática por definición implícita: "Se nos dan tres sistemas de objetos. Los del primer sistema los llamaremos puntos, los del segundo rectas," (Hilbert, Grudlagen der Geometrie)

Quien se introduce en la práctica de un juego debe adquirir una cierta familiarización con sus reglas, relacionando unas piezas con otras al modo como el novicio en matemáticas compara y hace interactuar los primeros elementos de la teoría unos con otros. Estos son los ejercicios elementales de un juego o de una teoría matemática.

Quien desea avanzar en el dominio del juego va adquiriendo unas pocas técnicas simples que, en circunstancias que aparecen repetidas a menudo, conducen al éxito. Estos son los hechos y lemas básicos de la teoría que se hacen fácilmente accesibles en una primera familiarización con los problemas sencillos del campo.

Una exploración más profunda de un juego con una larga historia proporciona el conocimiento de los caminos peculiares de proceder de los que han sido los grandes maestros en el campo. Estas son las estrategias de un nivel más profundo y complejo que han requerido una intuición especial puesto que se encuentran a veces bien alejadas de los elementos iniciales del juego. Esto corresponde en matemáticas a la fase en la que el estudiante trata de asimilar y hacer profundamente suyos los grandes teoremas y métodos que han sido creados a través de la historia. Son los procesos de las mentes más creativas que están ahora a su disposición para que él haga uso de ellas en las situaciones más confusas y delicadas.

Más tarde, en los juegos más sofisticados, donde la reserva de problemas nunca se agota, el jugador experto trata de resolver de forma original situaciones del juego que nunca antes han sido exploradas. Esto corresponde al enfrentamiento en matemáticas con los problemas abiertos de la teoría.

Finalmente hay unos pocos que son capaces de crear nuevos juegos, ricos en ideas interesantes y en situaciones capaces de motivar estrategias y formas innovadoras de jugar. Esto es paralelo a la creación de nuevas teorías matemáticas, fértiles en ideas y problemas, posiblemente con aplicaciones para resolver otros problemas abiertos en matemáticas y para revelar niveles de la realidad más profundos que hasta ahora habían permanecido en la penumbra.

La matemática y los juegos han entreverado sus caminos muy frecuentemente a lo largo de los siglos. Es frecuente en la historia de las matemáticas la aparición de una observación ingeniosa, hecha de forma lúdica, que ha conducido a nuevas formas de pensamiento. En la antigüedad se puede citar el I Ching como origen del pensamiento combinatorio, y de tiempos más modernos se puede citar en este contexto a Fibonacci, Cardano, Fermat, Pascal, Leibniz, Euler, Daniel Bernoulli, ...

Del valor de los juegos para despertar el inters de los estudiantes se ha expresado muy certeramente Martin Gardner, el gran experto de nuestro tiempo en la presentación lúcida, interesante y profunda de multitud de juegos por muchos años en sus columnas de la revista americana Scientific American: "Con seguridad el mejor camino para despertar a un estudiante consiste en ofrecerle un intrigante juego, puzzle, truco de magia, chiste, paradoja, pareado de naturaleza matemática o cualquiera de entre una veintena de cosas que los profesores aburridos tienden a evitar porque parecen frívolas" (Carnaval Matemático, Prólogo).

El matemático experto comienza su aproximación a cualquier cuestión de su campo con el mismo espíritu explorador con el que un niño comienza a investigar un juguete recién estrenado, abierto a la sorpresa, con profunda curiosidad ante el misterio que poco a poco espera iluminar, con el placentero esfuerzo del descubrimiento. ¿Por qué no usar este mismo espíritu en nuestra aproximación pedagógica a las matemáticas?

A mi parecer el gran beneficio de este acercamiento lúdico consiste en su potencia para transmitir al estudiante la forma correcta de colocarse en su enfrentamiento con problemas matemáticos.

La matemática es un grande y sofisticado juego que, además, resulta ser al mismo tiempo una obra de arte intelectual, que proporciona una intensa luz en la exploración del universo y tiene grandes repercusiones prácticas. En su aprendizaje se puede utilizar con gran provecho, como hemos visto anteriormente, sus aplicaciones, su historia, las biografías de los matemáticos más interesantes, sus relaciones con la filosofía o con otros aspectos de la mente humana, pero posiblemente ningún otro camino puede transmitir cuál es el espíritu correcto para hacer matemáticas como un juego bien escogido.

4.9. Importancia actual de la motivación y presentación.

Nuestros alumnos se encuentran intensamente bombardeados por técnicas de comunicaciones muy poderosas y atrayentes. Es una fuerte competencia con la que nos enfrentamos en la enseñanza cuando tratamos de captar una parte substancial de su atención. Es necesario que lo tengamos en cuenta constantemente y que nuestro sistema educativo trate de aprovechar a fondo tales herramientas como el vídeo, la televisión, la radio, el periódico, el comic, la viñeta, la participación directa,...

Pienso que estamos aún muy lejos de saber aprovechar para nuestra enseñanza las posibilidades abiertas a través de los medios técnicos de los que ya disponemos actualmente. Una pequeña sugerencia práctica puede servir de ejemplo. En nuestro entorno tenemos profesores excelentemente preparados para servir de ejemplos sobre cómo realizar con eficacia la enseñanza de diversas materias que resultan para la mayoría un verdadero rompecabezas, por ejemplo, la probabilidad, o sobre cómo introducir y motivar adecuadamente temas específicos del cálculo o de la geometría a diferentes niveles. Estos profesores se encuentran a menudo llamados a muchos lugares diferentes para que repitan las mismas ideas sobre el tema. ¿No sería mucho más efectivo y menos costoso que algún organismo que no tuviera que ir en busca del provecho económico produjera una serie de videos con estas experiencias y las hiciera asequibles a un mayor número de personas?

En algunas regiones de nuestro país, los profesores de los diferentes niveles se han percatado de la importancia que puede tener un cambio efectivo que se puede realizar paulatinamente en la sociedad a través de los medios de comunicación actuales en la percepción de lo que la matemática es en realidad. Las experiencias son altamente satisfactorias, consiguiéndose en muchos casos a través de interesantes problemas, mediante la difusión de parcelas de la historia de la matemática o de sus aplicaciones, la involucración de familias y poblaciones enteras en actividades que en principio tal vez fueron planeadas para los estudiantes.

4.10. Fomento del gusto por la matemática.

La actividad física es un placer para una persona sana. La actividad intelectual también lo es. La matemática orientada como saber hacer autónomo, bajo una guía adecuada, es un ejercicio atrayente. De hecho, una gran parte de los niños más jóvenes pueden ser introducidos de forma agradable en actividades y manipulaciones que constituyen el inicio razonable de un conocimiento matemático. Lo que suele suceder es que un poco más adelante nuestro sistema no ha sabido mantener este interés y ahoga en abstracciones inmotivadas y a destiempo el desarrollo matemático del niño. El gusto por el descubrimiento en matemáticas es posible y fuertemente motivador para superar otros aspectos rutinarios necesarios de su aprendizaje, por los que por supuesto hay que pasar. La apreciación de las posibles aplicaciones del pensamiento matemático en las ciencias y en las tecnologías actuales puede llenar de asombro y placer a muchas personas más orientadas hacia la práctica. Otros se sentirán más movidos ante la contemplación de los impactos que la matemática ha ejercido sobre la historia y filosofía del hombre, o ante la biografía de tal o cual matemático famoso.

Es necesario romper, con todos los medios, la idea preconcebida, y fuertemente arraigada en nuestra sociedad, proveniente con probabilidad de bloqueos iníciales en la niñez de muchos, de que la matemática es necesariamente aburrida, abstrusa, inútil, inhumana y muy difícil.

2. Situación Actual De Cambio En La Didáctica De Las Matemáticas

Los últimos treinta años han sido escenario de cambios muy profundos en la enseñanza de las matemáticas. Por los esfuerzos que la comunidad internacional de expertos en didáctica sigue realizando por encontrar moldes adecuados está claro que vivimos aun actualmente una situación de experimentación y cambio.

El movimiento de renovación de los años 60 y 70 hacia la "matemática moderna" trajo consigo una honda transformación de la enseñanza, tanto en su talante profundo como en los contenidos nuevos con él introducidos. Entre las principales características del movimiento y los efectos por él producidos se pueden contar los siguientes:

Se subrayaron las estructuras abstractas en diversas áreas, especialmente en álgebra.

Se pretendió profundizar en el rigor lógico, en la comprensión, contraponiendo ésta a los aspectos operativos y manipulativos.

Esto último condujo de forma natural al énfasis en la fundamentación a través de las nociones iníciales de la teoría de conjuntos y en el cultivo del álgebra, donde el rigor es fácilmente alcanzable.

La geometría elemental y la intuición espacial sufrió un gran detrimento. La geometría es, en efecto, mucho más difícil de fundamentar rigurosamente.

Con respecto a las actividades fomentadas, la consecuencia natural fue el vaciamiento de problemas interesantes, en los que la geometría elemental tanto abunda, y su sustitución por ejercicios muy cercanos a la mera tautología y reconocimiento de nombres, que es, en buena parte, lo que el álgebra puede ofrecer a este nivel elemental.

En los años 70 se empezó a percibir que muchos de los cambios introducidos no habían resultado muy acertados. Con la sustitución de la geometría por el álgebra la matemática elemental se vació rápidamente de contenidos y de problemas interesantes. La patente carencia de intuición espacial fue otra de las desastrosas consecuencias del alejamiento de la geometría de nuestros programas, defecto que hoy se puede percibir muy claramente en las personas que realizaron su formación en aquellos años. Se puede decir que los inconvenientes surgidos con la introducción de la llamada "matemática moderna" superaron con mucho las cuestionables ventajas que se había pensado conseguir como el rigor en la fundamentación, la comprensión de las estructuras matemáticas, la modernidad y el acercamiento a la matemática contemporánea...

Los años 70 y 80 han presentado una discusión, en muchos casos vehementes y apasionados, sobre los valores y contravalores de las tendencias presentes, y luego una búsqueda intensa de formas más adecuadas de afrontar los nuevos retos de la enseñanza matemática por parte de la comunidad matemática internacional.

A continuación, quisiera dirigir mi atención sucesivamente sobre los aspectos más interesantes, a mi parecer, de esta búsqueda y de algunas respuestas parciales que van surgiendo en el panorama educativo de la matemática.

3.2. La educación matemática como proceso de "inculturación".

La educación matemática se debe concebir como un proceso de inmersión en las formas propias de proceder del ambiente matemático, a la manera como el aprendiz de artista va siendo imbuido, como por ósmosis, en la forma peculiar de ver las cosas, característica de la escuela en la que se entronca. Como vamos a ver enseguida, esta idea tiene profundas repercusiones en la manera de enfocar la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

La inculturación a través del aprendizaje activo.

¿Cómo debería tener lugar el proceso de aprendizaje matemático a cualquier nivel? De una forma semejante a la que el hombre ha seguido en su creación de las ideas matemáticas, de modo parecido al que el matemático activo utiliza al enfrentarse con el problema de matematización de la parcela de la realidad de la que se ocupa.

Se trata, en primer lugar, de ponernos en contacto con la realidad matematizable que ha dado lugar a los conceptos matemáticos que queremos explorar con nuestros alumnos. Para ello deberíamos conocer a fondo el contexto histórico que enmarca estos conceptos adecuadamente. ¿Por qué razones la comunidad matemática se ocupó con ahínco en un cierto momento de este tema y lo hizo el verdadero centro de su exploración tal vez por un período de siglos? Es extraordinariamente útil tratar de mirar la situación con la que ellos se enfrentaron con la mirada perpleja con que la contemplaron inicialmente. La visión del tema que se nos brinda en muchos de nuestros libros de texto se parece en demasiadas ocasiones a una novela policiaca que aparece ya destripada desde el principio por haber comenzado contando el final. Contada de otra forma más razonable podría ser verdaderamente apasionante.

Normalmente la historia nos proporciona una magnífica guía para enmarcar los diferentes temas, los problemas de los que han surgido los conceptos importantes de la materia, nos da luces para entender la razón que ha conducido al hombre para ocuparse de ellos con interés. Si conocemos la evolución de las ideas de las que pretendemos ocuparnos, sabremos perfectamente el lugar que ocupan en las distintas consecuencias, aplicaciones interesantes que de ellas han podido surgir, la situación reciente de las teorías que de ellas han derivado.

En otras ocasiones el acercamiento inicial se puede hacer a través del intento directo de una modelización de la realidad en la que el profesor sabe que han de aparecer las estructuras matemáticas en cuestión. Se pueden acudir para ello a las otras ciencias que hacen uso de las matemáticas, a circunstancias de la realidad cotidiana o bien a la presentación de juegos tratables matemáticamente, de los que en más de una ocasión a lo largo de la historia han surgido ideas matemáticas de gran profundidad, como veremos más adelante.

Puestos con nuestros estudiantes delante de las situaciones-problema en las que tuvo lugar la gestación de las ideas con las que queremos ocuparnos, deberemos tratar de estimular su búsqueda autónoma, su propio descubrimiento paulatino de estructuras matemáticas sencillas, de problemas interesantes relacionados con tales situaciones que surgen de modo natural.

Es claro que no podemos esperar que nuestros alumnos descubran en un par de semanas lo que la humanidad elaboró tal vez a lo largo de varios siglos de trabajo intenso de mentes muy brillantes. Pero es cierto que la búsqueda con guía, sin aniquilar el placer de descubrir, es un objetivo alcanzable en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como la detección de técnicas concretas, de estrategias útiles de pensamiento en el campo en cuestión y de su transmisión a los estudiantes.

La teoría, así concebida, resulta llena de sentido, plenamente motivada y mucho más fácilmente asimilable. Su aplicación a la resolución de los problemas, que en un principio aparecían como objetivos inalcanzables, puede llegar a ser una verdadera fuente de satisfacción y placer intelectual, de asombro ante el poder del pensamiento matemático eficaz y de una fuerte atracción hacia la matemática.

1.4 Formulación del problema

De la situación antes descrita se formularon los siguientes problemas

1.4.1. Problema General

¿De qué manera incide la aplicación de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo de la matemática con alumnos del primer grado de Secundaria de la I.E. miguel Grau seminario Cusco.

1.4.2. Problema Específico

¿De qué manera la matemática recreativa con números naturales facilita la capacidad del aprendizaje significativo en la matemática en los alumnos del primer grado de Secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario Cusco?

¿En qué medida la matemática recreativa con números enteros mejora el aprendizaje de las operaciones básicas de la matemática en los alumnos del primer grado de Secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario Cusco?

¿En qué medida la aplicación de la matemática recreativa con los números racionales incide en el aprendizaje significativo de la matemática en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la IE miguel Grau seminario Cusco

1.5 Justificación del estudio

El trabajo de investigación estuvo orientado a mejorar la calidad de nivel de aprendizaje de los alumnos del primer grado de Secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario Cusco, cuya población estudiantil de clase media hacia abajo, presento una serie de características peculiares que afecto directa e indirectamente sus aprendizajes y actitudes.

Particularmente en lo referente al desarrollo de la matemática y el razonamiento lógico, de bajo nivel académico: se tomo como un tema más cualesquiera, que no genero expectativa e interés para su aprendizaje por parte de los alumnos y alumnas. Su desarrollo se limitó a una descripción teórica simple, breve y superficial de la misma, sin usar recursos pedagógicos que lo hagan atractivo, motivador, interesante, práctico y didácticamente útil que genere un aprendizaje significativo y ameno.

Por las razones expuestas en cuanto al aprendizaje de la matemática, constituyo el punto de partida del trabajo de investigación y dinamizo el logro de las capacidades, haciendo uso de los juegos lógicos y utilización del material recreativo, esto para disminuir las dificultades que tenían los alumnos y alumnas, y lograr aprendizajes significativos , he llevado a cabo el trabajo de investigación : matemática recreativa en el aprendizaje significativo de números racionales, permitiendo motivar y concentrar la atención de los alumnos en los temas de la matemática.

