ESCUELA DE POSGRADO

PROGRAMA ACADÉMICO DE MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

El GeoGebra en el aprendizaje de funciones especiales en los estudiantes de ingeniería, de una Universidad de Lima 2019

TESIS PARA OBTENER ELGRADO ACADÉMICO DE:

Maestro en Educación

AUTOR:

Cachi Montoya Luis Miguel (orcid.org/0000-0002-0733-6522)

ASESORA:

Dra. Ledesma Cuadros Mildred Jenica (orcid.org/0000-0001-6366-8778)

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:

Innovaciones Pedagógicas

LINEA DE RESPONSABILIDAD SOCIAL UNIVERSITARIA

Apoyo a la reducción de brechas y carencias en la educación en todos sus niveles

Lima – Perú

2022

Dedicatoria:

A mi hija Ana Rosa que es la razón de mi existencia. A mi esposa Kattia por su comprensión generosa y tolerante. A mi madre María desde el cielo por su apoyo.

Agradecimiento:

A los docentes de la Escuela de Posgrado de la Universidad Cesar Vallejo por su valiosas enseñanzas y permanente orientación.

A mi asesora Mildred Ledesma por su constante motivación. Al amigo David por sus valiosas observaciones.

Índice de contenidos

	Pág.
Carátula	i
Dedicatoria	ii
Agradecimiento	iii
Índice de contenidos	iv
índice de tablas	v
Índice de figuras	vi
Resumen	vi
Abstract	vii
I. INTRODUCCIÓN	1
II.MARCO TEÓRICO	7
III. METODOLOGÍA	32
3.1. Tipo y diseño de investigación	32
3.2. Variable y operacionalización	33
3.3. Población, y muestra y muestreo.	33
3.4.Técnicas e instrumentos de recolección de datos	34
3.5. Procedimiento	35
3.6. Método de análisis de datos	35
3.7. Aspectos éticos	35
IV. RESULTADOS	36
V. DISCUSIÓN	44
VI. CONCLUSIONES	49
VII. RECOMENDACIONES	50
REFERENCIAS	51
ANEXOS	58

Índice de tablas

		Pág.
Tabla 1.	Muestra de estudiantes	42
Tabla 2.	Técnica de evaluación	42
Tabla 3.	Información cotidiana y matemática según Per test y Post test en el grupo experimental.	44
Tabla 4.	Prueba de muestras relacionadas.	45
Tabla 5.	Información de modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia según Pre - test y Post -test en el grupo experimental.	46
Tabla 6.	Pruebas de normalidad	48
Tabla 7.	Prueba de homogeneidad de la varianza	49
Tabla 8.	Prueba de muestras relacionadas	50
Tabla 9.	Prueba de muestras relacionadas	50
Tabla 10.	Prueba de muestras relacionadas	51
Tabla 11	Operacionalización de la variable Dependiente	69

Índice de figuras

Pág.

Figura 1. Interfaz del programa GeoGebra 18

Figura 2. Menús del programa GeoGebra 18

Figura 3. Herramientas del programa GeoGebra 18

Figura 4. Vista Algebraica del programa GeoGebra 20

Figura 5. Vista Gráfica del programa GeoGebra 21

Figura 6. Vista Hoja de Cálculo del programa GeoGebra 22

Figura 7. Barra de Entrada del programa GeoGebra 29

Figura 8. Etapas del Modelación Matemática 28

Figura 9. Tanque cilíndrico. 34

Figura 10. Gráfico $f(t) = 100 + 10\,.\,t$ 35

Figura 11. Gráfico $f(t) = 100 + 10\,.\,t$; con dominio $0 \leq t \leq 48$ 36

Figura 12. Gráfico de $T(t) = 22 + 78e^{kt}$ 39

Figura 13. Diseño experimental 41

Figura 14. Diagrama de barras agrupadas de la elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática 45

Figura 15. Diagrama de barras agrupadas del análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia. 47

RESUMEN

La presente investigación tuvo como objetivo determinar el efecto del uso del GeoGebra en el aprendizaje de las funciones especiales en los estudiantes de ingeniería de una universidad de Lima en el año 2019, determinado que la variable estudiada como variable independiente sea el software matemático GeoGebra y la variable dependiente fuese el aprendizaje de las funciones especiales. El enfoque metódico empleado fue de tipo aplicado, con enfoque cuantitativo, de diseño preexperimental y dentro del paradigma positivista. En cuanto a la población, considerada fue de 1200, y por medio del muestreo no probabilístico intensional se determinó que la muestra considerada fuese de 50 estudiantes del primer año de ingeniería de una universidad de Lima en el 2019. Haciendo referencia a la técnica para obtener información se determinó como instrumento un examen de 20 preguntas, cuyos resultados se presentan de forma descriptiva e inferencial. La conclusión asevera con certeza la existencia de una relación que, el GeoGebra mejoró significativamente el aprendizaje de las funciones especiales de los estudiantes de ingeniería de una universidad de Lima, 2019; siendo que el nivel de significancia de la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas $p=0.000<0.05$ permitió rechazar la hipótesis nula y acepta la hipótesis de investigación.

Palabras clave: GeoGebra, funciones especiales, aprendizaje.

Abstract

The present investigation had as objective to determine the effect of the use of GeoGebra in the learning of special functions in engineering students of a university in Lima in the year 2019; determined that the variable studied as an independent variable is the GeoGebra mathematical software and the dependent variable was the learning of special functions. The methodical approach used was of the applied type, with a quantitative, approach, pre-experimental design and within the positivist. Regarding the population, considered was 1200, and by means of the intensional non- probabilistic demonstration it is limited that the sample considered 50 first year of engineering students of a university in Lima in 2019. Referring to the technique to obtain The information was produced as an instrument in a 20 questions exam. The results of which are presented in a descriptive and inferential way. The conclusion asserts with certainty the existence of a relationship that GeoGebra significantly improved the learning of special functions of engineering students at a university in Lima 2019; being that the level of significance of the Wilcoxon test for related samples p = 0.000 <0.05 allowed rejecting the null hypothesis and accepts the research hypothesis.

Keywords: GeoGebra, Learning, functions.

I. INTRODUCCIÓN

A nivel mundial desde inicios del siglo IXX se han estado presentando muchos adelantos en comunicaciones, información, electrónica y tecnología como parte de ello tenemos Tecnologías de la Información y Comunicación llamadas TIC ocasionando un cambio profundo en la sociedad, en lo cultural, económico y político esto ha obligado a las sociedades demanden a sus sistemas educativos, que preparen a sus ciudadanos con la finalidad que afronten autónomamente mediante un proceso permanente de formación exigente en las capacidades que exige una sociedad digital y les permita la apropiación de los avances y cambios que se efectúan en la sociedad actual. La OEA en su informe del 14 de junio del 2016 junto a empresa líderes en TIC, CEPAL y universidades regionales firmaron "Alianza TIC 2030 Américas" que permitirá extender la conectividad de internet en toda la región con la finalidad de democratizarla esto permitirá que todos los jóvenes participen en la economía moderna. En muchos ámbitos de la educación y en todos los niveles las TIC han impactado evidenciando su empleo como medio, como apoyo y como aprendizaje, transformando la relación estudiante profesor dentro de una metodología constructivista. (García 2013) nos dice que, la investigación realizada partir del año de 1980 donde revela que las enseñanzas y los aprendizajes de la matemática constituyen una problemática muy significativa por más novedoso que sea el modelo o metodología educativa que se presente para todo nivel educativo. Los índices de promoción y repetición en la asignatura de matemática, tanto en primaria, secundaria o universitario, es una indicación grave sobre la problemática, esto conlleva a frustraciones de los estudiantes como de los docentes. Por otro lado, el curso de Cálculo que representa uno de los primeros cursos de matemáticas de los primeros ciclos de estudios superiores, representa la primera vez que el estudiante se enfrenta por ejemplo al concepto de límite; concepto, que implica cálculos que ya no se realizan mediante aritmética simple y algebraicas, si no procesos infinitos que solo pueden llevarse a cabo mediante argumentos indirectos, Tall (1992), además, Cordero (2005) nos dice que ha observado muchas razones que afectan el verdadero aprendizaje de la matemática esto conlleva realmente un impedimento en el aprendizaje matemático de parte del estudiante pues hace muchos años la enseñanza de las matemáticas se están realizándose, desde un enfoque, netamente axiomatizada, algebraica, algorítmica y rutinaria. A nivel universitario también se tiene la misma problemática pues los escolares de EBR al acceder a la universidad le origina conflictos epistemológicos semióticos y didácticos. Esta situación conlleva alta incidencia en la repitencia del curso de cálculo. El estudiante que ingresa a la universidad a estudiar Ingeniería, en el primer ciclo, debe cursar como mínimo dos cursos de matemática, dichos cursos tienen como soporte conocimientos, obtenidos en la etapa de Estudios de Básica Regular (EBR). Muchos de ellos desaprueban particularmente el curso de Calculo diferencial. Con el empleo de las TIC como acompañamiento dinámico en aula al respecto nos dice Müller (2018), los recursos tecnológicos digitales pueden brindar diferentes posibilidades de visualización y manipulación de conceptos, facilitando la transición entre los enfoques analítico y geométrico. Sin embargo, la simple inserción de estos recursos no es suficiente para configurar las practicas educativas, exigiendo acciones que entiendan al estudiante como sujeto autónomo y activo del proceso de aprendizaje. Esto presupone la adopción de situaciones en las que el o los compañeros pueden interactuar, intercambiar ideas y discutir, lo que puede ser flexible dependiendo de las posibilidades de ampliar las dimensiones de tiempo y espacio proporcionadas por las tecnologías digitales.

Ante las dificultades que se presentan tanto para la enseñanza como el aprendizaje del cálculo diferencial en el ámbito universitario la llegada de las TIC ha permitido como nos dice Farias, (2014), las dificultades relacionadas tanto en la enseñanza como el aprendizaje del Calculo diferencial e integral son bastantes antiguas y una preocupación de los docentes e investigadores de la Educación Matemática. Con la evolución de la tecnología nos damos cuenta de que bien utilizada promueve ganancias, destacando aspectos como la visualización geométrica, la dinámica del software y la aprensión de propiedades de objetos matemáticos. Este trabajo de investigación permite ver que las TIC nos brinda a todos los involucrados la oportunidad de reflexionar sobre las posibilidades y obstáculos asociados a la práctica docente en la perspectiva de introducir nociones de CDI en la educación secundaria.

Desde el ámbito nacional. Nuestro país a un persiste muchas dificultades en el uso de las TIC, pues muchos educadores son renuentes a usar estas tecnologías de esta manera corta una vía de comunicación con sus alumnos. Según Resultados del censo educativo 2017, sin una buena conexión los beneficios de los equipos se reducen en gran medida esto determina que en la parte rural el problema sea mayor, a lo más el 13,9 % de las instituciones de nivel primaria y 44,8% de secundaria tengan acceso a Internet limitada. Además según Ministerio de Educación (2017) demuestra una mejora respecto a los resultados de PISA 2009 y 2012 aún estamos en una situación que evidencia que hay estudiantes que no logran desarrollar competencias matemáticas básicas, Nuestro país obtuvo un resultado sobre la materia de la matemática el 28.4% de estudiantes peruanos están en el nivel 1 (más bajo), así mismo un 21,0% de ellos se encuentran entre los niveles 2, un 9.8% de ellos estén en el nivel 3, un 2.7% en el nivel 4 y el 0.4% está en el nivel 5, en consecuencia 0,0% está ubicado en el nivel 6 (más alto), en cuyo nivel todo estudiante ya debe poseer un pensamiento abstracto y razonamiento matemático avanzado. No solo en los primeros ciclos de la universidad según García, P (2018), el uso de las TIC resulta imperioso para estar acorde con la sociedad digital que vivimos, la universidad debe cambiar de paradigma porque en su contexto permitirá construir tecnologías más avanzadas alineadas a los avances sociales. En el Proceso de enseñanza y aprendizaje según Castel, A (2018). Las TIC por si solas no representan una ventaja competitiva su implementación debe ser global e integradora porque no solo permitirá mejoras en su funcionamiento interno, servicios prestados si no que deben estar ligados al proceso de enseñanza aprendizaje para una sociedad cada vez más exigente en cooperación con la empresa.

Desde el ámbito local, donde se efectuó el presente trabajo actualmente hay una fuerte corriente en favor del uso de las TIC, debido que las TIC fortalece la enseñanza – aprendizaje a los docentes les permite tener nuevas herramientas que fortalecen y enriquecen su actividad educativa. Además, se implementaron capacitaciones sobre el uso de las TIC, aunque no eran obligatorias cada día aumentaba el número de profesores asistentes. En ese momento había algunas dificultades en el uso de las TIC, pues muchos educadores eran renuentes a usar estas tecnologías porque no eran conscientes cuán importante resulta en el proceso educativo. La misma universidad ya usaba las TIC en forma sistemática. La oficina de Educación Virtual que tiene la finalidad promover sobre el uso de las TIC estaba y aun en el presente sigue capacitando a los docentes para adquirir competencias en el uso de las TIC con el objetivo hacer un uso eficiente de los recursos digitales y mejorar su práctica profesional. Debemos recordar que el sector de educación, ciencia y para la cultura de la OEA en 2010, considero que el currículo, las TIC, la evaluación como también la capacitación de los docentes y difusión del manejo de las TIC es un todo integrado, esto permitirá tener cada vez más alumnos tomen y ejerzan el control de su aprendizaje, de tal manera que los materiales, recursos, se adapten a sus necesidades y posibilidades. Negar esta realidad impide que el sector del nivel superior juegue un papel que le corresponde en la sociedad del conocimiento, para ello debe innovarse en su metodología de la formación que imparte. El conocimiento de las tecnologías es fundamental para una sociedad del conocimiento y de mayor importancia en la educación superior, pues permite un nuevo modelo de información, que se caracteriza por ser abierto permite la interacción, diversificación de los sistemas de la información y el autoaprendizaje (García 2013), nos dice que las tecnologías de la información y comunicación TIC, le permiten a la matemática en particular el cálculo, resolver problemas de cálculo aritmético o simbólico, la gráfica de funciones y la modelación matemática tanto para la enseñanza y aprendizaje de un futuro ingeniero. Se sabe que el cálculo a decir de Gonzales y Waldegg (1995) está ligada a las soluciones de problemas de la realidad siguiendo que por historia se sabe que la creación y la experimentación están antes de la abstracción y la formalización. Hay muchos factores que influyen la deserción o repitencia en el curso de cálculo una de las primeras asignaturas del primer ciclo en las universidades a decir de Moreno (2025) que la matemática es considera como un grupo de fórmulas y reglas existentes por sí misma, exentas de aplicación práctica y lejos de considerar como soporte a sus quehaceres cotidianos de cada sujeto. La presente investigación es una propuesta a desarrollar en la programación educativa que servirá como una posible respuesta a dicha problemática. El software Educativo GeoGebra cobra realce como herramientas pedagógicas en todos los niveles educativos tanto para la enseñanza como aprendizaje. En base a lo expuesto el problema principal plantea ¿Cuál es el efecto del uso del GeoGebra en el aprendizaje de las funciones especiales en los estudiantes de ingeniería de una universidad de Lima en el año 2019?, también se ha identificado los problemas secundarios o específicos: (1) ¿Cuál es el efecto del uso del GeoGebra en la elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019?, y (2) ¿Cuál es efecto del uso del GeoGebra en el análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019?

La justificación del trabajo de investigación como profesor de matemáticas de distintas facultades de ciencias e ingeniería he podido comprobar que los estudiantes que ingresan específicamente a Ingeniería un gran porcentaje muestran una formación matemática deficiente, evidenciando dificultades en procesos básico, por ejemplo: Relacionar e interpretar información matemática, carencia de manejo simbólico formal, falto de conocimientos de recursos tecnológicos.

La justificación desde el ámbito teórico, en base a la teoría de Jonassen (1996), sostiene que los pensamientos críticos y la actividad sobre las representaciones sobre los conocimientos, comprometido en las articulaciones del ámbito de los conocimientos, usando diversos instrumentos de representación estática, llámese base de los datos, hojas de cálculo, la red semántica, sistema del experto y la creación de los hipermedias. De modo que los estudiantes al estudiar el problema deban articular la comprensión de dicho fenómeno. Los alumnos pueden responder preguntas del tipo ¿Qué es lo que se?, y ¿Que significa? (p.60 a 63) y las herramientas de modelización lo permitirán, y a decir de Bejarano (2018) al hacer uso del GeoGebra como sistema de representación en solución de problemas contextualizados se logra fomentar la capacidad de mantener el interés en la formación del ingeniero. La investigación se enfocará en ver el efecto del uso del GeoGebra sobre aprendizaje de las funciones especiales orientadas a usarlos como modelos matemáticos y herramienta para la resolución de problemas cotidianos; proponiéndolo como una metodología para enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas específicamente Calculo I de modo que el alumno se inicie ya en un proceso de investigación y de paso no tener dificultad en aprendizaje de las Matemáticas. Este recurso se utilizará en el aula junto con las diversas estrategias del docente para lograr interiorizarlo.

La justificación practica se enfocará en justificar que las funciones especiales expresadas o representadas en sus distintas formas, permitirá que el estudiante pueda relacionar las matemáticas con otras diciplinas, relacionarse con problemas cotidianos y el uso del GeoGebra permitirá mayor comprensión y eficiencia al tratar no solo problemas numéricos sino el modelamiento matemático, mostrar su capacidad gráfica y también permitirá ver proyecciones de ciertos problemas, cuando su variable independiente tiende a crecer. De esta manera las competencias específicas de comunicación matemática, razonamiento y demostraciones se afianzarán esto permitirá un aprendizaje significativo.

Finalmente la justificación metodológica, el presente trabajo de investigación, trata de demostrar la utilidad del software GeoGebra en conjunto con los modelos matemáticos para la resolución de problemas cotidianos esto permitirá desarrollar habilidades matemáticas y otras capacidades, así los estudiantes lograran aprender no solo conceptos si no procedimientos porque podrán explorar saberes interdisciplinarios donde aplicaran sus conocimientos matemáticos, además redundara durante su vida académica, y le permite iniciarse en el proceso de investigación, que será valioso para continuar sus estudios y en su vida profesional como futuro ingeniero. También se obtuvo el objetivo general: Determinar el efecto del uso del GeoGebra para el aprendizaje de las funciones especiales de los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019, determinando como objetivos secundarios o específicos: (1) Determinar cuál es el efecto del uso del GeoGebra en la elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima en el año 2019, y (2) Determinar cuál es el efecto del uso del GeoGebra en el análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia en los estudiantes de ingeniería de una Universidad en el año 2019.

La hipótesis general: El GeoGebra mejora significativamente el aprendizaje de las funciones especiales en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019, y se derivó las siguientes hipótesis secundarias o especificas: (1) El GeoGebra mejora significativamente la elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima en el año 2019,y (2) El GeoGebra mejora significativamente el análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019.

II. MARCO TEÓRICO

Respecto a los antecedentes que permitieron desarrollar la presente investigación, se encontraron variada bibliografía en relación con el tema lo cual representan el soporte teórico de la investigación. Antecedentes internacionales, Barahona, Barrera, Vaca, e Hidalgo. (2015) en su tesis tuvo como objetivo ver cuanto influye el software GeoGebra en la enseñanza de la matematica en la carrera de ingenieria en Industrias Pecuarias, fue un estudio explicativo cuantitativo que permite establecer el uso del GeoGebra como herramienta de apoyo, se aplico un test luego se desarrollaron sesiones de clase con la ayuda del GeoGebra luego se aplico nuevamente un test, al evaluar los resultados estadisticos tuvo como conclusión que el GeoGebra si influye y mejoro el aprendizaje de los estudiantes. Para estos años en España en algunas universidades ya usaban herramientas tecnologicas Portilla,J. (2015), realizó una investigación tanto bibliográfica como de campo, esta se efectuó en un curso de 1º de Bachillerato, en el "Colegio de Fomento Tabladilla" (Sevilla), y concluye que el GeoGebra permitió que los alumnos tengan mejor asimilación del concepto de función y su respectiva representación. Benito, Quimbay y Vásquez. (2017) realizaron una investigación, donde desarrolla una estrategia didáctica que permite complementar el GeoGebra y el aula virtual con (Moodle) en el estudio de funciones exponenciales, en los estudiantes del grado 11 de la Institución Educativa Las Américas, concluyendo, que el software GeoGebra se complementan con (Moodle) y gracias a ello se pueden realizar actividades diversas online.

Además, Orozco, y Morales. (2017) nos presenta el uso de las configuraciones geométricas construidas con GeoGebra como herramienta para la enseñanza de la definición de vector y sus operaciones. Estos son recursos Educativos Abiertos (REA) y fueron construidos bajo el conocimiento abierto, para que todos tengan a acceso a ellos. El objetivo es investigar, en este contexto, los posibles efectos implícitos que estos REA tienen como estrategia didáctica que los procesos cognitivos mejoren tanto en visualización como razonamiento. Las pruebas realizadas muestran que, el uso de la propuesta favoreció el aprendizaje de los conceptos presentados.

A continuación, desarrollamos los antecedentes nacionales. Rivero (2018) en su trabajo de investigación desarrolla la utilidad del GeoGebra para aprender las funciones cuadráticas en estudiantes de la Escuela Profesional de Educación Primaria de la Universidad Nacional Federico Villarreal, fue un diseño cuasi experimental; con los resultados estadísticos y con la vista de KR-20, determino que el GeoGebra si influye en el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes de la Escuela Profesional de Educación Primaria de la Universidad Nacional Federico Villarreal.

Bermeo (2017), determino la influencia para aprender funciones reales mediante el GeoGebra, y ver el futuro uso del software, el trabajo tiene un enfoque cuantitativo, de diseño pre experimental, tuvo una muestra de 127 estudiantes del primer ciclo de la universidad, para ver la aceptación de la hipótesis se usó la estadística de Wilcoxon, $Zc < $ que Zt (-6.305<-1,96) que permitió rechazar la hipótesis nula, tal que $p < 0.05$, concluyendo que el software GeoGebra si influye en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Facultad de Ingeniería Industrial UNI Lima. 2016.

Aguilar,A.(2015), incorpora al GeoGebra como un recurso para desarrollar las capacidades de comunicación y representación de las ideas matematicas sobre las funciones lineales. Diseño y aplico 30horas de sesiones pedagogicas en los estudiantes del segundo grado de secundaria Institución Educativa “Víctor Rosales Ortega” Piura con el uso del GeoGebra, evidenciando que software GeoGebra logra desarrollar la capacidad de comunicación y registros de representación.

Colquepisco, Nilo. (2018) nos dice que el software GeoGebra influye para la toma de decisiones y aprendizaje de los estudiantes universitarios. La investigación es de tipo cuantitativo, método deductivo, aplicado de diseño cuasi experimental, tuvo una muestra de 60 estudiantes en cada grupo del II ciclo de la escuela profesional de Ingeniería de Sistemas. Comprobándose que el GeoGebra influye en el aprendizaje de las derivadas (Z=-3,500 y Sig.=0,000) y el aprendizaje de las integrales (Z=-4,162 y Sig.=0,000) en los estudiantes del II ciclo de la escuela profesional de ingeniería de Sistemas.

