ESCUELA DE POSGRADO
UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

Módulos Matemáticos y su influencia en el aprendizaje en estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del CEBA N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05 – San Juan de Lurigancho

TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:

Doctor en educación

AUTOR

Mg. Arotuma Condeña Eladio

ASESOR:

Ing. Dr. Del Castillo Talledo César

SECCIÓN

Educación e Idiomas

LINEA DE INVESTIGACIÓN

Innovaciones Pedagógicas

PERÚ – 2017

Página del Jurado

Dra. Isabel Menacho Vargas

Presidente

Dr. Luis Núñez Lira

Secretario

Dr. Juan Méndez Vergaray

Vocal

Dedicatoria

A Nery Ingrid, quien comparte mi vida, mujer inteligente y virtuosa, madre ejemplar, y a mi hija Sol Fátima Arotuma Pedroza por su capacidad de amor y alegría y ser la fuente constante de mi inspiración y búsqueda de mejores horizontes profesionales.

Agradecimientos

A todas aquellas personas que me han acompañado y brindaron su apoyo, consejo y ánimo a lo largo de este proceso, sin las cuales no hubiera sido posible lograr este objetivo.

A La Universidad César Vallejo con sede en Lima y al equipo humano de profesores que me brindaron sus conocimientos intelectuales en mi formación profesional e inculcándome valores éticos, morales y responsabilidad.

Declaración de autenticidad

Yo, Arotuma Condeña, Eladio estudiante del Programa de Educación de la Escuela de Postgrado de la Universidad César Vallejo, identificado(a) con DNI 08010346, con la tesis titulada “Módulos Matemáticos y su influencia en el aprendizaje en estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del CEBA N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05 – San Juan de Lurigancho”

Declaro bajo juramento que:

1) La tesis es de mi autoría.
2) He respetado las normas internacionales de citas y referencias para las fuentes consultadas.

Por tanto, la tesis no ha sido plagiada ni total ni parcialmente.

3) La tesis no ha sido autoplagiada; es decir, no ha sido publicada ni presentada anteriormente para obtener algún grado académico previo o título profesional.
4) Los datos presentados en los resultados son reales, no han sido falseados, ni duplicados, ni copiados y por tanto los resultados que se presenten en la tesis se constituirán en aportes a la realidad investigada.

De identificarse la falta de fraude (datos falsos), plagio (información sin citar a autores), autoplagio (presentar como nuevo algún trabajo de investigación propio que ya ha sido publicado), piratería (uso ilegal de información ajena) o falsificación (representar falsamente las ideas de otros), asumo las consecuencias y sanciones que de mi acción se deriven, sometiéndome a la normatividad vigente de la Universidad César Vallejo.

Los Olivos Noviembre del 2016

Eladio Arotuma Condeña

DNI N° 08010346

Presentación

Señor presidente;
Señores miembros del jurado calificador;

Presento la tesis titulada “Módulos Matemáticos y su influencia en el aprendizaje en estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del CEBA N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05 – San Juan de Lurigancho”, con el propósito de optar el grado de Doctor en Educación.

Teniendo en cuenta que los estudiantes de nuestro país no cuentan con el nivel aceptable en lo concerniente al área de matemática, he visto necesario trabajar bajo esta problemática mi investigación y ver la manera de mejorar el nivel cognoscitivo de los estudiantes, los cuales se evidenciaron en los resultados del postest.

La presente investigación está estructurada en los siguientes capítulos: En el capítulo I Introducción: contiene antecedentes, fundamentación de la investigación, problema, hipótesis y objetivos. Capítulo II Marco Metodológico: incluye las variables de la investigación, Operacionalización, metodología, tipo de estudio, diseño, población y las técnicas e instrumentos de recolección de datos. Capítulo III Resultados. Capítulo IV Discusión. Capítulo V Conclusiones. Capítulo VI Recomendaciones. Capítulo VII Referencias Bibliográficas y finalmente se incluye los módulos de matemática aplicados en la investigación desarrollado.

Señores miembros del jurado espero que esta investigación sea evaluada y merezca su aceptación

El Autor

ÍNDICE

Índice de tablas

Lista de figuras

Resumen

La presente investigación tuvo como objetivo general comprobar que los módulos matemáticos influenciaron en el aprendizaje de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA N° 1173 "Julio C. Tello", de la UGEL N° 05 – San Juan de Lurigancho". La investigación realizada fue de enfoque cuantitativo, aplicada, de nivel experimental, con un diseño cuasi experimental de corte longitudinal. La población estuvo conformada por dos secciones del segundo grado del ciclo avanzado en educación básica alternativa, la sección "A" como grupo experimental con 22 integrantes, y la sección "B" como grupo de control con 22 integrantes. En esta investigación se utilizó como técnica de recopilación de datos de las variables un cuestionario y dos pruebas de evaluación en conocimientos, una de entrada y otra de salida.

Los resultados obtenidos indicaron que los módulos matemáticos influyeron positivamente en el aprendizaje de los estudiantes habiéndose obtenido con la prueba de "t" de Student un coeficiente de 7,427, expresa que p: 0,000 < α 0,01; así mismos, los módulos matemáticos influyeron positivamente en el aprendizaje de Sistemas numéricos y funciones en los estudiantes, tal como se muestra en los resultados de "t" de Student un coeficiente de 6,236 expresado por p: 0,000 < α 0,01. Así mismo se logró que los módulos matemáticos influyeron positivamente en el aprendizaje de Geometría y medida, como se demuestra en los resultados de "t" de Student con un coeficiente de 3,352 expresado por p: 0,003 < α 0,05, y por último, los módulos matemáticos influyeron también de manera positiva en el aprendizaje de Estadística y probabilidad en los estudiantes, puesto que los resultados arrojaron de "t" de Student con un coeficiente de 5,896 expresado por p: 0,000 < α 0,01

Palabras clave: Módulos, matemáticos, aprendizaje, Sistemas, numéricos, funciones, geometría, medida, estadística, probabilidad.

Abstract

The present research had as general objective to verify that the mathematical modules influenced in the learning of the students of the second degree of the advanced cycle of the CEBA N ° 1173 "Julio C. Tello", of the UGEL N ° 05 - San Juan de Lurigancho ". The research was a quantitative, applied, experimental level, with a quasi-experimental design of longitudinal cut. The population consisted of two sections of the second stage of the advanced cycle in alternative basic education, section "A" as an experimental group with 22 members, and section "B" as a control group with 22 members. In this research was used as a technique of data collection of the variables a questionnaire and two tests of knowledge evaluation, one input and one output.

The results obtained indicated that the mathematical modules had a positive influence on the students' learning, having obtained a coefficient of 7,427 with the Student "t" test, expressing that p: 0.000 $<\alpha$ 0.01; Likewise, the mathematical modules positively influenced the learning of numerical systems and functions in students, as shown in the results of Student's "t" a coefficient of 6.236 expressed by p: 0.000 $<\alpha$ 0.01. Likewise, it was achieved that the mathematical modules had a positive influence on the learning of geometry and measurement, as demonstrated in the results of Student's "t" with a coefficient of 3.352 expressed by p: 0.003 $<\alpha$ 0.05, and finally, The mathematical modules also influenced in a positive way the learning of Statistics and probability in the students, since the results showed Student's "t" with a coefficient of 5.896 expressed by p: 0.000 $<\alpha$ 0.01

Keywords: Modules, mathematics, learning, Systems, numerical, functions, geometry, measure, statistic, probability.

Resumo

A presente pesquisa teve como objetivo geral verificar que os módulos matemáticos influenciaram na aprendizagem dos alunos do segundo grau do ciclo avançado do CEBA N ° 1173 "Julio C. Tello", da UGEL N ° 05 - San Juan de Lurigancho ". A pesquisa foi um nível quantitativo, aplicado e experimental, com um projeto quase experimental de corte longitudinal. A população consistiu em duas seções da segunda etapa do ciclo avançado em educação básica alternativa, seção "A" como um grupo experimental com 22 membros e seção "B" como grupo controle com 22 membros. Nesta pesquisa foi utilizada como técnica de coleta de dados das variáveis um questionário e dois testes de avaliação de conhecimento, um input e um resultado.

Os resultados obtidos indicaram que os módulos matemáticos tiveram uma influência positiva na aprendizagem dos alunos, tendo obtido um coeficiente de 7.427 com o teste "t" do aluno, expressando que p: 0.000 <α 0.01; Da mesma forma, os módulos matemáticos influenciaram positivamente a aprendizagem de sistemas e funções numéricas em estudantes, como mostrado nos resultados do "t" de Student um coeficiente de 6.236 expresso em p: 0.000 <α 0.01. Da mesma forma, obteve-se que os módulos matemáticos tiveram uma influência positiva no aprendizado de geometria e medição, conforme demonstrado nos resultados do "t" do aluno com um coeficiente de 3,352 expresso em p: 0,003 <α 0,05 e, finalmente, Os módulos matemáticos também influenciaram de forma positiva o aprendizado de Estatística e probabilidade nos alunos, uma vez que os resultados mostraram o "t" do aluno com um coeficiente de 5.896 expresso em p: 0.000 <α 0.01

Palavras-chave: Módulos, matemática, aprendizagem, Sistemas, numerais, funções, geometria, medição, estatística, probabilidade.

I. Introducción

1.1 Antecedentes.

1.1.1 Internacionales.

Javaloyes (2016), presento en la Universidad de Valladolid de Valladolid, España la tesis doctoral titulada *Enseñanza de estrategias de aprendizaje en el aula estudio descriptivo en profesorado de niveles no universitario. Tuvo como objetivo* establecer si había relación entre la enseñanza de estrategias de aprendizaje y factores del centro: tipo de centro, tipo de enseñanza, etapa y metodología docente utilizada. La población estuvo compuesta por 905.091maestros, de secundaria y centros concertados y privados, mientras que la muestra estuvo integrada por 594 profesores de ambos sexos (37% varones y el 63% de mujeres) de 43 provincias. En lo que respecta a la titularidad del centro en que trabajaron los participantes, el 46% fueron profesores de centros públicos, 49% de centros concertados y solo un 5% en centros privados. El 63% trabajaban en centros de enseñanza mixta, mientras que el 37% lo hacían en centros de educación diferenciada. Fue una muestra de profesores veteranos, el 63% tenían más de once años de experiencia docente, y el 35% más de veinte años ejerciendo la docencia en primaria, secundaria, bachillerato y formación profesional, algunos compaginaban más de una etapa: secundaria y bachillerato, o primaria y secundaria (en materias como inglés, educación física o religión).Como no existía en el mercado una prueba que cubriera todos los objetivos de la investigación, elaboraron un instrumento propio para la recolección de los datos, que constaba de dos partes, la primera descriptiva y la segunda cuantitativa.

La primera parte se dedicaba a la recogida de estrategias de aprendizaje, modo en que se enseñaban las estrategias en el centro escolar, metodología docente empleada y utilidad del uso de estrategias por parte de los alumnos. La segunda parte fue un cuestionario compuesto por una escala, con una configuración tipo Likert, dado que todos los ítems tenían el mismo valor, con cuatro posibilidades de respuesta. Su finalidad fue medir la enseñanza de estrategias de aprendizaje en el aula.