A sí mismo una vez aplicado este proyecto observamos que el alumno mostro mayor interés y deseo de aprender utilizando los juegos matemáticos convirtiéndose estos en un aprendizaje significativo ósea que le sirvió para su vida cotidiana aportando en el sub área de matemática y el área de gestión pedagógica dando mayor significatividad e importancia en el aprendizaje de la matemática.

De igual modo observamos que fue relevante e importante que todo maestro este capacitado en utilizar material educativo , ya que es triste saber que muchos maestros a pesar de contar con material didáctico no sabían utilizar y aplicar el material didáctico respectivo en el momento oportuno y preciso.

1.5.1. Justificación Legal

a) Constitución Política del Perú

Art.13.La educación tiene como finalidad el desarrollo integral de la persona humana. El estado reconoce y garantiza la libertad de enseñanza.

Los padres de familia tienen el deber de educar a sus hijos y el derecho de escoger los centros de educación y de participar en el proceso educativo.

Art. 14. La educación promueve el conocimiento, el aprendizaje y la práctica de las humanidades como la ciencia, la tecnología, las artes, etc.

Art. 15. El educando tiene derecho a una formación que respete su identidad, así como el buen trato psicológico y físico

b) Ley General de Educación Nº 28044, señala las necesidades de “Currículos Básicos, comunes a todo el país, articulados entre los diferentes niveles y modalidades”.

Art. 2. La educación es un proceso de aprendizaje y enseñanza que se desarrolla a lo largo de toda la vida que contribuye la formación integral de las personas y al pleno desarrollo de sus potencialidades.

Art. Art. 13. Es calidad de la educación alcanzar un nivel óptimo de formación que debe tener toda persona para enfrentar los retos del desarrollo humano.

Ley general de educación 28044. Su modificatoria ley 28123 y reglamento de la ley General aprobados por los D.S. No. 06,013, 015, 022, del 2004; y 002, 009, 013 del 2005.

Articulo 3°.-"El Estado garantiza el ejercicio de derecho a una educación integral y de calidad para todos. La sociedad tiene la responsabilidad de contribuir a la educación y el derecho a participar en su desarrollo".

Articulo 49°.- "La educación superior como la segunda etapa del sistema educativo consolida la formación integral de las personas. Produce conocimiento, desarrolla la investigación e innovación y formas profesionales en el más alto nivel de especialización perfeccionamiento en todos los campos del saber, el arte, la cultura, la ciencia y la tecnología a fin de cubrir la demanda de la sociedad y contribuir al desarrollo y sostenibilidad del país.

R.M. No 0348-2010-ED. Aprueba la directiva el desarrollo del año académico 2011 de instituciones Educativas de Educación Básica y Técnico Productivo.

El Ministerio de Educación ha emprendido, dentro del marco de objetivos del programa de emergencia educativa, la ejecución de acciones orientadas al desarrollo de las capacidades comunicativas como ejes transversales a todas las áreas del currículo y como aprendizaje clave para acudir a múltiples saberes en otros campos. Esta norma plantea que se ejecuten una serie de acciones a favor del estudiantado, para que se acerquen cada vez más a la lectura, como indica uno de los objetivos de dicha norma promover la ejecución de acciones para desarrollar la capacidad de leer, como uno de las capacidades esenciales que contribuyen a la función integral de los niños adolescentes y jóvenes en lo personal profesional y humana.

1.5.2. Justificación Pedagógica

En todo el mundo, muchos investigadores pedagogos y psicólogos dedicados a la educación están llegando a conclusiones parecidas. Existe interés en los nuevos programas, que pretenden desarrollar una nueva teoría de las competencias intelectuales de la inteligencia humana para toda una cultura : entre ellos tenemos al constructivismo que es " la corriente pedagógica que afirma que el conocimiento de todas las cosas es un proceso mental del individuo, que se desarrolla de manera interna conforme al individuo que obtiene una serie de información que interactúa con su entorno", GARDNER, dice que la inteligencia es la capacidad para resolver problemas o elaborar productos que sean valiosos.

En el Perú el sistema educativo atraviesa por una profunda crisis, por ello el gobierno peruano se declaró en emergencia educativa sobre todo dando mayor énfasis a comunicación integral y lógico matemático.

Los estudiantes no están aprendiendo ni siquiera las habilidades básicas para desenvolverse socialmente menos la capacidad de resolver problemas por lo que se apoya en el enfoque comunicativo- textual e integrador, haciendo uso de la corriente cognitiva del aprendizaje significativo de DAVID ASUSSBEL.

La corriente cognitiva de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel se relaciona con nuestro tema de investigación toda vez que el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Lo que da a entender averiguar primero esto y enseñar consecuentemente lo que se necesita.

El aprendizaje significativo ocurre cuando tenemos conceptos y definiciones ya afianzadas sobre algún tema entonces las nuevas ampliaciones del mismo tema van a nuestro cerebro afianzando aun más los conocimientos previos.

El aprendizaje mecánico ocurre cuando no hay conocimientos y conceptos pre afianzados es decir es un tema totalmente nuevo para el sujeto. Como las formulas matemáticas de un nuevo tema del cual no tenemos referencias anteriores.

Es importante recalcar que el aprendizaje significativo no es la "simple conexión" de la información nueva con la ya existente en la estructura cognoscitiva del que aprende, por el contrario, sólo el aprendizaje mecánico es la "simple conexión", arbitraria y no sustantiva; el aprendizaje significativo involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje.

1.5.3. Justificación Científica

Durante los últimos años , el desarrollo científico así como el avance de la tecnología, ha sufrido un crecimiento de grandes magnitudes en comparación a décadas anteriores, y por ende, la actualización de los conocimientos tanto de los profesionales así como de los futuros alumnos que tienen que estar de acorde a los nuevos avances ,dentro del campo de la matemática .En tonces es necesario entender la importancia de desarrollar las capacidades, habilidades, etc. de los alumnos haciendo uso de estrategias que tienen como base la teoría que partiendo de conocimientos de nociones básicas exactas y a través del razonamiento

Lógico. El ser humano para a aprender conocimientos necesita estudiar las propiedades y relaciones cuantitativas y cualitativas entre los entes abstractos, mediante la abstracción y el uso de la lógica en el razonamiento, conocimiento que deberíamos de aprovechar mejor en la labor educativa.

Ausubel plantea que el aprendizaje del sujeto depende de la estructura cognitiva previa que este posee, es decir el conjunto de conceptos e ideas que él posee de un determinado tema. Ello también puede consistir en una predisposición existente en el alumno o el predominio de una o más inteligencias relacionadas al tema de aprendizaje.

El presente trabajo de investigación toma como base el concepto de ausubel sobre el aprendizaje significativo toda vez que la tomamos como un punto de partida para mejorar el logro de las capacidades del área de matemática, constituyéndose en una herramienta que permita el desarrollo de la reflexión y el razonamiento por ello son importantes utilizarlos de modo que pueda contribuir en las necesidades de los educandos en la solución de problemas matemáticos avocándonos al trabajo de la matemática recreativa que se relacionan con nuestras capacidades.

1.6 **Hipótesis**:

Son explicaciones tentativas del fenómeno investigado que se formulan como preposiciones[9].

3.1.1. Hipótesis general

La aplicación de la matemática recreativa con números racionales facilita el aprendizaje significativo de la matemática en los alumnos del primer grado de secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario Cusco

3.1.2. Hipótesis especifico

La aplicación de la matemática recreativa facilita la capacidad del aprendizaje significativo con los números naturales en los alumnos del primer grado de Secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario cusco es regular

El análisis y aplicación de la matemática recreativa mejora el conocimiento de las operaciones con números Enteros en los alumnos del primer grado de Secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario cusco es regular

La ejecución de la matemática recreativa con números racionales facilita el aprendizaje significativo de la matemática en los alumnos del primer grado de secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario Cusco.

1.7 Objetivos:

Los objetivos constituyen los móviles o propósitos de la investigación, es el punto a dónde desea llegar el investigador[10].

---

9 MARCELINO IZQUIERDO LLERENA "Metodología para diseñar proyectos de investigación educativa" Pág. 55 Ed. Distribuciones Honorio, Año 2008

10 MARCELINO IZQUIERDO LLERENA "Metodología para diseñar proyectos de investigación educativa"

1.6.1. Objetivo General

Determinar en qué medida la aplicación de la matemática recreativa con números racionales incide en el aprendizaje significativo de la matemática en alumnos del primer grado de Secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario Cusco

1.6.1. Objetivos Específicos

1.- Identificar en qué medida la matemática recreativa con números naturales facilita la capacidad de aprendizaje significativo de la matemática en los alumnos del primer grado de secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario Cusco

2.- Identificar en qué medida la matemática recreativa con números enteros facilita la capacidad de aprendizaje significativo de la matemática en los alumnos del primer grado de secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario Cusco.

3- evaluar la incidencia de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo de la matemática en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la IE miguel Grau seminario Cusco.

Pág. 41 Ed. Distribuciones Honorio, Año 2008

II. MÉTODO

2.1 tipo y diseño de investigación

2.1.1. Tipo de Estudio

El trabajo de investigación realizado tomo en consideración el estudio descriptivo – Correlacional, porque respondió las preguntas de investigación, cuyo propósito fue conocer y medir el grado de relación entre las dos variables LA MATEMÁTICA RECREATIVA CON LOS NUMEROS RACIONALES (variable independiente) El APRENDIZAJE SIGNIFICTIVO (Variable dependiente) y también medir y analizar la correlación que existía entre dichas variables en un contexto en particular Y por las características de la investigación el presente estudio es de **diseño no experimental** de corte transversal o transeccional correlacional.

En el trabajo de investigación se analizó la relación entre dos variables, lo que podría representarse como:

$$X \longleftrightarrow Y$$

Se aplicó el estudio descriptivo porque permitió describir la situación como se encuentran en el momento de la investigación, luego del desarrollo de la investigación propiamente dicha se relacionan los resultados obtenidos dando pie a mencionar las conclusiones sobre el cambio de las actitudes después de la investigación. Además permitirá mencionar las conclusiones sobre el cambio de las actitudes después de la investigación.

Y por las características de la investigación el presente estudio es de **diseño no experimental** de corte transversal o transeccional correlacional.

2.1.2 Diseño De Estudio

"“Es el conjunto de estrategias procedimentales, metodológicas y técnicas que guían la formulación del problema, darle respuestas y verificar las hipótesis en estrecha relación con el problema y el objetivo de la investigación esto dependiendo del tipo de investigación que se estudia”[11]

[11] MARCELINO IZQUIERDO LLERENA “Metodología para diseñar proyectos de investigación educativa”

En la investigación que se llevo a cabo fue preciso manipular la variable independiente (causa) para conocer sus consecuencias sobre la variable dependiente (efectos), dentro de una situación controlada, por lo que fue necesario emplear la investigación cuasi experimental.

FORMULA

GE	O_1	X	0_2
GC	O_3		O_4

Leyenda:

X: Experimento

GE: Grupo experimental

GC: Grupo de control

O_1 O_2: Observación a cada grupo en forma simultânea

O_3 O_4: Nueva observación

Para el trabajo de investigación en el GC (grupo de control) se considero a los niños del PRIMER grado sección A y el GE (grupo experimental) los alumnos del PRIMER grado sección B.

Se escogió este diseño porque con ello se demostró si la aplicación de la matemática recreativa con los números nacionales mejoro el logro de las capacidades del área.

Los diseños cuasi experimentales, al igual que los experimentos puros, manipulan deliberadamente, al menos una variable independiente para observar su efecto y relación con una o mas variables dependientes, solo que difieren de los experimentos "verdaderos" en el grado de seguridad o confiabilidad que pueda tenerse sobre la equivalencia inicial de los grupos. En los diseños cuasi experimentales los sujetos no se asignan al azar ni se emparejan, sino que dichos grupos ya estaban formados antes del experimento.

Estos diseños se utilizaron cuando no es posible asignar a los sujetos en forma aleatoria a los grupos que recibirán los tratamientos experimentales. La falta de aleatorización introduce posibles problemas de validez interna y externa.

A causa de los problemas potenciales de validez interna, en estos diseños el investigador debe intentar establecer la semejanza entre los grupos; esto

Pág. 77 Ed. Distribuciones Honorio, Año 2008 requiere considerar las características o variables que estén relacionadas con las variables estudiadas.

MATRIZ OPERACIONAL DE LA VARIABLE N° 01 LA MATEMÁTICA RECREATIVA CON NÚMEROS RACIONALES.

DEFINICION CONCEPTUAL	DEFINICION OPERACIONAL	DIMENCIONES	INDICADORES
La matemática recreativa con números racionales la matemática recreativa es la disciplina de la enseñanza que más se usa y ejercita el trabajo mental de poner en claro las cosas y los hechos de la vida diaria Solución de problemas generalmente enunciados en forma de acertijos, casi todas las cuales se resuelven por medio de análisis indeterminado. [1]VERA, Francisco. "Diccionario Matemático". Buenos Aires. Edit. KAPELUSZ, 1967. Pág. 427.	Solución de problemas generalmente enunciados en forma de acertijos, casi todas las cuales se resuelven por medio de análisis indeterminado. [1]VERA, Francisco. "Diccionario Matemático". Buenos Aires. Edit. KAPELUSZ, 1967. Pág. 427.	**números naturales** son todos aquellos números desde el cero hasta el infinito. Capacidad que permite dividir el todo en partes con la finalidad de estudiar, explicar o justificar algo.	- Analizar un enunciado - Procesar información - Interpretar el enunciado
		números enteros son los mismos números naturales acompañados de un signo delante existiendo dos clases de enteros positivos y negativos. Analizar todas las acciones y procedimientos con el objetivo de mejorar, detectar, proponer soluciones para obtener óptimos resultados.	- Aplicar el procedimiento - Conceptos fundamentales - Ejecutar el razonamiento
		números Racionales son los números naturales y enteros convertidos en fracciones. Capacidad de comunicarse e intercambiar experiencias o conocimientos	- Establecer relaciones con los demás. - Ejecutar mediante el grafico. - Resolver el enunciado. - Diferenciar mediante una recta numérica.
Aprendizaje significativo Es un área que se concentra en la obtención de resultados acerca de actividades lúdicas, y también la que se dedica a difundir o divulgar de manera entretenida y divertida los conocimientos o ideas o problemas matemáticos. Entendemos por aprendizaje significativo al conocimiento o modo de actuar que adquiere importancia especial para la persona porque le permitió organizar o reconstruir sus conocimientos previos. IBIDEM. Pág. 88.	Entendemos por aprendizaje significativo al conocimiento o modo de actuar que adquiere importancia especial para la persona porque le permitió organizar o reconstruir sus conocimientos previos. IBIDEM. Pág. 88.	**Razonamiento y demostración** La secuencia numérica es una progresión dada **Comunicación matemática** **Resolución de problemas.** Es la capacidad de interpretar un enunciado	- Reproduce la secuencia dada - Formula el enunciado - Deduce el propósito de la figura - Procesa el contenido de dicho objeto. - Verifica la secuencia.

2.2 Población, muestra y muestreo

2.3.1 Población:

"Conjunto de todos los casos que concuerdan con determinadas especificaciones[12]."