Ahora desarrollamos las bases teóricas la variable independiente que es el software GeoGebra. En cuanto a la historia del software GeoGebra se quería tener una aplicación netamente matemática que se puede interactuar libremente con fines educativos en los diversos niveles de la educación, su creador de este sistema fue Marcus Hohenwarter, quien lo presento en el año del 2001, como desarrollo de su tesis, en la Universidad de Salzburgo, y tuvo continuidad en la Universidad de Atlanta en Florida y posteriormente en la Universidad de Linz, Austria. El software GeoGebra es de entorno libre y está a la disposición de diversas plataformas. Como herramienta didáctica no solo permitirá afianzar y profundizar los conocimientos matemáticos si no también el aprendizaje de las funciones tal como lo menciona Rivero (2018), que el GeoGebra fundamentalmente es un procesador para geometría y además es un procesador para evaluar ecuaciones algebraicas, en palabras sencillas tiene que ver con un compendio de la matemática que interactúa con la geometría, calculo, algebra y estadística; además su uso está relacionado con la física, proyección comercial, estimación de decisiones estratégicas y se pueden encontrar también en otras disciplinas. A decir de Portilla (2015) ayuda en gran medida asimilar mejor el aprendizaje esto refuerza el concepto que el GeoGebra es un software de geometría dinámica que permite efectuar trazados para la construcción geométrica de diversos tipos, como las representaciones gráficas y los tratamientos algebraicos y los cálculos de la función real de las variables reales, la derivada e integral. El GeoGebra como instrumento didáctico en la enseñanza de la matemática, a decir de Barahona, Barrera, Vaca, & Hidalgo (2015), el GeoGebra no solo es para la enseñanza de la matemática si no también permite desarrollar actividades constructivistas en los estudiantes. De esta manera el uso del GeoGebra como herramienta pedagógica tanto en la enseñanza y como el aprendizaje en todos los niveles educativos permite cambios sustanciales en la capacidad de argumentación y comprensión de los problemas al respecto nos dice Torres, Carlos (2014), sostiene que las estrategias didácticas del software GeoGebra ayuda al fortalecimiento de las enseñanzas de los aprendizajes de la geometría en el estudiante de secundaria. Además, nos menciona que los objetivos de las investigaciones científicas tienen que ver con la medición de los impactos de GeoGebra en cuanto a las enseñanzas del aprendizaje de la geometría, el estudiante con esta ayuda mejora su rendimiento académico en la materia de ciencias. Además, Pabón, Nieto, y Gómez. (2015), nos dicen que el GeoGebra permite visualizar y simular situaciones reales de manera dinámica e interactiva además permite adquirir destrezas en la representación de los resultados, interpretación y recomienda implementarlo en los planes curriculares como complemento para la enseñanza de las matemáticas.

Se puede decir que la utilización del software ha reforzado la competencia visual elaborado por los mismos estudiantes, debido a que pueden realizar medidas directas y manipulaciones al objeto. Las características más importantes de este software educativo: como hemos dicho es de uso libre y la facilidad para aprenderlo eso permite un rápido acceso a sus herramientas por el teclado o por mousse, sea un estudiante de secundaria que evalúa sus expresiones aritméticas, resuelve sistemas de ecuaciones, grafica sus resultados hasta un estudiante universitario que calcula sumatorias, hace diferencias, integra funciones, resuelve ecuaciones diferenciales con series, elabora gráficos bidimensionales, tridimensionales, de superficie y de contorno. Hace del GeoGebra una herramienta didáctica valiosa tanto en la enseñanza como el aprendizaje de las matemáticas y además es útil en Física, Química, Biología, Economía, Estadísticas y para cualquier ingeniería. Muchos trabajos de investigación han demostrado que el uso del GeoGebra tiene indudables ventajas en el campo educativo por ejemplo permite simular fenómenos de la realidad que son complicados para observarlo, su interactividad con el usuario y excelente para la creación de Applet interactivos que sirve para la enseñanza de determinados conceptos teóricos o científicos y resolver problemas matemáticos tanto geométricos algebraicos y estadísticos. Con GeoGebra se puede diseñar y desarrollar actividades para que el alumno reflexione, compruebe, razone e investigue a su ritmo y tiempo. A continuación, detallo algunas características del GeoGebra. Zonas de GeoGebra: tiene que ver con inicio del programa para la aparición de lo siguiente: Al inicio sale una ventana donde se observa que está dividido en 6 zonas, a lo largo de parte superior en tanto la barra de Menús y Herramientas. En la pantalla central, a la izquierda la pantalla Algebraica al centro la pantalla gráfica y para la derecha la hoja de cálculo y en la parte inferior el botón ayuda, lista de entrada y de operadores.

Figura 1

Interfaz del Programa GeoGebra

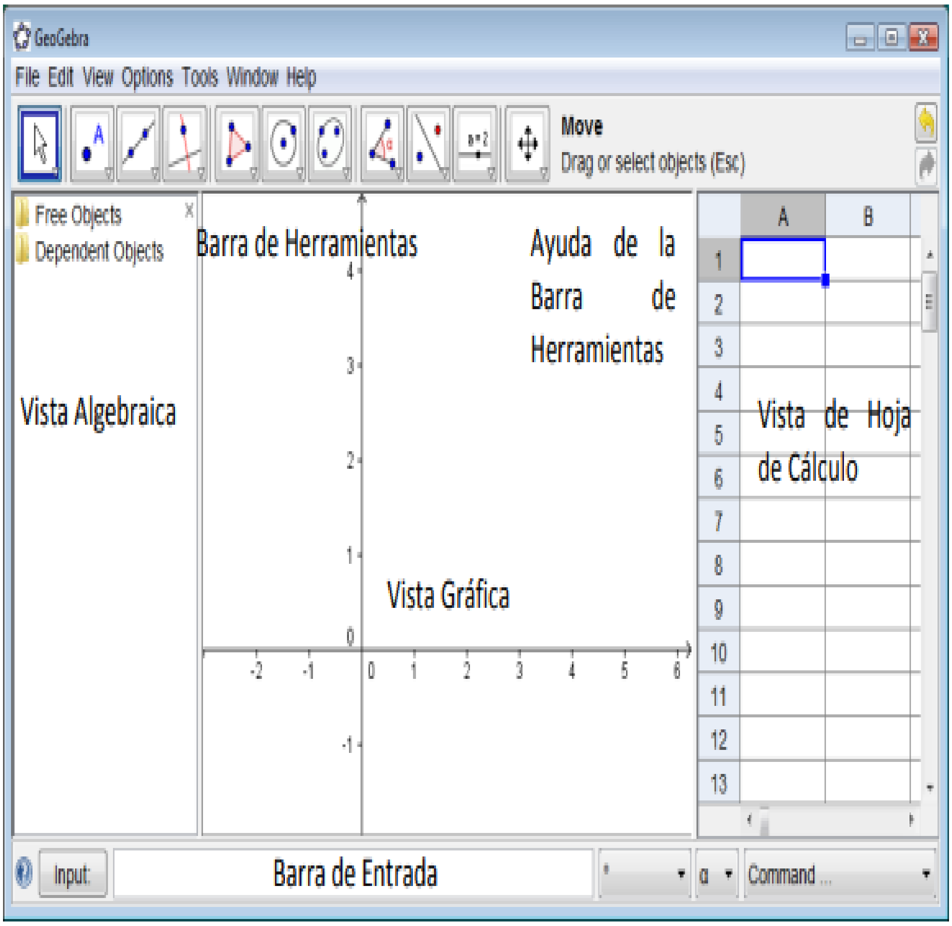


Figura 2

Menús del Programa GeoGebra

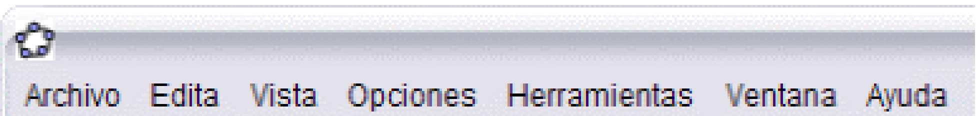


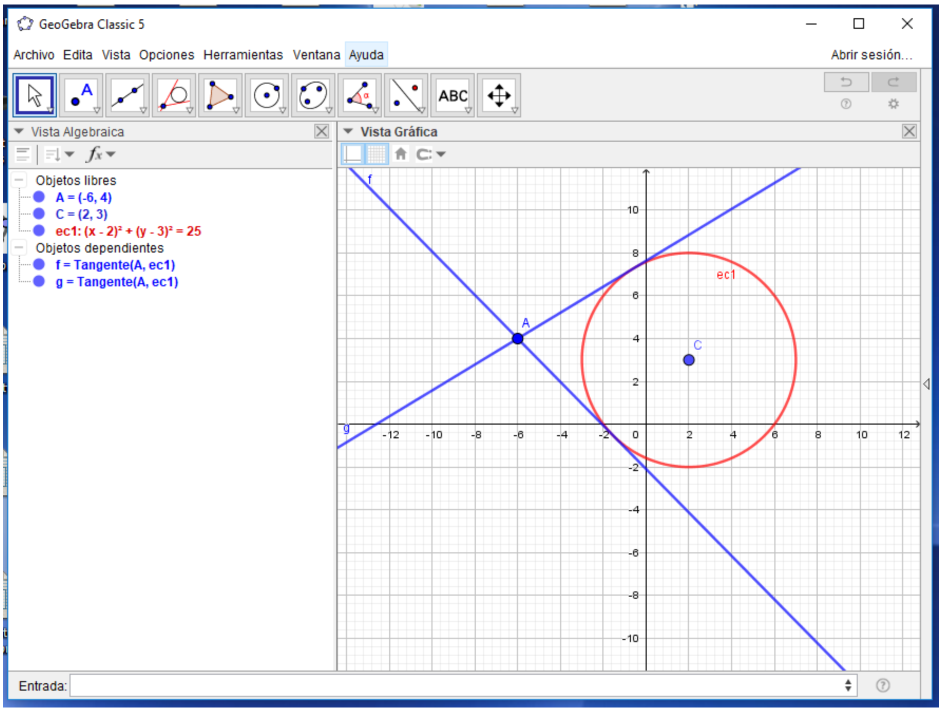
Figura 3

Herramientas del Programa GeoGebra

Ya se vio que la vista algebraica está ocupando la parte central izquierda de la pantalla, aquí aparecen los valores que se asigna a las variables u objeto que se usan, también con doble clic permite rectificar los datos.

Figura 4

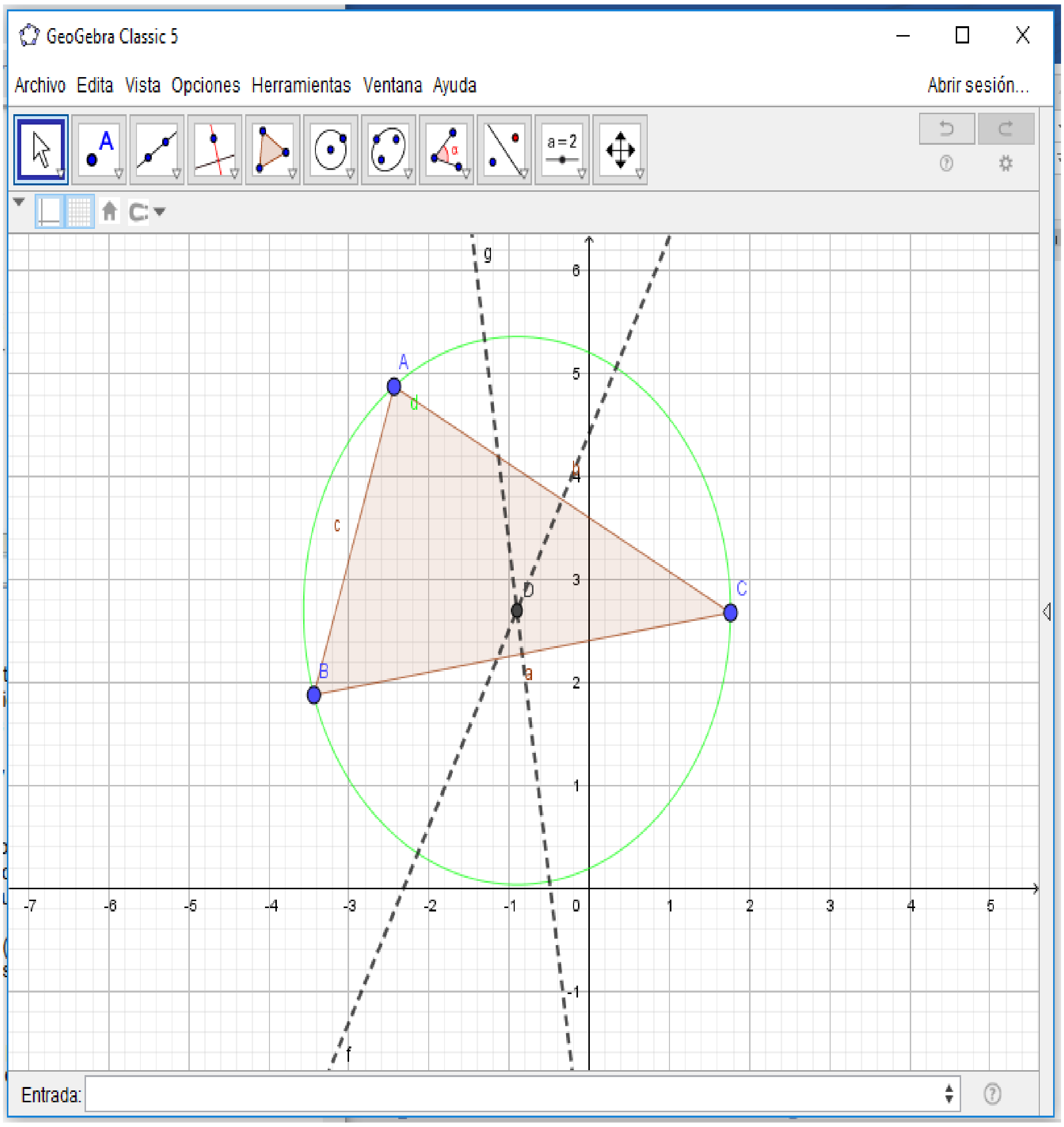
Vista Algebraica del Programa GeoGebra



En la parte central de la página se encuentra la vista gráfica, aquí se visualiza los objetos geométricos, usando conveniente la herramienta o usando él ratón podemos mover, alejar, acercar u ocultar los objetos, así mismo haciendo clic derecho usando conveniente el menú Contextual.

Figura 5

Vista Gráfica del Programa GeoGebra



En la parte derecha visualizamos la vista de hoja de cálculo, esta oculta por defecto que nos permite hacer tablas al estilo de Excel.

Figura 6

Vista de Hoja de Cálculo del Programa GeoGebra

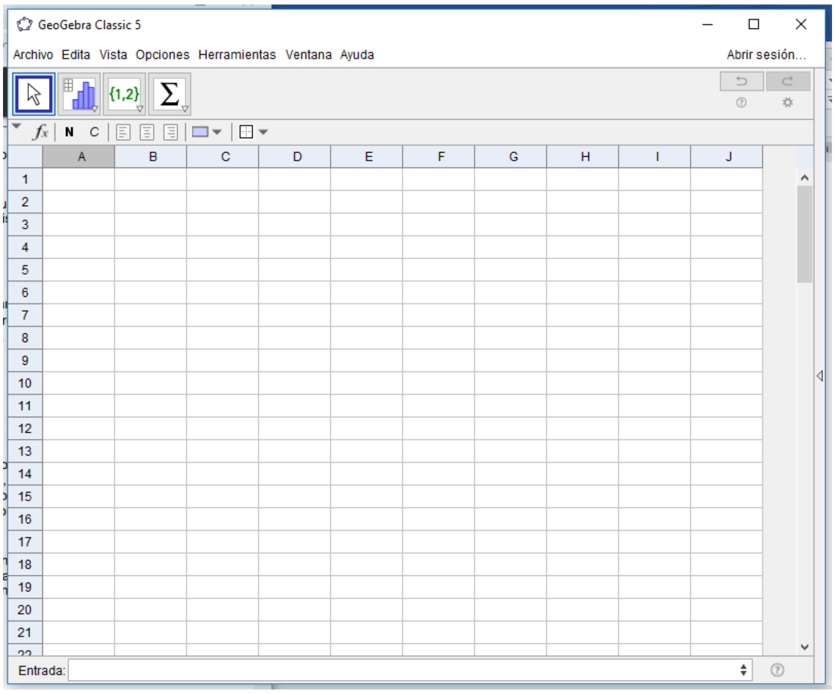
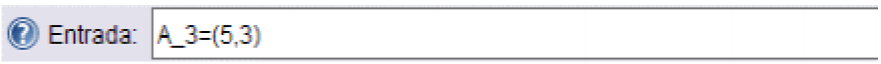


Figura 7

Barra de Entrada del Programa GeoGebra



La barra de Entrada esta visible por defecto, permite escribir desde el teclado tanto números como operaciones y algunos comandos; para efectuar lo escrito finalizamos con la tecla Intro.

A continuación, describimos las bases teóricas de la variable dependiente. Para aprender y enseñar matemáticas requieren no solo el lenguaje natural, el de las imágenes a decir Duval. (2004), de registros de representación (registro verbal, registro geométrico y registro algebraico). Y la mejor etapa para iniciar los registros de representación semiótica según Macias. (2014), es en la Educación Primaria porque allí se inician el manejo de nociones más abstractas. Siguiendo a Duval.(2004), nos dice existe una relación entre la aprensión conceptual de un ente matemático y su representación simbólica de este objeto matemático y se confirma en el estudio de Ospina(2012), que nos dice que el aprendizaje de un concepto matemático (el concepto de función lineal) se da cuanto mayor representación semióticas se involucren en el aprendizaje esto permite alcanzar una mejor comprensión, y el estudiante establecerá la diferencia entre objeto matemático y su representación semiótica. Se entiende al no trabajar diferentes registros semióticos y diferentes representaciones dificultara el aprendizaje de las matemáticas al respecto Oviedo, kanashiro, Bnzaquen y Gorrochategui (2012), indican que hay libros que tratan en general temas de matemática con predominio algebraico con muy poco enfoque geométrico, esto hace tener una visión parcial del tema lo óptimo seria establecer articulaciones entre distintos registros. Ramírez, Flores, Cruz, Gonzales y Aguirre (2017), nos dicen que el estudiante que tiene la habilidad de coordinar registros exitosamente y cuando le presenten alguna situación matemática, está en mejores condiciones de encontrar estrategias eficientes para resolverlas, y la falta de coordinación entre los registros crea dificultades en el aprendizaje del Algebra lineal y se podrá remontar con un aprendizaje basado en la diversidad y heterogeneidad de los sistemas de representación. Aprender matemáticas permitirá al alumno desenvolverse en diferentes situaciones de la actividad humana, por ejemplo, al comprar un helado, recargar crédito de un celular, medir la temperatura de un familiar, apostar en un partido de futbol, etc. Al respecto el Minedu (2015) nos dice que la asignatura de las matemáticas, tiene que como fin potenciar diversas formas para actuar e indagar en diferentes contextos, donde el alumno interpreta e interviene en las realidades a base de intuir, plantear supuestos hipótesis, empleando inferencia, deducción, argumentación , demostración, comunicándose y empleando diversas capacidades, como por ejemplo desarrollar métodos con la actitud útil que ordena, cuantifica y mide un hecho o un fenómeno del medio donde se encuentra, además interviene con conciencia respecto a ello. Además, el Minedu (2015) menciona que aprender la matemática tiene los siguientes fines, según:

Primero, la funcionalidad de la matemática nos proporciona herramientas básicas para desempeñarse en el contexto social. Así mismo tiene que ver con la contribución a situaciones importantes, como a la política, la economía, lo ambiental, la infraestructura y finalmente al trasporte. Segundo, la matemática es instrumental, porque una profesión necesita de bases diversos conocimientos sobre matemática pura, física, estadística. Por eso se puede mencionar que la matemática es básico y necesario. Tercero, la matemática es formativa, porque busca el desarrollo de habilidades sobre la matemática, necesarios para la superación de la capacidad del estudiante, el procedimiento, y la estrategia cognitiva, ya sea particular como general, además que promueve el pensamiento libre, con creatividad y critica autónoma divergente.

En cuanto a las capacidades matemáticas, a lo largo de la educación básica regular, los estudiantes deben desarrollar capacidades matematicas, que son definidas,por Minedu (2014), como la capacidad del estudiante para desempeñrse con consiencia respecto a una situacion, como desarrollar problemas o dar cumpliminto a objetivo deseado, haciendo uso de reflexion , ser creador de conocimientos, destrezas y habilidades con informacion que sea diponible y pertinente a la realidad.

Las capacidades matematicas consideardas por Minedu, son los siguientes: En primer lugar: Matematiza situaciones; con esta capacidad el estudiante expresa bajo un modelo matemático, determinados problemas de su entorno cotidiano. En segundo lugar: comunica y representa ideas matemáticas; esta habilidad tiene que ver con comprender una idea matemática y a la vez expresar de manera escrita y oral, utilizando lenguajes matemáticos y a la vez usar diversas opciones de representar con materiales concretos, gráficos y símbolos. En tercer lugar: elabora y usa estrategias: esta capacidad tiene que ver con planificar, ejecutar y valorar secuencias organizadas de diversas ideas y recursos, como la ampliación organizada de las TIC con fines de resolver problemas. En cuarto lugar: razonar y argumentar generando ideas matemáticas: esta habilidad tiene que ver con plantear un supuesto e hipótesis sobre la implicancia de las matemáticas por medio de diversas maneras de razonar, como también verificar y validar. En conclusión, los alumnos al terminar su formación de Educación Básica regular deben mostrar que sus argumentaciones, su razonamiento, su demostración, justificaciones, y conclusiones han ido perfeccionando durante el proceso, todas estas capacidades desarrolladas lo acompañaran a lo largo de toda su vida.

Siguiendo las pautas del Minedu (2014) que nos dice que la matemática tiene un enfoque centrado en resolución de problemas, estos deben ser contextualizados y que permitan su modelación respectiva. Para tener estos resultados la matemática debe impartirse en forma contextualizada a decir de Wongo, Dieguez y Pérez (2015) hay que subir el nivel de contextualización de los contenidos, ejercicios y problemas matemáticos esto va a originar un proceso de formación interpretativa más significativa en consecuencia va a dinamizar el proceso de formación en matemáticas. Domecq, Berenguer (2017), mencionan que la falta de contextualización con que imparten los cursos de matemática en ingeniería Civil muchos alumnos manifestaron su rechazo y culpan de su fracaso en estas asignaturas. Al respecto de la resolución de problemas el Minedu (2015) nos dice en primer lugar que la estrategia de resolución de problemas se debe procurar en el plan curricular de matemática, y considera a la resolución de problemas no como un caso, ni algo aparte del currículo, representa el eje donde alrededor se organiza el proceso educativo. En segundo lugar, las matemáticas se enseñan resolviendo interesantes problemas aplicados a la realidad. La resolución de problemas permite que los estudiantes hagan construcciones matemáticas, descubrir relaciones entre la entidad matemáticas, y elaboren procedimientos, en tercer lugar: la situación problemática debe aplicarse en situaciones de la vida misma del estudiante, como también en el contexto científico. Esta situación permite que el estudiante tome interés en cuanto a conocer la materia y encontrar significado y valorar cada vez en diversas situaciones; aun en el futuro los estudiantes necesitan aplicar los conocimientos aprendidos. En cuarto lugar, la resolución de problemas es necesario para el desarrollo de la capacidad matemática. Además, tiene que ver con resolver problemas, donde el estudiante desarrolla sus propias habilidades sobre la matemática como, matematizar, representar, comunicar, y utilizar la expresión simbólica, como también argumentar. Todo docente de acuerdo con el nivel que le corresponda deberá planificar, seleccionar los contenidos que impartirá en sus clases con el objetivo que sus estudiantes desarrollen el pensamiento matemático a decir de Lozada, Fuentes (2018), la resolución de problemas desarrolla el pensamiento matemático sobreentendiendo que fomenta la capacidad para resolver problemas, desde ese punto de vista al estudiante es visto como un sujeto activo que mueve y desarrolla su pensamiento matemático buscando rutas de solución a sus problemas. Reconociendo el aporte sobre resolución de problemas por Pólya (1945) concluimos a decir de Defaz. (2017), que el método de resolución de problemas permite procesos didácticos múltiples formas practicar y reflexionar como la inducción y deducción que son importantes en el pensamiento Heurístico. Tanto la enseñanza como el aprendizaje de las matemáticas se sostienen en la resolución de problemas que tiene como base el enfoque socio cultural. Si a lo señalado implementamos las TIC en el proceso de enseñanza y el aprendizaje, que ya es aceptada y aplicada por muchas instituciones, y aquellos docentes que cada día son más efectúan un cambiando en el paradigma de enseñanza y aprendizaje. En ese sentido El Minedu en su Resolución Ministerial N.º 0547-2012-ED encisos 8 y 23 en el Marco del Buen Desempeño Docente para Educación Básica Regular, indican que los docentes deben tener la competencia para utilizar recursos ya elaborados que ya tienen ciertas tecnologías y son de fácil acceso y pueden ser usadas en una sesión de clase; así como de recrear, organizar y seleccionar diversos recursos que facilitaran el aprendizaje por parte de los estudiantes. Por otro lado, según Lima (2007) sostiene que el primordial motivo para integrar la TIC sobre las instituciones educativas es promover en el estudiante tenga una idea constructiva que le ayuda a trascender más allá de sus límites cognitivos y que se involucran en ciertos desarrollos que jamás hubieran logrado. Se desarrolla así mismo la habilidad de diseñar, tomar decisiones y resolver problemas, para ello necesita evaluar, analizar, con la correspondiente imaginación todo conjuntamente integrada (Pg. 83). Para Riveros (18) citado por Huamaní y Castro (2011), nos dice que los docentes pueden generar propuestas metodológicas innovadoras y creativas para mejorar la cognición y el proceso de aprendizaje usando las TIC como herramienta esto facilitara el desarrollo de distintas habilidades, estilos y ritmos de aprendizaje por parte de los estudiantes. Ausubel (1983), refiere que la utilización de las TIC ayuda a la claridad, la secuencialidad y la dificultad en graduar responsabilidad sobre el aprendizaje, pero si embargo es útil para la comprensión, la disposición del curso y la retroalimentación. Donde se resalta la utilización de PC, lo cual es usado como un instrumento intelectual con fines de la incorporación de estrategias en la pedagogía, que sirve para interactuar, atender y planificar la experiencia de alumnos. De esta manera textual, visual, sonora y audiovisualmente, sirve para presentar diferentes contenidos. De la misma manera emplear una simulación de un fenómeno abstracto. La modelación matemática en el presente trabajo lo veremos como estrategia para enseñanza de las funciones especiales. La definición de modelos matemáticos se sigue en gran medida del enfoque matemático que se le da a la realidad. En lo que sigue rescatamos algunas definiciones:

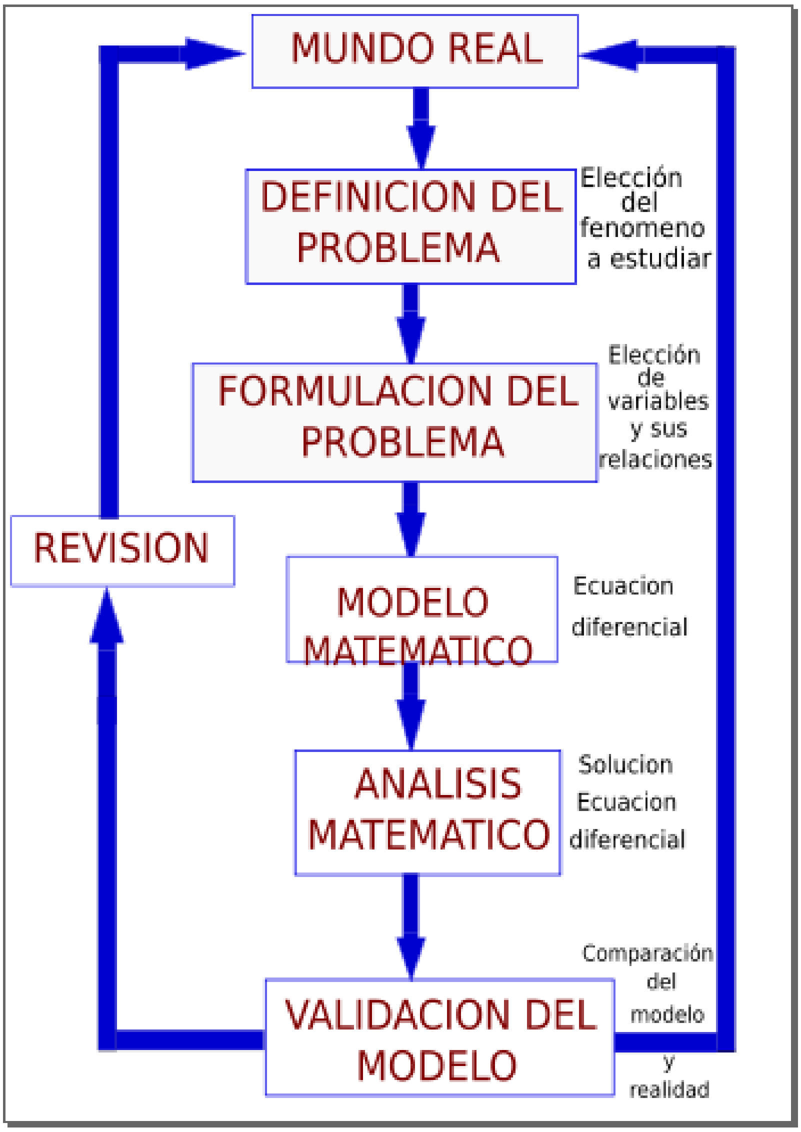
Bienembengut y Hein (2004) según ellos los modelos de la matemática tienen que ver con fenómenos o situaciones problemáticas como conjuntos de un símbolo y una relación de la matemática presentada de una forma o fenómeno. Por otro lado, Giordano , Fox , Horton & Weir (2008) sostienen que los modelos matemáticos son similares a construir las matemáticas dirigidas a estudio sobre los sistemas o fenómenos particulares sobre el mundo real. Así mismo el presente modelo tiene la capacidad de incluir la gráfica, el símbolo, la simulación y la construcción experimental. Así mismo los modelos de la matemática son sistemas axiomáticos que están constituidos por términos no definidos que pueden adquiridos por la abstracción del mundo real. Bassnezi- Salett (1997) nos dicen que los modelos matemáticos deben servir como método de enseñanza- aprendizaje en todos los cursos regulares.

Algo de historia de modelación matemática por Triguero (2009), citando en Israelí (1996) hace siglos atrás la matemática ha sido muy importante y útil para transformar y modificar la realidad sino también para comprenderla con el devenir del tiempo tenemos un procedimiento llamado matematización o modelación matemática, permite hacer uso de la matemática para comprender y analizar el mundo. Desde el punto de vista de Israelí, en el pasado se ha utilizado el modelo de la matemática para describir el mundo que puede clasificarse en cuatro etapas. En primer lugar, en esta época Pitagórica se consideraban a los números como forma perfecta para describir al mundo, la matemática estaba confinada a lo religiosamente dominado por mitos. Con la llegada de Galileo, propuso una visión distinta entre la matemática y la realidad considerando que el lenguaje matemático describe las leyes de la naturaleza. Esta manera de ver es reforzada con la presencia de trabajos de Newton, y da inicio un programa llamado mecanicista. En cuanto a la forma mecanicista de ver al mundo, planteado por Newton, y tiende a dominar el pensamiento científico por muchos años, aunque se luego se le abandono por que se entendió que la ciencia debe ser unitaria y objetiva del mundo, en esta visión se considera que la matemática no es una técnica ni lenguaje separada de la naturaleza sin que es inherente a esta. Ya en el siglo XX, la física clásica entra en crisis, la vista dominante niega la idea de modelos mecanicista y unitaria de la ciencia. La modelación matemática ha recobrado interés hoy en día y está en el dominio de los que hacen matemática aplicada y se le reconoce como una estrategia en la enseñanza de la matemática. A continuación, se explica como la modelación matemática se convierte en estrategia para la enseñanza de la matemática.

Las etapas sobre la modelación matemática según Biembergut y Hein (2004) en primer lugar: se hace una breve exposiciones sobre los temas a los estudiantes, incitándolos a formular preguntas respecto a lo que desarrollo. En segundo lugar: Se selecciona una o más preguntas y se les propone a que hagan una investigación sobre el asunto, por medio bibliografía o entrevista a algún especialista. En tercer lugar: se plantea el problema, se construye hipótesis se organiza los datos para ver qué tema de matemática se requiere para su solución. En cuarto lugar: desarrollo de contenidos pragmáticos, es decir conceptos, definiciones, propiedades, etc. y se establece una relación con la pregunta. En quinto lugar: se hace presentaciones de ejemplos análogos, para ello hacemos uso de una calculadora o PC. En sexto lugar: esta la formulación del modelo matemático y la resolución del problema se propone a los estudiantes resolver el problema que genero el proceso, que interprete su solución y validación del modelo. El siguiente esquema grafica los pasos anteriores descritos:

Figura 8

Etapas de Modelamiento Matemático



Dado que nuestro objetivo son los aprendizajes de las funciones especiales con el GeoGebra en un proceso de modelación matemática, entendida como el proceso, donde el alumno puede vincular problemas de la realidad con la matemática tal como lo indican (Blum, Houston & Q, 2003).

Biembergunt, Hein (2004) sostiene que los alumnos integran distintas áreas del saber y toman mayor interés por la matemática si adoptan como estrategia didáctica al modelamiento matemático, mejora el entendimiento de las teorías matemáticas, desarrollan capacidades de leer, comprender, formular, resolver situaciones problemáticas, logran habilidad en el manejo de la tecnología, desarrollan capacidades de trabajar en grupo, orientarse para efectuar investigación, y desarrollar habilidad para redactar una investigación. Finalmente, la implementación de la modelación matemática como estrategia didáctica para la enseñanza, a decir de Salett y Heinel (2004), el docente interviene de dos maneras, en primer lugar, le ayuda con el desarrollo de las sesione programáticas desde los diversos modelos sobre la matemática, que luego serán aplicadas a diversas áreas de conocimientos. En segundo lugar, está orientado a los estudiantes con fines a realizar un trabajo de modelación. Además, nos dice que la modelación matemática puede implementarse sobre diversos niveles de la educación, desde el primer ciclo hasta el último ciclo.

Este trabajo de investigación está desarrollado para poder introducir la modelación matemático que se complemente con lo tecnológico según Confrey, y Maloney (2007), permitirá tener una aproximación hacia una enseñanza efectiva de los estudiantes de primer ciclo universitario para ello desarrollaremos todas las etapas que tiene el proceso de modelamiento matemático de funciones especiales. El concepto de función desde su aparición siempre ha estado ligada a situaciones de cambio, hoy juega un papel muy importante en todas las ciencias, es considerada como una herramienta que hace ver la relación entre variables de un problema del mundo físico. La matemática está presente en todos los planes curriculares de todos niveles educativos de enseñanza, pero hay un tema que es de vital importancia pues da el soporte a gran parte de la teoría matemática, es el concepto de función, por lo tanto, resulta de lo más importante para los estudiantes de todos los niveles y en particular para los estudiantes universitarios. El concepto función ha sido de los más tratados en la matemática, desde los babilonios estuvo asociado a la idea de conjunto, de relación, dependencia, a ecuación, gráfico, etc. El estudiante universitario en su primer curso de cálculo. Según Artigue (1995) Identifica 3 dificultades, el primero está asociada con las complejidades del objetivo básico del cálculo, En segundo lugar, tiene que ver con las asociaciones de la conceptualización y las formalizaciones de las nociones de concepto de limite, piedra angular de cálculo. En tercer lugar, tiene que ver con la ruptura necesaria con el modo de pensamientos netamente algebraico (p.107)

De estas dificultades destacamos a las funciones que a decir de Artigue (1995), las funciones son resultados obtenidos en diversos estudios, se evidencia obstáculos sobre sus aprendizajes que tienen que ser resueltas cuando se inicia sus enseñanzas en cálculo. (pag.109). Para allanar estas dificultades y alcanzar un aprendizaje realmente significativo donde se estudie las funciones desde su concepto como representación algebraica, numérico, tabulación, enunciados contextualizados y finalmente como modelo matemático. El presente trabajo propone el estudio de las funciones especiales que representa enunciados contextualizados y modelos matemáticos, utilizando el software GeoGebra. Por su importancia en este trabajo las funciones especiales representan modelos matemáticos de problemas contextualizados que representa a un objeto matemático o una determinada situación de la vida real, como también aquellos modelos que provienen de todas las ciencias. La variable dependiente tiene las siguientes dimensiones: La dimensión (1) consiste en la elaboración de funciones a base de información cotidiana y matemática. Luego a partir de una situación matemática o problema de la vida real podemos modelar ya sea geométricamente, numérica o algebraica y luego con el GeoGebra podemos profundizar y hacer proyecciones. Al respecto nos dicen Parra, H (2013), las claves para la contextualización de la matemática están en la acción docente. “En estos modelos el alumno tiende a desarrollar habilidades para leer datos, a partir de la información dada de manera visual con la ayuda del GeoGebra se puede registrar la información visual. Las enseñanzas de las matemáticas vinculadas a lo cotidiano de los estudiantes tienen que ser adoptados. Quiere decir que la enseñanza tiene sentido si se imparte con fines prácticos para los estudiantes. Según nuestro análisis se concibe la matemática enseñada en el contexto del estudiante esto contribuirá en la formación de los ciudadanos para la comprensión del futuro y transformar su vida con libertad y respeto. Consideramos la contextualización, actualmente es válida y pertinente en la realidad, para el éxito la contextualización no debe ser arbitraria es decir exprese situaciones significativas para el estudiante. De esta manera para un logro efectivo se necesita la consideración de tres claves. En primer lugar, los docentes deben de conocer el contenido de la matemática y el origen como también la aplicación. En segundo lugar, el docente debe de conocer al estudiante, el interés y la necesidad y los contextos donde se desempeñan. Finalmente tiene que ver con la habilidad de los docentes para hallar informaciones y poder analizar, de tal manera que ensanche los conocimientos de las matemáticas y el fundamente, el origen y la aplicación. De esa manera se promoverá situaciones de aprendizajes claves para que la contextualización de las matemáticas en la labor de los docentes.

Las matemáticas son herramientas que sirven para explicar los fenómenos que suceden alrededor de los estudiantes. Así mismo las matemáticas escolares deben verse más allá de la imagen que muestran como un conjunto de teorías y reglas ya determinadas perennes a través del tiempo, para que la matemática sea constantemente construida. Fredental (1983) nos dice que diversas realidades contribuyen para que los estudiantes profundicen sus estudios en temas matemáticos. Así mismo tiene que conocer matemática para hacer matemática, para que la enseñanza sea significativa. La idea conlleva al planteamiento de la interrogante sobre el proceso de las formaciones y actualizaciones del docente respecto a la materia. Además, se debería de reflexionar sobre las tareas que se plantea como los diversos aprendizajes que deberían de aprender en el futuro sobre la matemática y también sobre la herramienta teórica y metodológica que deben de ser aprendidas para el reconocimiento de las matemáticas en diversos situaciones y planteamientos de la situación de los aprendizajes en relación con la necesidad. Estas inquietudes ayudan a la contextualización para los docentes y los estudiantes, como lo señalan los siguientes autores. Según Aguilar (2015) en su trabajo de investigación ha buscado el cambio de una situación sobre las enseñanzas de la función lineal, por otro lado, incorporado el uso del Software GeoGebra como uno de los recursos didácticos que permiten desarrollar habilidades de representación y comunicación de ideas matemáticas en estudiantes, comprendan e interpreten el registro de representaciones de las funciones lineales. Por otro lado, Caro (2014) menciona que el fin de los talleres es realizar descripciones y caracterizar la distribución de las probabilidades discretas, mediante los análisis de los gráficos y las tablas que efectúa la GeoGebra, donde el software ayuda a la profundización dinámicas del concepto fundamental o características de dicha distribución. Los talleres son dirigidos al estudiante de ciclos finales que introduzcan la formalización de la aplicación de los cálculos probabilísticos que se realizan de una forma sencilla por medio del software. Según Pabón, Nieto y Gómez (2015), mencionan en su investigación la competencia de estudiantes que usan el software GeoGebra ayuda al reconocimiento de experiencias compartidas desde investigaciones cualitativas y acciones permanentes; donde tuvo como meta la demostración e importancia de incluir a los estudiantes el dominio de software de GeoGebra como una herramienta que facilite el desarrollo de la habilidades de la matemática, permitiéndole la visualización y la simulación de la situación real de una forma interactiva y dinámica, que así mismo exige la urgencia de incorporar al plan curricular de la enseñanza de las matemáticas. Como resultado, de las propuestas de investigación de las modelaciones de funciones los estudiantes aprendieron a esquematizar el proceso de modelación matemática para hallar la solución al problema de la vida real, así mismo ganar habilidad en interpretar y analizar el resultado. Finalmente, los estudiantes adquirieron las habilidades que mejoran la aptitud de enfrenta una nueva realidad educativa. Según Celemín (2018) sostiene que en este tiempo la empresa toma continuamente acciones sobre la economía sobre un círculo cambiante y dinámico; que ayudan a decidir correctamente, además ayudan en gran manera con el tiempo. Así mismo es importante el uso de herramientas interactivas y dinámicas que ayudes a tomar decisiones. Asimismo, usando diversos modelos que se desarrollan con el software efectuando un tratamiento algebraico y geométrico que ayudará el crecimiento de diversos modelos que ayuden a tomar decisiones. Con el presente trabajo de investigación permitirá desarrollar nuevos modelos. Finalmente, en forma sintética, se expondrán algunos ejemplos de lo que pretende esta investigación que permitirá ver las conclusiones. Ejemplo: Cuando nos transportamos en autobús apreciamos, a medida que vamos más rápido, en menos tiempo llegaremos a nuestro destino. Es situación física lo podemos describir como una función, donde se establece la relaciona de velocidad y tiempo. Nuestra propuesta es guiar para efectuar la construcción de un modelo que represente esta situación física usando las propiedades físicas geométricas y algebraicas de esta situación, que nos va a permitir averiguar las propiedades y predecir en un análisis continuo. El siguiente ejercicio expresa el proceso de modelamiento de una situación contextualizada.

Ejemplo**:** (Enunciado contextualizado)

Se tiene un tanque vacío de forma cilíndrica y se desea llenarlo de agua cuya capacidad es de 580 l. pero inicialmente tiene 100 l. de agua. Siendo las 12 h. del lunes (mediodía) se inicia el llenado, y el agua ingresa al tanque a razón de 10 l. /h, se pide:

Hallar la función que representa el volumen de agua en el tanque en términos del tiempo, hasta el instante en que el tanque se llena. Graficarla y responder:

I. Siendo las 12 h. del mediodía del martes ¿cuánta agua litros hay en el tanque?; ¿cuánta litros agua entró hasta ese momento?

II. ¿Qué día y a qué hora el tanque queda lleno (alcanza los 580 l)?

Solución:

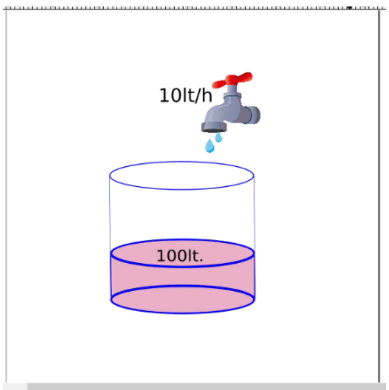
$\mathbf{V_0} = 100\text{lt. volumen inicial}$

$V_t = 580\text{lt.} = \text{volumen total}$

$\mathrm{t_0} = \text{tiempo inicial} \rightarrow \mathrm{t_0} \leftrightarrow 12\mathrm{h}$

Figura 9

Tanque cilíndrico



$\mathrm{t} = \text{tiempo que trascurre desde } \mathrm{t} = 0\text{ , hasta el momento t}$

$\mathrm{v_e} = \text{velocidad de entrada} = 10\mathrm{lt/h}$

$\text{Incognita: } \mathrm{V} = \mathrm{f(t)}$

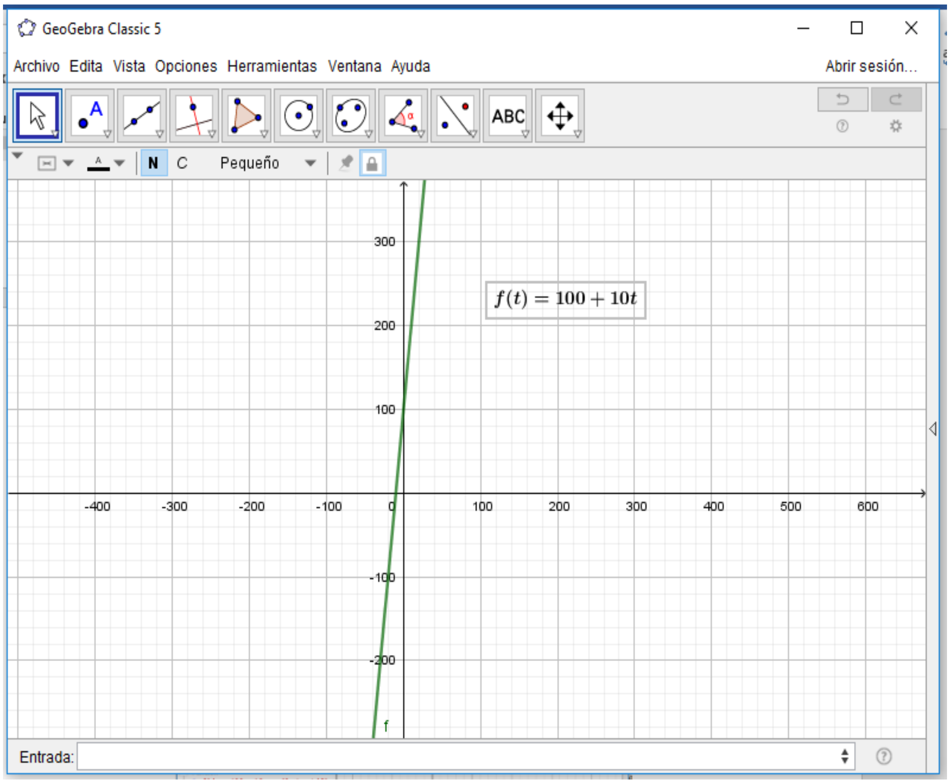
Se tiene que: $V(t) = f(t) = V_0 + \mathrm{v_e}\,.\,t$….(I)

Reemplazando datos en (I):

$$V(t) = f(t) = 100 + 10\,.\,t$$

Figura 10

Gráfico de la función f(t) = 100+10t



Nota: Dominio de la función: 12h $100 \leq 100 + 10t \leq 480 \rightarrow 0 \leq t \leq 48$

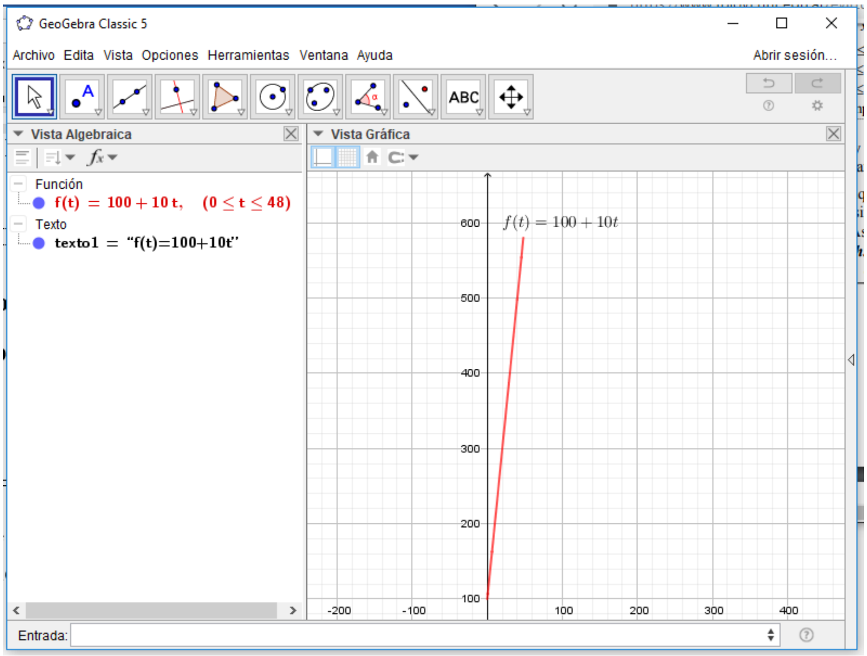


Figura 11

Gráfico de f(t) = 100+10t, con dominio $0 \leq t \leq 48$

Además, se deduce:

I. Si 12h $\leftrightarrow t_0 = 0$

36h $\leftrightarrow t = 24$

Luego de las 12am(lunes), hasta 12am (martes) han trascurrido 24h.

El volumen en ese momento es: $\mathrm{V(t)} = 100 + 10\mathrm{x}24 = 340\mathrm{lt}$.

La cantidad de agua que entro hasta ese momento es: $\mathrm{V} = 340 - 100 = 240\mathrm{lt}$

II. A la hora que llena el tanque es:

$480 = 100 + 10\mathrm{t}$, entonces 12h $\mathrm{t} = 48h$.

En estas situaciones de modelamiento los estudiantes en un gran número encuentran dificultades en relacionar cuestiones de matematización y su representación gráfica. Nuestro propósito es allanar esa distancia.