Fue una investigación no experimental, transversal, exploratoria, descriptiva y correlacional. El investigador llego a las siguientes conclusiones:

(a) conocieron que el 80% de los colegios enseñaban estrategias de aprendizaje de alguna manera, si bien todavía hay un nada despreciable 20% de centros que no realizaban ninguna acción para enseñar a aprender a los alumnos. (b) Esta enseñanza era puntual y poco sistemática, llevada a cabo por los profesores en sus aulas o el departamento de orientación con una periodicidad anual. (c) La falta de 198 en sistematicidad hizo que los resultados en el alumnado no sean los esperados al generar este tipo de acciones. (d) Los docentes valoraron el uso de estrategias de aprendizaje por parte de los alumnos y consideraron que enseñar estrategias es una labor conjunta de todos los agentes educativos, lo que incluye a profesores, tutores, departamento de orientación y también a la familia. (e) Se dio un contraste entre la valoración que hacen del uso de estrategias (el 67% las considera imprescindibles) y su inclusión en las programaciones de aula (tan sólo el 24% lo realiza). (f) Los profesores de primaria manifestaron haber recibido formación durante su carrera universitaria de magisterio, en cuanto al profesorado de secundaria, tan sólo el 57% recibieron formación en el Curso de Adaptación Pedagógica o el Máster de Formación del Profesorado de Secundaria, lo que significa que el 43% de los docentes de secundaria participantes desconocen las estrategias de aprendizaje al terminar su formación inicial como docentes. (g) Esta información resulto preocupante debido a que la etapa secundaria es el momento clave de enseñanza de estrategias de aprendizaje, si bien se pueden y es recomendable- enseñar procedimientos y técnicas en etapas anteriores, especialmente a través del modelado, la capacidad para aplicarlas de manera independiente y metacognitiva se desarrolla al llegar la adolescencia, puesto que anteriormente la capacidad de autonomía (cognitiva, emocional y volitiva) estaba limitada por el propio desarrollo madurativo.

Alcalde (2010), presentó en la Universidad Jaime I facultad de ciencias de Castellón de la Plana, España, la tesis doctoral *Importancia de los conocimientos matemáticos previos de los estudiantes para el aprendizaje de la didáctica de la matemática en las titulaciones de maestro en la Universitat Jaume I*, el objetivo de la investigación fue determinar el nivel de los estudiantes de primer curso de la diplomatura de Maestro de la UJI del año académico 2001-2002 en conocimientos de contenidos conceptuales, ejecución de algoritmos, utilización de contenidos procedimentales complejos y resolución de problemas, en los campos matemáticos Aritmética, Algebra, Medida, Geometría, Estadística y Probabilidad, y Proporcionalidad. El investigador para llevar a término el objetivo ha realizado un diseño cuasi-experimental Pretest-Postest con grupo de control y varias medidas. La investigación contaba con una muestra formada por un grupo de control (grupo A) conformada por 737 estudiantes y otro experimental (Grupo B) constituido por 92 estudiantes todos ellos eran estudiantes de primer curso de la Diplomatura de maestro de la UJI del curso académico 2001-2002 que se matricularon en las asignaturas de didáctica de la matemática de segundo curso de la Diplomatura de Maestro. Para la ejecución del diseño realizado los instrumentos utilizados han sido de dos tipos: prueba de conocimientos matemáticos y de conocimientos de didáctica de la matemática. El investigador llegó a las siguientes conclusiones: (a) Que los estudiantes de Maestro asistentes al curso Zero de matemática previa tuvieron mejor nivel de conocimientos matemáticos y mayor rendimiento en didáctica de la matemática que los estudiantes que no asistieron al curso Zero. (b) Que los niños de primaria de los Maestros que asistieron al curso Zero tuvieron mejor rendimiento y significativo a diferencia de los niños de maestros que no asistieron al curso Zero.

Alpizar (2014), presentó en la universidad Autónoma de Barcelona Bellaterra, España, la tesis doctoral *Actitudes del docente de Matemáticas de enseñanza secundaria (ESO Bachillerato) en la relación Docente –Estudiante*, tuvo como objetivo: Determinar posibles motivaciones que llevaron a los y las docentes a dedicarse a la enseñanza de la matemática. La población estuvo conformada por docentes y estudiantes de Educación Secundaria. La población de interés inicialmente fueron los y las docentes y estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria ESO y bachilleres, pero el investigador tuvo algunos inconvenientes de causa mayor, por tales motivos opto por hacer la investigación en Costa Rica de manera presencial concluyendo esta investigación con docentes de Costa Rica. Utilizando como instrumentos dos cuestionarios que se diseñaron para recoger información de los alumnos. El primero fue complementado por los propios alumnos de Educación Secundaria Obligatoria - ESO que recogía información personal y familiar, constaba de veintidós ítems de respuesta cerrada y otro cuestionario para el profesor y se trataba de un cuestionario que recogió la información más relevante de los profesores en cuanto a su formación, tiempo de experiencia docente y metodologías utilizadas en las aulas de E.S.O. Consta de doce ítems de respuesta cerrada. El investigador obtuvo las siguientes conclusiones: (a) Valoración de los docentes hacia su profesión incidiendo ello en su autoestima personal y profesional. (b) Disposición positiva a la integración y participación de los estudiantes. (c) Influencia de la actitud que muestre cada docente en el ambiente de clases con una expresión emocional en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas de manera muy fácil y acogedor. (d) existe en el país una coyuntura favorable, dada la reforma curricular en matemática que hace factible la introducción de cambios que partieron de una realidad nacional y una comparación internacional que conmovió todo el sistema.

Pérez (2008), presento en la Universidad Sergio Arboleda Bogotá, Colombia su estudio de investigación titulada *Actitudes, aptitudes y rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes que ingresan por primera vez a la Universidad Sergio Arboleda y a la Fundación Universitaria San Martín.* Tuvo como objetivo establecer la correlación existente entre las actitudes de los estudiantes hacia la matemática y el rendimiento académico en matemática y el análisis psicométrico del instrumento Actitudes hacia las Matemáticas con el Modelo de Respuesta Graduada (MRG). El tipo de estudio fue cuantitativo de nivel explicativo y que contó con una muestra total de 944 estudiantes de primeros semestres de diferentes carreras universitarias. Utilizó un cuestionario estructurado auto administrado, con respuestas tipo Likert que estimaron y analizaron los parámetros de los ítems y se encontró que la mayoría se ajustan al modelo. Las conclusiones más importantes de la investigación fueron: (a) Que existe una correlación positiva entre mala actitud de los estudiantes hacia la matemática y su bajo rendimiento académico. (b) También probó que existe una correlación positiva entre las actitudes hacia la matemática y el bajo rendimiento académico de los estudiantes. (c) El test o encuesta de caracterización que aplicó constituyo un buen instrumento para determinar el entorno social de los estudiantes. (d) Identificar y conocer a los estudiantes era el paso más importante para orientarlo en su desempeño académico. (e) Dar nociones, a la comunidad académica interesada, acerca de la forma en la que afectan los factores ambientales de la escuela en el desarrollo de aptitudes matemáticas, para optimizar de manera asertiva los procesos de enseñanza aprendizaje que se llevan a cabo en el aula. (f) Contribuyo a la construcción de un modelo de intervención directa para el mejoramiento del rendimiento académico de los estudiantes.

Opazo (2015), presento en la Universidad Autónoma de Madrid de Madrid, España la tesis doctoral titulado e*xperiencias de aprendizaje-servicio en la formación del profesorado.* Tuvo como objetivo comprender el desarrollo del Aprendizaje-Servicio (ApS) en el grado de Magisterio en Educación Infantil y en el grado de Magisterio en Educación Primaria de la Facultad de Formación de Profesorado y Educación de la Universidad Autónoma de Madrid, España.

La población objeto de este estudio son [a] los estudiantes que realizaron experiencias de ApS, [b] las profesoras que impulsaron experiencias en sus asignaturas, [c] las entidades receptoras (socios comunitarios) y [d] los directivos universitarios que dirigen unidades en las que se utiliza el ApS como estrategia pedagógica. Para seleccionar la muestra inicial y definir las unidades de análisis que fueron objeto del estudio, aplicaron los siguientes criterios:

- Analizaron experiencias de estudiantes disponibles en el portal Moodle ApS-UAM. Se identificaron los casos potenciales y se envió una invitación para participar en el estudio (N=456).
- Revisaron las guías docentes de las asignaturas implicadas y se invitó a los profesores identificados para participar en el estudio (N=11).
- Analizaron los tipos de experiencias desarrolladas en diversas entidades participantes y se les invitó para tomar parte en la investigación (N=456).
- Contactaron con directivos universitarios que gestionan unidades académicas que impulsan experiencias de ApS (N=3).

La recolección de datos abarcó un período de 14 meses y para su desarrollo tuvo en cuenta 3 fuentes: (a) Documentación científica: Se revisaron investigaciones y textos de referencia del campo del ApS. La búsqueda se efectuó en las bases de datos Eric, Web of Science, Scopus y Dialnet. El investigador a continuación elaboró un fondo documental que sustentó el marco teórico del estudio y orientó las decisiones de investigación tomadas. (b) Informes de experiencias de ApS: Se extrajeron y transformaron (doc/.htm a .pdf) un total 456 experiencias de ApS desarrolladas por los estudiantes de la Universidad Autonoma de Madrid - UAM en el marco del proyecto “Virtualización del ApS: Recursos Digitales y Comunidades Virtuales de Aprendizaje en la Web 2.0” (Aramburuzabala y Cerrillo, 2013). (c) Entrevistas: Se realizaron 25 entrevistas focalizadas que suman un total de 1.215 minutos de grabación de audio digital. Una vez transcritas de manera literal, los informes de las entrevistas se enviaron para la revisión y aprobación de los informantes. Se confeccionó la base de datos documental o unidad hermenéutica en el entorno Atlas. Ti que estuvo compuesta de los informes de experiencias y las entrevistas.

Tras la revisión teórica y el trabajo empírico de esta tesis. El investigador concluyo: (a) Que el ApS es un elemento de auténtica mejora de la formación docente. (b) Durante la investigación encontró evidencias teóricas y empíricas que permitieron sostener que el ApS desarrollaban una serie de mejoras académicas, personales y sociales que justificaban su inclusión en los planes de estudios universitarios. (c) Esta investigación, ApS fue un fenómeno académico y social, por lo que el objetivo general de “Comprender el desarrollo del Aprendizaje-Servicio en el Grado de Magisterio en Educación Infantil y en el Grado de Magisterio en Educación Primaria de la Facultad de Formación de Profesorado y Educación de la UAM” permitieron determinar que el avance de la metodología fue vertiginoso y que han tenido un impacto positivo en el estudiantado, profesorado y entidades en las que desarrollaron la práctica.

1.1.2 Nacionales.

García (2014), presentó en la Pontificia Universidad Católica del Perú en Lima Perú, la tesis doctoral titulado *Criterios de idoneidad didáctica como guía para la enseñanza y el aprendizaje del valor absoluto en el primer ciclo del nivel universitario*. Tuvo como objetivo identificar y analizar los errores, las dificultades y los obstáculos didácticos que aparecen en el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto del valor absoluto. La investigación fue desarrollada en la Universidad Privada Telesup de Lima que tenía aproximadamente 13 años de fundada. Los sujetos de estudio en esta investigación fueron alumnos y profesores del primer ciclo 2012 de la Escuela de Ingeniería de Sistemas de esta universidad. La investigación contó con una muestra de 37 estudiantes que cursaban su primer semestre académico en la escuela de Ingeniería de Sistemas, del curso de Matemática Básica. Las edades de los estudiantes oscilaban entre los 17 y 32 años, los cuales provenían de los sectores C y D, cono Norte y Cono Este, en su mayoría muy pocos del Cono Sur de Lima. La gran mayoría provenía de Instituciones Educativas Públicas, dos de ellos ya habían estudiado en otras universidades privadas, en cuanto a los cinco profesores que enseñaban el curso en la Universidad Privada Telesup, del primer ciclo 2012, solo fueron sujetos de estudio tres. Todos los profesores sujetos de estudio son licenciados en matemáticas, dos de ellos con más de 5 años de experiencia y el tercero con 3 años de experiencia, enseñaban el curso de matemáticas en la universidad. Además, un profesor de un Instituto público, que es licenciado en matemática y computación, con más de 10 años de experiencia, también fue entrevistado. Todos los profesores tenían más de 40 años de edad y habían estudiado todos ellos en universidades públicas del Perú. Esta investigación es experimental porque se trabajó con una prueba diagnóstica y cuestionarios basadas en los criterios de idoneidad a su vez es de diseño descriptivo y explicativo. Las conclusiones más importante de la investigación fueron los siguientes: (a) Ha logrado determinar que alumnos y profesores, sujetos de investigación, algunos tienen errores, dificultades, obstáculos didácticos comunes, que se presentan en la enseñanza y aprendizaje del concepto del valor absoluto, (b) Cree son muy útiles los criterios de idoneidad tanto para la guía de observación de clase, como para el diseño de una secuencia de tareas. (c) diseñó una secuencia de tareas teniendo en cuenta los criterios de idoneidad didáctica del EOS: epistémico, cognitivo, interaccional y mediacional, sobre la noción del valor absoluto, con la finalidad de tratar de superar los obstáculos didácticos encontrados.