Para el presente trabajo de investigación se consideró como población a la totalidad de las alumnas de la I.E Miguel Grau Seminario de primero a quinto de secundaria en los turnos de mañana y tarde distribuidas en 17 secciones como se aprecia:

TABLA Nro 03

Universo poblacional estudiantes IE Miguel Grau Seminario

	Primero				Segundo				Tercero			Cuarto			Quinto			Total
	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	A	B	C	A	B	C	
V	23	24	23	18	17	18	14	19	19	22	24	20	15	21	16	18	11	314
M	13	12	13	16	17	14	20	14	25	22	17	20	26	19	17	17	24	315
To	36	36	36	34	34	32	34	33	34	44	41	40	41	40	33	35	35	629

Fuente: Archivos de la IE Miguel Grau Seminario

TABLA Nro. 04

Universo poblacional estudiantes y profesores Miguel Grau Seminario

Profesores	60
Alumnos	629

Fuente: Archivo de la I.E .Miguel Grau Seminario

Lo primero fue decidir si nos interesaba o no delimitar la población y si pretendíamos que esto sea antes de recolectar los datos o durante el proceso .En

[12] MARCELINO IZQUIERDO LLERENA "Metodología para diseñar proyectos de investigación educativa" Pago. 88 Ed. Distribuciones Honorio, Año 2008

los estudios cualitativos por lo común la población o el universo no se delimita a priori. En los cuantitativos casi siempre si. En los enfoques mixtos ello depende de la situación de investigación.
Una deficiencia que se presenta en algunos trabajos de tesis, bajo el enfoque cualitativo, es que no describen lo suficiente las características de la población o consideran que la muestra la representa de manera autónoma.

Es preferible entonces, para el enfoque cuantitativo, establecer con claridad las características de la población, con la finalidad de delimitar cuáles serán los parámetros muéstrales.

La delimitación de las características de la población no sólo depende de los objetivos del estudio, sino de otras razones prácticas. Un estudio no será mejor por tener una población más grande; la calidad de un trabajo estriba en delimitar claramente la población con base en los objetivos del estudio.

2.3.2 Muestra:

"Es una parte o fragmento representativo de la población seleccionados por algún método de muestreo[13]"

En las muestras no probabilísticas, la elección de los elementos no depende de la probabilidad, sino de causas relacionadas con las características de la investigación o de quién hace la muestra. Aquí el procedimiento no es mecánico, ni con base en formulas de probabilidad, sino que depende del proceso de toma de decisiones de una persona o de un grupo de personas y, desde luego, las muestras seleccionadas obedecen a otros criterios de investigación.

El método de muestreo que se utilizó en el trabajo de investigación fue el muestreo NO PROBABILÍSTICO O MUESTRA DIRIGIDA y la técnica de muestreo fue el de muestreo DE JUICIO O CRITERIO, por cuanto en la selección de la muestra se tomó en cuenta al criterio del investigador, quien tomó en cuenta a las personas que brindaron mayor calidad de información.

[13] MARCELINO IZQUIERDO LLERENA "Metodología para diseñar proyectos de investigación educativa" Pág. 88 Ed. Distribuciones Honorio, Año 2008

Para el trabajo de investigación se consideró a los 75 alumnos, como muestra de estudio de investigación que representó a los alumnos del primer grado de Educación secundaria.

Alumnos del Primer grado “A”	35
Alumnos del Primer grado “B”	35
TOTAL	70

2.3 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

2.3.1 Variable de estudio: Clima organizacional

Se utilizo la técnica de la encuesta para las dos variables, por lo tanto los instrumentos son los cuestionarios.

Una encuesta es un estudio observacional, en el cual el investigador no modifica el entorno ni controla el proceso que está en observación (como sí lo hace en un experimento). Los datos se obtienen a partir de realizar un conjunto de preguntas dirigidas a una muestra representativa, formada por alumnos del primer grado de educación secundaria, con el fin de conocer estados de opinión, características o hechos específicos. Para el cual se seleccionó las preguntas más convenientes, de acuerdo con la naturaleza de la investigación.

El cuestionario es un instrumento utilizado para la recogida de información, diseñado para poder cuantificar y universalizar la información y es la más empleada en investigación, porque es menos costosa, permite llegar a un mayor número de participantes y facilita el análisis,

Las técnicas e instrumentos de recolección de datos se resumen en el siguiente cuadro, tomando en cuenta el más adecuado a la realidad del lugar de investigación.

TECNICAS	INSTRUMENTOS
ENCUESTAS	CUESTIONARIO

La técnica de la encuesta con cuestionario adecuado como instrumento de investigación se elaboró con 20 preguntas para los alumnos con la finalidad de recoger información de los datos de la investigación y para luego realizar el análisis de la información para determinar el propósito de la investigación que era el de mejoramiento de las capacidades del área de ciencia tecnología y ambiente.

Las técnicas: de estudio “Son un conjunto de herramientas, fundamentalmente lógicas, que ayudan a mejorar el rendimiento y facilitan el proceso de memorización y estudio[14]”.

2.3.2 Validez y confiabilidad de los instrumentos

La confiabilidad y validez de un instrumento se refiere al grado en el que la aplicación repetida de un instrumento de medición al mismo fenómeno, sujeto u objeto produce resultados similares. Por lo tanto los instrumentos serán el cuestionario. Se aplico en el grupo de control y en el grupo experimenta.

2.4 Métodos de análisis de datos

“Es el proceso a través del cual el investigador organiza la información de modo que pueda manejar los resultados de acuerdo a las variables propuestas. Se trata de que los datos obtenidos tengan algún ‘sentido’ o mejor dicho se conviertan en conocimiento de acuerdo a los objetivos de la investigación.”[15]

El método cualitativo consistió en analizar todo el proceso de investigación, en el cual se recogió la información, se procesó y se ordenó. Nos permitió un análisis minucioso de modo sistemático, haciendo uso de habilidades intelectuales especiales en los momentos oportunos. Por otra parte, el método cuantitativo consistió en el procesamiento de la información recogida en forma de datos numéricos, haciendo uso de los principios y metodología estadística.

Se aplicó a través de la:

- La estadística descriptiva: Promedio Aritmético o Media, Desviación Estándar y Coeficiente de Varianza, para determinar el nivel de significancia de la influencia de la aplicación de organizadores gráficos para el logro de la capacidad de resolución de problemas matemáticos.
- La estadística inferencial: Prueba estadística de la distribución normal, para probar la hipótesis

[14] MARCELINO IZQUIERDO LLERENA “Metodología para diseñar proyectos de investigación educativa” Pág. 102 Ed. Distribuciones Honorio, Año 2008

[15] Universidad César Vallejo. Escuela de Postgrado. ”Diseño y desarrollo del trabajo de investigación”, pág. 177.

Los pasos para el análisis de datos fueron:

A. Se determinó la media, la desviación estándar (típica) y el coeficiente de varianza de los resultados obtenidos del Pretest y Postest del Grupo de Control (G.C.) y del Grupo Experimental (G.E.)

B. Se encontró la diferencia entre medias del Pretest y Postest entre el Grupo de Control (G.C.) y Grupo Experimental (G.E.)

C. Para la formulación estadística del problema se determinó si hay o no diferencia significativa en el logro de la capacidad de resolución de problemas entre el Grupo de Control (G.C.) y el Grupo Experimental (G.E.), se expresa de la siguiente forma:

Primera Hipótesis Nula: H_O

$H_O : \mu_1 = \mu_0$

(No hay diferencia significativa en el logro de objetivos del G.C. y G.E.)

Prueba Estadística:

$$Z = \frac{x_A - x_B}{\frac{S^2_a}{n_a} + \frac{S^2_b}{n_b}}$$

(Para la prueba de hipótesis concerniente a la diferencia de medias de significancia: $\alpha = 0{,}05$).

Región Crítica: Z

α=0,05 $\Rightarrow$ Z=1,96 (Para una prueba de dos colas Z_c)

D. Se elaboró los cuadros estadísticos para explicar e ilustrar los resultados obtenidos.

E. Se elaboró los cuadros estadísticos, resumen y gráficos para explicar e ilustrar los resultados obtenidos.

F. Para la representación gráfica se utilizaron los polígonos de frecuencia.

Resumen de las técnicas estadísticas:

ESTADÍSTICA		FÓRMULAS
DESCRIPTIVA	MEDIA o PROMEDIO ARITMÉTICO	$\bar{X} = \frac{\Sigma X_i \cdot f_i}{n}$ $\bar{X}$: Media Aritmética Σ : Sumatoria X_i : Marca de Clase

		f_i : Frecuencia absoluta n : Tamaño de muestra
	DESVIACIÓN ESTÁNDAR	S = $\sqrt{\frac{\Sigma\ (X_i - \bar{X})^2 . f_i}{n-1}}$; n≥30
	COEFICIENTE DE VARIACIÓN	Cv % = $\frac{S}{\bar{X}}$. 100
INFERENCIAL	ESTADÍSTICO DE PRUEBA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR	Z = $\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S^2{}_1}{n_1} + \frac{S^2{}_2}{n_2}}}$

<u>PRUEBA DE HIPÓTESIS</u>:

A. <u>Pre test</u>.

$H_O : \mu_E = \mu_C$

$H_a : \mu_E \neq \mu_C$

Nivel de significancia : α = 0,05 ó 95%

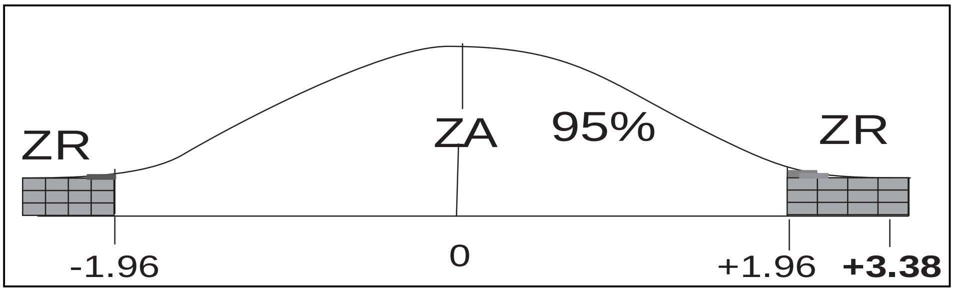
Nivel de confianza : Z = 1,96

Valor tabulario : –1,96 < Z > +1,96

Estadística de la Prueba:

Z = $\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S^2{}_1}{n_1} + \frac{S^2{}_2}{n_2}}}$ = +3,38

Logro de Capacidades:



RR: Región de Rechazo

RA: Región de Aceptación

Decisión: $Z_C >> Z_T$

Se acepta la Hipótesis nula y se rechaza la Hipótesis alternativa; así mismo, se concluye que el logro de la capacidad de resolución de problemas matemáticos en el Grupo de Control es significativamente diferente al Grupo Experimental.

B. <u>Post – Test</u>.

$H_O : \mu_E = \mu_C$

$H_a : \mu_E \neq \mu_C$

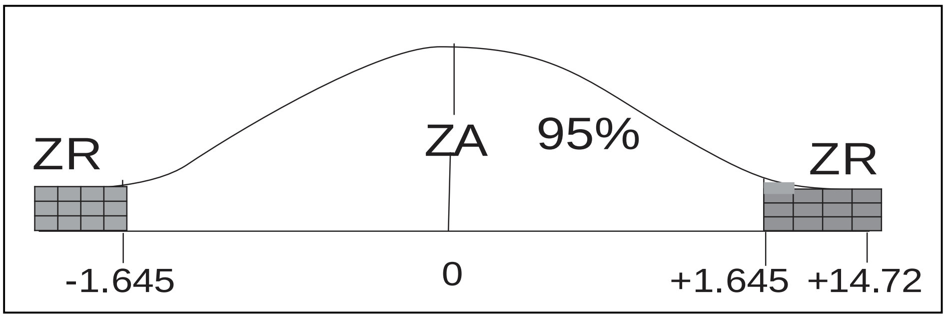
Nivel de significancia : α = 0,05 ó 5%

Valor Tabulario : Z = 1,645, es decir: $Z_C > +1,645$

Estadística de la Prueba:

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\frac{S^2_1}{n_1} + \frac{S^2_2}{n_2}} = +14,79$$

Logro de la Capacidad de Resolución de Problemas:



RR: Región de Rechazo

RA: Región de Aceptación

Decisión: $Z_C >> Z_T$

Se rechaza la Hipótesis nula y se acepta la Hipótesis alternativa; así mismo, se concluye que el logro de la capacidad de resolución de problemas matemáticos en el Grupo Experimental es significativamente mayor al Grupo de Control.

III. RESULTADOS

3.1 Descripción

Para obtener la información de las variables, dimensiones e ítems, del presente trabajo de investigación, se utilizó un cuestionario Prueba de entrada o pre- test de 15 ítems, los cuales se dividieron de la siguiente manera:

- Dimensión A: números Naturales (3 items)
- Dimensión B: números Enteros (3 items)
- Dimensión C: números Racionales (4 items)
- Dimensión D: Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas (5 items)

El cuestionario se aplicó a los estudiantes del 1º Grado "A", como Grupo Experimental, y a los estudiantes del 1º Grado "B", como Grupo de Control, tanto en el Pre test como también en el Pos test.

El objetivo de aplicar dicho instrumentos fue determinar la mejora de las capacidades del área de Matemática después de la aplicación de los instrumentos, para saber la forma cómo influye la aplicación de la matemática recreativa con los números racionales y el aprendizaje significativo.

El instrumento cuestionario post test se aplicó con el objetivo de determinar la mejora de las capacidades del área de Matemática fue aplicado también al mismo tiempo a los dos grupos: grupo experimental y grupo de control.

A continuación se muestran en cuadros y gráficos detallados, los resultados obtenidos en la investigación:

Cuadro Nº 01

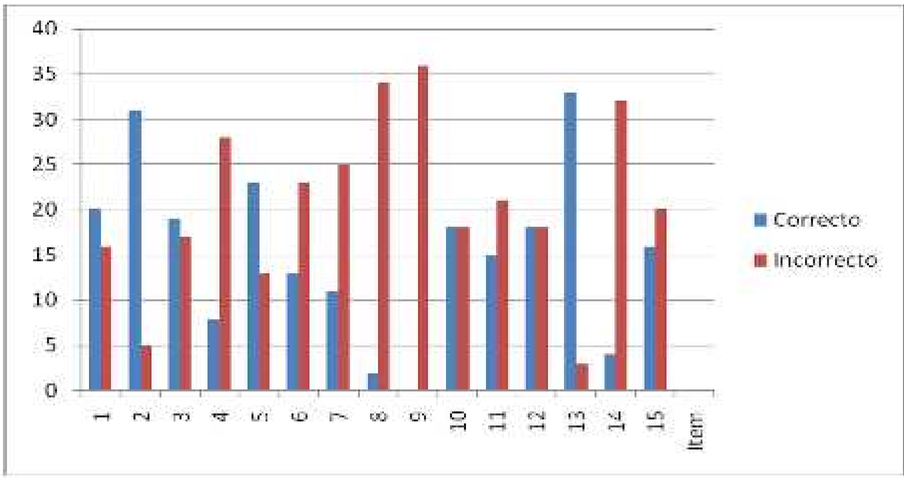
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) para determinar el nivel de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO EXPERIMENTAL				TOTAL
		Correcto	%	Incorrecto	%	
Números naturales	1	20	56	16	44	36
	2	31	86	05	14	
	3	19	53	17	47	
Números enteros	4	08	22	28	78	
	5	23	64	13	36	
	6	13	36	23	64	
Números racionales	7	11	31	25	69	
	8	02	06	34	94	
	9	00	00	36	100	
	10	18	50	18	50	
Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas	11	15	42	21	58	
	12	18	50	18	50	
	13	33	92	03	08	
	14	04	11	32	89	
	15	16	44	20	56	

Fuente: Cuestionario para alumnos

GRÁFICO Nº 1

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) para determinar el nivel de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 1, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Pre test en el Grupo Experimental, la mayoría de los estudiantes desconocen los organizadores graficos y más aún su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Esto se evidencia con los resultados obtenidos, donde el 75.20% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 24.80% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 02