La segunda dimensión consiste en el análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia. A decir Cruz-Huertas (2013). en esta dimensión se analiza modelos matemáticos ya terminados y se investigaran sus propiedades, sus condiciones iniciales, soluciones particulares, hacer interpretaciones mediante el GeoGebra graficaremos y podríamos hacer pronósticos. En estos modelos el alumno tiende a desarrollar habilidades para leer datos, descubrir patrones, hacer interpretaciones numéricas y con la ayuda del GeoGebra haría representaciones graficas como lo señalan.

Según Portilla (2014) sostiene que los estudiantes de ciencias y tecnología cuentan con obstáculos sobre la asimilación del concepto de función y sus representaciones gráficas. Ante dicho problema realiza investigaciones bibliográficas y un estudio de campo, exponen como propuesta didáctica para el aprendizaje del curso que imparte el uso del software educativo GeoGebra. Llegado a la siguiente conclusión, por medio del software los alumnos asimilaron mejor el concepto de función y su representación gráficas con eso incrementa la motivación de los estudiantes sobre estos temas. A si mismo Cruz-Huertas (2013). **“**Este documento presenta los resultados de la aplicación de una estrategia pedagógica no tradicional para funciones de aprendizaje de pregrado". La estrategia se implementó durante la segunda mitad de 2012, en los estudiantes de primer año de Administración de Empresas de la Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca. En una primera fase, como una estrategia pedagógica toma situaciones del mundo real, y se apoya mediante el modelado y simulación por computadora en los que se utilizó el software GeoGebra para construir modelos de trabajo interactivos. El propósito de la estrategia es fortalecer a los estudiantes en los conceptos relacionados con funciones lineales, cuadráticas y aplicaciones; además ver, la relación entre las matemáticas y la realidad.”

Según Triana y Moreno (2013) mencionan que en el enfoque y la identificación de un conjunto de alumnos que argumentan las formas distintas de resolver a base de diversas representaciones como las representaciones tabulares y la graficas de la inecuación, a través del uso de papel y lápices y el correcto uso del software de GeoGebra, ha contemplado las interacciones sociales gestionadas por el docente con intereses particulares de llevar al estudiante a argumentar según su nivel. Estos procesos se evidencian con los análisis de cada punto de las actividades con las triangulaciones de las informaciones de diversas fuentes, las guías del estudiante y videos de los trabajos en equipo así también están los datos que se han tomado la transcripción de los videos y la guía solucionada por el estudiante. Adicionalmente según Hernández (2013) propuso una estrategia de enseñanza para solucionar inecuaciones de funciones usando intervalos generados en una circunstancia social y cultural basado en las participaciones del estudiante que le permite diseñar. En lo que sigue veremos modelos matemáticos que se han obtenido en distintas áreas de la ciencia que son expresadas en distintas funciones donde nosotros ejerceremos el análisis e interpretación de estos como también predecir.

Ejemplo: Tomado de (Matemaicas.UJAEN.es)

Se calienta un cultivo E. Coli a 100°, en una habitación que se encuentra a una temperatura de 22°, pero luego de transcurrir 5 minutos la temperatura del cultivo es de 93°C. Se quiere inocular el cultivo cuando alcance los 40°C. Encontrar el tiempo que debe trascurrir para inocular el cultivo. Graficar T(t) para la primera hora. El modelo que representa esta situación es dado por: $T(t) = 22 + C.e^{kt}$, k<0

Solución:

1. Definición de problema:

La población de la ciudad está relacionada con el tiempo.

2. Variables que intervienen y parámetros:

Variable independiente es el tiempo: t

Variable dependiente es número de personas en el instante **t**: $N(t)$

Parámetros: k, C.

Modelo: $T(t) = 22 + C.e^{kt}$….(I)

3. Condición inicial:

Si t=0, se tiene $T(0) = P_0 = 100$

Reemplazando en (I): $T(0) = 22 + C.e^{k(0)}$, entonces $88 = C$, se tiene:

$T(t) = 22 + 78e^{kt}$…(II)

Si transcurre 5 minutos (II): $T(5) = 93°$, implica que: $93 = 22 + 78.e^{5k}$

Aplicado logaritmo natural: $k = -0.0188$ Reemplazando en (II):

$T(t) = 22 + 78e^{-0.0188t}$ …(III)

El tiempo que debe pasar para qué llegue 40°:

4. Solución Particular:

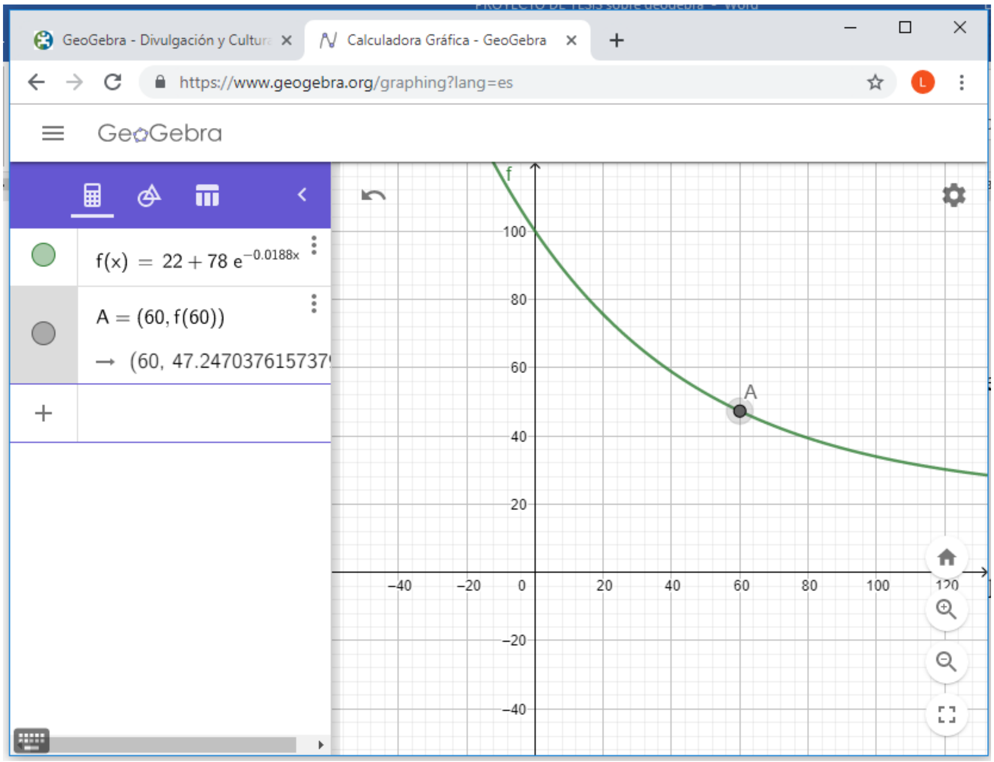
$40 = 22 + 78e^{-0.0188t}$, entonces $t \approx 78\, minutos$

Se necesita 78 minutos para que la temperatura sea de 40°C

5. Gráfico:

Figura 12

Gráfico de $\mathrm{T(t)} = 22 + 78\mathrm{e}^{\mathrm{kt}}$



Se aprecia al cabo de una hora: $T(t) \approx 47°C$. Como el exponente es negativo la función decrece, a medida que pasa el tiempo, es una función no acotada. 100 es la temperatura inicial y -0.0188 es la constante de decrecimiento.

Mediante estos ejemplos se puede ver la utilidad y la facilidad de hacer predicciones sobre los resultados que nos muestra el software GeoGebra esto permitirá a los estudiantes tener una completa formación sobre funciones y conozcan la utilidad y uso que se le da en otras ciencias como, la Economía, Estadística, Física y Biología, etc.

III. METODOLOGÌA

3.1. Tipo y diseño de investigación

3.1.1. Tipo de investigación

La investigación desarrollada es aplicada ya que se pretende modificar actitudes de estudiantes que luego se comprobara debido al efecto de la variable experimental Valderrama (2016).

En el presente estudio pretendemos mostrar que las funciones especiales en sus tres tipos con la ayuda del GeoGebra nos permitirán afianzar los conocimientos matemáticos y además nos permitirá hacer una iniciación científica pues las funciones especiales provienen de problemas cotidianos elaborados por modelos matemáticos. (p.39)

3.1.2. Diseño de Investigación

El diseño de investigación es pre- experimental considerando dos grupos que dispuestos, se evalúan ambos grupos en la variable dependiente, luego aplicaremos el software GeoGebra en uno de ellos finalizando con una nueva evaluación a ambos grupos. Según Hernández, Fernández, y Baptista (2010), Sostiene que las investigaciones de pre- experimental son apropiadas para cada una de las variables que no deben ser manipuladas o es difícil realizarlo. De manera que obtenida los datos se trabajara con un solo grupo, y se aplicara un Pre-Test, con el objetivo ver su habilidad de leer registros visuales, lectura de datos e identificar el comportamiento de expresiones algebraicas y luego se les administra el software educativo GeoGebra como herramienta didáctica con la finalidad de ver cuánto mejoran en su análisis; que se demostrara con la aplicación de un Post – Test. Hernández; Fernández; Baptista (p.136).

Se tiene el siguiente diagrama:

Dónde:

G: Grupo experimental

X: Variable Independiente (GeoGebra)

O_1: Pre - Test

O_2: Post – Test

Figura 13

Diseño experimental

$$G\text{----------}O_1\text{----------------}X\text{-----------------}O_2$$

3.2. Variable y operacionalización

Variable 1: El software GeoGebra

Definición conceptual: El software GeoGebra es un recurso didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en todo nivel educativo tanto para alumnos, como docentes (Bello 2013).

Variable 2: Aprendizaje de las funciones especiales

Definición conceptual: Se les llama así funciones especiales por su importancia en diferentes áreas de la matemática y física (Piskunov 1977).

Definición operacional: Es la estrategia didáctica que el estudiante realiza para obtener funciones de fenómenos reales como también hacer análisis mediante el GeoGebra y ver el comportamiento de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de otras áreas de la ciencia.

Escala de medición: T de Student, permitió diferenciar los resultados de ambos grupos de estudio.

3.3. Población, y muestra y muestreo.

3.3.1 Población

Entendemos como población tal como lo sugiere Gorgas, Cardiel y Zamorano (2011) como un conjunto de individuos con una característica observable que será materia de estudio. Para el presente trabajo de investigación se considera 1200 estudiantes de Ingeniería de una universidad de Lima. Se selecciono dos secciones de estudiantes de una universidad de Lima, debidamente matriculados.

3.3.2. Muestra

Considerando el parecer de Dicovskiy (2011) la muestra por pequeña o grande es un conjunto representativo de una población. Nuestra muestra está constituida por 50 estudiantes de Ingeniería de una universidad de Lima.

Tabla 1

Muestra de estudiantes

Grupos	N° de estudiantes
Pre test	50 estudiantes
Post test	50 estudiantes

Nota: Elaboración propia

3.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Salkind (1998), describe que los cuestionarios forman un conjunto de preguntas debidamente estructuradas y contestada por el encuestado, realizándolo con lápiz y papel. Dado que nuestro tema investigación es pre- experimental ver la siguiente tabla:

Tabla 2

Técnica

Variable	Técnica
Sesiones sobre el uso del GeoGebra	
El aprendizaje de las funciones especiales en los estudiantes de ingeniería.	Prueba

La Prueba:

Datos Generales

Título: El GeoGebra en el aprendizaje de funciones especiales en estudiantes de ingeniería de una universidad de Lima 2019

Autor: Br. Luis Cachi Montoya

Año de creación: 2019

Lugar de aplicación: Lima

propósito: Describir la característica de las funciones especiales

Desarrollo: Individual

Duración: 60 minutos.

Significado: Esta prueba fue confeccionada para ver cuanto influye el software GeoGebra sobre el aprendizaje de las funciones especiales en los estudiantes de ingeniería de una universidad Lima 2019

Estructura de validación: La prueba consta de 20 preguntas, con 4 alternativas de respuesta de opción múltiple.

La confiabilidad: El instrumento realizado por el estadístico KR-20, cuyo valor fue de 0.833, entendiéndose que el instrumento es confiable.

3.5. Procedimiento

Se efectuó permiso a la Facultad de Ingeniería de Sistemas para poder efectuar la investigación en las aulas que me correspondió como racionalización de mi labor lectiva en ese semestre, dicha investigación se realizó en el proceso de desarrollo de las sesiones, libre, sin ningún requerimiento especial y sin interrupciones de parte de dicha institución.

3.6. Método de análisis de datos

Los obtenidos serán analizados por intermedio del programa estadístico SPSS versión 25.0 en español, de esta manera se obtendrán los resultados que el estudio lo requiere. Los resultados estarán expresados en tablas y figuras, con su interpretación. para ello se aplicó Estadística Descriptiva como la inferencial.

3.7. Aspectos éticos

Todos los datos y resultados mostrados fueron obtenidos de fuentes fidedignas exentó de piratería.

IV. Resultados

Resultados descriptivos Una vez efectuado las pruebas a los estudiantes del Pre - test y Post - test, como también la realización de las sesiones sobre el GeoGebra, estos datos fueron organizados en tablas de distribución de frecuencia, gráficas y adjuntando la interpretación respectiva, a continuación, detallamos.
Sobre la prueba de normalidad, tenemos la

Tabla 3

Elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática según Per test y Post test en el grupo experimental*.*

		Grupo	
		Pre-Test Experimental	Post - Test Experimental
Elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática	Deficiente	12	0
		24,0%	0,0%
	Regular	7	0
		14,0%	0,0%
	Bueno	31	45
		62,0%	90,0%
	Sobresaliente	0	5
		0,0%	10,0%
Total		50	50
		100,0%	100,0%

Nota: Examen de funciones especiales (Anexo 1)

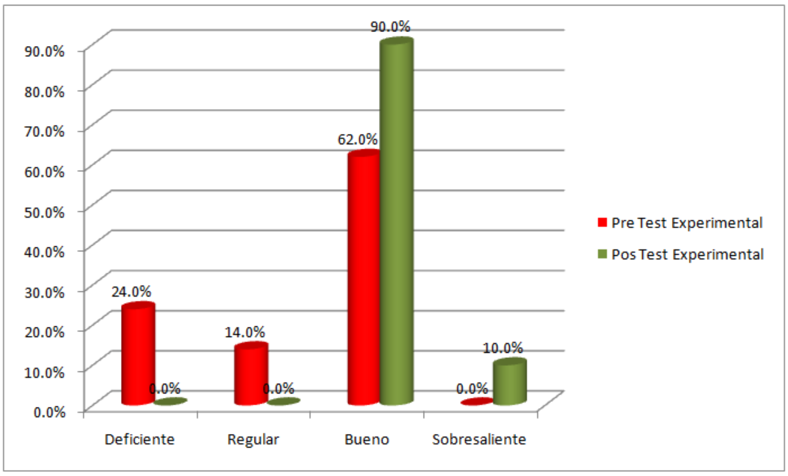


Figura 14

Diagrama de barras agrupadas de la elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática

Tabla 4

Prueba de muestras relacionadas

	Post Test Aprendizaje de las funciones especiales - Pre -Test Aprendizaje de las funciones especiales
Z	$-6{,}178^{b}$
Sig. asintót. (bilateral)	,000

Interpretación:

De la tabla y figura, se observa que la elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática en los estudiantes de estudios de ingeniería mejora del Pre-Test Experimental (deficiente 24%, regular 14%, bueno 62% y sobresaliente 0%) al Post - Test Experimental (deficiente 0%, regular 0%, bueno 90% y sobresaliente 10%)

Análisis de funciones que representan modelos matemático-provenientes de distintas áreas de la ciencia en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019.

Tabla 5

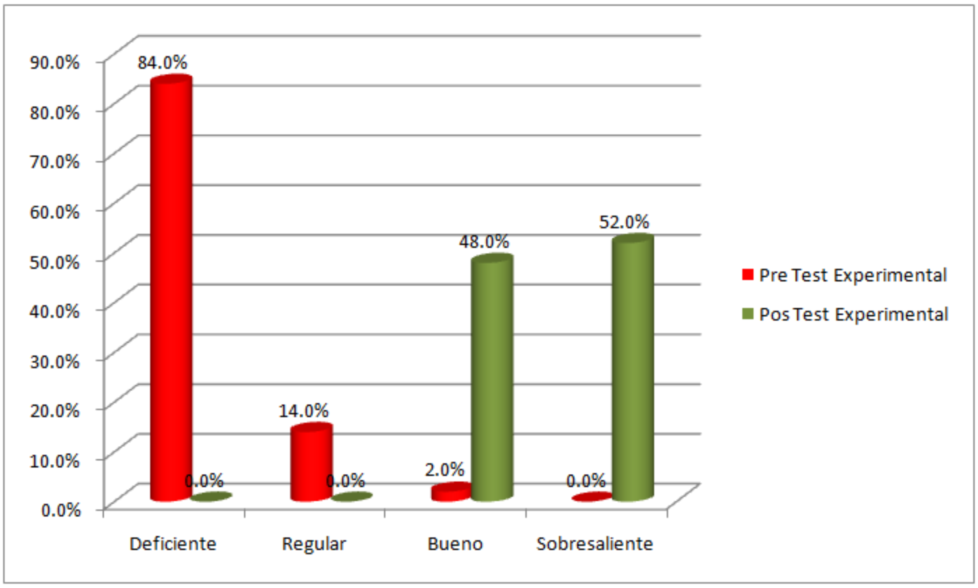
Análisis de funciones que representan modelos matemático provenientes de distintas áreas de la ciencia según Pre - test y Post - test en el grupo experimental.

		Grupo	
		Pre-Test Experimental	Post -Test Experimental
Análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia	Deficiente	42	0
		84,0%	0,0%
	Regular	7	0
		14,0%	0,0%
	Bueno	1	24
		2,0%	48,0%
	Sobresaliente	0	26
		0,0%	52,0%
Total		50	50
		100,0%	100,0%

Nota: Examen de funciones especiales (Anexo 1)

Figura 15

Diagrama de barras agrupadas del análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia



Interpretación:

De la tabla y figura, se observa que el análisis de funciones que representan modelos matemático-provenientes de distintas áreas de la ciencia en los estudiantes de ingeniería mejora del Pre-Test Experimental (deficiente 84%, regular 14%, bueno 2% y sobresaliente 0%) al Post Test Experimental (deficiente 0%, regular 0%, bueno 48% y sobresaliente 52%).

Resultados Inferenciales

Hipótesis de normalidad

Ho: La distribución de la variable de estudio no difiere de la distribución normal.

Ha: La distribución de la variable de estudio difiere de la distribución normal.

Regla de decisión;

Si Valor p > 0.05, se acepta la Hipótesis Nula (Ho)

Si Valor p < 0.05, se rechaza la Hipótesis Nula (Ho). Y, se acepta Ha

Tabla 6

Pruebas de normalidad

	Grupo	Kolmogorov-Smirnov[a]		
		Estadístico	gl	Sig.
Aprendizaje de las funciones especiales	Pre-Test Experimental	,145	50	,010
	Post Test Experimental	,235	50	,000

Decisión: El ***p _valor*** obtenido (Kolmogorov- Smirnov n>30) es significativo tanto en el Pre -Test como en el Post -Test (p* < 0.05). Por tanto, se rechaza la Ho; siendo que lo datos no provienen de una distribución normal.

Veamos la prueba de homogeneidad de varianzas

Hipótesis de homocedasticidad

Ho: No existes diferencias significativas en las varianzas de las calificaciones.

Ha: Existen diferencias significativas en las varianzas de las calificaciones.

Regla de decisión;

Si Valor p > 0.05, se acepta la Hipótesis Nula (Ho)

Si Valor p < 0.05, se rechaza la Hipótesis Nula (Ho). Y, se acepta Ha.

Tabla 7

Prueba de homogeneidad de la varianza

		Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
Aprendizaje de las funciones especiales	Basándose en la media	16,753	1	98	,000
	Basándose en la mediana.	13,506	1	98	,000
	Basándose en la mediana y con gl corregido	13,506	1	89,934	,000
	Basándose en la media recortada	16,963	1	98	,000

Decisión: El *p _ **valor*** obtenido (Levene) en la variable es significativo ($p^* < 0.05$) entonces se rechaza la Ho es decir existen diferencias significativas en las varianzas en la asignación de puntajes.

Conclusión: También se observó que solo no se cumple la homocedasticidad y la distribución de los datos no es normal, se aplicarán estadísticas no paramétricas para el análisis de los resultados.

Elaboración de las funciones a base de la información cotidiana y matemática en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019

Prueba de Hipótesis

Hipótesis General (HG): El GeoGebra mejora significativamente el aprendizaje de las funciones especiales en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019.

Hipótesis Nula (Ho): El GeoGebra no mejora significativamente el aprendizaje de las funciones especiales en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019.

Tabla 8

Prueba de muestras relacionadas

	Post Test Aprendizaje de las funciones especiales - Pre Test Aprendizaje de las funciones especiales
Z	-6,178[b]
Sig. asintót. (bilateral)	,000

Conociendo el nivel de significancia por la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas p=0.000<0.05 se rechaza la hipótesis Nula y se acepta la HG. Por tanto el GeoGebra mejora significativamente los aprendizajes de las funciones especiales en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019.

Hipótesis Específica 1 (HE1): El GeoGebra mejora significativamente la elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019.

Hipótesis Nula (Ho): El GeoGebra no mejora significativamente la elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática en los estudiantes de estudios de ingeniería de una Universidad de Lima 2019

Tabla 9

Prueba de muestras relacionadas

	Post Test Elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática - Pre Test Elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática
Z	-4,105[b]
Sig. asintót. (bilateral)	,000

Teniendo el nivel de significancia por la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas p=0.000<0.05 se rechaza la hipótesis Nula y se acepta la HE1. Por tanto, el GeoGebra mejora significativamente la elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima, 2019.

Hipótesis Específica 2 (HE2): El GeoGebra mejora significativamente el análisis de funciones que representan modelos matemático-provenientes de distintas áreas de la ciencia para los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019.

Hipótesis Nula (Ho): El GeoGebra no mejora significativamente el análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima. 2019.

Tabla 10

Prueba de muestras relacionadas

	Post Test Análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia - Pre-Test Análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia
Z	-6,221[b]
Sig. asintót. (bilateral)	,000

Teniendo el nivel de significancia por la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas p=0.000<0.05 se rechaza la hipótesis Nula y se acepta la HE2. Por tanto, el GeoGebra mejora de forma muy significativamente el análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia de los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima, 2019.

V. DISCUSIÓN

Según el informe estadístico en lo que se refiere al objetivo general. conociendo el factor de valoración según la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas $p=0.000<0.05$ se rechazó la hipótesis Nula y se aceptó la HG; se concluyó, el GeoGebra mejoró significativamente los aprendizajes de las funciones especiales para los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019; lo que implica que al aprendizaje de las funciones especiales de los estudiantes de ingeniería mejora del Pre Test Experimental (deficiente 36%, regular 48%, bueno 18% y sobresaliente 0%) al Pos Test Experimental (deficiente 0%, regular 0%, bueno 82% y sobresaliente 18%). Los resultados obtenidos permiten obtener una similitud con los resultados obtenidos por Bermeo (2017) en su trabajo de investigación sobre el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo Universidad Nacional de Ingeniería, desarrollado en la Facultad de Ingeniería Industrial UNI Lima. 2016 encontrando gran influencia del software GeoGebra. Los resultados estadísticos encontrados en relación del objetivo general. Siendo el factor de significancia según la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas $p=0.000<0.05$ se rechazó la hipótesis Nula y se aceptó la HG; se concluyó, el GeoGebra mejoró significativamente los aprendizajes de las funciones especiales para los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019; lo que implica que al aprendizaje de las funciones especiales de los estudiantes de ingeniería mejora del Pre Test Experimental (deficiente 36%, regular 48%, bueno 18% y sobresaliente 0%) al Pos Test Experimental (deficiente 0%, regular 0%, bueno 82% y sobresaliente 18%). Permiten ver que el GeoGebra resulta valioso por las diversas actividades que se puede efectuar corroborando los resultados obtenidos por Benito, Quimbay y Vásquez (2017), en su tesis sobre el aprendizaje de las funciones exponenciales para estudiantes del grado 11 de la Institución Educativa las Américas, con la estrategia didáctica mediada por el GeoGebra en aula virtual. Según los resultados estadísticamente en relación con el objetivo específico 1, el factor de valor según la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas $p=0.000<0.05$ se rechazó la hipótesis Nula y se aceptó la GE1; concluyéndose que el GeoGebra mejoro la elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática para los estudiantes de ingeniería de una

Universidad de Lima 2019; lo que implica que la elaboración de funciones a base de la formación cotidiana y matemática en los estudiante de ingeniería de una Universidad de Lima 2019 mejora del Pre Test Experimental (deficiente 24%, regular 14%, bueno 62%, y sobresaliente 0%), permiten corroborar los resultados obtenidos por Aguilar (2015), en su investigación nos dice que para desarrollar la capacidad comunica y representa ideas matemáticas con funciones lineales. Elaboro una Metodología con el software GeoGebra que permitió un desarrollo efectivo, además según los resultados encontrados estadísticamente en relación al objetivo específico 1, el factor de valor según la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas $p=0.000<0.05$ se rechazó la hipótesis Nula y se aceptó la HE1; concluyéndose que el GeoGebra la elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática para los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019; lo que implica que la elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática para los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019 mejora del Pre test Experimental (deficiente 24%, regular 14%, bueno 62% y sobresaliente 0%) al Post Test Experimental (deficiente 0%, regular 0%, bueno 90%, y sobresaliente 10%), permiten ver similitud con los resultados obtenidos por Rivero (2018), en su tesis nos dice que el aprendizaje de las funciones cuadráticas de los estudiantes de la Escuela Profesional de Educación Primaria de la Universidad Nacional Federico Villarreal. Fue muy eficaz con el programa GeoGebra.