Ventura (2012), presentó en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos de Lima, Perú, la tesis titulado *Efectos del método participativo de enseñanza en el nivel de aprendizaje de la Matemática: caso de los alumnos de la asignatura de Didáctica de Matemática para Primaria de la Escuela de Formación Profesional de Primaria de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga-Ayacucho*. Tuvo como objetivo establecer el efecto en el nivel de aprendizaje de matemática para Educación Primaria del grupo de estudiantes que trabajan con el método participativo con respecto a otro grupo de estudiantes al cual no se aplica dicho método participativo. La muestra no probabilística estuvo conformado por 82 alumnos de la serie 200 que fueron divididas en dos grupos: experimental y de control, con 41 alumnos en cada grupo. La técnica utilizada fue las encuestas y el instrumento utilizado fue el cuestionario con la administración de Pre prueba y post prueba de conocimiento. Las conclusiones más importantes de la investigadora fueron los siguientes: (a) La efectividad del método participativo de enseñanza de matemática se evidencia no sólo en los logros cuantitativos sino también en los cualitativos como la socialización entre los miembros del grupo para resolver un problema mediante la participación activa de los mismos.(b) El método participativo en las matemáticas promueve un aprendizaje que permite al estudiante desarrollar su capacidad intelectual en forma integral, porque el trabajo en grupo hace que se interrelacione los conocimientos que tienen cada integrante, lo que hace más ameno el aprendizaje.

Zegarra (2011), presentó en la Universidad nacional Jorge Basadre Grohmann de Tacna, Perú, la tesis titulada *Efectos de los Módulos de Aprendizaje Zegarra.* Tuvo como objetivo el investigador el de establecer en qué medida la aplicación de los “Módulos de Aprendizaje Zegarra” (MAZ) permitía elevar el nivel de aprendizaje de la Matemática en los alumnos del Tercer Grado de secundaria de la Institución Educativa “Dr. Luis Alberto Sánchez” de Viñani, Tacna, en el año 2008. La investigación conto con una muestra de 54 alumnos del tercer grado del nivel secundario del colegio mencionado, según la siguiente especificación. Es una muestra no probabilística por criterio de grado de estudio y condición de matriculados. Sección 3º “C” con 27 alumnos. (Experimental) Sección 3º “A” con 27 alumnos (Control), en esta investigación utilizó la técnica de las encuestas y como instrumentos el cuestionario en la prueba de entrada como así en la de salida siendo una investigación aplicada de diseño cuasiexperimental con grupo de control, con pre y post test. Las conclusiones más importantes de la investigación fueron: (a) Permitieron comprobar la eficacia de los Módulos de Aprendizaje Zegarra (MAZ) para el aprendizaje de la matemática, ya que despertaron el interés de los alumnos. (b) Los alumnos encontraron claridad en las indicaciones y relativa dificultad para resolver los ejercicios. (c) Los alumnos del grupo experimental mejoraron el nivel de aprendizaje por encima del nivel que presentaron los alumnos del grupo de control, con mejores valores en la media aritmética así como en la nota menor y mayor. (d) Los alumnos que trabajaron con el MAZ, demostraron mejores comportamientos en la resolución de problemas, razonamiento y demostración, comunicación matemática y en la actitud ante el área.

Cóndor (2013), presentó en la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle de Lima, Perú, la tesis titulado *La aplicación de las tecnologías de información y comunicación en el nivel de aprendizaje de la matemática de los estudiantes de quinto grado de secundaria de la institución educativa N° 1228 Leoncio Prado de Vitarte, año 2012*. Tuvo como objetivo la aplicación de las Tecnologías de Información y Comunicación que influyen en el aprendizaje de la Matemática de los estudiantes del 5º Grado de Secundaria de la Institución Educativa No 1228 Leoncio Prado de Vitarte, año 2013.La muestra estuvo constituido por dos secciones conformado por los 80 alumnos, el grupo control Constituido por 40 estudiantes del 5to grado "E" y el grupo experimental constituido por 40 estudiantes de 5º grado "C". La técnica utilizada por el investigador fueron las encuestas y el instrumento utilizado fue el cuestionario con la administración de Pre prueba y post prueba de conocimiento. Para el procedimiento y análisis de los resultados se aplica la estadística descriptiva e inferencial como la media aritmética, varianza desviación estándar, coeficiente de variación y la "t" de Student. El investigador llego a las siguientes conclusiones más importantes: (a) El uso de software Excel mejoró el aprendizaje de la capacidad de razonamiento y demostración de los tres sistemas de medidas angulares matemáticas del grupo experimental, comparada con la metodología tradicional, en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa No 1228 "Leoncio Prado" de Vitarte. (b) El uso de software Excel mejoró el aprendizaje de la capacidad de comunicación matemática de los tres sistemas de medidas angulares matemáticas del grupo experimental, comparada con la metodología tradicional, en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa No 1228 "Leoncio Prado" de Vitarte. (c) El uso de software Excel mejoró el aprendizaje de la capacidad de resolución de problemas de los tres sistemas de medidas angulares matemáticas del grupo experimental, comparada con la metodología tradicional, en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa No 1228 "Leoncio Prado" de Vitarte . (d) El uso de software Excel en el aprendizaje de los tres sistemas de medidas angulares generó actitudes positivas hacia el área de matemática, comparada con la metodología tradicional, en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la Institución Educativa No 1228 "Leoncio Prado" de Vitarte.

Fabián (2013) en su investigación *Efectividad de un módulo de resolución de problemas matemáticos en estudiantes de secundaria del Callao.* Tuvo como objetivo determinar la aplicación de un módulo para mejorar las capacidades específicas que utiliza el estudiante en la resolución de problemas matemáticos. La investigadora distinguió tres líneas de trabajo: la primera, pone énfasis en el medio utilizado (al que muchos autores consideran exclusivamente como un material impreso); la segunda, se enfoca en las formas de presentación elegidas (niveles de lenguaje, instrucciones e información general suministrada, así como los componentes constitutivos); y la tercera trabaja sobre las estrategias metodológicas tenidas en cuenta. El módulo fue diseñado de tal forma que llegue a ser un material autodidáctico y autosuficiente, de modo que el estudio de su contenido permita al alumno alcanzar los objetivos de aprendizaje. El diseño del estudio fue de tipo cuasi-experimental, con pre-prueba y pos prueba aplicadas en grupos intactos, El universo estuvo conformado por 300 estudiantes, varones y mujeres, del primer año de secundaria de la Institución Educativa "Sor Ana de los Ángeles". La muestra fue no probabilística y estuvo conformada por 70 estudiantes. Se utilizó como instrumento una prueba con 10 problemas matemáticos, donde el estudiante debía utilizar las cuatro estrategias propuestas en el módulo. Los resultados mostraron diferencias en el rendimiento en matemática a favor del grupo experimental, que permiten concluir que el módulo influyó en el desarrollo de las capacidades evaluadas.

Lázaro (2012), presento en la Universidad particular San Martin de Porres de Lima: Perú, la tesis titulada *Estrategias didácticas y Aprendizaje de la Matemática en el programa de estudios por Experiencia Laboral*. Tuvo como objetivo determinar la relación entre las estrategias didácticas y el proceso de aprendizaje de la matemática en los estudiantes del Programa de Estudios por Experiencia Laboral EPEL en la Universidad Ricardo Palma, en el periodo 2,005 – 2,008. El nivel de la investigación es descriptivo – correlacional. La investigación corresponde a un diseño No- Experimental. En el desarrollo de la investigación se utilizó las siguientes técnicas: - Datos primarios: Encuestas - Datos secundarios: Archivos. Se empleó el muestreo aleatorio estratificado debido que no hay homogeneidad en la percepción de los alumnos en cuanto a las características a analizar siendo el número de 150 estudiantes. Las conclusiones más importantes de la investigadora fueron: (a) Le permitió lograr y apreciar, según los resultados de rendimiento académico, la influencia positiva de las estrategias didácticas en el aprendizaje de la matemática del Programa de Estudios por Experiencia Laboral en la Universidad Ricardo Palma en el periodo 2,005 – 2008, de la Universidad Ricardo palma.(b) Encontró que los porcentajes de aprobación fueron siempre superiores al 50 %, lo cual indicó una recuperación notable, si se tiene en cuenta que estos estudiantes ya se habían separado de los estudios, en cambio lograron su profesionalización. Sin embargo las notas aprobatorias estuvieron en un alto porcentaje de 11-13. (c) La relación entre las Estrategias didácticas de Planificación, Ejecución y Evaluación, estuvieron estrechamente relacionadas con el aprendizaje de los alumnos del Programa EPEL. (d) Que la relación entre las estrategias de Ejecución de la didáctica y el proceso de aprendizaje de la matemática en los estudiantes del Programa de Estudios por Experiencia Laboral EPEL en el periodo 2,005 – 2,008, existieron y presentaron un nivel muy alto de asociación entre ellas.

1.2 Fundamentación científica

1.2.1. Módulos matemáticos

Los módulos de aprendizaje específico o unidades de trabajo específico son otra forma de organizar el trabajo realizado en el aula.

Zegarra (2011) enuncio

> Que los módulos de aprendizaje son una alternativa de organización dentro de la programación curricular de muy corta duración y que trata un contenido muy específico de la asignatura, con la finalidad de reforzar aprendizajes específicos que no han sido logrados o que no se han tratado debidamente en las unidades o proyectos de aprendizaje. Un módulo de aprendizaje comprende: Información general, fundamentos del módulo, contenidos de aprendizaje a reforzar, las estrategias didácticas y de evaluación. (p. 9)

Es una herramienta didáctica, formativa y organizada en actividades específicas para el aprendizaje o la enseñanza del estudiante o maestro y que desarrolla capacidades y competencias necesarias para afirmar conocimientos y desempeñarse de manera segura y productiva.

Lizama y Manríquez (2014) definieron:

> A los módulos como un material de apoyo para las y los docentes, asumiendo en su propuesta pedagógica y didáctica las características y necesidades particulares del estudiante y docente. Son una herramienta complementaria y que están diseñados y ordenados por ejes temáticos y se encuentran plenamente alineados con las Bases Curriculares y tienen como su principal referente los Objetivos de Aprendizaje. Por su parte, los diseños de actividades para el estudiante y las evaluaciones integran los indicadores de evaluación de los respectivos Programas de Estudio. (p.3)

El aprender cabalmente Matemática y el saber transferir estos conocimientos a los diferentes ámbitos de la vida del estudiantado, además de aportar resultados positivos en el plano personal, genera cambios importantes en la sociedad.