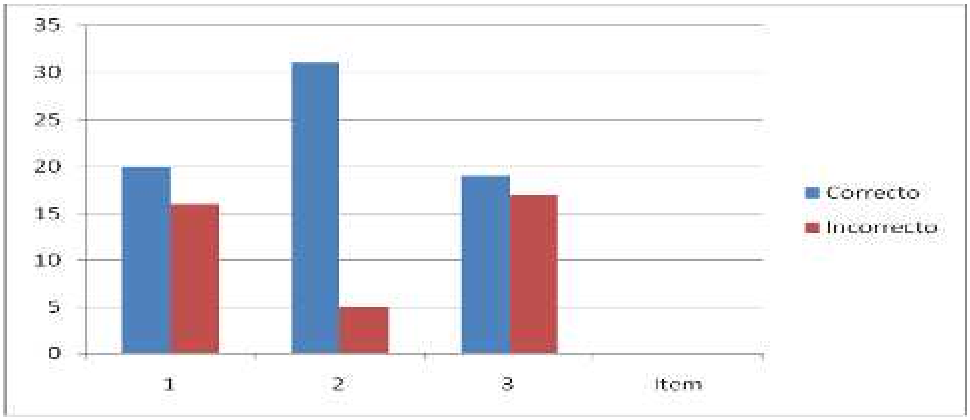
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimencion de números naturales para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del primer Grado "A" (Grupo Experimental)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO EXPERIMENTAL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Números naturales	1	08	22	28	78
	2	23	64	13	36
	3	13	36	23	64

Fuente: Cuestionario para alumnos

Grafico Nº 02

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimencion de números naturales para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del primer Grado "A" (Grupo Experimental)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 2, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Pre test en el Grupo Experimental, la mayoría de los estudiantes desconocen el organizador gráfico de los números naturales y su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Evidenciándose con los siguientes resultados: el 80% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 20% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 03

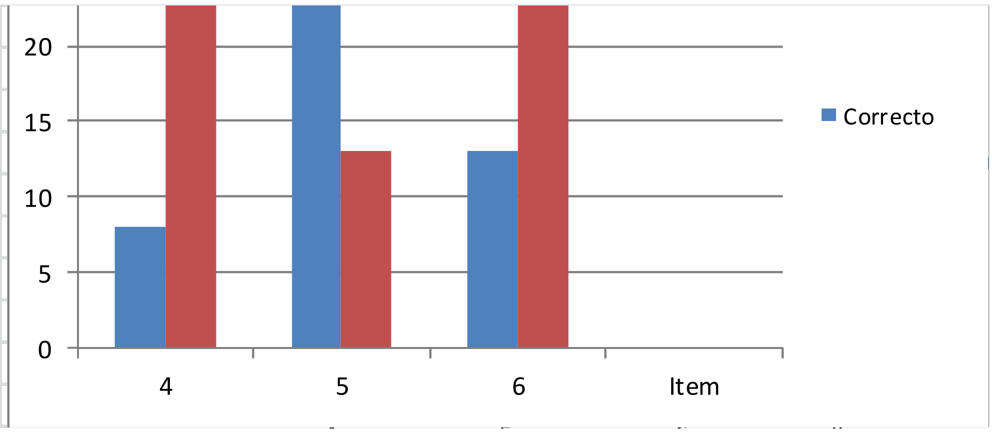
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimencion de números enteros para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del primer Grado "A" (Grupo Experimental)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO EXPERIMENTAL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Números enteros	4	20	56	16	44
	5	31	86	05	14
	6	19	53	17	47

Fuente: Cuestionario para alumnos

Grafico Nº 03

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimencion de números enteros para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 3, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Pre test en el Grupo Experimental, la mayoría de los estudiantes desconocen el organizador gráfico de los números enteros y su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Evidenciándose con los siguientes resultados: el 85.20% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 24,80% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 04

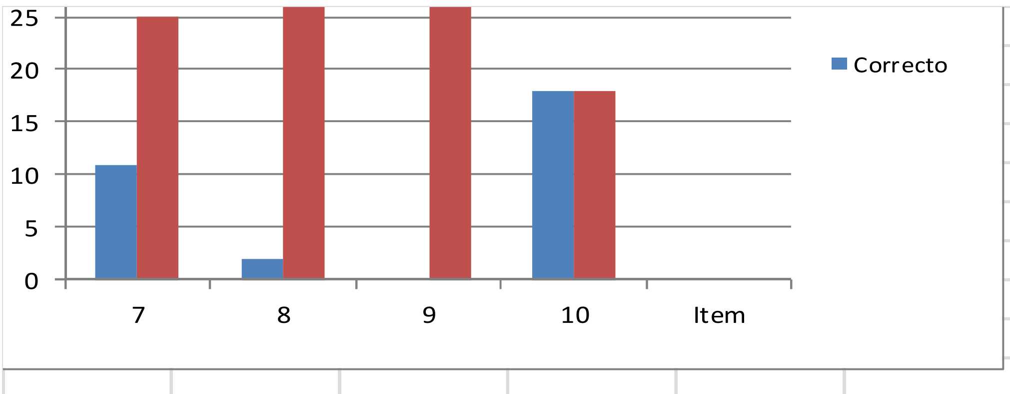
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimencion de números racionales para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del primer Grado "A" (Grupo Experimental)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO EXPERIMENTAL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Números racionales	7	11	31	25	69
	8	02	06	34	94
	9	00	00	36	100
	10	18	50	18	50

Fuente: Cuestionario para alumnos

Grafico Nº 04

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimencion de números racionales para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 4, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Pre test en el Grupo Experimental, la mayoría de los estudiantes desconocen el organizador gráfico de números racionales y su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Evidenciándose con los siguientes resultados: el 80% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 20% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 05

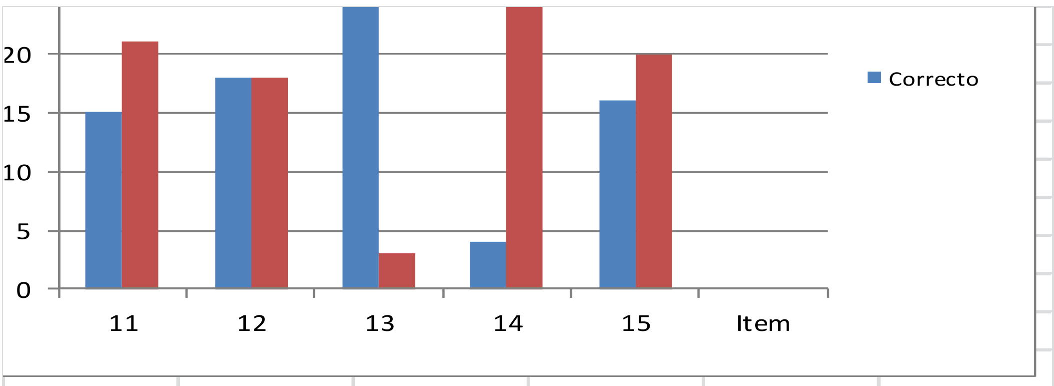
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimencion de Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO EXPERIMENTAL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas	11	15	42	21	58
	12	18	50	18	50
	13	33	92	03	08
	14	04	11	32	89
	15	16	44	20	56

Fuente: Cuestionario para alumnos

Grafico Nº 05

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimencion de Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)



Fuente: Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 5, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Pre test en el Grupo Experimental, la mayoría de los estudiantes desconocen el Razonar, Demostrar, Comunicar y Resolver Problemas. Evidenciándose con los siguientes resultados: el 78% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 22% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 06

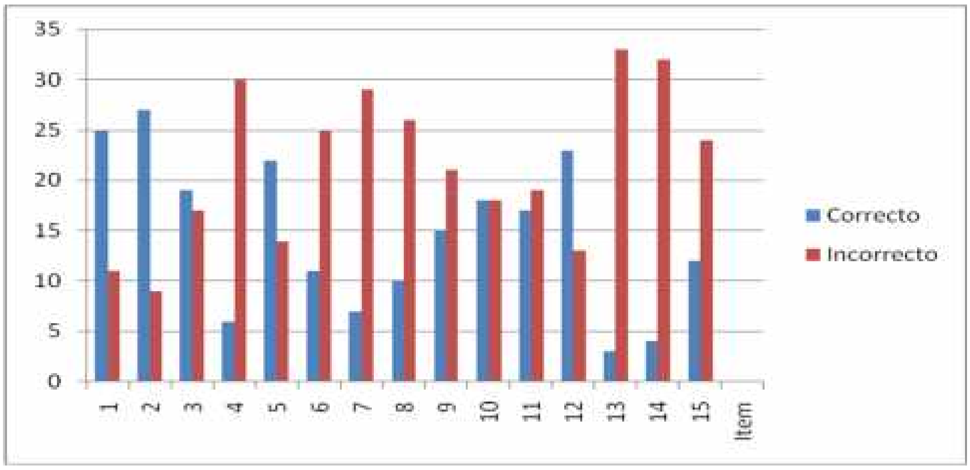
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control).

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO CONTROL				TOTAL
		Correcto	%	Incorrecto	%	
Números naturales	1	25	69	11	31	36
	2	27	75	09	25	
	3	19	53	17	47	
Números enteros	4	06	17	30	83	
	5	22	61	14	39	
	6	11	31	25	69	
Números racionales	7	07	19	29	81	
	8	10	28	26	82	
	9	15	42	21	58	
	10	18	50	18	50	
Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas	11	17	47	19	53	
	12	23	64	13	36	
	13	03	08	33	92	
	14	04	11	32	89	
	15	12	33	24	67	

Fuente: Cuestionario para alumnos

GRÁFICO Nº 6

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 6, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Pre test en el Grupo de Control, la mayoría de los estudiantes desconocen los organizadores gráficos y más aún su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Esto se evidencia con los resultados obtenidos, donde el 87,00% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 23,00% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 07

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimencion de números naturales para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)

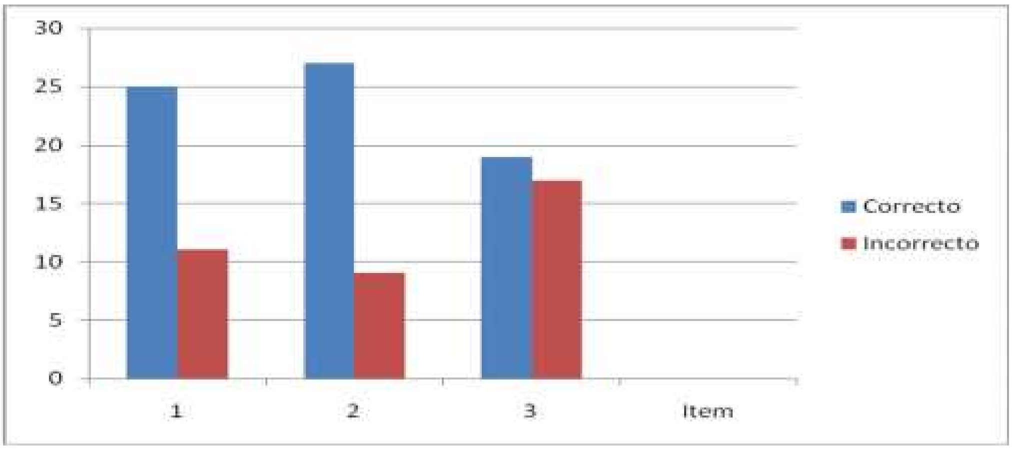
DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO CONTROL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Números naturales	1	25	69	11	31
	2	27	75	09	25
	3	19	53	17	47

Fuente: Cuestionario para alumnos

Gráfico Nº 07

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimencion de números naturales para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el

aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado “B” (Grupo Control)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 7, se observa que, para el Cuestionario correspondiente al Pre test en el Grupo de Control, la mayoría de los estudiantes desconocen el organizador gráfico de números naturales y su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Evidenciándose con los siguientes resultados: el 24.73% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 75.27% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 08

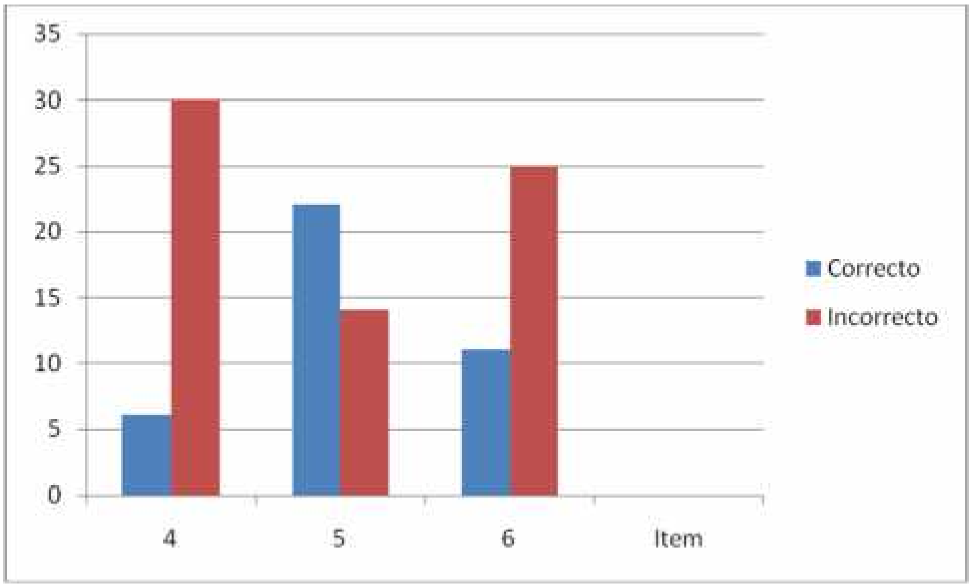
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimencion de números enteros para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado “B” (Grupo Control)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO CONTROL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Números enteros	4	06	17	30	83
	5	22	61	14	39
	6	11	31	25	69

Fuente: Cuestionario para alumnos

Grafico Nº 08

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimencion de números enteros para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado “B” (Grupo Control)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 8, se observa que, para el Cuestionario correspondiente al Pre test en el Grupo de Control, la mayoría de los estudiantes desconocen el organizador gráfico de los números enteros y su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Evidenciándose con los siguientes resultados: el 76,60% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 23,40% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 09

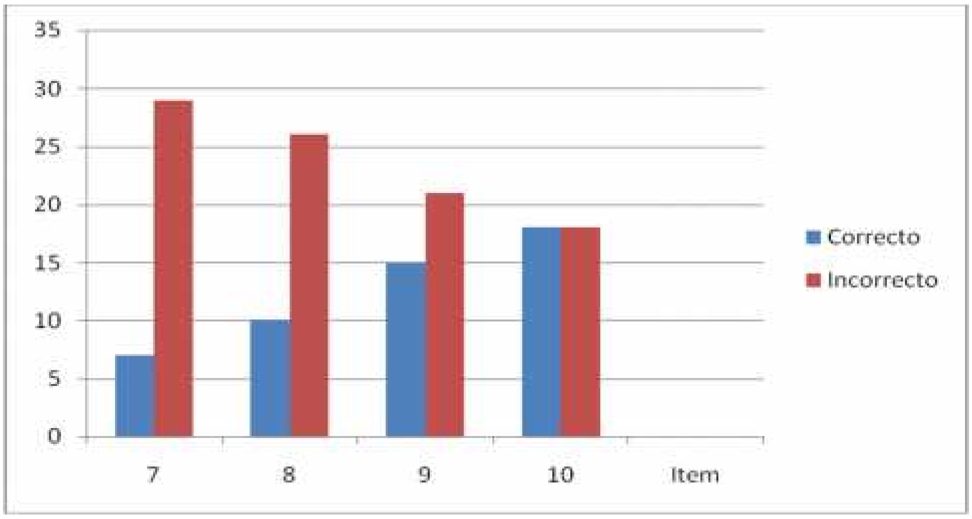
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimencion de números racionales para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO CONTROL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Números racionales	7	07	19	29	81
	8	10	28	26	82
	9	15	42	21	58
	10	18	50	18	50