Respecto de los resultados estadísticos encontrados en relación del objetivo específico 2, cuyo factor de valor según la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas $p=0.000<0.05$, permitió rechazar la hipótesis Nula y se aceptó la HE2; determinando que el GeoGebra mejoró el análisis de funciones que representan modelos matemático provenientes de distintas áreas de la ciencia para los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019; lo que implica que el análisis de funciones que representan modelos matemático provenientes de distintas áreas de la ciencia en los estudiantes de ingeniería mejora del Pre Test Experimental (deficiente 84%, regular 14%, bueno 2% y sobresaliente 0%) al Post Test Experimental (deficiente 0%, regular 0%, bueno 48% y sobresaliente 52%) evidencias que resultan ser semejantes a los resultados de la investigación llevada a cabo por Barahona, Barrera, Vaca, e Hidalgo (2015) cuyo trabajo de investigación tuvo como objetivo ver la influencia del software GeoGebra enseñanza de la matematica en la carrera de ingenieria en Industrias Pecuarias.

Respecto a los resultados estadísticos encontrados en relación del objetivo específico 2, cuyo factor de significancia según la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas p=0.000<0.05, permitió rechazar la hipótesis Nula y se aceptó la HE2; concluyéndose que el GeoGebra mejoró el análisis de funciones que representan modelos matemático provenientes de distintas áreas de la ciencia en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019; lo que implica que el análisis de funciones que representan modelos matemático provenientes de distintas áreas de la ciencia en los estudiantes de estudios generales ingeniería mejora del Pre Test Experimental (deficiente 84%, regular 14%, bueno 2% y sobresaliente 0%) al Post Test Experimental (deficiente 0%, regular 0%, bueno 48% y sobresaliente 52%) permiten que los alumnos tengan mayor asimilación del concepto de funciones coincidiendo en los resultados de obtenidos por Portilla (2015) en su tesis**,** Uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1º de Bachillerato de Ciencias y Tecnología.

Respecto a los resultados estadísticos encontrados en relación del objetivo específico 2, cuyo factor de valor según la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas p=0.000<0.05, permitió rechazar la hipótesis Nula y se aceptó la HE2; determinando que el GeoGebra mejoró el análisis de funciones que representan modelos matemático provenientes de distintas áreas de la ciencia por los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019; lo que implica que el análisis de funciones que representan modelos matemático provenientes de distintas áreas de la ciencia en los estudiantes de ingeniería mejora del Pre Test Experimental (deficiente 84%, regular 14%, bueno 2% y sobresaliente 0%) al Post Test Experimental (deficiente 0%, regular 0%, bueno 48% y sobresaliente 52%) permitió establecer influye para tomar de decisiones y progreso de su aprendizaje de los alumnos coincidiendo con los resultados obtenidos por Colquepisco, Nilo. (2018) en su tesis sobre el aprendizaje de derivadas e integrales de funciones usando el GeoGebra por de estudiantes universitarios de Cañete. Respecto a los resultados estadísticos encontrados en relación del objetivo específico 2, cuyo factor de valor según la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas p=0.000<0.05, permitió rechazar la hipótesis Nula y se aceptó la HE2;

determinando que los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019 usando el GeoGebra mejoró su análisis sobre funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas del conocimiento, lo que implica que el análisis de funciones que representan modelos matemático provenientes de distintas áreas de la ciencia en los estudiantes de estudios generales ingeniería mejora del Pre Test Experimental (deficiente 84%, regular 14%, bueno 2% y sobresaliente 0%) permiten ver que el GeoGebra fortalece la enseñanza como el aprendizaje de Geometría y contribuye en mejorar competencias lógico matemáticos coincidiendo con los resultados obtenidos por Torres, Carlos (2014) en su tesis donde el GeoGebra fortalece tanto la enseñanza como el aprendizaje de la geometría en estudiante de 9° de básica secundaria.

Respecto a los resultados estadísticos encontrados en relación del objetivo específico 2, cuyo factor de valor según la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas $p=0.000<0.05$, permitió rechazar la hipótesis Nula y se aceptó la HE2; determinando que el GeoGebra mejoró el análisis de funciones que representan modelos matemático provenientes de distintas áreas de la ciencia por los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019; lo que implica que el análisis de funciones que representan modelos matemático provenientes de distintas áreas de la ciencia en los estudiantes de ingeniería mejora del Pre Test Experimental (deficiente 84%, regular 14%, bueno 2% y sobresaliente 0%) al Post Test Experimental (deficiente 0%, regular 0%, bueno 48% y sobresaliente 52%) permitió establecer influye para tomar de decisiones y progreso de su aprendizaje de los alumnos coincidiendo con los resultados obtenidos por Colquepisco, Nilo. (2018) en su tesis sobre el aprendizaje de derivadas e integrales de funciones usando el GeoGebra por de estudiantes universitarios de Cañete.

Además de los resultados estadísticos encontrados en relación del objetivo específico 2, cuyo factor de valor según la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas $p=0.000<0.05$, permitió rechazar la hipótesis Nula y se aceptó la HE2; determinando que los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019 usando el GeoGebra mejoró su análisis sobre funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas del conocimiento, lo que implica que el análisis de funciones que representan modelos matemático provenientes de distintas áreas de la ciencia en los estudiantes de estudios generales ingeniería mejora del Pre Test Experimental (deficiente 84%, regular 14%, bueno 2% y sobresaliente 0%) corrobora los resultados de Pabon, Nieto, y Gomez (2015), que nos señala que el software GeoGebra permite visualizar, simular y hacer proyecciones de situaciones del contexto de los estudiantes y lo hace de forma dinámica e interactiva, además recomienda el uso del GeoGebra en los planes curriculares sirviendo como un complemento.

VI. CONCLUSIONES

Primera:

La presente investigación demostró que la hipótesis principal, con el GeoGebra mejoró significativamente el aprendizaje de funciones especiales en estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019. Se tuvo que el nivel de significancia por la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas $p=0.000<0.05$ permitió rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis de investigación.

Segunda:

La investigación demostró que la hipótesis específica 1, el GeoGebra mejoro significativamente la elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática en estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019. Se tuvo que el nivel de significancia por la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas $p=0.000<0.05$ permitió rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis de investigación.

Tercera:

La investigación demuestro que la hipótesis específica 2, el GeoGebra mejoró significativamente el análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia en estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019; se tuvo que el nivel de significancia por la prueba Wilcoxon para muestras relacionadas $p=0.000<0.05$ permitió rechazar la hipótesis nula y acepta la hipótesis de investigación.

VII. RECOMENDACIONES

Primero:

La implementación en las sesiones de clase el GeoGebra permitió que los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019 mejorara significativamente la comprensión de las funciones especiales. En merito recomendamos que los profesores que no solo del primer ciclo universitario adopten el software GeoGebra es de entorno libre, interactivo permite construcciones geométricas, resolución de ecuaciones diferenciales y series de potencia, permite hacer simulaciones y proyecciones. También puede ser usada por otras disciplinas como Física, Química, etc.

Segundo:

El aprendizaje de las funciones especiales que representan información cotidiana mejoro significativamente con el uso del GeoGebra en los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019. A mérito de ello recomendamos que los profesores que no solo del primer ciclo universitario adopten el software GeoGebra es de entorno libre, interactivo permite construcciones geométricas, resolución de ecuaciones diferenciales y series de potencia, permite hacer simulaciones y proyecciones. También puede ser usada por otras disciplinas como Física, Química, etc.

Tercero:

Con el GeoGebra los estudiantes de ingeniería de una Universidad de Lima 2019 mejoraron en el análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia. A mérito de ello recomendamos que los profesores que no solo del primer ciclo universitario adopten el software GeoGebra es de entorno libre, interactivo permite construcciones geométricas, resolución de ecuaciones diferenciales y series de potencia, permite hacer simulaciones y proyecciones. También puede ser usada por otras disciplinas como Física, Química, etc.

REFERENCIAS

Adams, M.J. (1990). *Beginning to Read: Thinking and Learning About Print. Reino Unido.* Editorial MIT Press.

Aguilar, A. (2015). *Metodología con el software geogebra para desarrollar la capacidad de comunica y representa ideas matemáticas con funciones lineales*. Piura: Universidad de Piura.

Heines Christopher, Peter Galbraith y Sanowar Khan.(2007). *Mathematical Modelling Education Engineering and Economics*- ICTMA 12. ISBN 978-1-9042 275-20-6

Alvites-Huamaní, C. (2017). *Herramientas TIC en el aprendizaje en el área de Matemática: Caso Escuela PopUp*, Piura-Perú. *Hamut´ay, 4 (1), 18-30.*

Araujo, J. (2009). *Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica.* ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, 2(2), 25-68.

Artigue Michèle, Régine Douady, Moreno Luis. (1995) *Ingeniería didáctica en educación Matemática.*

Artigue, M. (2002). *Learning Mathematics in a CAS Environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work.* International Journal of Computers for Mathematical Learning 7. pp. 245–274. Kluwer Academic Publishers.

Bayazit, I. (2010). *The Influence of Teaching on Student Learning: The Notion of Piecewise Function.* International Electronic Journal of Mathematics Education. 5(3), 2010. Benito, Quimbay y Vasquez(2017). *Estrategia didáctica mediada por GeoGebra y un aula virtual para el desarrollo de* *funciones exponenciales en contexto para estudiantes del grado 11 de la institución educativa Las Américas*

Biembengut, M.S. y Hein, N. (2004). *Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática.* Educación Matemática, 16(2), 105-125.0

Biembengut, M.S. y Hein, N. (2007). *Modelling in Engineering: Advantages and Difficulties.* En C. Haines, P.Galbraith, W. Blum y S. Khan (Eds.), Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics. Chichester, UK: Horwood Publishing.

Barahona, F., Barrera, O., Vaca, B., & Hidalgo, B. (2015). *GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil* . Rio Bamba - Ecuador: Revista Tecnológica ESPOL – RTE, Vol. 28, N. 5, 121-132,.

Bermeo, O. (2017). *Influencia del Software Geogebra y el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería* – 2016. Lima: Universidad César Vallejo.

Bejarano Arias, M. E. y Ortiz Buitrago, J. (2018). *Modelización Matemática y GeoGebra en el estudio de Funciones.* Una experiencia con estudiantes de ingeniería. Revista Ciencias de la Educación, 27(50), 348-379. 348

Blum, W., Houston, K. y Qi-Yuan, J. (Eds.) (2003). *Mathematical Modelling in Education and Culture (ICTMA 10).* Chichester, UK: Horwood Publishing.

Caro, Andrés (2014). *Introducción al cálculo de probabilidades con GeoGebra.* Taller realizado en Encuentro Distrital de Educación Matemática (11-13 Sept 2014). Bogotá, Colombia

Colquepisco, N. (2018). *Software GeoGebra en el aprendizaje de las derivadas e integrales en estudiantes universitarios de Cañete* [, Universidad César Vallejo]. https://hdl.handle.net/20.500.12692/25923

Córdoba, F. (2014). *Las TIC en el Aprendizaje de las Matemáticas: ¿Qué creen los Estudiantes.* In Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación (pp. 1-9).

Chaterrjee, A. (2005). *Mathematics in engineering.* En Current Science. 88(3).

Cruz, J. & Medina, Y. (2013). *Funciones en contexto. Una experiencia enriquecida en la modelación y simulación interactiva.* Recuperado de empresarial mediante GeoGebra. Recuperar de: https://doi.org/10.18046/syt.v11i26.1629

Domecq, N. I., & Berenguer, I. A. (2017). *Estudio exploratorio sobre la importancia de la matemática para la carrera de ingeniería civil en la Universidad de Oriente.* REFCalE: Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa. ISSN 1390-9010, 5(1), 45-62.

Defaz Cruz, G. J. (2017). *El desarrollo de habilidades cognitivas mediante la resolución de problemas matemáticos*. Journal of Science and Research, 2(5), 14–17. https://doi.org/10.26910/issn.2528-8083vol2iss5.2017pp14-17

F, C. (2005). *El rol de algunas categorias del conocimiento matematico en educacion superior.* Revista latinoamericana de investigación en matemática.

Galicia Celemín, Miguel Ángel (2018). *Creación de modelos para la ayuda a la toma de decisiones en el ámbito empresarial mediante GeoGebra.* Recuperar de http://uvadoc.uva.es/handle/10324/30926

González, M. y Waldegg, G. (1995). *Lectura 3: El fracaso de la matemática moderna. La Matemática, su enseñanza y aprendizaje.* Thais Castillo y Virginia Espeleta. (Comp.). San José, Costa Rica: EUNED.

García Retana José Ángel. (2013). *La problematica de la enseñanza y el aprendizaje del cálculo para ingenieria.* Revista Educación, 29-42.

FARIAS, Maria Margarete do Rosário. *Introdução a noções de cálculo diferencial e integral no ensino médio no contexto das TIC: implicações para prática do professor que ensina matemática. 2015. 292 p. Tese* - (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2015. Disponible en: <http://hdl.handle.net/11449/132207>.

Frank R. Giordano , William P. Fox , Steven B. Horton , Maurice D. Weir. *A First Course in Mathematical Modeling (Inglés) 4th Edition*. Editor: Cengage Learning; Edición: 4 (2 de junio de 2008).

Giubergia, María Fernanda, Socolovsky, Silvia Graciela, & Ré, Miguel Ángel. (2017). *Incorporación de TICs a las clases de Análisis Matemático.* Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología, (19), 16-23.

Hein Nelson, Salett Biembengut María (2004). *Modelaje matemático como método de investigación en clases de matemáticas* http://www.cientec.or.cr/matematica/pdf/P-2-Hein.pdf

Henning, H. y Keune, M. (2007). *Levels of Modelling Competencies*. En W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, y M. Niss (Eds.)(2007), Modelling and Applications in Mathematics Education.(The 14th ICMI Study). New York,USA: Springer.

Hernández-Suarez, C. A., Prada-Núñez, R., & Ramírez-Leal, P. (2017). *Obstáculos epistemológicos sobre los conceptos de límite y continuidad* *en cursos de cálculo diferencial en programas de ingeniería.* Revista Perspectivas, 2(2), 73-83.

Idris, N. (2009). *Enhancing students' understanding in calculus trough writing. International Electronic Journal of Mathematics Education, 4(1).* Recuperado de www.iejme. com/012009/d3.pdf

Jiménez, J., & Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanzaaprendizaje en matemáticas. Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad ISSN 2448 - 6493, file:///D:/Descargas/654-2631-1-PB.pdf.

JONASSEN, D. H. (1995a). *Supporting comrnunities of learners with technology: A visión for integrating technology with learning in schools.* Educational Technology, 35 (4), 60-63.

Lamon, S.J., Parker, W.A. y Houston, S.K. (Eds.)(2003). *Mathematical Modelling: A Way ofLife.* Chichester, UK: HorwoodPublishing.

Lesh, R., Galbraith, P., Haines, C. y Hurford (2010). *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies. (ICTMA 13).* New York, USA: Springer.

Lesh, R., Hamilton, E. y Kaput, J. (Eds.)(2007). *Foundations for the Future in Mathematics Education.* Mahwah, NJ, USA: Lawrence Erlbaum Associates.

LIM, C. (2007). *"Effective integration of ICT in Singapore schools: pedagogical and policy implications".* Education Tech Research Dev. 55, pág. 83–116.

Lozada, J. A. D., & Fuentes, R. D. (2018). *Los métodos de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático.* Bolema: Boletim de Educação Matemática, 32, 57-74.

Maaß, K. (2006). *What are modelling competencies? ZDM*: The International Journal on Mathematics Education, 38(2), 113-142.

Markus Hohenwarter; Daniel Jarvis; Zsolt Lavicza (2008). *Linking Geometry, Algebra, and Mathematics Teachers:* GeoGebra Software and the

Macías Sánchez, J. (2014) *Los registros semióticos en Matemáticas como elemento personalizado en el aprendizaje.* Revista de Investigación Educativa. Conect@2, 4(9): 27- 57

Mason, J. (2001). Modelling modelling. *Where is the centre of gravity of- forwhen teaching modelling?.* En J.F.Matos, W. Blum, S.K. Houston y S.P. Carreira, S. P. (Eds.), Modelling and Mathematics Education (Applications in Science and technology). *Chichester,UK: Horwood Publishing*

Miller, D. (2007). *Helping Students Understand Technical Calculus via on Online Learning Supplement and Group Learning. Proceedings of the Mathematics Education into the 21st Century Project.* 9th Annual International Conference in Math Education - Mathematics Education in a Global Community, 9, 431-436. Recuperado de math.wvu. edu/~millerd/

Ministerio de Educación (2017). *El Perú en PISA 2015.Informe nacional de resultados.* Lima.

Ministerio de Educación del Perú. Minedu (2012b). *Marco del buen desempeño docente.* Recuperado de http://www.perueduca.pe/web/desarrollo-docente/marco-del-buen-desempeño- docente

MINEDU. (2014). *Marco del Sistema Curricular Nacional.* Tercera versión para el dialogo. Lima: Minedu.

Ministerio de Educación. (2015). *Rutas del aprendizaje. Versión 2015, ¿Qué y cómo aprenden nuestros niños y niñas? IV Ciclo,* Área curricular Matemática.

Miranda, G. A. de. (2016). *Do Professor de Matemática ao Educador Matemático: um percurso de insubordinação criativa e revisão epistemológica. Perspectivas Da Educação Matemática, 9(20).* Recuperado de https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2873

Müller, T. J. (2018). *O uso das TIC no ensino de Cálculo Diferencial e Integral: reflexões a partir de uma metanálise.* Abakós.

Moreno, M. (2005). *El papel de la didáctica en la enseñanza del cálculo:evolución, estado actual y retos futuros.* Noveno Simposio de la Sociedad Española en Educación Matemática. Cordova.

Niss, M., Blum, W. y Galbraith, P. (2007). I*ntroduction. En W. Blum, P. Galbraith, H.W. Henn y M. Niss (Eds.), Modelling and Applications in Mathematics Education, (pp. 3-32)) (The 14th ICMI Study)..* New York: Springer.

Organización de Estados Americanos para la Educación, la ciencia y la cultura. (2010). *2021 metas educativas.* Madrid: Cudipal.

Orozco, C., & Morales-Morgado, E. M. (2017). *Geometric Representations Built with GeoGebra for Improving the Visualization and Reasoning Cognitive Process.* Journal of Information Technology Research (JITR), 10(1), 39-58. http://doi.org/10.4018/JITR.2017010104

Ortiz José (2016). *Modelización matemática en la formación de ingenieros. la importancia del contexto.* Recuperado de: https://www.researchgate.net/publication/289839859

Ospina, D. (2012). *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto función lineal (Tesis de Maestría no publicada).* Universidad Autónoma de Manizales. Colombia

Oviedo, L.; Kanashiro, A; Bnzaquen, M. & Gorrochategui, M. (2012). *Los registros semióticos de representación en matemáticas.* Revista Aula Universitaria 13. 29-36

Osiel Ramírez Sandoval, Sergio Flores García*, María de los Ángeles Cruz Quiñones, María Dolores González Quezada, Valeria Aguirre Holguín. *EL CONCEPTO DE Representación De La Transformación Lineal En La Comunidad De Matemática Educativa*

Pabón Gómez, Jorge Angelmiro, Nieto Sánchez, Zulmary Carolina, Gómez Colmenares, Carlos Alberto. *Modelación matemática y GEOGEBRA en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores.* Revista Logos, Ciencia & Tecnología [en linea] 2015, 7 (Julio-Diciembre).

Parra S., Hugo, (s,f) *Claves para la contextualización de la matemática en la acción docente.* Omnia 2013

Portilla, J. (2015). *Uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1º de Bachillerato de Ciencias y Tecnología.* Obtenido de Universidad Internacional de La Rioja.

Portilla-Ciriquián J (2014). *Uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1º de Bachillerato de Ciencias y Tecnología.* reunir.unir.net.

Resultados del censo educativo 2017: *Matrícula, docentes, recursos y local educativo. (2017).* Presentación del proceso censal 2017 - *minedu. perú.*

Retana, J. Ä. (2013). *La problematica de la enseñanza y el aprendizaje del calculo para ingenieria.* Revista Educación, 29-42.

Rivero, Y. (2018). *Eficacia del programa Geogebra en el aprendizaje de las funciones cuadráticas de los estudiantes de la Escuela Profesional de Educación Primaria de la Universidad Nacional Federico Villarreal.* Lima: Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

Semenikhina, Olena, V; Drushliak, Maryna G. ; Khvorostina, Yurii, V.(2019)**.** *USE OF GEOGEBRA CLOUD SERVICE IN FUTURE MATH TEACHERS'* EACHINGISSN2076-8184.

Tall, D. (1992). *Students' Difficulties in Calculus. Plenary presentation in Working* Group *3. Quebéc. Canada.*

Tall, D. (1990). *Inconsistencies in the learning of Calculus and Analysis.* Recuperada de www.warwick.acuk/staff/David.../dot1990b-inconsist-focus.pdf

Triana García, Jina Paola; Moreno Chavarro, María Alejandra (2013) *Una propuesta de enseñanza para la solución de inecuaciones por el método gráfico, a través del software GeoGebra.* Recuperar de http://hdl.handle.net/20.500.12209/123

Trigueros Gaisman, María, *El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas.* Innovación Educativa 2009, 9 (Enero-Marzo).

Salett Biembengut Maria y Nelson Hein (2004). *Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática*. Educación Matemática, vol. 16, núm. 2, agosto de 2004

Valderrama M (2019). *Pasos para elaborar proyectos de investigación científica*. Editorial San Marcos. Lima Perú.

Wongo Gungula, E., Dieguez Batista, R., & Pérez Ugartemendía, E. (2015). *Estrategia didáctica para el perfeccionamiento del proceso de formación interpretativa en la matemática superior*. Actualidades Investigativas en Educación, 15(2), 366-407.

ANEXOS

Anexo 1.

Tabla 11

Operacionalización de la variable Dependiente

Dimensiones	Indicadores	Ítems	Niveles y rangos
Elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática	▪ Matematización de problemas contextualizados. ▪ Elaboración de gráficos a partir de descripciones verbales, tablas o formulas. ▪ Identifica las variables de dependientes e independientes. ▪ Interpreta el comportamiento de una situación determinada	1,2,3 8, 9 4,5,6,7 10	Sobresaliente (18-20) Bueno (14-17) Regular (11-13) Deficiente (0-10)
Análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia.	▪ Analizar el comportamiento de la situación problemática y hace predicciones. ▪ Determinar las condiciones iníciales. ▪ Establece solución particular del modelo matemático. ▪ Interpretar los componentes de modelo matemático. ▪ Registrar la información de manera Visual gráficas.	11,12,13 14 15,16 17 18,19,20	

Anexo 2. Programa de las sesiones de clase

Título de investigación: El GeoGebra en el aprendizaje de funciones especiales de los estudiantes de ingeniería, en una universidad de Lima. 2019

SESIONES DE APRENDIZAJE

I. GENERALIDADES

Docente: Luis Cachi Montoya

Departamento: Área de ingeniería

Asignatura: Cálculo I **Año Lectivo**: 2019-I

Tiempo: 60 minutos por sesión.