Características del módulo de aprendizaje

- Secuencia actividades pertinentes para tratar un contenido específico
- Posibilita la sistematización y el refuerzo de aprendizajes específicos
- Permite el desarrollo de capacidades específicas de un área
- Su duración es más breve que la unidad de aprendizaje y el proyecto.

Componentes básicos de un módulo

- Unidad de aprendizaje o de estudio.- La unidad de aprendizaje es una secuencia de actividades que se organizan en torno a un tema eje para promover y facilitar el logro de las capacidades y actitudes previstas para el aprendizaje.
- Metas y objetivos.- Son elementos sumamente importantes para el desarrollo de cualquier tipo de enseñanza o aprendizaje es una meta pero más específica y delineada
- Contenido.- Son temas de estudio específico que permite a los estudiantes adquirir un conjunto de conocimientos de conceptos y procedimientos en el desarrollo de problemas y ejercicios referidos a temas para afianzar sus aprendizajes.

- Técnicas de enseñanza y aprendizaje.- Las técnicas de enseñanza son variadas, se pueden adaptar a cualquier disciplina o circunstancia de enseñanza-aprendizaje y pueden aplicarse de modo activo para propiciar la reflexión de los estudiantes.
- Recursos y materiales.- Para el aprendizaje en matemática se requieren: Bloques, piedras, dominó, lotería, cuerpos geométricos, tapitas, dado, barajas, fichas, rompecabezas, seriaciones, ábaco, juegos de relaciones, material manipulativo, etc. dependiendo que se va a aprender.
- Evaluación.- Sirve para perfeccionar la calidad de la educación, es decir, supone un juicio de valor sobre la información recogida mediante los indicadores utilizados en los estudiantes en su aprendizaje.

Funciones del módulo de aprendizaje

Desde el punto de vista del estudiante.

El módulo de aprendizaje facilita:

- Su participación protagónica y activa en el proceso de aprehensión del conocimiento.
- Que sus esquemas mentales sean confirmados, modificados, diversificados o coordinados con otros.
- Lograr y construir redes de significados que amplían su conocimiento del mundo y promueven su desarrollo personal.
- A su adquisición de conocimientos, contenidos, actitudes y valores, por los estímulos que recibe y procesa.
- La activación de los conocimientos previos del estudiante, que son altamente valorados en la teoría constructivista. Éstos se relacionan con aprendizajes significativos.
- La motivación, el interés o la necesidad de aprender.
- El monitoreo de su avance en el proceso de aprendizaje. Este monitoreo se da mediante la autoevaluación y la coevaluación, desde la cual puede reorganizar su aprendizaje, si es necesario.

- La aplicación del conocimiento adquirido a nuevas situaciones, ante las cuales el estudiante podrá asumir una actitud crítica, autónoma y creativa, por cuanto sus nuevos esquemas mentales le permitirán interpretar reflexivamente las realidades que enfrente

Desde el punto de vista del profesor.

Los módulos de aprendizaje le permiten al profesor:

- Orientar y guiar al alumno durante el proceso de aprendizaje. Para ello, el profesor deberá utilizar estrategias adecuadas (como metodologías activas e investigadoras) y participar interactivamente con el alumno.
- Integrar el contexto social a la actividad didáctica. Esto presupone que el profesor ha diagnosticado la realidad sociocultural y académica del estudiante y procura permanentemente que el alumno observe, analice e interprete su realidad próxima, con el fin de comprenderla y mejorarla.
- Evaluar constantemente los progresos de los estudiantes y aplicar estrategias remediables para los posibles problemas que puedan surgir.
- Promover el proceso metacognitivo de los estudiantes, para que después de la toma de conciencia de su aprendizaje y de las estrategias que han aplicado sean capaces de responder eficientemente a nuevos desafíos cognitivos, sociales y culturales.

Desde el punto de vista de la situación de aprendizaje.

La situación de aprendizaje que constituye el módulo promueve:

- El trabajo interactivo de profesor y alumno, pues ambos colaboran en el desarrollo de las competencias del alumno.
- La aplicación de estrategias para activar el proceso cognitivo. Un proceso, en este caso, es comprendido como una serie de etapas muy relacionadas entre sí, organizadas sistemática y jerarquizadamente, que pretenden lograr un propósito determinado en un tiempo específico, de carácter dinámico y participativo y de niveles de complejidad progresivamente ascendentes. Este proceso puede ocurrir en forma

independiente o interrelacionarse con otros procesos, que forman parte de un sistema mayor.

- La flexibilidad, en términos de que pueden incorporarse nuevos recursos y/o nuevas situaciones de aprendizaje que lo enriquezcan. De esta manera, el profesor puede reorganizar los contenidos del módulo.

Módulos Matemáticos.

Los módulos que son materiales didácticos muy valiosos porque ayudan al profesor a complementar el desarrollo de las unidades didácticas de aprendizaje programados en un periodo lectivo, en el área de matemática se elaboran de acuerdo a las necesidades que se presenten en las dificultades y debilidades que el estudiante tenga en afirmar sus conocimientos básicos.

> Los módulos de aprendizaje son una alternativa de organización dentro de la programación curricular (sílabo) de muy corta duración y que trata un contenido muy específico de la asignatura, con la finalidad de reforzar aprendizajes específicos que no han sido logrados o que no se han tratado debidamente en las unidades o proyectos de aprendizaje. Un módulo de aprendizaje comprende: Información general, fundamentos del módulo, contenidos de aprendizaje a reforzar, las estrategias didácticas y de evaluación. (Valdivia, y Valdivia, 2004, p. 21).

Los módulos son herramientas presentes en la programación curricular que se lleva a cabo en un tiempo corto con la única finalidad de mejorar y ayudar en el proceso de aprendizaje, aquí se encuentra todo el contenido que se pondrá en marcha durante el año escolar.

El autor, quien cito a Arboleda, definió que *Un conjunto coherente de experiencias de enseñanza aprendizaje diseñadas para que los estudiantes puedan lograr por sí mismos un conjunto de objetivos interrelacionados* (Niño, 2010, p.23).

De acuerdo al concepto entendemos que un módulo debe ser diseñado de tal forma que esta sea un material autodidáctico y autosuficiente, de modo que el estudio de su contenido permita al estudiante alcanzar los objetivos de aprendizaje, sin necesidad de interactuar con un agente educativo (profesor, tutor, facilitador)

> El diseño de los módulos autoinstructivos debe tomar como base los principios de “actividad” y de “individualización”, haciendo que promuevan

> en el estudiante atención sobre los siguientes aspectos: qué es lo que va a aprender, porqué necesita aprenderlo, cómo lo va a aprender, cómo se dará cuenta de su progreso en el aprendizaje y cuándo estará completo su aprendizaje. Todo ello puede ser traducido en contenidos, justificación, metodología, retroalimentación y logro de objetivos de aprendizaje. (Novak, 1996)

De lo enunciado, los módulos van dirigidos a las necesidades de los estudiantes, a lo que van a aprender y a su progreso; todo esto se centra en contenidos, justificación y puntos específicos.

Por todo ello, los propósitos de este material pedagógico estuvieron encaminados a desarrollar contenidos matemáticos básicos: en este sentido puede ser empleado en todos los cursos en nuestro caso será empleado como en: Aritmética, Algebra, Trigonometría, Geometría, Geometría Analítica, el Cálculo, las Ecuaciones diferenciales, la Estadística y otras áreas del conocimiento.

Los módulos son herramientas indispensables para enfrentar los desafíos que en la actualidad se vienen planteando para el aprendizaje de todo estudiante que son utilizados para las clases presenciales, Semi presenciales y a larga distancia.

Dimensiones de los Módulos Matemáticos.

Aspecto pedagógico

El autor definió a la pedagogía como *toda actividad humana, tiene sus principios y sus métodos; define una función humana, describe una conducta específica, socialmente construida, principalmente en la escuela y en las instituciones formadoras.* (García, Coronado y Montealegre, 2011, p. 66)

Por ende, se puede enunciar el siguiente concepto de la pedagogía como una actividad humana sistemática que orienta las acciones educativas y de formación, se plantean los principios, métodos, prácticas, maneras de pensar y modelos que son sus elementos constitutivos.

> Así mismo el autor mencionó que la Pedagogía teoriza sobre la particularidad, las articulaciones y/o conjunciones posibles de los componentes de la educación, con proyecciones profundas, abarcador,

> panorámico y procura la síntesis, aunque se apoya en la fenomenología diversa que caracteriza al aula de clase y a la escuela, participando en los cambios y evoluciones en la que estamos asistiendo en el siglo XXI con su propia historia y su cultura. Así pues tenemos algunos conceptos de pedagogía (García, Coronado y Montealegre, 2011, p. 100)

Contextualizando lo dicho por el autor la pedagogía es una ciencia que pertenece a las Ciencias Sociales y Humanas. El objeto principal de estudio de la pedagogía es estudiar a la educación como un fenómeno socio-cultural, es decir que existen conocimientos de otras ciencias que pueden ayudar a hacer comprender lo que realmente es la educación, como por ejemplo, la historia, la psicología, la sociología, la política, entre otras.

El autor conceptualiza a la pedagogía como "la ciencia que estudia la educación y la enseñanza, que tiene como objetivos proporcionar el contenido suficiente para poder planificar, evaluar y ejecutar los procesos de enseñanza y aprendizaje, haciendo uso de otras ciencias como las nombradas anteriormente" (RAE, 2010, p.388).

En conclusión, la pedagogía es aquella que se encarga de proporcionar contenidos y conocimientos durante toda la educación.

Así mismo, existen dos tipos de pedagogía, las cuales son:

Pedagogía general. Hace referencia a las cuestiones universales sobre la investigación y del accionar sobre la educación; y su medio es el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Pedagogía específica. A través del paso del tiempo se han ido sistematizando diferentes cuerpos del conocimiento que tienen que ver con las experiencias y realidades históricas de cada uno.

A lo largo de la historia, muchos han sido los pedagogos que se encargaron de plantear sus propias teorías sobre la pedagogía, sin embargo, hay muchos que aún son reconocidos actualmente por sus aportes, uno de ellos es el educador brasileño llamado Paulo Freire. Él estableció una cantidad de veinte máximas consideradas fundamentales en la pedagogía desde su punto de vista.

La pedagogía es asociada a otra ciencia denominada andragogía, ésta es la encargada de formar a los hombres como humanos permanentes, teniendo en cuenta sus vivencias y experiencias sociales y culturales.

Aspecto aplicativo

> Las aplicaciones nacen de alguna necesidad concreta de los usuarios, y se usan para facilitar o permitir la ejecución de ciertas tareas en las que un profesional tales como: un docente, ingeniero, contador, analista o un programador, médico, etc. ha detectado una cierta necesidad. (García, Coronado y Montealegre, 2011, p. 67)

Pero las aplicaciones también pueden responder a necesidades lúdicas, además de laborales (todos los juegos, por ejemplo, son considerados aplicaciones). Se suele decir que para cada problema hay una solución, y en informática, para cada problema hay una aplicación.

> Naturalmente, el campo de las aplicaciones es tan extenso, y las funciones tan dispares, que se han creado numerosas clasificaciones, según varios criterios. Así, por ejemplo, dependiendo del uso que se le vaya a dar, podemos tener aplicaciones profesionales o personales. (Rutas del aprendizaje - Minedu, 2015, p.20)

Las aplicaciones de módulos en este caso para el empleo de la matemática pueden ser desde lo elemental hasta lo más complicado de baterías de problema y ejercicios, basadas en las competencias de resolución de problemas que son el eje de la actividad matemática mediante el tratamiento de ciertos contenidos por su valor instrumental ante las demandas científicas, tecnológicas, sociales y éticas, de este tiempo.