Fuente: Cuestionario para alumnos

Grafico Nº 09

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimencion de números racionales para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 9, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Pre test en el Grupo de Control, la mayoría de los estudiantes desconocen el organizador gráfico de los números racionales y su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Evidenciándose con los siguientes resultados: el 70% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 30% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 10

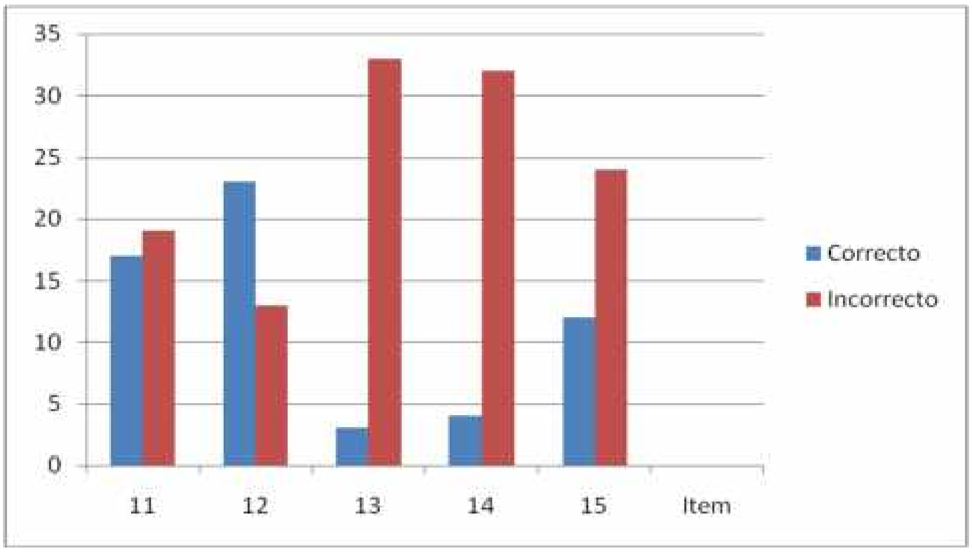
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimencion de Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO CONTROL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas	11	17	47	19	53
	12	23	64	13	36
	13	03	08	33	92
	14	04	11	32	89
	15	12	33	24	67

Fuente: Cuestionario para alumnos

Grafico Nº 10

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Pre test) en la dimensión de Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 10, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Pre test en el Grupo de Control, la mayoría de los estudiantes desconocen el Razonar, Demostrar, Comunicar y Resolver Problemas. Evidenciándose con los siguientes resultados: el 79,30% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 20,70% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 11

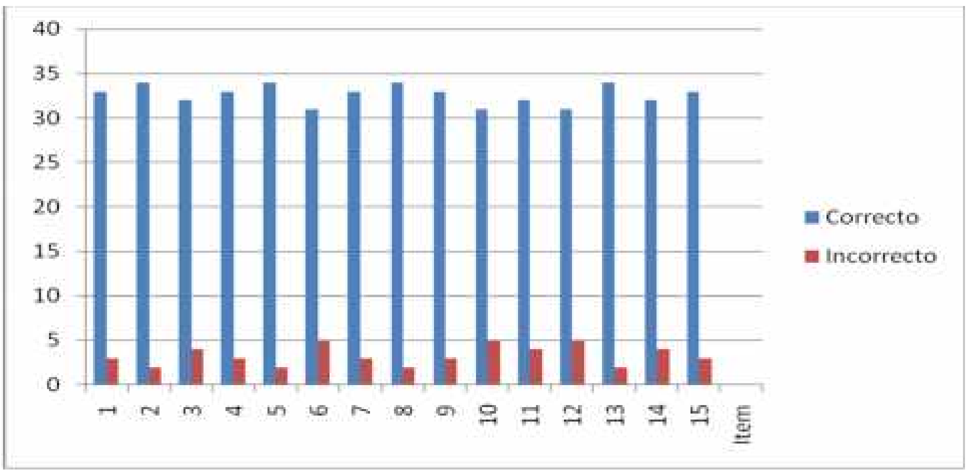
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO EXPERIMENTAL				TOTAL
		Correcto	%	Incorrecto	%	
Números naturales	1	33	92	3	08	36
	2	34	94	2	06	
	3	32	89	4	11	
Números enteros	4	33	92	3	08	
	5	34	94	2	06	
	6	31	86	5	14	
Números racionales	7	33	92	3	08	
	8	34	94	2	06	
	9	33	92	3	08	
	10	31	86	5	14	
Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas	11	32	89	4	11	
	12	31	86	5	14	
	13	34	94	2	06	
	14	32	89	4	11	
	15	33	92	3	08	

Fuente: Cuestionario para alumnos

GRÁFICO Nº 11

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 11, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Pos test en el Grupo Experimental, la mayoría de los estudiantes conocen los organizadores gráficos y su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Esto se evidencia con los resultados obtenidos, donde el 93% de los estudiantes respondieron de manera correcta y tan sólo el 7% respondieron incorrectamente.

Cuadro Nº 12

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimencion de números naturales para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO EXPERIMENTAL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Números naturales	1	33	92	3	08
	2	34	94	2	06
	3	32	89	4	11

Fuente: Cuestionario para alumnos

Grafico Nº 12

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimencion de números naturales para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)

Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 12, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Pos test en el Grupo Experimental, la mayoría de los estudiantes conocen el organizador gráfico de los números naturales y su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Esto se evidencia con los resultados obtenidos, donde el 91,67% de los estudiantes respondieron de manera correcta y tan sólo el 8,33% respondieron incorrectamente.

Cuadro Nº 13

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimencion de números enteros para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO EXPERIMENTAL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Números enteros	4	33	92	3	08
	5	34	94	2	06
	6	31	86	5	14

Fuente: Cuestionario para alumnos

Gráfico Nº 13

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimensión de números enteros para determinar el nivel de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)

Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 13, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Post test en el Grupo Experimental, la mayoría de los estudiantes desconocen el organizador gráfico de los números enteros y su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Evidenciándose con los siguientes resultados: el 91.20% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 8,80% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 14

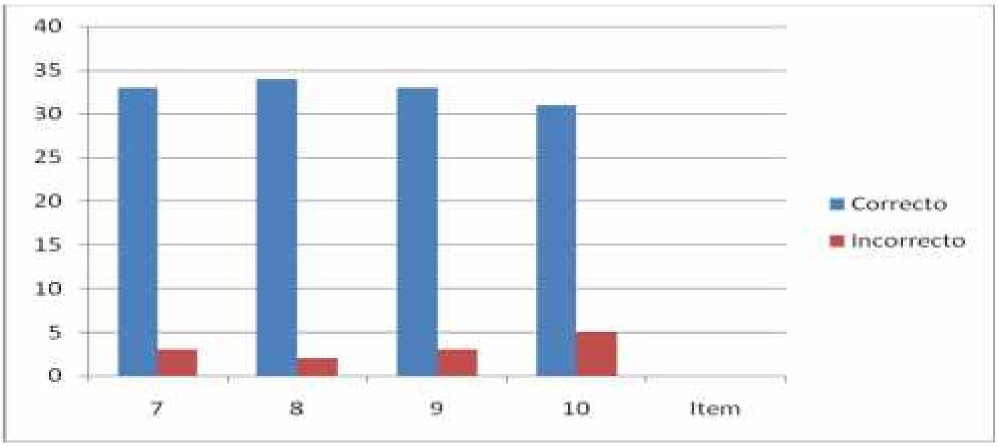
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimencion de números racionales para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO EXPERIMENTAL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Números racionales	7	33	92	3	08
	8	34	94	2	06
	9	33	92	3	08
	10	31	86	5	14

Fuente: Cuestionario para alumnos

Gráfico Nº 14

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimencion de números racionales para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 14, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Post test en el Grupo Experimental, la mayoría de los estudiantes desconocen el organizador gráfico de números racionales y su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Evidenciándose con los siguientes resultados: el 8% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 92% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 15

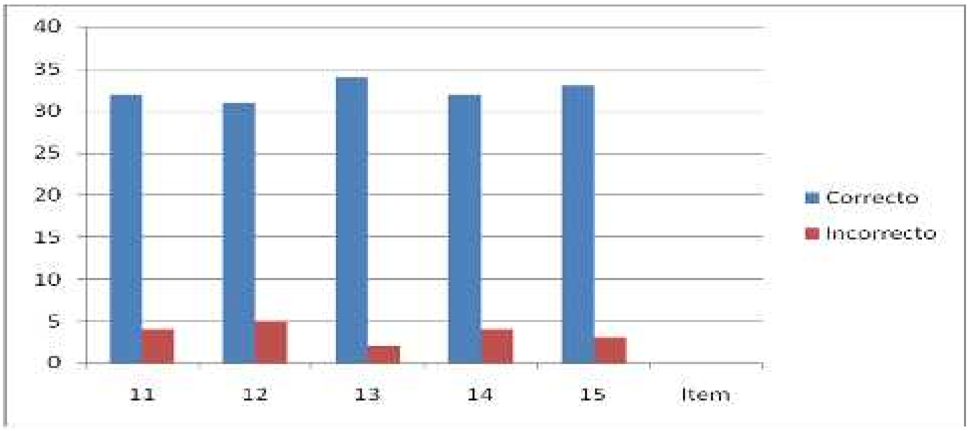
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimencion de Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO EXPERIMENTAL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas	11	32	89	4	11
	12	31	86	5	14
	13	34	94	2	06
	14	32	89	4	11
	15	33	92	3	08

Fuente: Cuestionario para alumnos

Gráfico Nº 15

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimensión de Razonar, Demostra, Comunicar y Resolver Problemas para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 15, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Post test en el Grupo Experimental, la mayoría de los estudiantes desconocen el Razonar, Demostrar, Comunicar y Resolver Problemas. Evidenciándose con los siguientes resultados: el 11% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 89% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 16

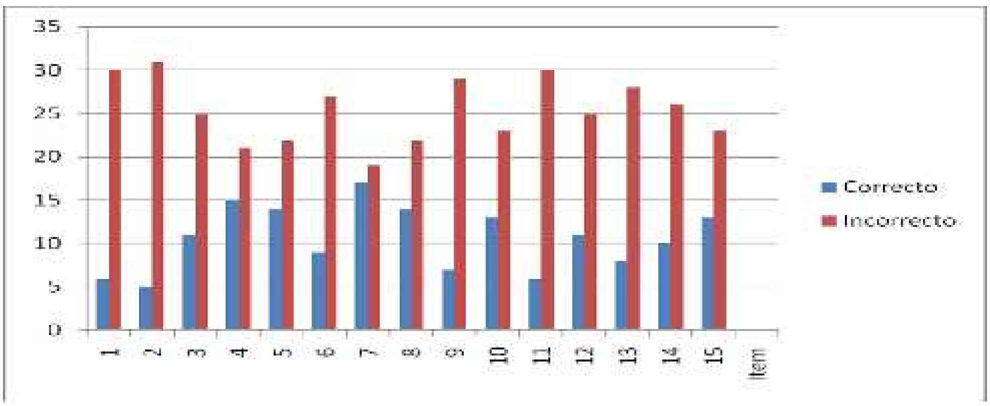
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO CONTROL				TOTAL
		Correcto	%	Incorrecto	%	
Números naturales	1	06	17	30	83	36
	2	05	14	31	86	
	3	11	31	25	69	
Números enteros	4	15	42	21	58	
	5	14	39	22	61	
	6	09	25	27	75	
Números racionales	7	17	47	19	53	
	8	14	39	22	61	
	9	07	19	29	81	
	10	13	36	23	64	
Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas	11	06	17	30	83	
	12	11	31	25	69	
	13	08	22	28	78	
	14	10	28	26	72	
	15	13	36	23	64	

Fuente: Cuestionario para alumnos

GRÁFICO Nº 16

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 16, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Post test en el Grupo de Control, la mayoría de los estudiantes desconocen los organizadores gráficos y más aún su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Esto se evidencia con los resultados obtenidos, donde el 73.25% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 26,75% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 17

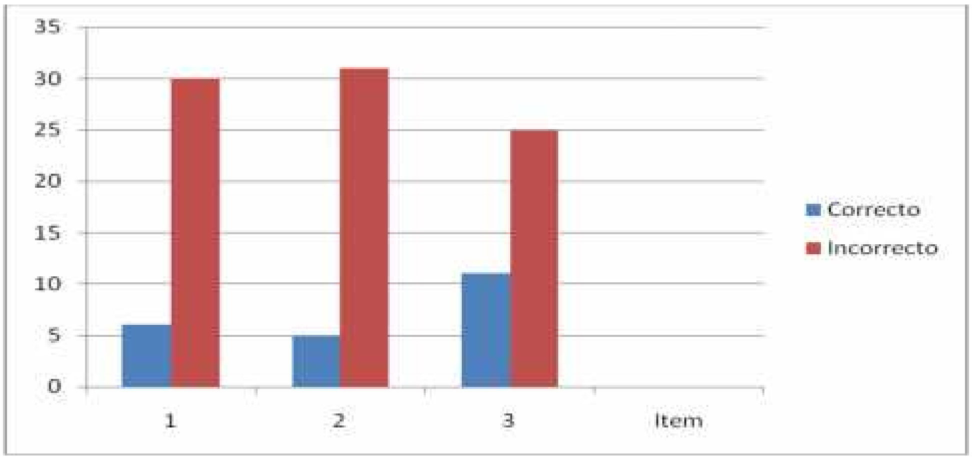
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimencion de números naturales para determinar el nivel de la matematica recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO CONTROL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Números naturales	1	06	17	30	83
	2	05	14	31	86
	3	11	31	25	69

Fuente: Cuestionario para alumnos

Gráfico Nº 17

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimensión de números naturales para determinar el nivel de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 17, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Post test en el Grupo de Control, la mayoría de los estudiantes desconocen el organizador gráfico de números naturales y su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Evidenciándose con los siguientes resultados: el 83.73% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 16.27% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 18

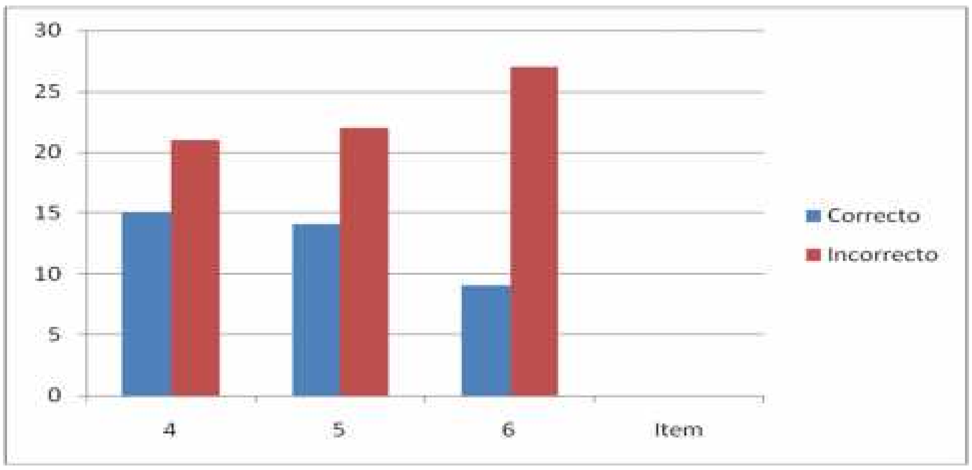
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimensión de números enteros para determinar el nivel de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO CONTROL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Números enteros	4	15	42	21	58
	5	14	39	22	61
	6	09	25	27	75

Fuente: Cuestionario para alumnos

Gráfico Nº 18

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimensión de números enteros para determinar el nivel de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 18, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Post test en el Grupo de Control, la mayoría de los estudiantes desconocen el organizador gráfico de los números enteros y su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Evidenciándose con los siguientes resultados: el 68,60% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 31,40% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 19

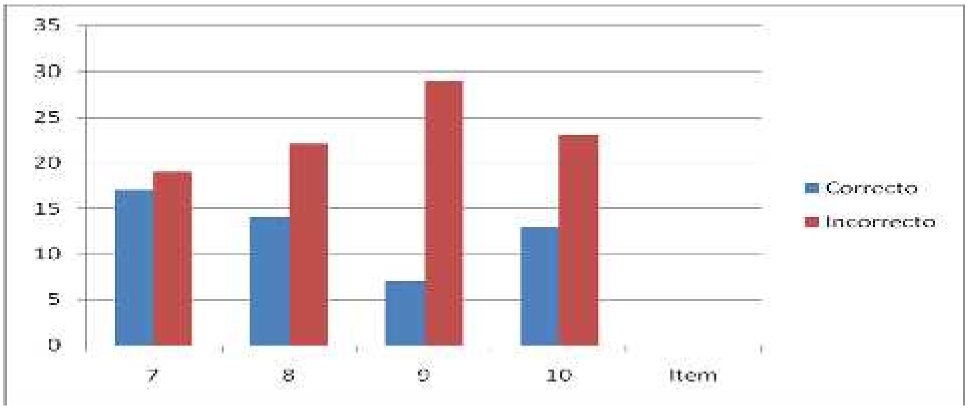
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimensión de números racionales para determinar el nivel de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO CONTROL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Números racionales	7	17	47	19	53
	8	14	39	22	61
	9	07	19	29	81
	10	13	36	23	64

Fuente: Cuestionario para alumnos

Gráfico Nº 19

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimensión de números racionales para determinar el nivel de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 19, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Post test en el Grupo de Control, la mayoría de los estudiantes desconocen el organizador gráfico de los números racionales y su aplicación en la resolución de problemas matemáticos. Evidenciándose con los siguientes resultados: el 70% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 30% respondieron correctamente.