II. Aprendizajes esperados:

a) Conceptual: Tener una Base sólida sobre funciones especiales y sus aplicaciones.

b) Procedimental: Resolución de problemas con el GeoGebra.

c) Actitudinal: Demostración de interés por los temas desarrollados.

Sesiones	Fecha	Hora	Duración
01: Pares Ordenados y plano cartesiano	12/04/19	3.pm	60 minutos
02: Relaciones	19/04/19	3.pm	60 minutos
03: Gráficos	26/04/19	3.pm	60 minutos
04: Aplicaciones	3/05/19	3.pm	60 minutos
05: Funciones	10/05/19	3.pm	60 minutos
06: Gráficos	17/05/19	3.pm	60 minutos
07: Funciones especiales elementales	24/05/19	3.pm	60 minutos
09: Funciones lineales	07/06/19	3.pm	60 minutos
10: Función cuadrática	14/05/19	3.pm	60 minutos
11: Función Valor Absoluto	21/06/19	3.pm	60 minutos
12: Funciones exponenciales	28/06/19	3.pm	60 minutos
13. Funciones logarítmicas	5/07/19	3.pm	60 minutos
14. Limites	12/07/19	3.pm	60 minutos
15. Asíntotas	19/07/19	3.pm	60 minutos
16. Límites al infinito	26/07/19	3.pm	60 minutos

Nota: Propia

III. Referencias

1. Leithold Louis (1998) El Cálculo séptima edición. *Oxford University Press México, S.A de CV.*

2. Stein- Sherman; Barcellos Anthony (1995). Cálculo y Geometría Analítica*. Quinta edición por MCGRAW- HILL INTERAMERICANA. S.A, Colombia*.

3. Hoffmann-Laurence, Bradley-Gerald. (1996) Cálculo aplicado a Administración, Economía, contaduría y Ciencias Sociales. *Quinta edición. MCGRAW-HILL. Colombia.*

4. J. Kitchen. Cálculo en una Variable. *Editorial Addison Wesley.*

IV. Desarrollo de contenidos.

SESIÓN 01

Resolución de problemas.

1. Pruebe que el triángulo de vértices A (3,-6), B (8,-2) y C (-1,-1) es un triángulo rectángulo.

2. El segmento de recta que une los puntos medios de los lados opuestos de cualquier cuadrilátero y el segmento de recta que une los puntos medios de las diagonales del cuadrilátero, se bisecan mutuamente.

3. Si uno de los extremos de un segmento de recta es el punto (6,-2) y el punto medio es
(-1,5), determine las coordenadas del otro extremo del segmento de recta.

SESIÓN 02

Resolución de problemas.

1. Suponga que el tanque de gasolina de un automóvil tiene una capacidad de 16 galones, y se pueden recorrer 20 millas con un galón de gasolina. Si se inicia un viaje con el tanque lleno, ¿Cuántos galones quedaran en el tanque después de recorrer (a) 100 millas, (b) 200 millas y (c) 300 millas? (d) Si **y** galones de gasolina quedan en el tanque después de haber manejado **x** millas, escriba una ecuación que relacione **y** con x. Emplee la respuesta obtenida en el enciso (d) para determinar (e) ¿cuánta gasolina queda en el tanque después de conducir 240 millas?, (f) ¿Qué tan lejos se puede manejar cuando el indicador marca que queda un cuarto de tanque de gasolina? y (g) ¿Qué tan lejos puede manejarse con un tanque lleno antes de quedarse sin gasolina?

2. El costo de una llamada de larga distancia de Mendocino a San Francisco en cualquier día de la semana es de 40 centavos de dólar el primer minuto 31 centavos de dólar para cada minuto adicional. ¿Cuál es el costo de una llamada que duro (a) 4 minutos; (b) 7 minutos; (c) 10 minutos? (d) Si **y** dólares es el costo de una llamada que tuvo una duración de **x** minutos, escriba una ecuación que relacione **y** con **x.** Utilice la ecuación del inciso (d) para determinar (e) el costo de una llamada de 16 minutos de duración y (f) la duración de una llamada que costo 4.74 dólares.

SESIÓN 03

Resolución de problemas.

1. Se lanza un objeto desde el piso vertical hacia arriba con una velocidad inicial de 96 pies/s. Si la altura que alcanza el objeto es f(t) pies, después de t segundos y la resistencia del aire es despreciable, entonces $f(t) = 96t - 16t^2$.

(a) Trace la gráfica de f, estime la altura máxima alcanzada por el objeto y determine cuantos segundos después de que el objeto es lanzado alcanza la altura máxima.

(b) Compruebe, algebraicamente, las estimaciones hechas en el enciso (a).

(c) Escriba una conclusión.

2. Se construirá una cerca de 40m para un campo rectangular.

(a) Si x metros es la longitud del campo, exprese el número de metros cuadrados del área del campo, como una función de x.

(b) ¿Cuál es el dominio de la función del enciso (a)?

(c) trace la gráfica la gráfica del enciso (a) y estime las dimensiones del mayor campo rectangular en que pueda ser encerrado con los 240 m de cerca.

(d) Compruebe, algebraicamente, las estimaciones hechas en el enciso (c).

SESIÓN 04

Resolución de problemas.

1.Una compañía puede vender a S/100 por unidad un artículo de primera necesidad que elabora. Se producen x unidades al día el número de dólares en la producción diaria es $x^2 + 20x + 700$.

(a) Exprese el número de dólares en la ganancia diaria de la compañía como una función de x.

(b) Trace la gráfica de la función del inciso (a) y estime la ganancia diaria mayor y cuantas unidades deben producirse al día para que la empresa tenga esta ganancia.

(c) Compruebe algebraicamente, las estimaciones realizadas en el inciso (b)

2. Un carpintero puede construir libreros a bajo costo de 40 dólares cada uno. El carpintero vende los libreros a x dólares por unidad, se ha estimado que 300-2x libreros pueden ser vendidos mensualmente. (a) Exprese el número en dólares en las ganancias mensuales del carpintero como una fusión de x. (b) Utilice la función del inciso (a) para determinar que la ganancia mensual sea de S/110 por librero. (c) Trace la gráfica de la función del enciso (a) y estime el precio de venta por cada librero que dará al carpintero la mayor ganancia mensual. (d) Compruebe, algebraicamente, las estimaciones hechas en el enciso (c).

SESIÓN 05

Resolución de problemas.

1. El pago diario para una cuadrilla de trabajo es directamente proporcional al número de trabajadores, si una cuadrilla de 12 trabajadores gana un salario de S/540.

(a) Exprese el número de dólares de pago diario como una función del número de trabajadores.

(b) ¿Cuál es el pago diario para una cuadrilla de 15 trabajadores?

2. Un lago en particular puede contener un máximo de 14 000 peces, y el índice de crecimiento de la población de estos es conjuntamente proporcional al número de peces presentes y la diferencia entre 14 000 y dicho número. (a) Si f(x) peces por día es el índice de crecimiento cuando x peces están presentes, escriba una ecuación que defina f(x).

(b) ¿Cuál es dominio de la función f?

(c) ¿Qué valor de x hace que f(x) sea un máximo?

SESIÓN 06

Resolución de problemas.

1. En un pequeño habitantes pueblo de 5 000 el índice de crecimiento de una epidemia (el porcentaje de cambio del número de personas infectadas) es conjuntamente proporcional al número de personas infectadas y al número no infectadas.

(a) Si la epidemia está creciendo a un ritmo de 9 personas por día cuando 100 personas están infectadas, exprese el índice de creciente de la epidemia como una función del número de personas infectadas.

(b) ¿Qué tan rápido está creciendo la epidemia si están infectadas 200 personas?

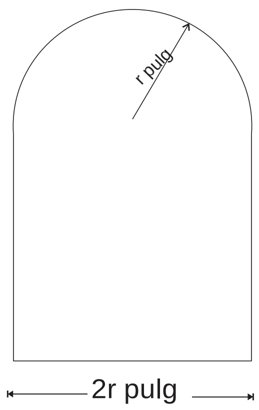
(c) Determine cuantas están infectadas cuando el índice de crecimiento de la epidemia es un máximo.

2. Una ventana Norman consiste en un rectángulo coronado por un semicírculo. Suponga que una ventana Norman, en particular, tiene un perímetro de 200 pulgadas. Además, considere que la cantidad de luz transmitida por la ventana es directamente proporcional al área de la ventana.

(a) Si r pulgadas es el radio del semicírculo, exprese la cantidad de luz transmitida por la ventana como una función de r.

(b) ¿Cuál es el dominio de la función del inciso (a)?

(c) determine la forma de la ventana que admita la máxima cantidad de luz.



SESIÓN 07

Resolución de problemas.

1. Un fabricante de cajas abiertas de hoja de lata piensa hacer uso de láminas de hoja de lata con dimensiones de 8 por 15 de pulgada, cortando cuadrados iguales en las cuatro esquinas y doblando hacia arriba los lados.

(a) Si x pulgadas es la longitud del cuadrado que será cortado, exprese el número de pulgadas cúbicas del volumen de la caja como una función.

(b) ¿Cuál es el dominio de la función del enciso (a)?

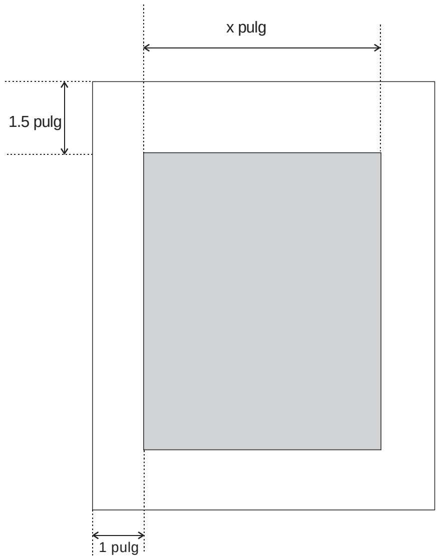
(c) Con GeoGebra, encuentre con una exactitud de decimos de pulgada, la longitud del lado del cuadrado que será cortado para que el volumen sea el máximo posible. ¿Cuál es el volumen máximo aproximado a pulgadas cúbicas?

2. Una página para para impresión contiene 24 pulg^2 de región impresa, un margen de 1.5 pul en la parte alta y en la parte baja de la hoja, y un margen de 1 pul en los lados.

(a) Si A(x) pulgadas cuadradas es el área total de la página cuando x pulgadas es el ancho de la porción impresa, escriba una ecuación que defina A(x).

(b) ¿Cuál es el dominio de la función A?

(c) Con GeoGebra, determine con una precisión de centésimos de pulgada, las dimensiones de la página más pequeña que satisface estos requerimientos.



SESIÓN 08

Resolución de problemas.

1. Una línea telefónica debe tenderse entre dos pueblos situados en orillas opuestas de un río en puntos A y B. El ancho del río es de 1 kilómetro y B está situado 2 kilómetros río abajo de A. Tiene un costo de 5 dólares por kilómetro tender la línea por tierra y 10 dólares por kilómetro bajo el agua. La línea telefónica deberá seguir la orilla del río empezando en A una distancia x (en kilómetros), y luego cruzar el río diagonalmente en línea recta hacia B. Determine el costo total de la línea como función de x.

2. Un estudio de productividad en el turno matinal de cierta fábrica indica que si un obrero llega al trabajo a las 8:00 am habrá ensamblado:

$$f(x) = -x^3 + 6x^2 + 15x$$

Radio transistores x horas después.

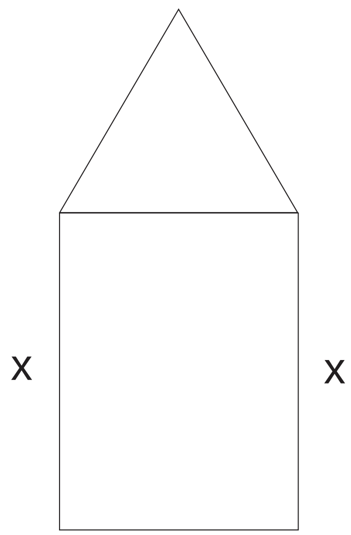
a. ¿Cuántos radios habrá ensamblado el trabajador a las 10 a.m.?

b. ¿Cuántos radios ensamblará tal trabajador entre las 9 a.m. y las 10 a.m.?

SESIÓN 09

Resolución de problemas.

1. Una ventana está hecha de un rectángulo y de un triángulo equilátero, como se muestra en la figura. Determine la función que representa el área encerrada por la ventana si ésta debe tener un perímetro de 10 metros. ¿Cuál es el dominio de esta función en x?



2. La población proyectada P de una ciudad está dada por $P(t) = 1000.000e^{0,05t}$. Donde t es el número de años después de 1990. Predecir la población para el año 2010.

SESIÓN 10

Resolución de problemas.

1. Un elemento radioactivo decae de tal manera que después de t días el número de N miligramos presentes, está dado por $N = 100e^{-0,062t}$.

(a) ¿Cuantos miligramos están presentes inicialmente?

(b) ¿Cuántos miligramos están presentes después de 10 días?

2. Hay un límite máximo sobre la población de peces en un cierto lago debido a la cantidad de oxígeno, alimentación, etc. proporcionadas. La población de peces en este lago en el tiempo t, en meses está dado por la función $P(t) = \frac{20\,000}{1+24e^{-\frac{t}{4}}}$, $t \geq 0$

¿Cuál es el límite máximo de la población de peces?

SESIÓN 11

Resolución de problemas.

1. La velocidad de descomposición del ácido dibromoniccinico en disolución acuosa obedece a la ley donde $c = 5\,e^{-0.03t}$, donde c es la concentración de ácido en mililitros, que permanece después de t minutos. Dibujar el gráfico de c en función de t y determinar cuánto tiempo tarda en descomponerse la mitad de la concentración del ácido.

2. Un modelo exponencial para la cantidad de sustancia radioactiva remanente en el instante “t” está dado por donde es la $A(t) = A_0e^{kt}$, donde A_0, es la cantidad inicial k < 0, es la constante de desintegración.

a) Al inicio estaban presente 200 mg de una sustancia radioactiva. Después de 6 h, la masa había decrecido en 3%. Elabore un modelo exponencial para la cantidad de sustancia en desintegración remanente después de “t” horas.

b) Encuentre la cantidad remanente después de 24 horas

c) Encuentre el instante en que $A(t) = \frac{A_0}{2}$, se denomina vida media.

SESIÓN 12

Resolución de problemas.

1. Si un objeto o cuerpo se coloca en un medio (como aire, agua, etc.) que se mantiene a temperatura constante T_m, y si la temperatura inicial es T_0, entonces la ley de enfriamiento de Newton pronostica que la temperatura del objeto en el instante "t" está dado por

$$T(t) = T_m + (T_0 - T_m)e^{kt};\ k < 0$$

a) Un pastel se retira de un horno donde la temperatura es de 360°F y se coloca en una cocina donde la temperatura es de 75°F. Un minuto después se mide y la temperatura del pastel es de 300°F. ¿Cuál es la temperatura del pastel después de 6 minutos?

b) ¿En qué instante la temperatura del pastel es de 80°F?

2. En un distrito de la capital se ha determinado que dentro de t meses la población infantil afectada por la anemia será $P(t) = \frac{60+21\sqrt{16t+9}}{33+8\sqrt{t+1}}$, miles de niños.

Grafique P(t) e interprete la asíntota.

SESIÓN 13

Resolución de problemas.

1. La temperatura de un medio es 25°C y la función

$$T(t) = 25 + 125e^{-0.15t}$$

temperatura de una sustancia (de mayor temperatura que el medio) *t* minutos después de ser colocada en dicho medio.

a) ¿Cuánto varió la temperatura de la sustancia durante el tercer minuto después de
ser colocada en el medio?

b) Grafique *T*(*t*) e Interprete la asíntota.

2.Los registros de salud pública indican que t semanas después del brote de cierta clase de gripe, aproximadamente $f(t) = \frac{2}{1+3e^{-0.8t}}$, miles de personas han contraído la enfermedad. Bosqueje la gráfica de la función, responda.

(a) ¿Cuántas personas estaban infectadas al comienzo del brote?

(b) Después de un número grande de semanas, ¿Cuántas personas estarán infectadas

SESIÓN 14

Resolución de problemas.

1. La Ley de Fick establece que la concentración de soluto en una célula en el tiempo t es $f(t) = C(1 - e^{-kt})$, donde C es la concentración constante del soluto que rodea la célula y k es una constante positiva. Suponga que, para cierta célula, concentración del exterior de la célula. Determine $f(t)$. ¿Qué representa k?

2. La concentración de un medicamento en un órgano al instante t (en segundos) está dada por $x(t)$ son gramos/centímetros cúbicos (gr/cm^3)

(a) ¿Cuál es la concentración pasado 1 minuto?

(b) ¿Cuánto tiempo tardara en alcanzar 0?18 gr/cm^3 de medicamento en el órgano?

SESIÓN 15

Resolución de problemas.

1. De un elemento radiactivo quedan N gramos después de 10 horas, donde

$$f(x) = \frac{12}{1 + e^{-(b+mx)}}$$

Se llama función logística y fue introducida por el biólogo matemático alemán Verhulst hacia el año 1840 para descubrir el crecimiento de poblaciones con recursos alimentarios limitados. Demuestre que

$$\ln\left(\frac{f(x)}{1 - f(x)}\right) = b + mx$$

2. Los peces crecen indefinidamente durante toda su vida. Su crecimiento se puede modelar mediante la función de Von Bertalanffy

$$L(x) = A(1 - e^{-kx})$$

Donde $\mathrm{L(x)}$ es la longitud a la edad de x años, con k y A constantes positivas.

(a) Para k=1, obtenga la edad del pez para que la longitud sea el 90% de A.

(b) ¿Puede el pez alguna vez alcanzar la longitud A? justifique su respuesta.

SESIÓN 16

Resolución de problemas.

1. Para una persona en reposo la velocidad, en litros por segundo, del aire que fluye en un ciclo respiratorio es $v(t) = 0.85sen(\frac{\pi}{3}t)$, donde t se mide en segundos. Grafique la función e indique la parte del gráfico acorde con el enunciado. A partir del gráfico obtenga información relevante del problema, por ejemplo, máximos, mínimos duración de ciclo respiratorio.

2. Suponga que $N(t) = 10 + 2e^{-0.3t}sen(t), t \geq 0$,describe el tamaño de una población en millones, en el instante t, medido en semanas.

(a) Utilice GeoGebra para graficar $N(t)$ y describa con palabras lo que ve.

(b) Obtenga $\lim_{t\to\infty} N(t)$, e interprete este resultado.

Anexo 4. Instrumentos de recolección de datos

TITULO DE LA INVESTIGACION

El GeoGebra en el aprendizaje de funciones especiales de los estudiantes de ingeniería, en una universidad de Lima. 2019

PRUEBA PRE -TEST

I. DATOS GENERALES:

Departamento: Área de Ingeniería

Apellidos y Nombres: ……………………………….

Asignatura: Calculo I

Semestre Académico: 2019-I

Unidad Programática: Unidad I

Contenido del estudio: Relaciones Funciones y aplicaciones

Lugar y Fecha: Lima …. de …. del 2019

Duración: 01 Hr.

II. INSTRUCCIONES:

El presente instrumento tiene el objetivo de verificar sus saberes en la aplicación e interpretación de diferentes problemas reales o matemáticos de la Unidad programática mencionada, para lo cual estimado alumno debe tener en cuenta la siguiente recomendación:

Lea cuidadosamente todas las preguntas que a continuación se presentan.

III. DIMENSIONES PARA EVALUAR:

- Elaboración de funciones a base de información cotidiana y matemática.
- Análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia.

IV. ESCALA PARA EVALUAR:

CUANTITATIVO	CUALITATIVO
1	Deficiente
2	Regular
3	Bueno
4	Sobresaliente

V. PREGUNTAS:

ELABORACIÓN DE FUNCIONES A BASE DE LA INFORMACIÓN COTIDIANA Y MATEMÁTICA.

I. MATEMATIZACIÓN DE PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS.

1). Un fabricante vende lámparas a S/.6 cada una y, a este precio, los consumidores han comprado 3 000 lámparas por mes. El fabricante desea aumentar el precio y estima que por cada incremento de S/.1 en el precio, se vendería 1 000 lámparas menos cada mes. Las lámparas pueden producirse a un costo de S/.4 cada una. ¿Exprese la utilidad mensual del fabricante como una función del precio al que se vende las lámparas?

a) U(x)=100(x+9)(x-4) b) U(x)=100(x-9)(x-4)

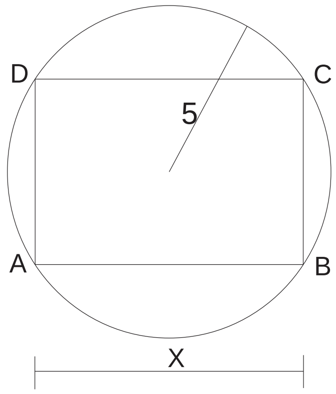
c) U(x)=100(9-x)(x-4) d) U(x)=1000(x+9)(x+4)

2). En un cierto experimento de aprendizaje involucrando repetición y memoria, se estimó que la proporción p de elementos recordados se relacionaba linealmente con un tiempo de estudio efectivo t (en minutos). Para un tiempo de estudio efectivo de 5minutos, la proporción de elementos recordados fue de 0.32. Por cada minuto más en el tiempo de estudio, la proporción recordada aumentaba en 0.059. Encuentre la función lineal (modelo matemático) de p en términos de t.

a) P(t) = - 0,059t + 0.020 b) P(t) = - 0,0599t - 0.020

c) P(t) = 0,059t + 0.025 d) P(t) = 0,05t + 0.025

3). De la figura, un lado del rectángulo mide x cm, inscrito en el círculo de radio 5. Encuentre la función f(x) que representa al perímetro del rectángulo ABCD.



a) $2(x+\sqrt{100-x^2})$ b) $2(x+\sqrt{100-2x^2})$

c) $2(x+\sqrt{100+x^2})$ d) $2(5x+\sqrt{100-x^2})$

II. DENTIFICA LAS VARIABLES DE DEPENDIENTE E INDEPENDIENTE.

4). Un fabricante vende lámparas a S/6 cada una y, a este precio, los consumidores han comprado 3,000 lámparas por mes. El fabricante desea aumentar el precio y estima que por cada incremento de S/ 1 en el precio, se venderán 1,000 lámparas menos cada mes. Las lámparas pueden producirse a un costo de S/ 4 cada una. ¿Calcule el precio óptimo?

a) 6.50 **b) 5.90** **c)** 4.30 d) 7.20

5). Según los datos dados en la tabla ¿Qué tipo de relación hay entre la variable t(s) y v(m/s)?

t(s)	0	2	4	6
v(m/s)	39,2	58,6	78	97,4

6) Un barco se mueve con una rapidez de 30km/h paralelo a una costa recta. El barco ésta a 6 millas de la costa y pasa un faro al mediodía. Exprese la distancia **s** entre el faro y el barco en función de d la distancia que el barco ha navegado desde el mediodía. Dar como respuesta s como función de t.

a) $\sqrt{900t^2+36}$ **b)** $\sqrt{900t^2+360}$

c) $\sqrt{900t^2-36}$ **d)** $\sqrt{9000t^2+36}$

7) A un alambre de longitud de **l**m, se le hace un corte en un punto **x**. Con un pedazo se forma un cuadrado y con el otro una circunferencia. Determinar, en términos de **x**, la función que representa la suma de las áreas encerradas por estas figuras. ¿A lo más cual es el valor que puede tomar x?

a) x < l b) x < l/2 c) x < l/3 d) x < l/5

III. ELABORACIÓN DE GRÁFICOS USANDO GEOGEBRA A PARTIR DE DESCRIPCIONES VERBALES, TABLAS O FORMULAS.

8) De la figura, un lado del rectángulo mide x cm, inscrito en el círculo de radio 5. Hallar el dominio, gráfico y determine el mayor valor de la función

a) $0 \leq x \leq 9$ b) $0 < x \leq 10$

c) $-10 < x \leq 10$ d) $-10 < x < 100$

9) Si se cortan cuatro cuadrados iguales (de lado x) en las esquinas de un pedazo cuadrado de cartón cuyo lado mide 12 pulgadas, y se doblan sus cuatro lados, se obtiene una caja rectangular sin tapa. Elabore la gráfica y encuentre el valor de x para el cual el volumen resultante sea máximo.

a) -3 b) 6 c) 2 d)4

IV. INTERPRETA EL COMPORTAMIENTO DE UNA SITUACIÓN DETERMINADA.

10) Un bodeguero vende salchichas por kg (o fracción de kg); si el pedido es a lo más 12 kg, cobra S/ 3 por kg. Para aumentar sus ventas y evitar que se malogren las salchichas el bodeguero cobra S/ 2.5 por kg, si el pedido es más de 12 kg. Si Juan compra 11,5kg y su enamorada compro 12,5kg de salchichas. ¿Quién de ellos ahorra al comprar? Según el contexto del problema.

a) La enamorada pago más. b) Juan pago menos que su enamorada

c) La enamorada pago menos

ANÁLISIS DE FUNCIONES QUE REPRESENTAN MODELOS MATEMÁTICOS PROVENIENTES DE DISTINTAS ÁREAS DE LA CIENCIA.