Lo que se debe destacar es que esta herramienta educativa sea muy provechosa y beneficiosa para el estudiante y por ende promueva en él disciplinas relacionados al estudio y aprendizaje de la matemática y otras materias.

Aspecto innovador

El término innovación es ampliamente utilizado en el ámbito educativo pero no siempre que se habla de innovación se está haciendo referencia a lo mismo

> El autor cito a Carbonell (2001); Escudero (1988); Ferrer (1996), Fullan (1994, 2002), Moreno (1995) entre otros, con la finalidad de aclarar las diferencias y similitudes que permitan compartir un marco de referencia, ya que, efectivamente, innovación y cambio son conceptos que se

> vinculan y que incluso llegan a utilizarse en algunas ocasiones como sinónimos. (Bernabéu, 2009, p.22)

En otras palabras, el aspecto innovador es un sistema complejo enfocado desde las estrategias de innovación mediante un proceso de desarrollo y otro de evaluación.

> El autor definió que un módulo tiene el carácter de innovador desde un punto de vista a su aplicación que se le puede dar, es novedoso porque ciertas condiciones favorecen el surgimiento de innovaciones (genera iniciativa, creatividad, ingenio, entre otro). (Rutas del Aprendizaje - Minedu, 2015, p.93)

El módulo es innovador porque es novedoso y permite el surgimiento de nuevos avances dentro de una teoría o ciencia.

> Etimológicamente el término proviene del latín innovare, que quiere decir cambiar o alterar las cosas introduciendo novedades. La innovación es la herramienta específica de los empresarios innovadores; el medio por el cual explotar el cambio como una oportunidad para un negocio diferente. (DRAE, 2015)

La innovación es una palabra cuyo origen es el latín y que significa cambios, es una herramienta; por la cual, se pueden explorar nuevas oportunidades. Entendiéndose a la innovación como un cambio que introduce novedades. En lo general el concepto se utiliza de manera específica en el sentido de nuevas propuestas, alternativas, inventos y que sus implementaciones encuentran una aplicación exitosa, imponiéndose en este caso para la enseñanza - aprendizaje.

La innovación puede realizarse a través de mejoras y no solo de la creación de algo completamente nuevo.

1.2.2. El aprendizaje matemático

El aprendizaje matemático busca lograr un aprendizaje de calidad, el desarrollo de códigos básicos, la resolución de problemas y el desarrollo de valores y actitudes de una sociedad. El aprendizaje de la matemática no debe limitarse al uso de definiciones, procedimientos y algoritmos sino que conlleva el desarrollo de habilidades y capacidades de los estudiantes en general.

> Analizar la necesidad de comprender el lenguaje matemático para lograr un aprendizaje de calidad, entendido como el desarrollo de capacidades para el dominio de códigos culturales básicos, la participación democrática, el

> desarrollo de la capacidad para resolver problemas y seguir aprendiendo y el desarrollo de valores y actitudes acordes con una sociedad que prevea una mejor calidad de vida para sus habitantes. (Delgado, 2015, p.34)

Bajo el punto de vista cognitivo, la finalidad del proceso enseñanza-aprendizaje consiste en plantear situaciones de aprendizaje que involucren a los alumnos en forma activa, propiciando aprendizajes significativos, es decir, que logren adquirir nuevos saberes estableciendo relaciones con aquellos conocimientos ya incorporados en su estructura cognitiva, y que luego, sean capaces de transferirlos a nuevas situaciones.

El autor señaló que “el aprendizaje matemático es de tipo estructuralista, especialmente cuando se refiere al aprendizaje de conceptos, donde se considera que aprender es alterar estructuras, y que estas alteraciones se realizan de manera global”. (Flores, 2003, p.3)

> Si no se logra comprender el lenguaje con el que se desarrollan las matemáticas, el alumno no podrá acceder a su aprendizaje. En esta tesis de la existencia de una ruptura en el proceso de enseñanza y de aprendizaje por la falta de comprensión del lenguaje algebraico, el cual dificulta el proceso de asimilación de las nuevas experiencias y la acomodación de los nuevos referentes para fortalecer los esquemas mentales y así lograr la puesta en práctica de lo adquirido en la resolución de problemas que plantea la vida cotidiana. (Silva y Rodríguez, 2010, p. 24)

Resumiendo lo dicho por el autor, si el lenguaje de las matemáticas no se desarrollan como deben ser, su aprendizaje no sé evidenciará en ninguno de sus aspectos.

> Las tendencias conductuales (asociacionistas) sobre el aprendizaje matemático consideran que aprender es cambiar conductas, insisten en destrezas de cálculo y dividen estas destrezas en pequeños pasos para que, mediante el aprendizaje de destrezas simples se llegue a aprender secuencias de destrezas más complejas. (Gómez, 1991.pp. 59 -104)

Las investigaciones sobre el aprendizaje matemático en el asociacionismo son muy numerosas, ya que parece que es fácil estudiar el éxito o fracaso en el aprendizaje de las matemáticas, además gran parte de estas investigaciones tienen como fin determinar la dificultad de una tarea matemática, para lo cual se observan las edades de los estudiantes que consiguen satisfacción y éxitos.

También se ha investigado sobre el cual es la mejor secuencia de aprendizaje, es decir, qué tareas hay que realizar para aprender, y en qué orden hay que desarrollarlas.

Una de las teorías asociacionistas más significativas en relación del aprendizaje de las matemáticas es la de Gagné, él trata de establecer Jerarquías de aprendizajes organizando las lecciones de acuerdo con la complejidad de las tareas, para lograr un mayor número de éxitos.

Gagné llama secuencia de instrucción a una cadena de capacidades o destrezas ligadas a la capacidad superior que se quiere lograr, destacando las destrezas que tienen que estar aprendidas para poder abordar los aprendizajes perseguidos (prerrequisitos), y continúa después delimitando los conceptos y, por último, las destrezas que se van a ejercitar

> Las interpretaciones cognitivas (estructuralistas) del aprendizaje matemático, en oposición, consideran que aprender matemáticas es alterar las estructuras mentales, e insisten en el aprendizaje de conceptos dada la complejidad de los conceptos, el aprendizaje no puede descomponerse en la suma de aprendizajes más elementales, sino que se origina partiendo de la resolución de problemas, o de la realización de tareas complejas. (Romberg, 1993 pp. 97-111).

Las teorías estructuralistas parten de la idea de que el sujeto tiene una estructura mental que le permite organizar las experiencias que ha vivido hasta entonces. Cuando este sujeto se relaciona con nuevos problemas del entorno, los relaciona con las experiencias previas. La primera tendencia es interpretar estos problemas y buscar soluciones por medio de las estructuras y conocimientos previos a este proceso Piaget lo llama asimilación.

Para los estructuralistas, aprender es incorporar las características de los nuevos conceptos aprendidos en sus estructuras mentales anteriores, creando una nueva estructura que encaje estas propiedades, es decir, que vuelva a estar en equilibrio pero en la que quepan las nuevas propiedades y conceptos.

Teorías del aprendizaje matemático

> El autor definió a las teorías del aprendizaje como la descripción de procesos mediante los cuales tanto los seres humanos, como los animales aprenden. Las diversas teorías ayudan a comprender, predecir y controlar

> el comportamiento humano, elaborando a su vez estrategias de aprendizaje y tratando de explicar cómo los sujetos acceden al conocimiento. (De la Mora, 1979, p.70)

En pocas palabras, estas teorías forman parte de un conjunto de marcos teóricos que admiten distintos postulados. Entre los más destacados tenemos:

Teoría del aprendizaje de Edward Lee Thorndike (1874 - 1949)

Es una teoría de tipo asociacionista y su ley del efecto fue muy influyente en algunos diseños curriculares de las matemáticas elementales en la primera mitad del siglo XX.

Las teorías conductistas propugnaron un aprendizaje pasivo, producido por la repetición de asociaciones estímulo-respuesta y una acumulación de partes aisladas.

Teoría de Jean Piaget (1896-1980)

Las cuatro etapas corresponden a una etapa sensorio motriz (0 a 2 años), etapa pre operacional (2 a 7 años), etapa operacional concreta (7 a 12 años) y una etapa llamada de las operaciones formales (12 años en adelante). Cada etapa está marcada por la posesión de estructuras lógicas de diferente y creciente complejidad, en que cada una de ellas, permite la adquisición de habilidades para hacer ciertas cosas y no otras, y para tratar de diferentes formas con la experiencia.

Estudió las operaciones lógicas que subyacen a muchas de las actividades matemáticas básicas a las que consideró pre requisitos para la comprensión del número y de la medida. Aunque a Piaget no le preocupaban los problemas de aprendizaje de la matemática, muchas de sus aportaciones siguen vigentes en la enseñanza de la matemática elemental y constituyen un legado que se ha incorporado al mundo educativo de manera significativa.

Kamii Constance (2008)

De acuerdo a Kamii (2006) el conocimiento lógico matemático consiste de relaciones mentales, originadas por cada individuo describe con detalle los distintos tipos de clasificaciones para el conocimiento lógico matemático. La primera categorización que se identifica es la relacionada al conocimiento lógico aritmético que consiste de los aspectos de clasificación, ordenamiento, relaciones numéricas. El segundo tipo de conocimiento, dentro del conocimiento lógico matemático lo es el espacio temporal que abarca las relaciones espaciales temporales. La clasificación se refiere a mentalmente poner cosas juntas que son similares separar aquellas que sean distintas. La ordenación descansa en mentalmente establecer orden de acuerdo a diferencias las numeraciones la que se destaca el sentido numérico. Por su parte, la relación espacial es la relacionada a aproximaciones a una meta o alcanzar algo, mientras que la relación temporal destaca una conciencia del tiempo. Diferencia tres tipos de conocimiento: el físico, el lógico-matemático y el social. El físico es un conocimiento de los objetos de la realidad externa, el lógico-matemático tiene su origen en la mente de cada individuo y el social depende de la aportación de otras personas. Tanto para adquirir el conocimiento físico como el social se necesita del lógico-matemático que el niño construye.

Lev S. Vygotsky (1895-1934)

Lev, señala que el desarrollo intelectual del niño no puede comprenderse sin una referencia al mundo social en el que el ser humano está inmerso.
El desarrollo debe ser explicado como algo que implica la capacidad que se relaciona con los instrumentos que mediatizan la actividad intelectual.

Ausubel, Bruner y Gagné

También se preocuparon por el aprendizaje de las matemáticas y por desentrañar que es lo que hacen realmente los niños cuando llevan a cabo una actividad matemática, abandonando el estrecho marco de la conducta observable para considerar procesos cognitivos internos.

Hacer que el aprendiz adquiera un cuerpo de conocimientos claros, estables y organizados constituye el mayor objetivo a largo plazo de la actividad de aprendizaje en el aula, y son ellos la principal variable dependiente o (criterio) a ser usado al evaluar el impacto de los demás factores que influyen en el aprendizaje y la retención. Una vez establecida la estructura cognoscitiva es, por derecho propio, la variable independiente más influyente en la capacidad que tiene el aprendiz para adquirir nueva información en el mismo campo de conocimiento.

David Ausubel propuso el término *Aprendizaje significativo* para designar el proceso a través del cual la información nueva se relaciona con un aspecto relevante de la estructura del conocimiento del individuo. A la estructura de conocimiento previo que recibe los nuevos conocimientos, Ausubel da el nombre de "concepto integrador".