Cuadro Nº 20

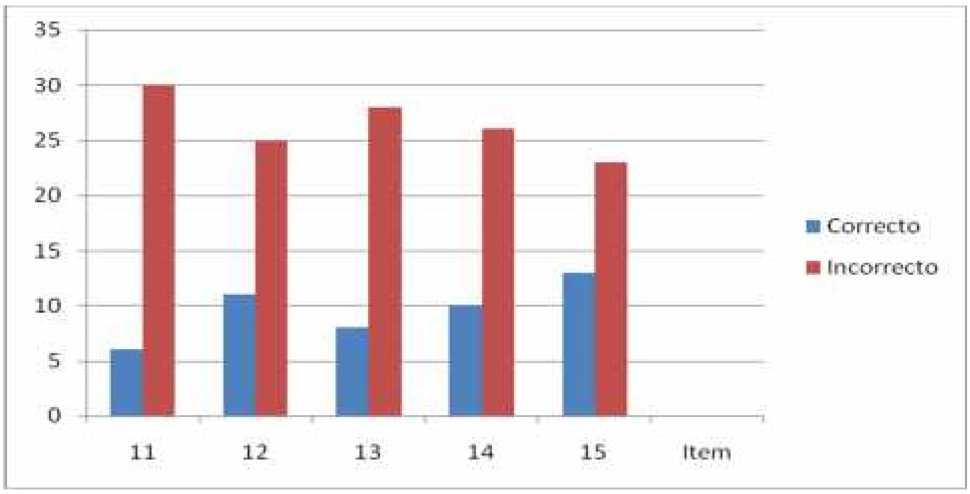
Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimensión de Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas para determinar el nivel de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)

DIMENSIÓN	ITEM	GRUPO CONTROL			
		Correcto	%	Incorrecto	%
Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas	11	06	17	30	83
	12	11	31	25	69
	13	08	22	28	78
	14	10	28	26	72
	15	13	36	23	64

Fuente: Cuestionario para alumnos

Gráfico Nº 20

Resultados generales obtenidos de la aplicación del Cuestionario (Post test) en la dimensión de Razona, Demuestra, Comunica y Resuelve Problemas para determinar el nivel de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo Control)



Fuente: Cuestionario para alumnos

Interpretación

Del Gráfico Nº 20, se observa que para el Cuestionario correspondiente al Post test en el Grupo de Control, la mayoría de los estudiantes desconocen el Razonar, Demostrar, Comunicar y Resolver Problemas. Evidenciándose con los siguientes resultados: el 77,30% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta y tan sólo el 22,70% respondieron correctamente.

CUADRO Nº 21

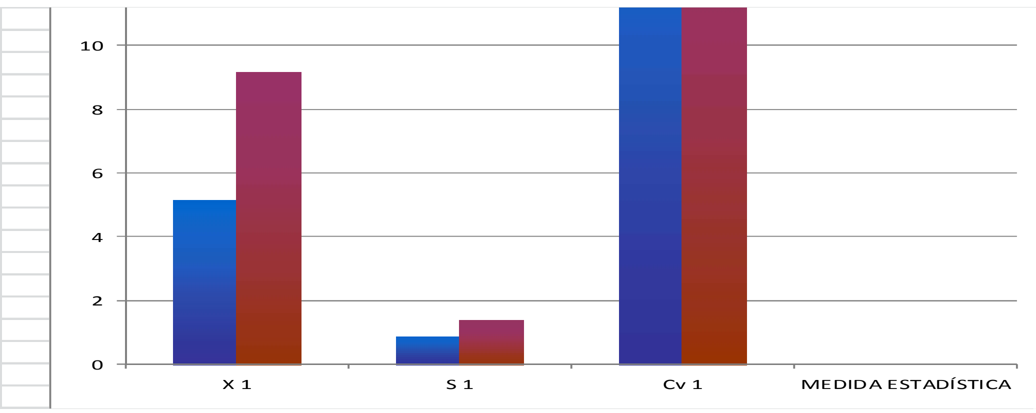
Resultados generales obtenidos de las medidas estadísticas de aplicación del Cuestionario (Pre test y Pos test) para determinar el nivel de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)

MEDIDAS ESTADÍSTICAS	GRUPO EXPERIMENTAL	
	correcto	incorrecto
Media ($\overline{X_1}$)	91	9
Moda	33	5
Mediana	8	2
Desviación Estándar (S_1)	10.2	3 .2
Coeficiente de Varianza (Cv_1)	104	10

Fuente: Cuestionario para alumnos

GRÁFICO Nº 21

Resultados generales obtenidos de las medidas estadísticas de aplicación del Cuestionario (Pre test y Post test) para determinar el nivel de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo a los alumnos del 1º Grado "A" (Grupo Experimental)



Fuente: Cuestionario para alumnos

CUADRO Nº 22

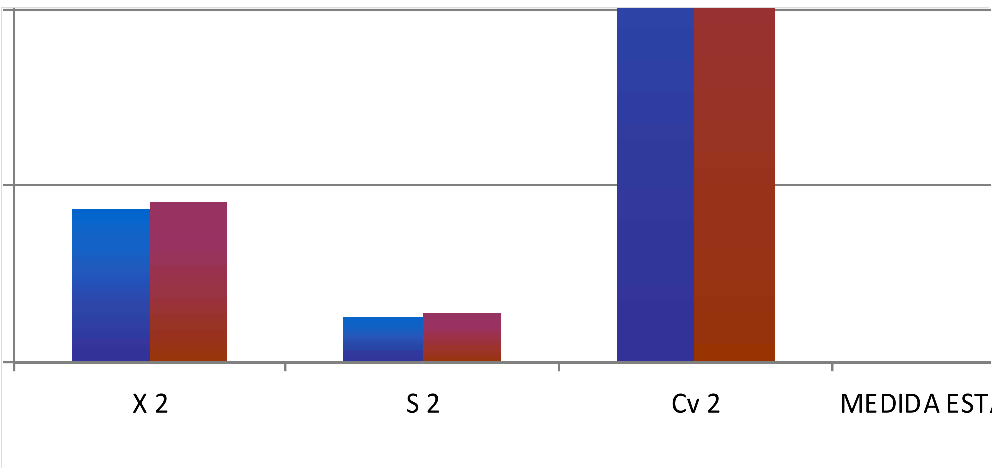
Resultados generales obtenidos de las medidas estadísticas de aplicación del Cuestionario (Pre test y Post test) para determinar el logro de la capacidad de resolución de problemas del Área de Matemática en los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo de Control)

MEDIDAS ESTADÍSTICAS	GRUPO CONTROL	
	correcto	incorrecto
Media ($\overline{X}_1$)	41	59
Moda	17	25
Mediana	10	26
Desviación Estándar (S_1)	7.1	8.2
Coeficiente de Varianza (Cv_1)	51	68

Fuente: Cuestionario para alumnos

GRÁFICO Nº 22

Resultados generales obtenidos de las medidas estadísticas de aplicación del Cuestionario (Pre test y Post test) para determinar el logro de la capacidad de resolución de problemas del Área de Matemática en los alumnos del 1º Grado "B" (Grupo de Control)



Fuente: Cuestionario para alumnos

RESUMEN DE LAS MEDIDAS ESTADÍSTICAS

GRUPO	INDICADOR	PRETEST	POSTEST
EXPERIMENTAL X_1	$\overline{X_1}$	5,15	9,15
	S_1	0,85	1,38
	Cv_1	16,50%	15,08%
	n_1	36	36
DE CONTROL X_2	$\overline{X_2}$	4,34	4,56
	S_2	1,28	1,43
	Cv_2	29,49%	31,36%
	n_2	36	36

COMPROBACIÓN DE HIPÓTESIS

Comparación		Hipótesis	Nivel de Significancia	Valor Calculado	Valor Tabular	Decisión
Grupo Experimental v.s. Grupo de Control	Pre-test	Ho: $\mu_E = \mu_C$ Ha: $\mu_E \neq \mu_C$	α = 5%	Z_0 =+3,38	Z_1=$\pm$1,96	No Significativo
Grupo Experimental v.s. Grupo de Control	Pos-test	Ho: $\mu_E = \mu_C$ Ha: $\mu_E > \mu_C$	α = 5%	Z_0 =14,79	Z_T=1,645	Significativo

IV. DISCUSIÓN

En la actualidad, la educación considera al hombre como un ente que actúa en el medio social y a su inteligencia como la capacidad para resolver problemas; por tanto, el hombre procura desarrollar habilidades y destrezas para aprender a resolver problemas extraídos de su entorno. También se considera a la educación como un proceso de acciones que capacitan al hombre a fin de llevarlo a un estado de madurez para así enfrentar la realidad de manera consciente y para actuar dentro de ella como ciudadano competente.

Estamos entonces ante dos conceptos prioritarios, por un lado su labor social, orientada a la educación a preparar a los individuos para que cumplan una función determinada y, por otro, la necesidad de estimular al individuo; el hombre piensa como investigador crítico cuando se le desafía y no cuando actúa como un simple recolector de ideas.

Sin embargo, en nuestros días la enseñanza de la matemática confronta serias dificultades, siendo una de las principales la falta de éxito que tienen los estudiantes en el planteamiento y resolución de problemas. Esto ha llevado a dirigir la atención hacia el proceso de enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas, considerado de gran importancia, pues mediante el mismo los estudiantes experimentan las potencialidades y la utilidad de la matemática en el mundo que les rodea; la resolución de problemas es una actividad esencial en el desarrollo y aprendizaje de la matemática, por lo mismo, los organizadores gráficos contribuyen de manera significativa en la resolución de problemas al relacionar los nuevos temas con los conocimientos previos más relevantes adquiridos, ya sea en temas tratados recientemente o con anterioridad.

La matemática estudiada a través de la resolución de problemas con apoyo considerable de los organizadores gráficos (mapa mental, uve heurística y diagrama de Venn) suscita un entorno práctico de interacción entre las cuestiones a resolver del mundo real con otros temas necesarios para la resolución de problemas encaminando a la no mecanización rutinaria de los ejemplos desarrollados, sino buscar su operatividad lógica a través de la Interpretación y procesamiento de la información recibida para aplicar estrategias de solución, lo que confirma lo dicho por Piaget, que indica que “todo conocimiento, y en especial el lógico matemático, se deriva a primera instancia de las acciones propias sobre el mundo y no de la mera memorización de los contenidos”.

Al iniciar nuestro estudio se obtuvo un bajo nivel de conocimientos, lo que se debió a diferentes factores, siendo el más preponderante la falta de intencionalidad para aprender matemática por parte de los estudiantes, esto se evidencia en los Pre test (Cuadros Nº 03, 04, 05 y 06), lo que fue mejorándose a través de las sesiones de reforzamiento sobre organizadores gráficos (mapa mental, uve heurística y diagrama de Venn) y su correcto uso en el planteamiento, procesamiento y aplicación pertinente para resolver problemas matemáticos por parte del Grupo Experimental como lo demuestran los Cuadros Nº 09, 10, 11 y 12, lo que concuerda también con lo afirmado que señalan que “el aprendizaje es significativo cuando es transferible a nuevas situaciones para solucionar nuevos problemas sin solicitar ayuda a otras, existiendo vinculación sustantiva entre el conocimiento previo y el nuevo con aplicación de estas técnicas de enseñanza”.

Es necesario afirmar que la aplicación de los organizadores gráficos sirvió para el logro de la capacidad del aprendizaje del Área de Matemática, considerándose al aprendizaje como un proceso de construcción interna, un trabajo realizado, activo e individual, siendo significativo éste si se relaciona con los nuevos conocimientos que ya posee el sujeto; concuerda esto con lo afirmado por Verónica Canfux, quien señala: “Se comienza a aprender cuando se comienza a trabajar”.

En la aplicación de los organizadores gráficos: Mapa mental, uve heurística y diagrama de Venn, a los Grupos Experimental y de Control se observó que el Grupo Experimental tuvo un proceso de aprendizaje superior al Grupo de Control, siendo los promedios: Para G.E.: Pre test $\bar{X}$=5,15; Post test $\bar{X}$=9,15. Para G.C.: Pre test $\bar{X}$=4,34; Post test $\bar{X}$=4,56. Es decir, los estudiantes del Grupo Experimental tuvieron un mejor aprendizaje significativo, lo que concuerda con D. Ausubel, J. Novak, que postulan que “el aprendizaje debe ser significativo, no memorístico y para ello los nuevos conocimientos deben relacionarse con los saberes previos que posee el aprendiz”.

La aplicación del Post test en el Grupo Experimental fue sometido al uso de los organizadores gráficos (mapa mental, uve heurística y diagrama de Venn), con el cual se buscó la plena participación de los estudiantes en las sesiones de reforzamiento; mientras que al Grupo de Control no se reforzó con las dichas sesiones, notándose una diferencia entre sus capacidades para la resolución de los problemas, lo cual concuerda también con Juana V. Luyo Mautino e Isabel R. Trujillo Roldán, quienes afirman que: “La aplicación del método creativo eleva también en forma significativa la capacidad de resolver problemas de matemática en relación con el método de redescubrimiento, con lo que se considera una alternativa más para la resolución de problemas”.

Además, las notas del Grupo Experimental y del Grupo de Control nos demuestran que la población en estudio tienen dispersión moderada, tal como lo corroboran los coeficientes de variación: G.E. Cv=15,08% y G.C. Cv=31,36%

De la misma manera, según las pruebas estadísticas para verificar la validez o rechazo de la hipótesis planteada, los resultados afirman que los organizadores gráficos: números naturales, enteros y racionales influyeron significativamente en el logro del aprendizaje significativo de la Matemática en el Grupo Experimental; por tanto, en la prueba de hipótesis se rechaza la hipótesis nula (H_o) y se acepta la hipótesis alterna (H_α), esto significa que el logro de la capacidad de resolución de problemas mejoró significativamente con la aplicación de los organizadores gráficos y así mismo se ha determinado que el instrumento usado (Cuestionario) fue viable activándose sus saberes previos, lo que concuerda con Francisco J. Guerrero Mendoza, quien señala: “Las dificultades de los estudiantes de Secundaria para aprender matemáticas están relacionadas con la falta de activación de sus saberes previos, las estrategias adecuadas utilizadas y el cómo aprende el estudiante, que cuente con un ambiente saludable para el estudio".