V. ANALIZAR EL COMPORTAMIENTO DE LA SITUACIÓN PROBLEMÁTICA Y HACE PREDICCIONES.

11) La siguiente tabla muestra el aumento de ciertas bacterias durante los primeros 10 minutos.

Número de minutos	0	10
Número de bacterias	5.000	8.000

Si el crecimiento de las bacterias crece en forma exponencial. Hallar la función que ¿Cuántas bacterias habrá después de 25 minutos?

a) 15678 b) 16190 c) 15180 d) 16900

12) El efecto de la anestesia bucal en un paciente (en porcentaje), luego de **t** minutos de ser inyectado un fármaco es modelado por la función

$$\boldsymbol{G(t) = -\frac{25t^2}{16} + 25t.}$$

¿En que instante se produce el grado máximo de adormecimiento y después de cuánto tiempo no hay efecto de la anestesia?

a) 9mit.,16mit. b) 10mit.,20mit

c) 9mit.,12mit. d) 8mit.,16mit

13) Un paciente en reposo inspira y expira 0.5 litros de aire cada 4 segundos. Al final de una expiración, le quedan todavía 2.25litros de aire de reserva en los pulmones. Después de **t** segundos de iniciado el proceso, el volumen de aire en los pulmones (en litros) en función del tiempo es

$$V(t) = 2.5 - 0.25\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right).$$

¿Determinar el periodo completo de inspiración y expiración y el volumen máximo de aire por inspiración?

a) 2seg.,270 litros b) 4seg.,2.75litros

c) 6seg.,2.80 litros d) 4seg.,2.6litros

VI. DETERMINAR LAS CONDICIONES INICIALES.

14) Cierta institución de salud indico que **t** semanas después del brote de un tipo de gripe la siguiente función:

$$\boldsymbol{y(t) = \frac{2}{1+3e^{-0.8t}}}$$

Representa miles de personas que han contraído la enfermedad.

¿Cuántas personas tenían la enfermedad al inicio? Y si el tiempo se incrementa, interprete el resultado.

a) 3, la enfermedad desaparece.

b) 4, la enfermedad crece en forma indeterminada.

c) 2, 8, estabiliza en 5 personas

d) 2, la enfermedad se estabiliza en 2.

VII. ESTABLECE SOLUCIÓN PARTICULAR DEL MODELO MATEMÁTICO.

15) Una bacteria estomacal debe ser tratada con un determinado tratamiento antibiótico antes que estén presentes 10000 de ellas en el organismo, de lo contrario el tratamiento sugerido es otro. Si se sabe que su número se incrementa a razón de 5% cada hora (siguiendo un modelo exponencial) y que al inicio estaban presentes 400 bacterias, determine el número de bacterias **N(t)** presentes después de **t** horas. ¿Qué tiempo transcurre para efectuar cambio de tratamiento?

a) Se tiene aproximadamente 86 h.

b) Se tiene aproximadamente 55h.

c) Se tiene aproximadamente 64h.

d) Se tiene aproximadamente 120h.

16) Suponga que un estudiante portador de un virus de gripe regresa a un campus universitario que tiene 1000 estudiantes. La cantidad de estudiantes contagiados siguen un modelo logístico. Determinar el número de alumnos contagiados después de 6 días, si se ha observado que después de 4 días, hay 50 estudiantes contagiados.

a) 265 b) 280 c) 256 d) 276

VIII. INTERPRETAR LOS COMPONENTES DE MODELO MATEMÁTICO.

17) En 1981 se pescó un cierto número de percas de un año en Nueva Jersey, y se llevaron a otro lado del continente en vagones tanque de ferrocarril, para ser liberadas en la bahía de San Francisco.

Solamente un total de 435 percas sobrevivieron a la dureza del viaje. Sin embargo, en 1989, la sola pesca comercial capturo 1.234.000 kilos de perca. Dado que el crecimiento de la población fue acelerado, es razonable suponer que obedeció al modelo exponencial. Suponiendo que el peso promedio de una perca es de 3kg, y que en 1989 se capturo una de cada 10 percas. Determinar la contante de crecimiento.

a) 1,01443 b) 1,1334 c) 1,1443 d) 1.0444

XI. USAR EL GEOGEBRA PARA REGISTRAR LA INFORMACIÓN DE MANERA VISUAL.

18) Al inyectar un determinado fármaco a una rata de laboratorio se observa que el animal presente variaciones de temperatura en un sistema interno. Se logra establecer que dichas variaciones de temperatura, grados Celsius, se modelan mediante la función

$$f(x) = 3 - \frac{1}{2}sen(2x - \pi)$$

Donde x es el tiempo transcurrido desde que se inyecta el fármaco (en minutos). Graficar la función y determinar cuánto es la variación en cada periodo de la función.

a) 1,8grados b) 1,0grados c) 1,6grados d) 1,3grados

19) Al realizar un estudio en un sector minero se encontró un gran porcentaje de personas con niveles elevados de plomo en la sangre. El instituto de salud pública decidió comenzar un tratamiento con un costoso medicamento a las personas que tengan un 6% de sangre contaminada. El porcentaje que describe la cantidad del plomo en la sangre como efecto de x gramos del medicamento, viene dado por la relación

$\boldsymbol{P} = \frac{\mathbf{x^2+5x+6}}{\mathbf{x^2+x+1}}$, con P expresado en %

¿Al menos cuantos gramos deben administrarse para que el porcentaje de plomo sea menor que 2%.

a) un poco menos de 1gr. b) un poco más de 3gr.

c) un menos de 3gr d) un poco más de 4gr.

20) Pasados **t** minutos después de introducir un bactericida experimental en cierto cultivo el número de bacterias esta dado por $N = \frac{10000}{t^2+1} + 2000$. A partir del gráfico ¿A lo más cuanto tiempo debe transcurrir para que el número de bacterias esté por debajo de 4000?

a) menos a 0,5mit. b) menos de1mit. c) menos de 2mit. d) menos de 3mit.

XII. REFERENCIAS

1. Leithold Louis (1998). *El Cálculo séptima edición.* Oxford University Press México, S.A de CV.

2. Stein- Sherman; Barcellos Anthony (1995). *Cálculo y Geometría Analítica*. Quinta edición por MCGRAW- HILL INTERAMERICANA. S.A, Colombia.

3. Hoffmann-Laurence, Bradley-Gerald. (1996) *Cálculo aplicado a Administración, Economía, contaduría y Ciencias Sociales.* Quinta edición. MCGRAW-HILL. Colombia.

4. J. Kitchen. *Cálculo en una Variable*. Editorial Addison Wesley.

TITULO DE LA INVESTIGACION

El GeoGebra en el aprendizaje de funciones especiales de los estudiantes de ingeniería, de una Universidad de Lima. 2019

PRUEBA POST - TEST

III. DATOS GENERALES:

Departamento: Área de Ingeniería

Apellidos y Nombres: ……………………………….

Asignatura: Calculo I

Semestre Académico: 2019-I

Unidad Programática: Unidad I

Contenido del estudio: Relaciones Funciones y aplicaciones

Lugar y Fecha: Lima …. de …. del 2019

Duración: 60mit.

IV. INSTRUCCIONES:

El presente instrumento tiene el objetivo de verificar sus saberes en la aplicación e interpretación de diferentes problemas reales o matemáticos de la Unidad programática mencionada, para lo cual estimado alumno debe tener en cuenta la siguiente recomendación:

Lea cuidadosamente todas las preguntas que a continuación se presentan.

V. DIMENSIONES PARA EVALUAR:

- Elaboración de funciones a base de información cotidiana y matemática.
- Análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia.

VI. ESCALA PARA EVALUAR:

CUANTITATIVO	CUALITATIVO
1	Deficiente
2	Regular
3	Bueno
4	Sobresaliente

VII. PREGUNTAS:

1. Se va a construir una caja abierta (sin tapa) de volumen máximo con una pieza cuadrada de cartón de 24 cm, de lado; si recortamos cuadrados iguales en las esquinas y doblando los lados hacia arriba.

a) Expresar el volumen V como función de x, que es la longitud de las esquinas cuadradas. ¿Cuál es el dominio de la función?

b) Use GeoGebra para representar la función volumen y aproximar las dimensiones de la caja que produce el volumen máximo.

2. Cierta comunidad es afectada por una epidemia que t semanas de iniciado, las personas afectadas son dados por la función:

$$y(t) = \frac{K}{1 + Ae^{-rt}}$$

Donde K es el número de residentes en la comunidad que son propensos a contraer la enfermedad. Si 1/5 de los residentes propensos estaban infectados al principio y 1/2 de ellos habían sido infectados al final de la cuarta semana.

a) ¿Qué fracción de residentes propensos a la enfermedad habrán sido infectados al final de la décima semana?

3. La siguiente tabla representa censos de una cierta ciudad, en millones de personas.

AÑO	t	**REAL**
1790	0	3.9
1800	10	5.3
1810	20	7.2
1820	30	9.6
…….	…….	…….
1980	190	226
1990	200	249

Que se ajustan al modelo exponencial $P(t) = P_0.e^{kt}$.

a) ¿Cuál es la población inicial según el modelo exponencial?

b) Hallar el valor de k

c) Compare la población real y la población que se obtiene por el modelo exponencial en el año 1820.

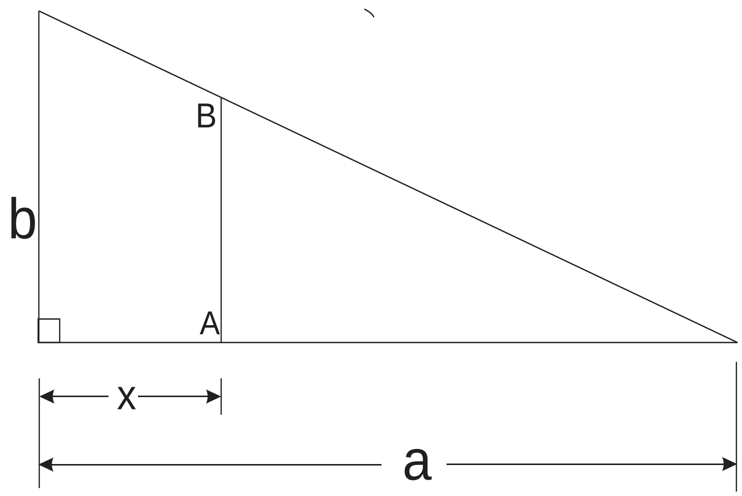
d) Represente gráficamente el modelo exponencial.

4. Sea f(x) la longitud del segmento AB, ver figura.

a) ¿Qué son f (0) y f(a)?

b) ¿Encuentre la fórmula para f(x) y explique su solución?

c) Grafique la función.



5. Una librería puede comprar cierto libro a una editorial a US$3 por ejemplar y lo vende a US$15 cada uno. A este precio, ha vendido 200 ejemplares por mes. La

librería planea bajar el precio para estimular las ventas y calcula que por cada US$1 que rebaje el precio, se venderá 20 libros más por cada mes.

a) Hallar el modelo matemático que exprese la utilidad de la librería por la venta de este libro, como una función del precio de venta.

b) Grafique la función y calcule el precio óptimo.

6. Suponga que $N(t) = 10 + 2e^{-0.3t}sen(t); t \geq 0$, describe el tamaño de una población en millones, en el instante t, medido en semanas.

a) Utilice GeoGebra para graficar N(t) y describa con palabras lo que observa.

b) Como se comporta N(t) cuando t aumenta.

7. Después de que un estudiante con virus gripal regresa a un campo universitario aislado de 3000 estudiantes, el número de estudiantes infectados después de t días, pronostica por:

$$N(t) = \frac{3000}{1+2999e^{-0.895t}}$$

a) ¿Cuántos estudiantes estarán infectados después de 10 días?

b) ¿En qué periodo de tiempo se estima que los infectados lleguen aproximadamente a 1000 estudiantes?

8. A un alambre de longitud l metros. Se le hace un corte en punto x. Con un pedazo se forma un cuadrado y con el otro una circunferencia

a) Determine, en términos de x la función que representa la suma de las áreas encerradas por estas figuras.

b) ¿Cuál es el dominio?

9. Un biólogo realizo un estudio sobre los factores que influyen en el crecimiento o decrecimiento de una población de peces presentes en un lago natural. El científico llego a la conclusión que en verano producto de la visita humana al lugar la cantidad de peces presentes en el lago se modela por:

$$f(t) = 4 + te^{-kt}$$

donde t es el tiempo medido en semanas (t = 0 es el primer día de verano) y f(t) es el número de peces en miles.

a) Establezca el modelo en forma precisa (encuentre el valor de k) sí se sabe que después de una semana de comenzado el verano hay 4,600 peces en el lago. ¿Cuántos peces hay después de 4 meses?

b) Interprete el resultado cuando t aumenta en el contexto del problema.

1. Leithold Louis (1998). *El Cálculo*.séptima edición. Oxford. University Press México, S.A de CV.

2. Stein- Sherman; Barcellos Anthony (1995). *Cálculo y Geometría Analítica.* Quinta edición por MCGRAW- HILL INTERAMERICANA. S.A, Colombia.

3. Hoffmann-Laurence, Bradley-Gerald. (1996). *Cálculo aplicado a Administración, Economía, contaduría y Ciencias Sociales.* Quinta edición. MCGRAW-HILL. Colombia.

4. J. Kitchen. *Cálculo en una Variable.* Editorial Addison Wesley.

Anexo 5:

MATRIZ DE VALIDACION DE INSTRUMENTO

NOMBRE DEL INSTRUMENTO:

"Prueba Pre Test y Prueba Post Test"

OBJETIVO:

Determinar el manejo teórico para las aplicaciones ya sea elaborando funciones o modelos matemáticos.

VARIABLE QUE EVALÚA:

Aprendizaje de las funciones especiales con el uso del GeoGebra

DIRIGIDO A:

Estudiantes del primer ciclo de estudios Generales del área de ingeniería de la UNMSM 2019. Lima.

APELLIDOS Y NOMBRES DEL EVALUADOR:

Dr Diaz Dumont Jorge Rafael

GRADO ACADÉMICO DEL EVALUADOR:

Doctor Educación

VALORACIÓN:

Muy alto	Alto	Medio	Bajo	Muy bajo

FIRMA DEL EVALUADOR

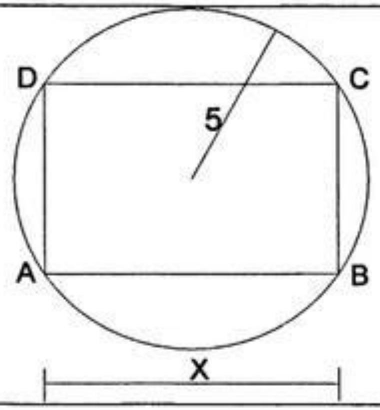
DNI....08198815....

Dr. Jorge Rafael Diaz Dumont (PhD)
INVESTIGADOR CIENCIA Y TECNOLOGÍA
SINACYT - REGISTRO REGINA 15697

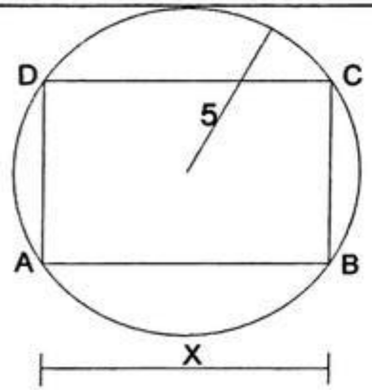
CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES ESPECIALES

<table>
<tr><th rowspan="2">Nº</th><th>DIMENSIONES / ítems</th><th colspan="2">Pertinencia[1]</th><th colspan="2">Relevancia[2]</th><th colspan="2">Claridad[3]</th><th rowspan="2">Sugerencias</th></tr>
<tr><td>DIMENSIÓN 1:
Elaboración de funciones a base de información cotidiana y matemática</td><td>Si</td><td>No</td><td>Si</td><td>No</td><td>Si</td><td>No</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1. La siguiente tabla muestra el aumento de ciertas bacterias durante los primeros 10 minutos.
<table><tr><td>Número de minutos</td><td>0</td><td>10</td></tr><tr><td>Número de bacterias</td><td>5.000</td><td>8.000</td></tr></table>
1.1) Si el crecimiento de las bacterias crece en forma exponencial. Hallar la función que ¿Cuántas bacterias habrá después de 25 minutos?</td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>2. De la figura, un lado del rectángulo mide x cm, inscrito en el círculo de radio 5.
2.1. Encuentre la función F(x) que sea el perímetro del rectángulo ABCD.</td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Dr. Jorge Rafael Diaz Dumont (PhD)
INVESTIGADOR CIENCIA Y TECNOLOGÍA
SINACYT - REGISTRO REGINA 15697

		✓		✓		✓		
3	2. De la figura, un lado del rectángulo mide x cm, inscrito en el círculo de radio 5. 2.2 Determine el mayor valor que tomaría.	✓		✓		✓		

Dr. Jorge Rafael Diaz Dumont (PhD)
INVESTIGADOR CIENCIA Y TECNOLOGÍA
SINACYT - REGISTRO REGINA 15697

		✓		✓		✓		
4	4.Un fabricante vende lámparas a S/6 cada una y, a este precio, los consumidores han comprado 3,000 lámparas por mes. El fabricante desea aumentar el precio y estima que por cada incremento de S/ 1 en el precio, se venderán 1,000 lámparas menos cada mes. Las lámparas pueden producirse a un costo de S/ 4 cada una. 4.1 Exprese la utilidad mensual del fabricante como una función del precio al que se venden las lámparas.	✓		✓		✓		
5	5.Un bodeguero vende salchichas por kg (o fracción de kg); si el pedido es a lo más 12 kg, cobra S/ 3 por kg. Para aumentar sus ventas y evitar que se malogren las salchichas el bodeguero cobra S/ 2.5 por kg, si el pedido es más de 12 kg. **5.1**) Encuentre el modelo matemático que exprese el costo total del pedido como una función de la cantidad de kg.	✓		✓		✓		
6	6. En un cierto experimento de aprendizaje involucrando repetición y memoria, se estimó que la proporción p de elementos recordados se	✓		✓		✓		

Dr. Jorge Rafael Diaz Dumont (PhD)
INVESTIGADOR CIENCIA Y TECNOLOGÍA
SINACYT - REGISTRO REGINA 15697

	relacionaba linealmente con un tiempo de estudio efectivo t (en minutos). Para un tiempo de estudio efectivo de 5minutos, la proporción de elementos recordados fue de 0.32. Por cada minuto más en el tiempo de estudio, la proporción recordada aumentaba en 0.059. 6.1) Encuentre la función lineal (modelo matemático) de p en términos de t	✓		✓		✓		
7	5. Un bodeguero vende salchichas por kg (o fracción de kg); si el pedido es a lo más 12 kg, cobra S/ 3 por kg. Para aumentar sus ventas y evitar que se malogren las salchichas el bodeguero cobra S/ 2.5 por kg, si el pedido es más de 12 kg. 5.2 Grafique la función	✓		✓		✓		
8	6. En un cierto experimento de aprendizaje involucrando repetición y memoria, se estimó que la proporción p de elementos recordados se relacionaba linealmente con un tiempo de estudio efectivo t (en minutos). Para un tiempo de estudio efectivo de 5minutos, la proporción de elementos recordados fue de 0.32. Por cada minuto más en el tiempo de estudio, la proporción recordada aumentaba en 0.059 cliente. 6.2 Grafique e interprete los resultados.	✓		✓		✓		
9	4. Un fabricante vende lámparas a S/6 cada una y, a este precio, los consumidores han comprado 3,000 lámparas por mes. El fabricante desea aumentar el precio y estima que por cada incremento de S/ 1 en el precio, se venderán 1,000 lámparas menos cada mes. Las lámparas pueden producirse a un costo de S/ 4 cada una. 4.2 Grafique y calcule el precio óptimo.	✓		✓		✓		

Dr. Jorge Rafael Diaz Dumont (PhD)
INVESTIGADOR CIENCIA Y TECNOLOGÍA
SINACYT - REGISTRO REGINA 15697

	Donde **r** es una constante positiva y **A** es el número total de hechos importantes almacenados en la memoria de una persona. 7.1) Si t se incrementa sin límite. ¿Cuál es el comportamiento de $y(t)$. Interpretar dicho resultado.	✓		✓		✓		
14	8.Cierta institución de salud indico que t semanas después del brote de un tipo de gripe la siguiente función: $$y(t) = \frac{2}{1+3e^{-0.8t}}$$ 8.4) Al pasar el tiempo. ¿Cuál es el comportamiento de la función $y(t)$.	✓		✓		✓		
15	8.Cierta institución de salud indico que t semanas después del brote de un tipo de gripe la siguiente función: $$y(t) = \frac{2}{1+3e^{-0.8t}}$$ 8.1) Graficar $y(t)$.	✓		✓		✓		
16	3.Si la dosis recomendada de un medicamento para adultos es **D** (mg), entonces para determinar la dosis apropiada **C** para un niño de edad **t**, los farmacéuticos usan la ecuación C = 0.0417D(t + 1). Suponga que la dosis para un adulto es 200 mg.	✓		✓		✓		

Dr. Jorge Rafael Díaz Dumont (PhD)
INVESTIGADOR CIENCIA Y TECNOLOGÍA
SINACYT - REGISTRO REGINA 15697

10	5. Un bodeguero vende salchichas por kg (o fracción de kg); si el pedido es a lo más 12 kg, cobra S/ 3 por kg. Para aumentar sus ventas y evitar que se malogren las salchichas el bodeguero cobra S/ 2.5 por kg, si el pedido es más de 12 kg. 5.3 Comparar los costos de 11.5kg y 12.5kg.	✓		✓		✓		
	DIMENSIÓN 2: **Análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia.**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
11	1. La siguiente tabla muestra el aumento de ciertas bacterias durante los primeros 10 minutos. Número de minutos: 0 / 10 Número de bacterias: 5.000 / 8.000 1.2 Graficar e interpretar el comportamiento cuando el tiempo se incrementa.	✓		✓		✓		
12	3. Si la dosis recomendada de un medicamento para adultos es D (mg), entonces para determinar la dosis apropiada C para un niño de edad t, los farmacéuticos usan la ecuación C = 0.0417D(t + 1). Suponga que la dosis para un adulto es 200 mg. 3.1 Trazar la gráfica para valores distintos de D.	✓		✓		✓		
13	7.Normalmente cuando se pide a una persona que recuerde algunos hechos, el número de hechos recordados después de t minutos esta dado por la función: $y(t) - A(1 \quad e^{-rt})$	✓		✓		✓		

Dr. Jorge Rafael Díaz Dumont (PhD)
INVESTIGADOR CIENCIA Y TECNOLOGÍA
SINACYT - REGISTRO REGINA 15697

	3.2)Desarrollar una tabla con t y C(t) para D=200 mg.	✓		✓		✓		
17	8.Cierta institución de salud indico que t semanas después del brote de un tipo de gripe la siguiente función: $$y(t) = \frac{2}{1+3e^{-0.8t}}$$ 8.2)¿Cuántas personas tenían la enfermedad al inicio?	✓		✓		✓		
18	3.Si la dosis recomendada de un medicamento para adultos es **D** (mg), entonces para determinar la dosis apropiada **C** para un niño de edad **t**, los farmacéuticos usan la ecuación C = 0.0417D(t + 1). Suponga que la dosis para un adulto es 200 mg. 3.3¿Qué significado tiene la pendiente del modelo matemático?	✓		✓		✓		
19	3.Si la dosis recomendada de un medicamento para adultos es **D** (mg), entonces para determinar la dosis apropiada **C** para un niño de edad **t**, los farmacéuticos usan la ecuación C = 0.0417D(t + 1). Suponga que la dosis para un adulto es 200 mg. 3.4)¿Cuál es la dosis para un recién nacido.	✓		✓		✓		
20	8.Cierta institución de salud indico que t semanas después del brote de un tipo de gripe la siguiente función: $$y(t) = \frac{2}{1-3e^{-0.8t}}$$ Representa miles de personas que han contraido la enfermedad.	✓		✓		✓		

Dr. Jorge Rafael Díaz Dumont (PhD)
INVESTIGADOR CIENCIA Y TECNOLOGÍA
SINACYT - REGISTRO REGINA 15697

	8.3) Analizar la tercera semana ¿Cuántas personas están contagiadas?	✓		✓		✓		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Aplicable

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [ ] Aplicable después de corregir [ ] No aplicable [ ]

Apellidos y nombres del juez validador: Dr. Jorge Rafael Diaz Dumont ..... DNI: 08698815

Grado y Especialidad del validador: Doctor Educación

[1] **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2] **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo
[3] **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

San Jua Lurigancho 23 de julio del 2019.