Bruner propone una teoría de la instrucción que considera cuatro aspectos fundamentales: la motivación a aprender, la estructura del conocimiento a aprender, la estructura o aprendizajes previos del individuo, y el refuerzo al aprendizaje.

Los procesos del aprendizaje descritos por Gagné son los siguientes: atención al estímulo, motivación, percepción selectiva, almacenaje en la memoria de corto plazo, codificación semántica, almacenaje en la memoria de largo plazo, búsqueda y recuperación de la información, ejecución, retroalimentación.

Howard Gardner (1943)

Hasta el momento, existen ocho inteligencias que el Dr. Howard Gardner ha reconocido en todos los seres humanos: la lingüística-verbal, la musical, la lógica-matemática, la espacial, la corporal- cinestésica, la intrapersonal, la interpersonal, y la naturalista. Además, es posible que haya una novena inteligencia, la existencial, que aún está pendiente de demostrar.

Gardner, señala que la inteligencia de la lógica y de los números, incluye las habilidades para el razonamiento de manera secuencial, desarrollo del pensamiento en términos de causa y efecto, permite la creación de hipótesis, busca patrones numéricos y permite el disfrute en general al ver la vida en una forma racional y lógica.

Durante décadas, la inteligencia lógico-matemática fue considerada la inteligencia en bruto. Suponía el axis principal del concepto de inteligencia, y se empleaba como baremo para detectar cuán inteligente era una persona. Por tanto, la inteligencia lógica-matemática es una de las inteligencias más reconocidas en las pruebas de la inteligencia ya que se corresponde con el modo de pensamiento del hemisferio lógico y con lo que nuestra cultura ha considerado siempre como la única inteligencia. Se sitúa en el hemisferio izquierdo porque incluye la habilidad de solucionar problemas lógicos, producir, leer, y comprender símbolos matemáticos, pero en realidad utiliza el hemisferio derecho también, porque supone la habilidad de comprender conceptos numéricos en una manera más general. Esta inteligencia implica la capacidad de usar los números eficazmente, analizar problemas lógicamente e investigar problemas científicamente usando razonamientos inductivos y deductivos. La rapidez para solucionar este tipo de problemas es el indicador que determina cuánta inteligencia lógico-matemática se tiene. Los test de cociente intelectual (IQ) se fundamentan en este tipo de inteligencia y, en menor medida, en la inteligencia lingüística.

Perspectiva teórica del aprendizaje de la matemática

- **El aprendizaje matemático se realiza a través de experiencias concretas**

Brunner propone que el aprendizaje de conceptos matemáticos se introduzca a partir de actividades simples que los alumnos puedan manipular para descubrir principios y soluciones matemáticas. Con objeto de que esta estrategia repercuta en las estructuras, Bruner dice que hay que animar a los niños a formar imágenes perceptivas de las ideas matemáticas, llegando a desarrollar una notación para describir la operación. El aprendizaje va de lo concreto a lo abstracto. Así, la enseñanza matemática actual promueve que se trabaje con objetos concretos antes de pasar a establecer las abstracciones. Cuando estas abstracciones se han consolidado, entonces estamos en condiciones de emplearlas como elementos concretos. Así, los números son una abstracción, pero llegado un momento del aprendizaje matemático, estas abstracciones pueden considerarse objetos concretos con los que realizar tareas matemáticas, como descomponer un número en operaciones con otros números, rellenar cuadrados mágicos, estudiar sus propiedades, etc.

- **El aprendizaje tiene que arrancar de una situación significativa para los alumnos.**

Para que el aprendiz pueda llevar a cabo los procesos de equilibración, el aprendizaje tiene que partir de una situación significativa. Esto exige que se presente en forma de un problema del que el aprendiz pueda captar que encierra un interrogante, y del que puede comprender cuando este problema está resuelto.

- **La forma en que los aprendices puedan llegar a incorporar el concepto a su estructura mental es mediante un proceso de abstracción que requiere de modelos**.

Dado que los conceptos matemáticos son abstracciones complejas, los aprendices no pueden entrar en contacto con ellas si no es por medio de formas de representarlos. Llamamos modelo a la representación simplificada de un concepto matemático o de una operación, y está diseñada para comunicar la idea al aprendiz. Hay varias clases de modelos, los modelo físico son objetos que se pueden manipular para ilustrar algunos aspectos de las ideas matemáticas (como los ladrillos del muro de fracciones, o los modelos de poliedros en madera). Los modelos pictóricos son representaciones bidimensionales de las ideas matemáticas.

- **Una de las formas de conseguir que el aprendizaje sea significativo para los alumnos es mediante el aprendizaje por descubrimiento**.

Propuesto por Ausubel, el aprendizaje por descubrimiento sucede cuando los aprendices llegan a hacer, por ellos mismos, generalizaciones sobre los conceptos o fenómenos. El descubrimiento al que se llega en clase es descubrimiento guiado.

- **No hay un único estilo de aprendizaje matemático para todos los alumnos.**

Cada alumno tiene su propia idiosincrasia si concebimos el aprendizaje como un cambio de estructuras mentales, tenemos que reconocer que estas estructuras son subjetivas, que se afectan por motivos diversos y que actúan siguiendo modelos distintos para esquematizar los problemas. Podemos distinguir diversos estilos de aprendizaje los estudiantes que tienen mayor propensión al aprendizaje de carácter social, llegando más fácilmente a aprender por medio de conversaciones y acuerdos con sus compañeros, se dice que tienen un estilo orientado al grupo. Otros sujetos tienen que aprender partiendo de situaciones concretas, relacionadas estrechamente con el concepto (dependencia del campo), mientras que, por el contrario, otros son muy propensos a realizar aprendizajes genéricos (independencia del campo). Otra variable que suele diferenciar el aprendizaje de los alumnos se refiere al tiempo que necesitan para tomar decisiones, se llama a este variable tiempo cognitivo, y su valor indica otros estilos de aprendizaje.

Dimensiones del aprendizaje de las matemáticas.

- **Sistemas numéricos y funciones**

La utilización de las estructuras matemáticas aplicando simbolismos apropiados, y la elaboración de modelos elementales para representar o comprender relaciones cuantitativas de situaciones o fenómenos reales.

> Este componente incluye el estudio de los números, sus distintas formas de representarlos, las operaciones, las relaciones entre ellos y con los conjuntos de números, los sistemas numéricos, el álgebra y las funciones, desde una perspectiva más amplia que el manejo elemental de operaciones básicas y la destreza operatoria con expresiones algebraicas. (Rutas del Aprendizaje-Minedu, 2015, p.49)

Aquí se considera las operaciones más sencillas y básicas para el aprendizaje, tales como: sistema numérico, álgebra, funciones y las expresiones algebraicas.

> En el ciclo avanzado, además de profundizar lo trabajado previamente, se tratarán sistemáticamente las regularidades y las funciones, la identificación, representación y utilización de las estructuras matemáticas utilizando el simbolismo apropiado, y la elaboración de modelos elementales para representar o comprender relaciones cuantitativas de situaciones o fenómenos reales. (Rutas del aprendizaje-Minedu, 2015, p.32)

Algunos autores dieron los siguientes alcances: la palabra función fue introducida en 1694 por Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 – 1716) para designar una cantidad asociada con una curva. En el año 1718, Bernoulli (1667 – 1748) consideraba una función como una expresión algebraica formada por constantes y variables. Las ecuaciones o fórmulas con constantes y variables surgieron con

Leonahard Euler (1797 – 1783). Su definición de función es la que generalmente se encuentra en los libros de matemáticas a nivel de enseñanza media. En 1734 Euler y Alexis Clairaut (1713 - 1765) introdujeron la notación f (x).

De la misma forma, los autores mencionaron que la idea de Euler permaneció intacta hasta la época de Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 – 1830) quien encontró la necesidad de un tipo más general de función en su estudio de series trigonométricas. En 1837, Meter Gustav Lejeune Dirichlet (1805 – 1859) estableció una formulación más rigurosa de los conceptos de variable, función y correspondencia entre la variable independiente y la variable dependiente. El trabajo de Dirichlet enfatiza la relación entre dos conjuntos de números y no pide la existencia de una fórmula o expresión que relaciones a los dos conjuntos. Con los desarrollos de la teoría de conjuntos de George Cantor, se llegó a una generalización de la función como un tipo de relación particular.

El álgebra es, en definitiva, la puerta de entrada hacia el éxito en el siglo 21, es más, cuando los estudiantes hacen la transición de la aritmética concreta al lenguaje simbólico del álgebra, desarrollan habilidades de razonamiento abstracto necesarias para sobresalir en matemáticas y ciencias, es una herramienta más equipada para el desarrollo de la vida tanto como para el desarrollo de otras ramas de estudio.

- **Geometría y medida**

Diversos escenarios del mundo actual se relacionan con el conocimiento y manejo de las propiedades generales de la forma, los sistemas de representación, la geometría de transformaciones y la medición.

> Este componente aborda el estudio de las características y propiedades de las figuras y cuerpos geométricos, la localización y descripción de relaciones espaciales mediante coordenadas y otros sistemas de representación, la simetría y las transformaciones (traslación, reflexión, rotación, ampliación, reducción) para analizar situaciones matemáticas y del entorno, la comprensión de los atributos susceptibles de medición de los objetos, y los sistemas de unidades, procesos e instrumentos de medición. (Rutas del Aprendizaje - Minedu, 2015, p.85)

Según lo expuesto por el autor, la geometría y medida están encargadas de estudiar las propiedades de todo cuerpo geométrico, así como el análisis de situaciones matemáticas.

> Necesidad de medir desde sus orígenes, el hombre necesitó comparar objetos o eventos (cantidad de animales para comerciar, las estaciones del año, la temperatura, etc.). Su primer resultado fue la creación del concepto de número en el cual no me voy a detener porque ya habrán escuchado muchas veces hablar de ello. (Rutas del Aprendizaje -Minedu, 2015, p.94)

Desde los inicio el hombre tuvo como necesidad prioritaria la comparación de objetos y eventos, por lo cual se vio en la necesidad de crear números.

> Como instancia posterior a esa conceptualización, en el acto de la comparación, el hombre pudo distinguir diferencias entre las propiedades de los objetos en cuestión. Por ejemplo: si lo que se quiere comparar es la longitud de dos hilos, se puede decir “este es más largo o menos largo que este otro”. Pero estas expresiones no permiten precisar demasiado. Una expresión más precisa es “el primero corresponde a dos veces el segundo”. Eso también tiene una dificultad, si queremos compararlo con un hilo que no tenemos en ese momento, no lo podemos hacer. (Rutas de Aprendizaje - Minedu, 2015, p.104)

En síntesis, el aprendizaje de la geometría en la escuela es de suma importancia ya que todo nuestro entorno está lleno de formas geométricas; en la vida cotidiana es indispensable el conocimiento geométrico básico para orientarse adecuadamente en el espacio, haciendo estimaciones sobre formas y distancias, para distribuir objetos en el espacio.

Estadística y Probabilidad

La estadística opera y funciona dentro de la vida diaria, ya que se centra en las habilidades de resolución a problemas.

> La enseñanza actual de la estadística no está transmitiendo el sentido estadístico que se requiere. El cual definen como la resultante de amalgamar la cultura estadística y el razonamiento estadístico. Considerando a la cultura estadística como el haber del saber de las ideas fundamentales necesarias en la mayoría de las situaciones aplicadas y para la que Watson (2006, mencionado por Batanero y col. (2013)) indica que sus elementos esenciales para adquirirla son: desarrollo del conocimiento básico de los conceptos, comprensión de sus razonamientos y argumentos en un contexto más amplio y actitud crítica ante las evidencias estadística. (Batanero y colaboradores, 2013 p.18)

Tal vez, la razón de la carencia de la enseñanza con sentido estadístico sea debido a que se enseñan sus conceptos con gran influencia de la didáctica de la Matemática y no se enseña a pensarlos bajo su esencia filosófica probabilística.

