

# CÁLCULO DIFERENCIAL

Yesenia del Rosario Vasquez Valencia

Francisco Manuel Hilario Falcón

Milner David Liendo Arévalo

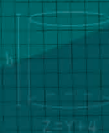
$$f(x) = ax + bx + c \quad x = \sqrt{c + 25} - 8$$

$$f(a+b) = c \quad y = 3x + 6$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x + y = 9$$

$$\frac{a^2 + b^2}{c^2} = c^2 \quad c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \frac{2}{5} + \frac{4}{6}$$



$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ y = 2x + 7y + 3z = 34 \\ x + 2z + 7y = 2 \end{cases}$$

$$A = \frac{ab + c}{d} \quad \sqrt{\frac{x}{x} - c}$$

$$(x+y)(x-y)$$



FONDO EDITORIAL  
Universidad César Vallejo



# ***CÁLCULO DIFERENCIAL***



**FONDO EDITORIAL**  
Universidad César Vallejo

## **Cálculo diferencial**

©Universidad César Vallejo, 2023

Autores:

Yesenia del Rosario Vasquez Valencia

Francisco Manuel Hilario Falcón

Milner David Liendo Arévalo

### **Edición y diseño:**

Universidad César Vallejo SAC

Av. Alfredo Mendiola 6232, Panamericana Norte, Los Olivos

Lima, Perú

Primera edición digital, agosto de 2023

Libro electrónico disponible en <https://hdl.handle.net/20.500.12692/120023>

DOI: <https://doi.org/10.18050/calculdiferencial>

ISBN: 978-612-5114-14-3

Hecho el Depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú N° 2023-07153

Los manuscritos que conforman este libro fueron seleccionados a través de un proceso de evaluación de doble pares ciegos.

Todos los derechos reservados. La reproducción parcial o total de esta obra en cualquier tipo de soporte está prohibida sin la autorización expresa de los editores.

# **CÁLCULO DIFERENCIAL**

***Yesenia del Rosario Vasquez Valencia***

***Francisco Manuel Hilario Falcón***

***Milner David Liendo Arévalo***



**FONDO EDITORIAL**  
Universidad César Vallejo



# CONTENIDO

|                                   |    |
|-----------------------------------|----|
| <b>Presentación</b>               | 9  |
| <b>Los inventores del cálculo</b> | 11 |
| <b>Resumen</b>                    | 15 |

## CAPÍTULO 1

17

### TEORÍA BÁSICA DE LAS DERIVADAS

|  |    |
|--|----|
| 1. Introducción a las derivadas            | 19 |
| 2. Definición formal de la derivada        | 21 |
| 3. Notaciones usadas                       | 22 |
| 4. Tablas de derivadas                     | 22 |
| Ejercicios modelo (12 problemas resueltos) | 24 |
| 5. Regla de la cadena                      | 26 |

## CAPÍTULO 2

27

### TANGENTES Y NORMALES

|  |    |
|--|----|
| 1. Recta tangente a una curva en un punto                | 29 |
| 2. Procedimiento para hallar la ecuación de la tangente. | 29 |
| 3. Recta normal a una curva en un punto                  | 29 |
| 4. Procedimiento para hallar la ecuación de la normal    | 30 |
| 5. Derivación implícita                                  | 32 |
| 6. Procedimiento para hacer derivación implícita         | 32 |
| Problemas modelo (12 problemas resueltos)                | 33 |

## CAPÍTULO 3

41

### RAPIDEZ DE CAMBIO

|  |    |
|--|----|
| 1. La rapidez o razón de cambio promedio       | 43 |
| 2. La rapidez o razón de cambio instantánea    | 43 |
| Problemas modelo (23 problemas resueltos)      | 44 |
| 3. Aplicaciones de las derivadas en economía   | 56 |
| 4. Aplicaciones de las derivadas en cinemática | 62 |

## CAPÍTULO 4

67

### MÁXIMOS Y MÍNIMOS

1. Máximos y mínimos relativos 69
2. Puntos críticos de una función 70
3. Determinación de un máximo relativo criterio de la primera derivada 70
4. Determinación de un mínimo relativo criterio de la primera derivada 72
5. Criterios adicionales usando la segunda derivada 73  
Problemas modelo (34 problemas resueltos) 73

## CAPÍTULO 5

107

### GEOMETRÍA DE LAS CURVAS

1. Concavidad 109
2. Punto de inflexión 109  
Problemas modelo (11 problemas resueltos) 112

## CAPÍTULO 6

129

### DIFERENCIALES

1. El concepto de diferencial 131
2. Reglas para diferenciales 133
3. Conceptos de errores 135
4. Regla de L'Hopital 138
5. Ideas base para cursos posteriores del cálculo 139  
Problemas modelo (11 problemas resueltos) 133

## CAPÍTULO 7

141

### PROBLEMAS PROPUESTOS (100) CON RESPUESTAS

143

### BIBLIOGRAFÍA

170



# PRESENTACIÓN

---

El libro de Cálculo diferencial que el alumno posee en sus manos es el producto final de una historia que comenzó con los inventores del cálculo. Se ha priorizado la claridad en la exposición de los modelos matemáticos, direccionarse a la necesidad del lector para su aplicación, excluyendo lógicas ambiguas. Cada concepto se define en el menor número de palabras, cada procedimiento está rigurosamente sistematizado, cada problema modelo va más allá de aplicar la teoría porque nos anima transmitir a los alumnos la misma emoción que sentimos cuando hace años también nos tocó aprender cálculo diferencial.

Desde su invención por genios de la talla de Newton y Leibniz, el cálculo se constituyó como la evolución natural del álgebra superior que se estudiaba en las instituciones educativas siglos atrás. El cálculo sirvió de apoyo a la revolución científica que generó finalmente en la Revolución Industrial, el desarrolló la tecnología y mejoró las condiciones de vida de la humanidad.

Con el mismo cariño que se realiza al escribir cada página de este texto, deseamos que los alumnos entrenen sus mentes y aprecien la experiencia que se ha alcanzado luego de sembrar las mismas ideas en promociones anteriores. Que este material sea útil y disfruten el placer de aprender.