Dr. Jorge Rafael Díaz Dumont (PhD)
INVESTIGADOR CIENCIA Y TECNOLOGÍA
SINACYT - REGISTRO REGINA 15687

MATRIZ DE VALIDACION DE INSTRUMENTO

NOMBRE DEL INSTRUMENTO:

"Prueba Pre Test y Prueba Post Test"

OBJETIVO:

Determinar el manejo teórico para las aplicaciones ya sea elaborando funciones o modelos matemáticos.

VARIABLE QUE EVALÚA:

Aprendizaje de las funciones especiales con el uso del GeoGebra

DIRIGIDO A:

Estudiantes del primer ciclo de estudios Generales del área de ingeniería de la UNMSM 2019. Lima.

APELLIDOS Y NOMBRES DEL EVALUADOR:

RIVERO ARELLANO EDITH GISSELA

GRADO ACADÉMICO DEL EVALUADOR:

MAGISTER

VALORACIÓN:

Muy alto	Alto X	Medio	Bajo	Muy bajo

FIRMA DEL EVALUADOR

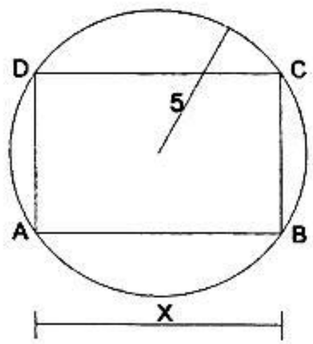
DNI 41154085

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES ESPECIALES

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	DIMENSIÓN 1: **Elaboración de funciones a base de información cotidiana y matemática**	Si	No	Si	No	Si	No	
1	1). Un fabricante vende lámparas a S/.6 cada una y, a este precio, los consumidores han comprado 3 000 lámparas por mes. El fabricante desea aumentar el precio y estima que por cada incremento de S/.1 en el precio, se vendería 1 000 lámparas menos cada mes. Las lámparas pueden producirse a un costo de S/.4 cada una. ¿Exprese la utilidad mensual del fabricante como una función del precio al que se vende las lámparas?	✓		✓		✓		
2	2). En un cierto experimento de aprendizaje involucrando repetición y memoria, se estimó que la proporción p de elementos recordados se relacionaba linealmente con un tiempo de estudio efectivo t (en minutos). Para un tiempo de estudio efectivo de 5minutos, la proporción de elementos recordados fue de 0.32. Por cada minuto más en el tiempo de estudio, la proporción recordada aumentaba en 0.059. Encuentre la función lineal (modelo matemático) de p en términos de t.	✓		✓		✓		
3		✓		✓		✓		

t(s)	0	2	4	6
v(m/s)	39,2	58,6	78	97,4

6	**6)** Un barco se mueve con una rapidez de 30km/h paralelo a una costa recta. El barco ésta a 6 millas de la costa y pasa un faro al mediodía. Exprese la distancia **s** entre el faro y el barco en función de d la distancia que el barco ha navegado desde el mediodía. Dar como respuesta s como función de t.	✓		✓		✓		
7	**7)** A un alambre de longitud de lm, se le hace un corte en un punto **x**. Con un pedazo se forma un cuadrado y con el otro una circunferencia. Determinar, en términos de **x**, la función que representa la suma de las áreas encerradas por estas figuras. ¿A lo mas cual es el valor que puede tomar x?	✓		✓		✓		
8	**8)** De la figura, un lado del rectángulo mide x cm, inscrito en el círculo de radio 5. Hallar el dominio, gráfico y determine el mayor valor de la función	✓		✓		✓		
9	**9)** Si se cortan cuatro cuadrados iguales (de lado x) en las esquinas de un pedazo cuadrado de cartón cuyo lado mide 12 pulgadas, y se doblan sus cuatro lados, se obtiene una caja rectangular sin tapa. Elabore la gráfica y encuentre el valor de x para el cual el volumen resultante sea máximo.	✓		✓		✓		
10	**10)** Un bodeguero vende salchichas por kg (o fracción de kg); si el pedido es a lo más 12 kg, cobra S/ 3 por kg. Para aumentar sus ventas y evitar que se malogren las salchichas el bodeguero cobra S/ 2.5 por kg, si el pedido es más de 12 kg. Si Ju,5kan compra 11,5kg y su enamorada compro 12,5kg de salchichas. ¿Quién de ellos ahorra al comprar? Según el contexto del problema.	✓		✓		✓		

	3). De la figura, un lado del rectángulo mide x cm, inscrito en el círculo de radio 5. Encuentre la función f(x) que representa al perímetro del rectángulo ABCD. 							
4	**4).** Un fabricante vende lámparas a S/6 cada una y, a este precio, los consumidores han comprado 3,000 lámparas por mes. El fabricante desea aumentar el precio y estima que por cada incremento de S/ 1 en el precio, se venderán 1,000 lámparas menos cada mes. Las lámparas pueden producirse a un costo de S/ 4 cada una. ¿Calcule el precio óptimo?	✓		✓		✓		
5	Según los datos dados en la tabla ¿Qué tipo de relación hay entre la variable t(s) y v(m/s)?	✓		✓		✓		

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>DIMENSIÓN 2:
Análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia.</td><td>Si</td><td>No</td><td>Si</td><td>No</td><td>Si</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td>11</td><td>11) La siguiente tabla muestra el aumento de ciertas bacterias durante los primeros 10 minutos.
<table><tr><td>Número de minutos</td><td>0</td><td>10</td></tr><tr><td>Número de bacterias</td><td>5.000</td><td>8.000</td></tr></table>
Si el crecimiento de las bacterias crece en forma exponencial. Hallar la función que ¿Cuántas bacterias habrá después de 25 minutos?</td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>12</td><td>12) El efecto de la anestesia bucal en un paciente (en porcentaje), luego de t minutos de ser inyectado un fármaco es modelado por la función
$$G(t) - -\frac{25t^2}{16} + 25t$$
¿En que instante se produce el grado máximo de adormecimiento y después de cuánto tiempo no hay efecto de la anestesia?</td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>13</td><td>13) Un paciente en reposo inspira y expira 0.5 litros de aire cada 4 segundos. Al final de una expiración, le quedan todavía 2.25litros de aire de reserva en los pulmones. Después de t segundos de iniciado el proceso, el volumen de aire en los pulmones (en litros) en función del tiempo es</td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
</table>

	$$V(t) = 2.5 - 0.25\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right).$$ ¿Determinar el periodo completo de inspiración y expiración y el volumen máximo de aire por inspiración?							
14	**14)** Cierta institución de salud indico que **t** semanas después del brote de un tipo de gripe la siguiente función: $$y(t) = \frac{2}{1 + 3e^{-0.8t}}$$ Representa miles de personas que han contraído la enfermedad. ¿Cuántas personas tenían la enfermedad al inicio? Y si el tiempo se incrementa, interprete el resultado.	✓		✓		✓		
15	**15)** Una bacteria estomacal debe ser tratada con un determinado tratamiento antibiótico antes que estén presentes 10000 de ellas en el organismo, de lo contrario el tratamiento sugerido es otro. Si se sabe que su número se incrementa a razón de 5% cada hora y que al inicio estaban presentes 400 bacterias, determine el número de bacterias **N(t)** presentes después de **t** horas. ¿Qué tiempo transcurre para efectuar cambio de tratamiento?	✓		✓		✓		
16	**16)** Suponga que un estudiante portador de un virus de gripe regresa a un campus universitario que tiene 1000 estudiantes. La cantidad de estudiantes contagiados siguen un modelo logístico. Determinar el número de alumnos	✓		✓		✓		

	contagiados después de 6 días, si se ha observado que después de 4 días, hay 50 estudiantes contagiados.							
17	**17)** En 1981 se pesco un cierto número de percas de un año en Nueva Jersey, y se llevaron al orto lado del continente en vagones tanque de ferrocarril, para ser liberadas en la bahía de San Francisco. Solamente un total de 435 percas sobrevivieron a la dureza del viaje. Sin embargo, en 1989, la sola pesca comercial capturo 1.234.000 kilos de perca. Dado que el crecimiento de la población fue acelerado, es razonable suponer que obedeció al modelo exponencial. Suponiendo que el peso promedio de una perca es de 3kg, y que en 1989 se capturo una de cada 10 percas. Determinar la contante de crecimiento.	✓		✓		✓		
18	**18)** Al inyectar un determinado fármaco a una rata de laboratorio se observa que el animal presente variaciones de temperatura en un sistema interno. Se logra establecer que dichas variaciones de temperatura, grados Celsius, se modelan mediante la función $f(x) = 3 - \frac{1}{2} sen(2x - \pi)$ Donde x es el tiempo transcurrido desde que se inyecta el fármaco (en minutos). Graficar la función y determinar cuánto es la variación en cada periodo de la función.	✓		✓		✓		
19	**19)** Al realizar un estudio en un sector minero se encontró un gran porcentaje de personas con niveles elevados de plomo en la sangre. El instituto de salud	✓		✓		✓		

	pública decidió comenzar un tratamiento con un costoso medicamento a las personas que tengan un 6% de sangre contaminada. El porcentaje que describe la cantidad del plomo en la sangre como efecto de x gramos del medicamento, viene dado por la relación $P = \frac{x^2+5x+6}{x^2+x+1}$, con P expresado en % ¿Al menos cuantos gramos deben administrarse para que el porcentaje de plomo sea menor que 2%.							
20	**20)** Pasados **t** minutos después de introducir un bactericida experimental en cierto cultivo el número de bacterias esta dado por $N = \frac{10000}{t^2+1} + 2000$. A partir del gráfico ¿A lo más cuanto tiempo debe transcurrir para que el número de bacterias esté por debajo de 4000?	✓		✓		✓		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Hay Suficiencia

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [X] **Aplicable después de corregir [ ]** **No aplicable [ ]**

Apellidos y nombres del juez validador: Rivera Arellano Edith Gissela **DNI:** 41154085.

Grado y Especialidad del validador: Metodologo en Investigación

[1] **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2] **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo
[3] **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

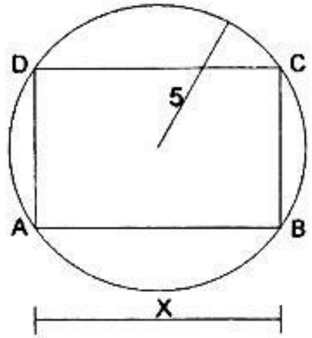
Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

San Jua Lurigancho 13 **de** 06 **del 2019.**

Mg. Rivera Arellano G...
DOCENTE DE INVESTIG...

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES ESPECIALES

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	DIMENSIÓN 1: **Elaboración de funciones a base de información cotidiana y matemática**	Si	No	Si	No	Si	No	
1	**1).** Un fabricante vende lámparas a S/.6 cada una y, a este precio, los consumidores han comprado 3 000 lámparas por mes. El fabricante desea aumentar el precio y estima que por cada incremento de S/.1 en el precio, se vendería 1 000 lámparas menos cada mes. Las lámparas pueden producirse a un costo de S/.4 cada una. ¿Exprese la utilidad mensual del fabricante como una función del precio al que se vende las lámparas?	✓		✓		✓		
2	**2).** En un cierto experimento de aprendizaje involucrando repetición y memoria, se estimó que la proporción p de elementos recordados se relacionaba linealmente con un tiempo de estudio efectivo t (en minutos). Para un tiempo de estudio efectivo de 5minutos, la proporción de elementos recordados fue de 0.32. Por cada minuto más en el tiempo de estudio, la proporción recordada aumentaba en 0.059. Encuentre la función lineal (modelo matemático) de p en términos de t.	✓		✓		✓		
3		✓		✓		✓		

	3). De la figura, un lado del rectángulo mide x cm, inscrito en el círculo de radio 5. Encuentre la función f(x) que representa al perímetro del rectángulo ABCD. 							
4	**4).** Un fabricante vende lámparas a S/6 cada una y, a este precio, los consumidores han comprado 3,000 lámparas por mes. El fabricante desea aumentar el precio y estima que por cada incremento de S/ 1 en el precio, se venderán 1,000 lámparas menos cada mes. Las lámparas pueden producirse a un costo de S/ 4 cada una. ¿Calcule el precio óptimo?	✓		✓		✓		
5	Según los datos dados en la tabla ¿Qué tipo de relación hay entre la variable t(s) y v(m/s)?	✓		✓		✓		

<table>
<tr><td></td><td><table><tr><td>t(s)</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td>v(m/s)</td><td>39,2</td><td>58,6</td><td>78</td><td>97,4</td></tr></table></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>6</td><td>6) Un barco se mueve con una rapidez de 30km/h paralelo a una costa recta. El barco ésta a 6 millas de la costa y pasa un faro al mediodía. Exprese la distancia s entre el faro y el barco en función de d la distancia que el barco ha navegado desde el mediodía. Dar como respuesta s como función de t.</td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>7</td><td>7) A un alambre de longitud de lm, se le hace un corte en un punto x. Con un pedazo se forma un cuadrado y con el otro una circunferencia. Determinar, en términos de x, la función que representa la suma de las áreas encerradas por estas figuras. ¿A lo mas cual es el valor que puede tomar x?</td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>8</td><td>8) De la figura, un lado del rectángulo mide x cm, inscrito en el círculo de radio 5. Hallar el dominio, gráfico y determine el mayor valor de la función</td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>9</td><td>9) Si se cortan cuatro cuadrados iguales (de lado x) en las esquinas de un pedazo cuadrado de cartón cuyo lado mide 12 pulgadas, y se doblan sus cuatro lados, se obtiene una caja rectangular sin tapa. Elabore la gráfica y encuentre el valor de x para el cual el volumen resultante sea máximo.</td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>10</td><td>10) Un bodeguero vende salchichas por kg (o fracción de kg); si el pedido es a lo más 12 kg, cobra S/ 3 por kg. Para aumentar sus ventas y evitar que se malogren las salchichas el bodeguero cobra S/ 2.5 por kg, si el pedido es más de 12 kg. Si Ju,5kan compra 11,5kg y su enamorada compro 12,5kg de salchichas. ¿Quién de ellos ahorra al comprar? Según el contexto del problema.</td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>DIMENSIÓN 2:
Análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de distintas áreas de la ciencia.</td><td>Si</td><td>No</td><td>Si</td><td>No</td><td>Si</td><td>No</td><td></td></tr>
<tr><td>11</td><td>11) La siguiente tabla muestra el aumento de ciertas bacterias durante los primeros 10 minutos.
<table><tr><td>Número de minutos</td><td>0</td><td>10</td></tr><tr><td>Número de bacterias</td><td>5.000</td><td>8.000</td></tr></table>Si el crecimiento de las bacterias crece en forma exponencial. Hallar la función que ¿Cuántas bacterias habrá después de 25 minutos?</td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>12</td><td>12) El efecto de la anestesia bucal en un paciente (en porcentaje), luego de t minutos de ser inyectado un fármaco es modelado por la función
$$G(t) - -\frac{25t^2}{16} + 25t$$
¿En que instante se produce el grado máximo de adormecimiento y después de cuánto tiempo no hay efecto de la anestesia?</td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>13</td><td>13) Un paciente en reposo inspira y expira 0.5 litros de aire cada 4 segundos. Al final de una expiración, le quedan todavía 2.25litros de aire de reserva en los pulmones. Después de t segundos de iniciado el proceso, el volumen de aire en los pulmones (en litros) en función del tiempo es</td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td>✓</td><td></td><td></td></tr>
</table>

	contagiados después de 6 días, si se ha observado que después de 4 días, hay 50 estudiantes contagiados.								
17	**17)** En 1981 se pesco un cierto número de percas de un año en Nueva Jersey, y se llevaron al orto lado del continente en vagones tanque de ferrocarril, para ser liberadas en la bahía de San Francisco. Solamente un total de 435 percas sobrevivieron a la dureza del viaje. Sin embargo, en 1989, la sola pesca comercial capturo 1.234.000 kilos de perca. Dado que el crecimiento de la población fue acelerado, es razonable suponer que obedeció al modelo exponencial. Suponiendo que el peso promedio de una perca es de 3kg, y que en 1989 se capturo una de cada 10 percas. Determinar la contante de crecimiento.	✓		✓		✓			
18	**18)** Al inyectar un determinado fármaco a una rata de laboratorio se observa que el animal presente variaciones de temperatura en un sistema interno. Se logra establecer que dichas variaciones de temperatura, grados Celsius, se modelan mediante la función $f(x) = 3 - \frac{1}{2} sen(2x - \pi)$ Donde x es el tiempo transcurrido desde que se inyecta el fármaco (en minutos). Graficar la función y determinar cuánto es la variación en cada periodo de la función.	✓		✓		✓			
19	**19)** Al realizar un estudio en un sector minero se encontró un gran porcentaje de personas con niveles elevados de plomo en la sangre. El instituto de salud	✓		✓		✓			

	pública decidió comenzar un tratamiento con un costoso medicamento a las personas que tengan un 6% de sangre contaminada. El porcentaje que describe la cantidad del plomo en la sangre como efecto de x gramos del medicamento, viene dado por la relación $P = \frac{x^2+5x+6}{x^2+x+1}$, con P expresado en % ¿Al menos cuantos gramos deben administrarse para que el porcentaje de plomo sea menor que 2%.							
20	**20)** Pasados **t** minutos después de introducir un bactericida experimental en cierto cultivo el número de bacterias esta dado por $N = \frac{10000}{t^2+1} + 2000$. A partir del gráfico ¿A lo más cuanto tiempo debe transcurrir para que el número de bacterias esté por debajo de 4000?	√		√		√		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Hay suficiencia

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [X] **Aplicable después de corregir [ ]** **No aplicable [ ]**

Apellidos y nombres del juez validador: Ledesma Cuadros Mildred Jénica **DNI:** 09936465

Grado y Especialidad del validador: Dra. en Administración de la Educación

[1] **Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2] **Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo
[3] **Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

San Jua Lurigancho 01 **de** junio **del 2019.**

UCV ESCUELA DE POSTGRADO

Dra. Mildred Jénica Ledesma Cuadros
CPPe N° 051627
CATEDRÁTICA DE LA ESCUELA DE POSTGRADO
DNI 09936465

MATRIZ DE VALIDACION DE INSTRUMENTO

NOMBRE DEL INSTRUMENTO:

"Prueba Pre Test y Prueba Post Test"

OBJETIVO:

Determinar el manejo teórico para las aplicaciones ya sea elaborando funciones o modelos matemáticos.

VARIABLE QUE EVALÚA:

Aprendizaje de las funciones especiales con el uso del GeoGebra

DIRIGIDO A:

Estudiantes del primer ciclo de estudios Generales del área de ingeniería de la UNMSM 2019. Lima.

APELLIDOS Y NOMBRES DEL EVALUADOR:

Ledesma Cuadros Mildred Jénica

GRADO ACADÉMICO DEL EVALUADOR:

Dra. en Administración de la educación

VALORACIÓN:

Muy alto	Alto	Medio	Bajo	Muy bajo
	X			

UCV

ESCUELA DE POSTGRADO

Dra. Mildred Jénica Ledesma Cuadros
CPPs N° 051627
CATEDRATICA DE LA ESCUELA DE POSTGRADO
DNI: 09936465

FIRMA DEL EVALUADOR

DNI 09936465

Anexos 5. BASE DE DATOS

N°			Elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática								Análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de otras áreas de la ciencia									
	Matematización de problemas contextualizados			Identifica las variables dependientes e independientes				Elaboración de gráficos con GeoGebra.		Interpreta el comportamiento de una situación determinada.	Analizar el comportamiento de la situación problemática y hace predicciones			Determina las condiciones iniciales	Establece solución particular del modelo matemático		Interpreta las componentes del modelo matemático	Usar GeoGebra para registrar información visual.		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
2	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
3	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
4	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
5	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
6	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
7	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
8	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
9	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
10	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
11	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
12	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
13	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
14	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
15	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
16	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
17	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
18	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
19	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
20	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
21	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
22	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
23	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
24	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
25	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
26	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
27	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
28	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
29	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
30	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
31	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
32	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
33	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
34	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
35	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
36	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
37	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
38	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1
39	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
40	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
41	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1
42	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
43	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
44	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
45	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
46	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
47	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
48	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
49	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
50	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0

N°			Elaboración de funciones a base de la información cotidiana y matemática								Análisis de funciones que representan modelos matemáticos provenientes de otras áreas de la ciencia									
	Matematización de problemas contextualizados			Identifica las variables dependientes e independientes				Elaboración de gráficos con GeoGebra.		Interpreta el comportamiento de una situación determinada.	Analizar el comportamiento de la situación problemática y hace predicciones			Determina las condiciones iniciales	Establece solución particular del modelo matemático		Interpreta las componentes del modelo matemático	Usar GeoGebra para registrar información visual.		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
2	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
3	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
4	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
5	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1
6	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
7	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
8	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
9	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1
11	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
12	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
13	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
14	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
15	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
16	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
17	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
18	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
19	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
20	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
21	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
22	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
23	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
24	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
25	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1
26	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1
27	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1
28	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
29	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1
30	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
31	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
32	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
33	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
34	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
35	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
36	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
37	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
38	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
39	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
40	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
41	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
42	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
43	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
44	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
45	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
46	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1
47	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1
48	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
49	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
50	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1

CONFIABILIDAD DEL EXAMEN KR-20 PRUEBA PILOTO

SUJETOS	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20
1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1
2	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
3	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
4	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0
6	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
7	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
9	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
10	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
11	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
12	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1
13	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
14	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
15	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
16	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
17	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1
18	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
19	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
20	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
21	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1
22	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
25	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
26	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
27	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1
28	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
29	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1
30	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0
p	0.60	0.20	0.30	0.30	0.20	0.60	0.60	0.30	0.60	0.30	0.27	0.30	0.23	0.60	0.63	0.23	0.27	0.43	0.40	0.60
q	0.40	0.80	0.70	0.70	0.80	0.40	0.40	0.70	0.40	0.70	0.73	0.70	0.77	0.40	0.37	0.77	0.73	0.57	0.60	0.40
p*q	0.24	0.16	0.21	0.21	0.16	0.24	0.24	0.21	0.24	0.21	0.20	0.21	0.18	0.24	0.23	0.18	0.20	0.25	0.24	0.24

COEFICIENTE KR-20= 0.833

Declaratoria de Autenticidad del Asesor

Yo, Ledesma Cuadros Mildred Jénica , docente de la Escuela de posgrado y Programa académico de la Maestría en Educación de la Universidad César Vallejo sede, Lima Este asesor del Trabajo de Tesis titulada:

"El GeoGebra en el aprendizaje de funciones especiales en los estudiantes de ingeniería, de una Universidad de Lima 2019 "del autor : Cachi Montoya Luis Miguel , constato que

la investigación tiene un índice de similitud de 19% verificable en el reporte de originalidad del programa Turnitin, el cual ha sido realizado sin filtros, ni exclusiones.He revisado dicho reporte y concluyo que cada una de las coincidencias detectadas no constituyen plagio. A mi leal saber y entender el trabajo de investigación / tesis cumple con todas las normas para el uso de citas y referencias establecidas por la Universidad César Vallejo.

En tal sentido asumo la responsabilidad que corresponda ante cualquier falsedad, ocultamiento u omisión tanto de los documentos como de información aportada, por lo cual me someto a lo dispuesto en las normas académicas vigentes de la Universidad César Vallejo.

Lima Este 10 de Agosto de 2019

Apellidos y Nombres del Asesor: Ledesma Cuadros Mildred Jénica	
DNI: 09936465	Firma:
ORCID: 0000-0001-6366-8778	