De todo el procedimiento desarrollado se puede afirmar que los organizadores gráficos: números naturales, enteros y racionales, como organizadores cognitivos son válidos para analizar interpretar el aprendizaje significativo de la matemática.

CONCLUSIONES

PRIMERO.- Se demostró que la aplicación de la dimensión A con los números naturales en la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo de la matemática optimizo significativamente y evidenciado en los Cuadros Nº 12 y Nº 17, ya que el Grupo Experimental ha obtenido una ganancia pedagógica sobre el Grupo de Control en los alumnos del 1° de secundaria lográndose un 74%

SEGUNDO.- Se demostró que la aplicación de la dimensión B con los números enteros en la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo de la matemática optimizo significativamente y evidenciado en los Cuadros Nº 13 y Nº 18, ya que el Grupo Experimental ha obtenido una ganancia pedagógica sobre el Grupo de Control en los alumnos del 1° de secundaria lográndose un 60%

TERCERO.- Se demostró que la aplicación de la dimensión C con los números racionales en la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo de la matemática optimizo significativamente y evidenciado en los Cuadros Nº 14 y Nº 19, ya que el Grupo Experimental ha obtenido una ganancia pedagógica sobre el Grupo de Control en los alumnos del 1° de secundaria lográndose un 65%

CUARTO.- Se demostró que la aplicación de la dimensión D en el aprendizaje significativo de la matemática optimizo significativamente y evidenciado en los Cuadros Nº 15 y Nº 20, ya que el Grupo Experimental ha obtenido una ganancia pedagógica sobre el Grupo de Control en los alumnos del 1° de secundaria lográndose un 88%

V. RECOMENDACIONES

Los resultados de esta investigación sugieren que:

- Los estudios futuros podrán replicar sistemáticamente el efecto de la matemática recreativa con los números racionales con el fin de confirmar su efectividad en el logro de sus respectivas capacidades en el aprendizaje significativo y como consecuencia elevar el rendimiento académico.

- Propiciar el intercambio de experiencias con docentes de otras áreas e Instituciones Educativas para propiciar el aprendizaje recreativo, divertido y significativo, mediante el uso de la matematica recreativa en los alumnos

- Generalizar a mayor población y hacer la aplicación en otras Instituciones Educativas para verificar el grado de prevalencia y validez de sus aprendizajes significativos.

VI. REFERENCIAS

Corbalán, F. (1998). *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*. Madrid, España: Síntesis.

Hunscheidt, D. y Peter-Koop, A. (2006). Tools rather than toys: Fostering mathematical understanding through ICT in primary mathematics classrooms.

En C. Hoyles, J. B. Lagrange, L. H. Son y N. Sinclair (Eds.), Digital technologies and mathematics teaching and learning: Rethinking the terrain*. Proceedings of the 17th Study of the International Commission on Mathematics Instruction* (pp. 228-235)*.* Hanoi, Vietnam: Hanoi University of Technology.

Kozulin, A. (1994). *La psicología de Vygotski*. Madrid, España: Alianza Editorial.

Kozulin, A. (2000). *Instrumentos Psicológicos. La educación desde una perspectiva sociocultural*. Madrid, España: Paidós.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton, NJ: University Press.

Raggi, V. J. (2006). *Juego de dominó, versión virtual del juego de dominó cuadrado*. Descargado el 14 de abril de 2009 de

http://descartes.ajusto.upn.mx/html/simetria/simetria.html

Rodríguez, G. (2007). *Funcionalidad de juegos de estrategia virtuales y del software Cabri-II en el aprendizaje de la simetría*. Tesis de Maestría en Desarrollo Educativo. Aguascalientes, México: Universidad Pedagógica Nacional.

Sandford, R., Ulicsak, M., Facer, K. y Rudd, T. (2006). *Teaching with games: using commercial off-the-shelf computer games in formal education*. Bristol, Reino Unido: Futurelab.

Saxe, G. y Bermudez, T. (1996). Emergent mathematical environments in children's games. En P. Nesher, L. D. Steffe, P. Cobb, B. Goldin y B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 51-68). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Shaffer, D. W. (2006). Epistemic frames for epistemic games. *Computers & Education, 46*(3), 223-234. Secretaría de Educación Pública (1993). *Plan y programas de estudio*. Tlalpan, México: Autor.

Verillon, P. y Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology*

Vygotsky, L. S. (1930). *La imaginación y el arte en la infancia*. Madrid, España: Akal.

Vygotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* Barcelona, España: Grijalbo.

Zubieta, G., Martínez, A., Rojano, T. y Ursini, S. (2000). *Geometría dinámica. Enseñanza de las matemáticas con tecnología (EMAT)*. Ciudad de México, México: SEP-ILCE.

ANEXOS

VII - REFERENCIAS

Corbalán, F. (1998). *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*. Madrid, España: Síntesis.

Hunscheidt, D. y Peter-Koop, A. (2006). Tools rather than toys: Fostering mathematical understanding through ICT in primary mathematics classrooms.

En C. Hoyles, J. B. Lagrange, L. H. Son y N. Sinclair (Eds.), Digital technologies and mathematics teaching and learning: Rethinking the terrain*. Proceedings of the 17th Study of the International Commission on Mathematics Instruction* (pp. 228-235)*.* Hanoi, Vietnam: Hanoi University of Technology.

Kozulin, A. (1994). *La psicología de Vygotski*. Madrid, España: Alianza Editorial.

Kozulin, A. (2000). *Instrumentos Psicológicos. La educación desde una perspectiva sociocultural*. Madrid, España: Paidós.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton, NJ: University Press.

Raggi, V. J. (2006). *Juego de dominó, versión virtual del juego de dominó cuadrado*. Descargado el 14 de abril de 2009 de

http://descartes.ajusto.upn.mx/html/simetria/simetria.html

Rodríguez, G. (2007). *Funcionalidad de juegos de estrategia virtuales y del software Cabri-II en el aprendizaje de la simetría*. Tesis de Maestría en Desarrollo Educativo. Aguascalientes, México: Universidad Pedagógica Nacional.

Sandford, R., Ulicsak, M., Facer, K. y Rudd, T. (2006). *Teaching with games: using commercial off-the-shelf computer games in formal education*. Bristol, Reino Unido: Futurelab.

Saxe, G. y Bermudez, T. (1996). Emergent mathematical environments in children’s games. En P. Nesher, L. D. Steffe, P. Cobb, B. Goldin y B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 51-68). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Shaffer, D. W. (2006). Epistemic frames for epistemic games. *Computers & Education, 46*(3), 223-234. Secretaría de Educación Pública (1993). *Plan y programas de estudio*. Tlalpan, México: Autor.

Verillon, P. y Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology*

Vygotsky, L. S. (1930). *La imaginación y el arte en la infancia*. Madrid, España: Akal.

Vygotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* Barcelona, España: Grijalbo.

Zubieta, G., Martínez, A., Rojano, T. y Ursini, S. (2000). *Geometría dinámica. Enseñanza de las matemáticas con tecnología (EMAT)*. Ciudad de México, México: SEP-ILCE.

ANEXOS

ANEXO Nº-01 MATRIZ DE CONSISTENCIA

Tema: LA MATEMÁTICA RECREATIVA CON NÚMEROS RACIONALES EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA MATEMATICA CON ALUMNOS DEL PRIMER GRADO DE SECUNDARIA DE LA I.E. MIGUEL GRAU SEMINARIO CUSCO"

PROBLEMA	OBJETIVO	HIPOTESIS	VARIABLES/DIMENSIONES	METODOLOGIA
GENERAL De qué medida incide la aplicación de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo de la matemática con alumnos del primer grado de Secundaria de la I.E. miguel Grau seminario Cusco¨ ESPECIFICOS ¿De qué manera la matemática recreativa con números naturales facilita la capacidad del aprendizaje significativo en la matemática en los alumnos del primer grado de Secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario Cusco? ¿En qué medida la matemática recreativa con números enteros mejora el aprendizaje de las operaciones básicas de la matemática en los alumnos del primer grado de Secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario Cusco ¿En que medida la aplicacion de la matematica recreativa con los numeros racionales incide en el aprendizaje significativo de la matematica en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la IE miguel Grau seminario Cusco.	GENERAL Determinar en qué medida la aplicación de la matemática recreativa con números racionales incide en el aprendizaje significativo de la matemática en alumnos del primer grado de Secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario Cusco. ESPECIFICOS 1.- Identificar en qué medida la matemática recreativa con números naturales facilita la capacidad de aprendizaje significativo de la matemática en los alumnos del primer grado de secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario Cusco 2.- Identificar en qué medida la matemática recreativa con números enteros facilita la capacidad de aprendizaje significativo de la matemática en los alumnos del primer grado de secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario Cusco 3- evaluar la incidencia de la matemática recreativa con números racionales en el aprendizaje significativo de la matemática en los alumnos del primer grado de educación secundaria de la IE miguel Grau seminario Cusco.	GENERAL la aplicación de la matemática recreativa con numeros racionales facilita el aprendizaje significativo de la matematica en los alumnos del primer grado de secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario Cusco ESPECIFICOS La aplicación de la matemática recreativa facilita la capacidad del aprendizaje significativo con los números naturales en los alumnos del primer grado de Secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario cusco. El análisis y aplicación de la matemática recreativa mejora el conocimiento de las operaciones con números Enteros en los alumnos del primer grado de Secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario cusco. La ejecución de la matemática recreativa con números racionales facilita el aprendizaje significativo de la matemática en los alumnos del primer grado de secundaria de la I.E. Miguel Grau Seminario Cusco.	**VARIABLE INDEPENDIENTE**: la matemática recreativa con los números racionales. **VARIABLE DEPENDIENTE**: aprendizaje significativo **DIMENSIONES:** Números naturales. Números enteros. Números racionales. Razonamiento y Demostración. Comunicación Matemática. Resolución de Problemas	Tipo: Aplicada Diseño de investigación: Pre experimental GE O_1 X 0_2 GC O_3 O_4 Tipología: X: Experimento GE: Grupo experimental GC: Grupo de control O_1 O_2: Observación a cada grupo en forma simultânea O_3 O_4: Nueva observación

<table>
<tr><th>MÉTODO Y DISEÑO</th><th>POBLACIÓN</th><th>TÉCNICAS E INSTRUMENTOS</th><th>ESTADÍSTICA</th></tr>
<tr>
<td>TIPO DE ESTUDIO: Para el proyecto de investigación que se va a realizar consideramos el estudio Descriptivo – Correlacional.- porque va a responder las preguntas de investigación, cuyo propósito es conocer y medir el grado de relación entre las dos variables En el proyecto de investigación se analiza la relación entre dos variables,
DISEÑO:
El diseño de investigación a aplicarse será el cuasi experimental con dos grupos: experimental y control, siendo el diseño de la siguiente manera:
GE O_1 X O_2
GC O_3 O_4
Donde:
X experimento
GE grupo experimental
GC grupo de control
O_1 O_2 Observación simultânea a cada grupo

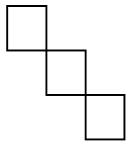
O_3 O_4 nueva observación</td>
<td>POBLACION: Para el presente Proyecto de investigación se considerara como población a la totalidad de los alumnos de la I.E.. “Miguel Grau seminario” del distrito de Wanchaq siendo un total de 700 alumnos distribuidos en 17 secciones desde 1º grado al 5º grado los cuales se pueden apreciar en el siguiente cuadro:
Cuadro Nº 01 Población del estudio.
<table>
<tr><td>Profesores</td><td>60</td></tr>
<tr><td>Alumnos</td><td>700</td></tr>
<tr><td>Total</td><td>760</td></tr>
</table>
FUENTE: CAP Y Nómina de Matricula de la I.E. “Miguel Grau seminario” 2010
MUESTRA: la muestra es un sub grupo de la población de interés este deberá ser representativo de la población.
<table>
<tr><td>Grupo de control</td><td>1° A</td><td>35</td></tr>
<tr><td>Grupo experimental</td><td>1° B</td><td>35</td></tr>
</table></td>
<td>Las técnicas y recolección de datos se resumen en el siguiente cuadro, tomando en cuenta la realidad del lugar de investigación siendo el más adecuado.
<table>
<tr><th>METODO</th><th>TECNICAS</th><th>INSTRUMENTOS</th></tr>
<tr><td>CUANTITATIVO</td><td>ENCUESTA</td><td>CUESTIONARIO</td></tr>
</table></td>
<td>METODOS DE ANÁLISIS DE DATOS.

1.- Codificación y tabulación
2.- Técnicas estadísticas
3.- Correlaciones
4.- Representaciones graficas

El procesamiento de los datos se realizara utilizando a través del programa de Excel.</td>
</tr>
</table>

MATRIZ DE INSTRUMENTO DE CUESTIONARIO

Tema: LA MATEMÁTICA RECREATIVA CON NÚMEROS RACIONALES EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA MATEMATICA CON ALUMNOS DEL 1er GRADO DE SECUNDARIA DE LA I.E. MIGUEL GRAU SEMINARIO CUSCO”

variable	concepto	dimensión	Indicadores	peso	Nro. de ítems	ítems	criterio de evaluación
V.I. Matemática recreativa con los números racionales	Es un área de las matemáticas que se concentra en la obtención de resultados acerca de actividades lúdicas, y también la que se dedica a difundir o divulgar de manera entretenida y divertida los conocimientos o ideas o problemas matemáticos.	Facilitar los Números Naturales	➢ Analizar un enunciado. ➢ Procesar la información. ➢ Interpretar el enunciado	20	3	**1** ¿El tiempo que dedicas a las matemáticas es de 2 horas? **2** ¿Te gustaría trabajar en grupo? **3** ¿Qué grafico o cantidad en código o números son mas fáciles de identificar para ti?	Correcto= 1 Incorrecto= 0
		Analizar los números enteros	➢ Aplicar el procedimiento ➢ Conceptos fundamentales ➢ Ejecutar el razonamiento	20	3	**4** En la expresión de [2 + (-3 * -1)] * (-1 -4) ¿Qué te resulta mas fácil y entendible? **5** ¿Los números enteros son divertidos para ti? **6** ¿Te parecería importante la matemática recreativa?	Correcto= 1 Incorrecto= 0
		ejecutar los Números Racionales	➢ Establecer relaciones con los demás ➢ Ejecutar mediante el grafico ➢ Resolver el enunciado ➢ Diferenciar mediante una recta numérica	25	4	**7** ¿El conjunto de los números racionales son fáciles de distinguir para ti? **8** ¿Cuándo el profesor esta explicando en clase, tú anotas lo que comprendes sin necesidad de que se te indique? **9** ¿en una caja de juguetes es mas fácil hacer un inventario de algo contando o hay que conformarse con lo que hay en la caja? **10** ¿te gustaría practicar los juegos de la matemática recreativa?	Correcto= 1 Incorrecto= 0 Correcto= 1 Incorrecto= 0
V.D. APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO	Es una teoría cognitiva de reestructuración que se construye desde un enfoque organicista del individuo y que se centra en el aprendizaje generado en un contexto escolar, Se trata de una teoría constructivista ya que es el propio individuo-organismo el que genera y construye su aprendizaje.	Razonamiento y Demostración	➢ Reproducir la secuencia dada ➢ Formular el enunciado	15	2	**11** ¿Podrías resolver problemas matemáticos por tu propia iniciativa? **12 ¿**Demuestras capacidad creativa en el curso de matemática?	Correcto= 1 Incorrecto= 0
		Comunicación Matemática	➢ Deduce el propósito de la figura	5	1	**13** ¿Indicar con cual de las piezas se puede construir la siguiente figura?	Correcto= 1 Incorrecto= 0
		Resolución de Problemas	➢ Procesa el contenido de dicho objeto ➢ Verifica la secuencia	15	2	**14** ¿el ritmo de aprendizaje de la matemática seria mas abstracto? **15** ¿en el grafico dado Cuántos fósforos como mínimo debes mover para formar cinco cuadrados? 	Correcto= 1 Incorrecto= 0

UCV UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

CUESTIONARIO PARA ALUMNOS Y ALUMNAS

I.E.Mx. MIGUEL GRAU SEMINARIO

Grado:…………….. Fecha:………………………….
Edad:……………… Sexo M ☐ F ☐

Indicaciones: pregunta muy bien vale 5 puntos, pregunta regular vale 3 puntos, pregunta mal contestada vale 1; esto seda según la escala LIQUER, marcar con una X las alternativas que sean correctas.