> La Estadística como una disciplina científica autónoma con razonamiento propio específico que dista del matemático y que no tiene relación biunívoca con ésta; puesto que la estadística desarrolló sus métodos usando conceptos matemáticos y, en cambio, la matemática no usa los conceptos estadísticos. (Moore, 1992, p.18)

La estadística tiene razonamiento autónomo a pesar de ser parte de la matemática.

> El pensamiento estadístico impregna la forma de operar y funcionar en la vida cotidiana“, alegan que la enseñanza de la estadística se ha centrado en el desarrollo de habilidades para resolver y no para pensar estadísticamente de lo que se desprende que existen carencias de formación en didáctica en los docentes, que impiden alcanzar el objetivo de transmitirla con sentido estadístico. (Pfannkuch y Wild, 2004, p. 21)

La estadística desempeña un papel de gran importancia en la sociedad y en el mejoramiento de la calidad de cualquier producto o servicio. Con conocimientos técnicos y dotados de habilidades estadísticas básicas para la recolección y la representación gráfica de datos, los estudiantes podrán ser mucho más eficaces en todas las fases de su trabajo relativas a la investigación, desarrollo o la producción**.**

La probabilidad constituye la base que permite comprender la forma en que se desarrollan las técnicas de la inferencia estadística y la toma de decisiones, por qué funciona, y cómo pueden presentarse e interpretarse de manera correcta las conclusiones obtenidas con éstos procedimientos. Así pues, la probabilidad es el lenguaje y la fundamentación matemática de la estadística inferencial.

1.3 Justificación

1.3.1 Justificación práctica

Desde el punto de vista práctico, la investigación propuso alternativas de solución en cuanto al aprendizaje a través de módulos matemáticos para el CEBA N°1173 “Julio C. Tello”, San Juan de Lurigancho.

La necesidad de dar respuesta a los continuos obstáculos en que los estudiantes se encontraban a lo largo del proceso de aprendizaje se impulsó a profundizar el manejo de conceptos teóricos fundamentales, para mejorar y afirmar sus capacidades y del conocimiento, en general, y, en particular, de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas debido a que muchos estudiantes proceden del interior del país y con una heterogeneidad e insuficiencia de conocimientos matemáticos previos.

1.3.2 Justificación teórica

La investigación contribuirá en el enriquecimiento del conocimiento científico en materia educativa, específicamente en lo referente al aprendizaje matemático.

Facilitará la retención del aprendizaje, un módulo de enseñanza y/o aprendizaje en matemáticas, es una propuesta organizada de los elementos o componentes instructivos para que el estudiante desarrolle aprendizajes específicos en torno a un determinado tema o tópico.

Sintetizara las ideas claves, son muy beneficiosos en la educación porque permite al docente a priorizar en los objetivos de aprendizaje y/o enseñanza, los contenidos a adquirir o incluir, las actividades que el alumno ha de realizar, la evaluación de conocimientos o habilidades.

Es claro que, por diversas circunstancias tales como inercia, novedad, impreparación de profesores, hostilidad de algunos, aún no se ha logrado encontrar moldes plenamente satisfactorios. El aprendizaje de contenidos tiene que experimentar drásticas reformas (clases virtuales).

1.3.3 Justificación metodológica

La influencia de los módulos matemáticos permitió determinar el desarrollo del aprendizaje matemático en los estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del CEBA N° 1173 “Julio C. Tello”. Por lo tanto, se evalúo el nivel académico. También los métodos, procedimientos, instrumentos que se emplearon en esta investigación podrán utilizarse en proyectos, investigaciones póstumas. Así mismo, los módulos ayudaron a los estudiantes a mejorar el aprendizaje.

Favorecieron futuros aprendizajes del mismo orden o de nivel superior porque es una herramienta de trabajo específico ayuda a organizar el trabajo, permiten y exigen la integración o correlación de áreas. En el proceso real de la enseñanza y aprendizaje los módulos fueron operativizados y presentados al estudiante a través de materiales didácticos apropiados y acorde con el Diseño curricular nacional para EBA.

1.3.4 Justificación epistemología

Las epistemologías de las matemáticas pueden encontrar su camino a la educación matemática sólo vía las epistemologías genética, social y cultural, histórico-crítica. Además, se ha puesto de manifiesto a lo largo de los años, que las epistemologías no se trasladan directamente a las teorías de la instrucción y no hcen recomendaciones para la práctica de la enseñanza. Estudios del proceso de aprendizaje, la elaboración de teorías del aprendizaje han sido siempre muy valiosas, pero hay necesidad de crear teorías originales de la instrucción matemática y teorías originales de la práctica de la enseñanza de las matemáticas.

Una de las posibilidades de la comunicación entre los seres humanos, es el de ocuparse de enunciados que se siguen necesariamente de enunciado anteriores. Su preocupación mayor no son las cosas como son, ello lo estudian otras ciencias, sino las cosas como deben ser, si se prefijan ciertas reglas.

Habiéndose revisado muchas literaturas referentes a módulos de enseñanza en los aprendizajes de las matemáticas según las concepciones actuales se pueden enumerar algunas cualidades tales como: (a) El aprendizaje matemático se desarrolla a través de destrezas y experiencias concretas de cada estudiante, (b) El aprendizaje tiene que iniciarse de una situación significativa para los estudiantes (c) Una forma en que los estudiantes puedan llegar a incorporar el concepto matemático a su organización mental es mediante conceptualizaciones y modelos que requiere para su aprendizaje, (d) Una de las formas de conseguir que el aprendizaje sea significativo para los estudiantes es mediante el aprendizaje por exploración y descubrimiento, (e) No existe un único estilo de aprendizaje matemático para todos los estudiantes, (f) El aprendizaje de las matemáticas debe ser activo y premiado por su desarrollo comprobado, (g) El acometido u abordaje de consideraciones de tipo epistemológico, contribuye a que los estudiantes aprendan matemática de forma estructuralista y muy significativo en la vida cotidiana.

Las matemáticas en un plan de estudio es un instrumento de trabajo indispensable mirando a la sociedad humana desde diversos ángulos como señala diversos estudios que han mostrado que la enseñanza de las matemáticas ha revelado constantemente obstáculos y dificultades de diferentes tipos, en las cuales se han involucrado especialistas de diferentes ramas como la educación, la pedagogía, la sicología y los matemáticos como tal.

Por estas consideraciones la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes se ha menguado utilizando en este caso módulos matemáticos de manera adecuada y dosificada acorde al Diseño Curricular Nacional (DCN) para Educación Básica Alternativa (E.B.A).

1.4. Formulación de problemas

1.4.1 Problema general

¿De qué manera los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016?

1.4.2 Problemas específicos

Problema específico 1

¿De qué manera los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de Sistemas numéricos y funciones en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016?

Problema específico 2

¿De qué manera los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de Geometría y medida en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del

Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016?

Problema específico 3

¿De qué manera los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de Estadística y probabilidad en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016?

1.5 Hipótesis

1.5.1 Hipótesis general

Los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

1.5.2 Hipótesis específicas

Hipótesis específica 1

Los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de Sistemas numéricos y funciones en estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

Hipótesis específica 2

Los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de Geometría y medida en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

Hipótesis específica 3

Los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de Estadística y probabilidad en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

1.6 Objetivos:

1.6.1 Objetivo General

Determinar la influencia de los módulos matemáticos en el aprendizaje de estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

1.6.2 Objetivos Específicos

Objetivo específico 1

Determinar la influencia de los módulos matemáticos en el aprendizaje de sistemas numéricos y funciones en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016.

Objetivo específico 2

Determinar la influencia de los módulos matemáticos en el aprendizaje de geometría y medida en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016.

Objetivo específico 3

Determinar la influencia de los módulos matemáticos en el aprendizaje de estadística y probabilidad en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016.

II. Marco metodológico

2.1. Variables

2.1.1 Módulos Matemáticos

Definición conceptual

El módulo de aprendizaje en matemáticas es una herramienta que desempeña un papel fundamental en brindar los conocimientos contextualizados en un tema al estudiante dentro de la asignatura mediante propuestas y actividades, para adquirir y reforzar habilidades, destrezas, razonamiento y capacidades de manera positiva y reflexiva.

> Los módulos de aprendizaje son una alternativa de organización dentro de la programación curricular (sílabo) de muy corta duración y que trata un contenido muy específico de la asignatura, con la finalidad de reforzar aprendizajes específicos que no han sido logrados o que no se han tratado debidamente en las unidades o proyectos de aprendizaje". Un módulo de aprendizaje comprende: Información general, fundamentos del módulo, contenidos de aprendizaje a reforzar, las estrategias didácticas y de evaluación. (Valdivia, y Valdivia, 2004, p. 21).

Los módulos son herramientas presentes en la programación curricular que se lleva a cabo en un tiempo corto con la única finalidad de mejorar y ayudar en el proceso de aprendizaje, aquí se encuentra todo el contenido que se pondrá en marcha durante el año escolar.

Organización de los Módulos Matemáticos

Loa módulos de aprendizaje específico o unidades de trabajo específico son otra forma de organizar el trabajo o desarrollo de clases de manera eficiente teniendo algunas características como:

- Secuenciar actividades pertinentes para tratar un contenido especifico
- Posibilita la sistematización y el refuerzo de aprendizajes específicos.
- Permite el desarrollo de capacidades específicas en un área.
- Su duración es más breve que la unidad de aprendizaje y el proyecto de aprendizaje

Así mismo se debe tomar en cuenta algunas estructuras importantes:

- Nombre del módulo
- Selección de logros de aprendizaje capacidades y actitudes

- Análisis que realiza el docente del contenido a través de diferentes técnicas (mapa conceptual, círculo concéntrico, resolución de ejercicios y planteamiento de problemas, etc.) para organizar sus actividades.
- Programación de actividades (actividades, estrategias, recursos, cronograma).
- Evaluación.

2.1.2 Aprendizajes Matemáticos

Definición conceptual

El aprendizaje de la matemática es de manera gradual, progresiva y jerarquizada, acorde con la evolución del pensamiento en los estudiantes; es decir, depende de la madurez neurológica, emocional, afectiva y corporal del estudiante que permitirá desarrollar y organizar su pensamiento, el aprendizaje matemático se realiza a través de experiencias concretas.

> Analizar la necesidad de comprender el lenguaje matemático para lograr un aprendizaje de calidad, entendido como el desarrollo de capacidades para el dominio de códigos culturales básicos, la participación democrática, el desarrollo de la capacidad para resolver problemas y seguir aprendiendo y el desarrollo de valores y actitudes acordes con una sociedad que prevea una mejor calidad de vida para sus habitantes. (Delgado, 2015, p.34)

La forma en que los estudiantes aprendices puedan llegar a incorporar el concepto a su estructura mental es mediante un proceso de abstracción que requiere de modelos, para ello se debe realizar una representación matemática específica que impliquen la comprensión y asimilación de un conjunto de conceptos y procedimientos adecuados al tema en desarrollo.

El aprendizaje tiene que arrancar de una situación significativa para los estudiantes y esto se da mediante el aprendizaje por descubrimiento, no hay un único estilo de aprendizaje matemático para todos los estudiantes dependen del manejo de estrategias que enriquecen su estructura cognoscitiva, acrecentándola mediante aplicaciones prácticas. Es sabido que el profesor es la figura principal y el transmisor de los conocimientos y estrategias, pero por otra parte también se debe tomar en cuenta que ningún profesor enseña bien si sus alumnos no tienen interés por aprender, por lo que los mejores métodos de enseñanza serán aquellos que mejor promuevan el aprendizaje de las matemáticas. No debemos considerar a los métodos de enseñanza como recetas fijas e infalibles capaces de resolver los problemas, así mismo los profesores siempre toman en cuenta la diversidad de alumnos y que vienen con buena o mala base en sus conocimientos y capacidades para continuar aprendiendo.