1. ¿Es verdad que los números naturales son del 0 al 9; porque?

-
-

2. Uno de los insectos mas pequeños tiene 2cm de longitud y uno de los mas largos tienes 15cm. ¿Cuál es la diferencia de longitud entre ambos?

a) 15cm b) 14cm c) 13cm d) 18cm e) 16cm

3. Tania distraída hizo un inventario en la tienda sobre ruedas y haciendo honor a su apellido, en lugar de contar el número de bicicletas y triciclos existentes conto el número de peales y el número de ruedas, lo que dio un total de 152 ruedas y 136 pedales. ¿Cuántas bicicletas y triciclos había?

a) 8 b) 7 c) 9 d) 10 e) 12

4. Resolver la expresión de [2 + (-3 * -1)] * (-1 -4)

5. Los números enteros son:

a) 0 b) -2 c) +2 d) todos e) 5

6. El registro de temperatura en la ciudad del cusco, el 28 de julio a 18.00 horas fue de 9ºC; si a partir de esa hora descendió a 2ºC por hora ¿Cuál fue la temperatura a las 24 horas?

a) 4ºC b) 19ºC c) -3ºC d) -1ºC e) 17

7. El conjunto de los números racionales son:

a) numero natural
b) numero entero
c) fracciones
d) todas
e) reales

8.
En cada uno de las siguientes figuras ¿sombrea la parte correspondiente a la fracción referida?

a) 5/10 b) 2/8

9. Una calle tiene $50\frac{2}{3}$ m de longitud y otra $45\frac{5}{8}$ m de longitud ¿Cuántos metros tiene entre las 2 calles juntas y cuantos metros le falta a cada una de ellas para tener 60m?

10. ¿Cuál de los siguientes números decimales esta representado aproximadamente en la recta numérica, en el punto M?

a) 4,3 b) 3,8 c) -3,7 d) -4,3 e) 5,5

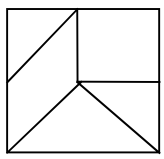
11. Multiplicando un número por 5, producto al que luego restamos 2, dividiendo enseguida el resultado entre 4, con lo cual obtenemos 12 ¿Cuál era el número inicial?

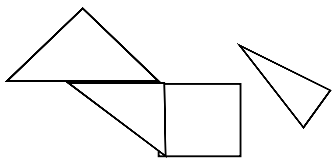
a) 50 b) 10 c) 5 d) 15 e) 12

12. Con 3 desarmadores se obtiene un alicate, con 3 alicates se obtiene un martillo ¿Cuántos martillos se obtendrá con 117 desarmadores?

a) 9 b) 10 c) 13 d) 15 e) 12

13. ¿Indicar con cual de las piezas se puede construir la siguiente figura?





a) 1,2,3,5 b) 1,2,3,4,5 c) 2,3,4,5 d) 3,4,5 e) 1,3,4,5

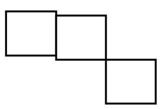
14. Completar:

a	+	b	=15
-		:	
c	*	d	=12
=1		=4	

Hallar (a*b) – (b*c)

a) 34 b) 24 c) 48 d) -34 e) -24

15. ¿Cuántos fósforos como mínimo debes mover para formar cinco cuadrados?



a) 3 b) 4 c) 5 d) 2 e) 1

CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

Nº	TIEMPO ACTIVIDADES	2010			2011									
		MESES			MESES									
		O	N	D	E	F	M	A	M	J	Ju	A	S	O
1	Elección del tema de investigación	X												
2	Elaboración del proyecto		X	X	X									
3	Corrección y presentación del proyecto					X	X							
4	Validación de los instrumentos de recolección datos							X	X					
5	Desarrollo del marco teórico conceptual									X				
6	Aplicación de los instrumentos de recolección de datos										X	X		
7	Tabulación y elaboración de cuadros estadísticos												X	
8	Análisis e interpretación de resultados												X	
9	Redacción del primer borrador de tesis												X	
10	Corrección y redacción del segundo borrador de tesis												X	
11	Redacción del informe final de tesis												X	
12	Presentación del informe final de tesis y sustentación													X

PRESUPUESTO

RUBRO	COSTO UNITARIO	CANTIDAD	COSTO PARCIAL
RECURSOS HUMANOS:			
Asesor	1600.00	02	3 200.00
Digitadores	350.00	02	700.00
Encuestadores	150.00	02	300.00
RECURSOS MATERIALES:			
Bibliografía	50.00	20	1 000.00
Fotocopias	0.10	1000	100.00
Hojas	46.00	01 millar	46.00
Disquete	10.00	01 caja	10.00
CD	5.00	01	5.00
Material de escritorio	100.00	01	100.00
TOTAL			3 211.00

I. **DATOS GENERALES**

Apellidos y nombres: Mag. Ascencion Lezcano Tello.

Cargo e Institución donde labora: Docente de la Escuela de Post Grado UCV – Lima

Nombre del Instrumento Motivo de evaluación: CUESTIONARIO PARA ALUMNOS

Investigadores:
- Lic. Milton sutta salas
- Lic. Luz marina Zuloaga candia

INDICADORES	CRITERIOS	Deficiente 0 – 20%	Regular 21-40%	Bueno 41-60%	Muy Bueno 61-80%	Excelente 81-100%
1. CLARIDAD	Está formulado con lenguaje apropiado.				80	
2. OBJETIVIDAD	Está expresada en conducta observada.				80	
3. ACTUALIDAD	Adecuada al avance de la ciencia y tecnología.				80	
4. ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica.					89
5. SUFICIENCIA	Comprende los aspectos de cantidad y claridad					89
6. INTENCIONALIDAD	Adecuado para valorar aspectos del sistema de evaluación y el desarrollo de capacidades cognoscitivas.				80	
7. CONSISTENCIA	Basados en aspectos teóricos científicos de la Tecnología Educativa.				80	
8. COHERENCIA	Entre los índices, indicadores y las dimensiones.				80	
9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito del diagnóstico.				80	

DECLARACIÓN JURADA

DECLARACIÓN JURADA DE AUTORIA Y AUTORIZACION PARA LA PUBLICACION DE ARTICULO CIENTIFICO

Yo, MILTON SUTTA SALAS, estudiante ( ), egresado (**X**), docente ( ), del programa de maestría en ADMINISTRACION DE LA EDUCACION de la escuela de Posgrado, de la Universidad César Vallejo, identificado(a) con DNI 23998723, con el articulo titulada.
"LA MATEMÁTICA RECREATIVA CON NÚMEROS RACIONALES EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA MATEMATICA CON ALUMNOS DEL PRIMER GRADO DE SECUNDARIA DE LA I.E. MIGUEL GRAU SEMINARIO CUSCO"

Declaro bajo juramento que:

1) El articulo pertenece a mi autoría.
2) El articulo no ha sido plagiada ni total ni parcialmente.
3) El articulo no ha sido autoplagiada; es decir, no ha sido publicada ni presentada intencionalmente para alguna revista.
4) De identificarse el fraude (datos falsos), plagio (información sin citar a autores), autoplagio (presentar como nuevo algún trabajo de investigación propio que ya ha sido publicado), piratería (uso ilegal de información ajena) o falsificación (representar falsamente las ideas de otros), asumo las consecuencias y sanciones que de mi acción se deriven, sometiéndome a la normatividad vigente de la universidad cesar vallejo.
5) Si, el artículo fuese aprobado para su publicación en la revista u otro documento de difusión, cedo mis derechos patrimoniales y autorizo a la escuela de posgrado, de la universidad cesar vallejo, la publicación y divulgación del documento en las condiciones, procedimientos y medios que disponga la universidad.

TRUJILLO, Marzo del 2019

Milton Sutta Salas
DNI 23998723

ESCUELA DE POSGRADO
UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN DE TESIS EN REPOSITORIO INSTITUCIONAL UCV

Yo SUTTA SALAS MILTON, identificado con DNI Nº 23998723 egresado del Programa Académico de MAESTRIA EN ADMINISTRACIÓN DE LA EDUCA de la Escuela de Posgrado de la Universidad César Vallejo, autorizo (X), no autorizo ( ) la divulgación y comunicación pública de mi trabajo de investigación titulado "LA MATEMATICA RECREATIVA CON NUMEROS RACIONALES EN EL APRENDIZASE SIGNIFICATIVO DE LA MATEMATICA CON ALUMNOS DEL PRIMER GRADO DE SECUNDARIA"; en el Repositorio Institucional de la UCV (http://repositorio.ucv.edu.pe/), según lo estipulado en el Decreto Legislativo 822, Ley sobre Derecho de Autor, Art. 23 y Art. 33

Fundamentación en caso de no autorización:

FIRMA

DNI: 23998723

Trujillo 12 de Marzo del 2019

ESCUELA DE POSGRADO

ACTA DE APROBACIÓN DE ORIGINALIDAD

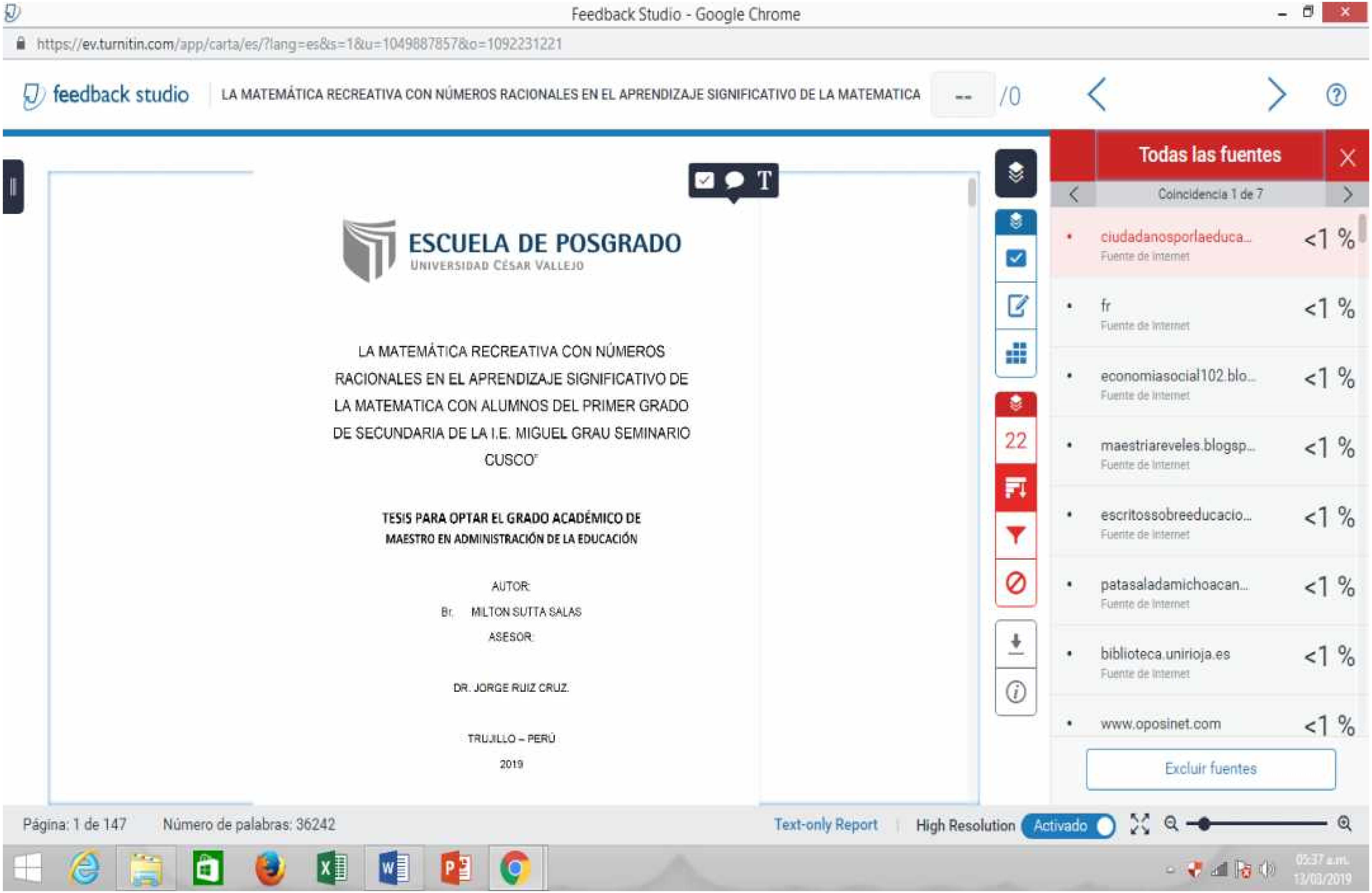
DE LOS TRABAJOS ACADÉMICOS DE LA UCV

Yo, Dr. WILBERT ZEGARRA SALAS, docente del Área de Investigación de la Escuela de Posgrado – Trujillo; y revisor del trabajo académico titulado: **"La Matemática Recreativa Con Números Racionales En El Aprendizaje Significativo De La Matemática Con Alumnos Del Primer Grado De Secundaria De La I.E. Miguel Grau Seminario Cusco"**, del estudiante **MILTON SUTTA SALAS**, he constatado por medio del uso de la herramienta turnitin lo siguiente:

Que el citado trabajo académico tiene un índice de similitud de **22%** verificable en el **Reporte de Originalidad** del programa turinitin, grado de coincidencia mínimo que convierte el trabajo en aceptable y no constituye plagio, en tanto cumple con todas las normas del uso de citas y referencias establecidas por la **Universidad César Vallejo.**

Trujillo, 14 de marzo del 2019

Dr. WILBERT ZEGARRA SALAS


Feedback Studio - Google Chrome
https://ev.turnitin.com/app/carta/es/?lang=es&s=1&u=1049887857&o=1092231221
feedback studio
LA MATEMÁTICA RECREATIVA CON NÚMEROS RACIONALES EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA MATEMATICA
-- /0
ESCUELA DE POSGRADO
UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO
LA MATEMÁTICA RECREATIVA CON NÚMEROS RACIONALES EN EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA MATEMATICA CON ALUMNOS DEL PRIMER GRADO DE SECUNDARIA DE LA I.E. MIGUEL GRAU SEMINARIO CUSCO"
TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAESTRO EN ADMINISTRACIÓN DE LA EDUCACIÓN
AUTOR:
Br. MILTON SUTTA SALAS
ASESOR:
DR. JORGE RUIZ CRUZ.
TRUJILLO – PERÚ
2019
Todas las fuentes
Coincidencia 1 de 7
ciudadanosporlaeduca... Fuente de internet <1 %
fr Fuente de internet <1 %
economiasocial102.blo... Fuente de internet <1 %
maestriareveles.blogsp... Fuente de internet <1 %
escritossobreeducacio... Fuente de internet <1 %
patasaladamichoacan... Fuente de internet <1 %
biblioteca.unirioja.es Fuente de internet <1 %
www.oposinet.com <1 %
Excluir fuentes
22
Página: 1 de 147
Número de palabras: 36242
Text-only Report
High Resolution
Activado