Definición operacional

El profesor de matemáticas debería crear un entorno de aprendizaje que estimule el desarrollo de la capacidad matemática de cada estudiante:

- Proporcionando y estructurando el tiempo necesario para que exploren unas matemáticas adecuadas y que intenten resolver problemas e ideas significativas.
- Usando el espacio físico y los materiales de modo que faciliten el aprendizaje matemático por los estudiantes.
- Proporcionando un contexto que estimule el desarrollo de las destrezas y eficiencia matemática.
- Respetando y valorando las ideas de los estudiantes, modos de pensamiento y disposición hacia las matemáticas; y mediante la animación consistente de los estudiantes.
- Trabajar independientemente y en colaboración para dar sentido a las matemáticas;
- Asumir riesgos intelectuales mediante el planteamiento de cuestiones y formulando conjeturas;
- Mostrar competencia matemática mediante la validación y el apoyo de ideas matemáticas con argumentos matemáticos

2.2 Organización de la variable independiente: Módulos Matemáticos.

Tabla 1

Organización de los Módulos matemáticos.

Contenidos	Estrategias	Metodología	Tiempo
La aplicación de los módulos matemáticos consta de 14 sesiones pedagógicas. Determinar la influencia de módulos matemáticos en el aprendizaje de estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05 1. Mejorar significativamente el aprendizaje de Sistemas numéricos y funciones. 2. Mejorar significativamente el aprendizaje de Geometría y medida 3. Mejorar significativamente el aprendizaje de Estadística y probabilidad.	Aplicación de los módulos matemáticos. • Práctica dirigida. • Prácticas calificadas	Grupo experimental. Activo y Participativo Grupo control. Sin metodología	14 sesiones de 2 horas pedagógicas.

Tabla 2

Matriz de Operacionalización de la variable dependiente: Aprendizajes Matemáticos.

Variable	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala de Medición/	Niveles / rangos (Notas)
Aprendizajes matemáticos	Se aplicó el instrumento al grupo experimental y control para medir las dimensiones de la variable.	Sistemas numéricos y funciones Geometría y medida Estadística y probabilidad	1. Compara y ordena 2. Resuelve y representa. 3. Resuelven problemas 4. Resuelven ejercicios 5. Reconoce y utiliza 6. Identifica y reconoce	Correcta = 1 pto. Incorrecta = 0 pto.	Bajo: 0 - 10 Medio 11 -15 Alto: 16 - 20

2.3 Metodología:

En la presente investigación se utilizó el método hipotético – deductivo.

> Al respecto (Vega y Alva) explicó que el método hipotético-deductivo es el procedimiento o camino que sigue el investigador para hacer de su actividad una práctica científica. El método hipotético-deductivo tiene varios pasos esenciales: observación del fenómeno a estudiar, creación de una hipótesis para explicar dicho fenómeno, deducción de consecuencias o proposiciones más elementales que la propia hipótesis, y verificación o comprobación de la verdad de los enunciados deducidos comparándolos con la experiencia (p. 94).

En esta investigación se llevó a cabo una actividad práctica donde se hizo uso del instrumento para medir el aprendizaje matemático, obteniendo al final resultados que permiten comprobar y corroborar las hipótesis generadas

2.4 Tipo de estudio

El estudio asume un diseño cuantitativo porque “busca conocer para hacer, para actuar, para construir, para modificar; le preocupa la aplicación inmediata sobre una realidad circunstancial antes que el desarrollo de un conocimiento de valor universal”. (Sánchez y Reyes, 1998, p. 13)

La investigación es de tipo aplicada por los propósitos en la utilización de los módulos matemáticos en el campo del aprendizaje de los estudiantes.

Por la clase de medios utilizados para obtener los datos es de tipo de campo, debido a que se obtiene la información por medio de ejercicios y problemas de aplicación, test, cuestionarios y las fuentes documentales como son los registros de notas de la realidad académica de los propios estudiantes.

Además de las reflexiones sobre la enseñanza de las matemáticas se debe considerar que para ello, no hay nada mejor que enfrentarse a muchos problemas y a hacer investigaciones necesarias. Todas estas necesidades están reflejadas en las interpretaciones que los educadores matemáticos y los investigadores están haciendo de la epistemología constructivista Piagetiana, de las teorías inspiradas por Vygotsky y Bruner, la epistemología polémica de Bachelard, y de otras visiones epistemológicas.

2.5 Diseño de investigación

El diseño utilizado es el experimental de tipo cuasiexperimental porque se manipula la variable independiente Módulos Matemáticos para observar sus efectos y relación en la variable dependiente el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes "Esta investigación se distingue por tener propósitos prácticos inmediatos bien definidos, es decir, se investiga para actuar, transformar, modificar o producir cambios en un determinado sector de la realidad" (Carrasco, 2009 p. 43).

Así mismo, el diseño es cuasi experimental ya que cuentan con un pre y pos prueba administrados a los grupos equivalentes uno de control y otro experimental, con el siguiente esquema:

G_E	O_1	X	O_2
G_C	O_1	_	O_2

Dónde:

G_E: Grupo experimental.

G_C: Grupo de control.

O_1, O_3: Aplicación de la prueba de entrada pre-test.

O_2, O_4: Aplicación de la prueba post-test.

X: Tratamiento experimental.

- : No experimento sin programa

Además sin embargo, un diseño cuasiexperimental carece, por definición, de distribución aleatoria. La asignación a las condiciones (tratamiento versus ningún tratamiento) se lleva a cabo por autoselección (los participantes eligen el tratamiento), por la selección efectuada por los administradores (por ejemplo, funcionarios, profesores, autoridades, etc.) o por ambas vías. Los diseños cuasiexperimentales identifican un grupo de control lo más parecido posible al grupo experimental en cuanto a las características del estudio de base (previas a la intervención).

2.6 Población, muestra y muestreo

2.6.1 Población

“Se denomina población a un conjunto de elementos total de individuos, objetos o medidas que poseen algunas características comunes observables en un lugar y en un momento determinado de naturaleza cualitativa o cuantitativa”. (Córdova 2008. p.171)

La población estuvo conformado por los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C, Tello” de la UGEL N° 05 del distrito de San Juan de Lurigancho.

Distribución de la población de estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA N° 1173 “Julio C. Tello”

Tabla 3

Población de estudiantes del segundo grado Ciclo avanzado.

Secciones	Número de estudiantes
A	32
B	22
C	22
Total	76

Fuente: Nomina de matrícula del año 2015.

La población de estudio tiene un número de 76 estudiantes, con un promedio de 12.50 de puntuación.

2.6.2 Muestra

Es el subconjunto, o parte del universo o población, seleccionado por métodos diversos, pero siempre teniendo en cuenta la representatividad del universo

Hernández, Fernández y Baptista (2014), define a la muestra como “un subgrupo de la población de interés sobre el cual se recolectarán datos, y que tiene que definirse o delimitarse de antemano con precisión, éste deberá ser representativo de dicha población [...]” (p.173).

Estadísticamente, la muestra es una porción extraída mediante métodos específicos que representan los resultados de una totalidad llamada población.

2.6.3 Muestreo

Para el tamaño de la muestra de selección se dio por el muestreo no probabilístico por conveniencia tomando como criterio de inclusión a estudiantes de estas dos secciones 2° "A" y 2° "B" que se encuentran entre 15 y 17 años de edad, y tomándose 22 estudiantes de cada sección y con referencia a los 10 estudiantes del 2° "A" se excluyeron por razones de conveniencia para equiparar o mantener la igualdad para la investigación. Así mismo se excluyeron a los estudiantes del 2° grado "C" por ser mayores de 17 años de edad. La muestra se distribuye de la siguiente manera:

Tabla 4

Distribución del grupo experimental y grupo de control de la investigación.

Grupo experimental	Número de alumnos con el uso de los Módulos Matemáticos en el aprendizaje de las matemáticas (2° A).	22
Grupo control	Número de alumnos con el método tradicional en el aprendizaje de las Matemáticas (2° B).	22
Total		44

2.7 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

2.7.1 Técnica

La Encuesta. La encuesta permite aplicaciones masivas, que mediante técnicas de muestreos adecuados pueden hacer extensivos los resultados a comunidades enteras.

"La encuesta es una de las técnicas utilizadas por la investigación descriptiva. Etimológicamente significa averiguación o pesquisa y/o la correlación sistemática de datos de poblaciones de muestra de ellas mediante el uso de entrevistas y de otros medios" (Arbañil, Jara, Moran, Robles y Vicente, 1989, p. 141).

2.7.2 Instrumentos

Prueba de evaluación.

Afirman que la evaluación es un proceso pedagógico permanente, sistemático, participativo y flexible que forma parte del proceso de enseñanza y aprendizaje, que le permite al docente observar, recoger, describir, analizar y explicar información importante a cerca de las posibilidades, logros y necesidades de los estudiantes". (Quesquén, Hoyos y Tineo, 2013, p. 10).

Cuando la enseñanza se centra en el docente, este mide el conocimiento y/ o aprendizaje de los estudiantes por medio de exámenes o actividades con preguntas cerradas y con desarrollo en el caso de la evaluación en matemática, ya que la evaluación de los aprendizajes en matemática, ha sido centrada fundamentalmente, a través de exámenes escritos de formatos cerrados que sancionan y certifican lo que supuestamente el estudiante debe haber aprendido en Matemática. (Moya, 2001). En un estudio realizado por Moreno y Ortiz (2008) referido a las concepciones de los docentes cerca de la evaluación en matemática encontraron:

> (i) Las evaluaciones en Matemática se hacen a través de pruebas, las cuales son elaborados por los profesores de acuerdo con los contenidos planificados. (ii) se refleja la connotación cuantitativa que le dan los profesores a la evaluación en Matemática, por cuanto consideran que se realiza para colocar una nota. (iii) La evaluación de objetivos se usa para verificar el logro de los objetivos planeados (p.150)

Algunas características de la prueba de evaluación:

- Es un instrumento de investigación.
- Es una herramienta de aplicación altamente estructurada.
- "Una prueba consiste en un conjunto de preguntas y/o ejercicios respecto a una o más variables a medir".
- Presenta la ventaja de requerir relativamente poco tiempo para evaluar información sobre grupos numerosos.
- El sujeto que responde, proporciona por escrito información sobre sí mismo o sobre un tema dado.

- Presenta la desventaja de que quien contesta responda escondiendo la verdad o produciendo notables alteraciones en ella.

En esta investigación se hizo uso de una prueba de evaluación, para recabar datos de la variable dependiente Aprendizajes matemáticos se aplicó la técnica de la encuesta a través de una prueba de desarrollo matemáticos que midió básicamente las siguientes dimensiones:

- Sistemas numéricos y funciones
- Geometría y medida
- Estadística y probabilidad

La prueba de evaluación aplicada midió satisfactoriamente las dimensiones trabajadas. Puesto que cada pregunta tiene como objetivo medir cada indicador de dicha dimensión.

La realización de esta prueba duró 50 minutos, tuvo preguntas y respuestas de opción múltiple o alternativas (a – b – c- d), permitiendo que el estudiante reflexione antes de marcar la posible respuesta, fue desarrollado en un ambiente adecuado (fuera de ruidos o distractores).

Los instrumentos que nos permitió evaluar los aprendizajes de las matemáticas fueron elaborados en relación a los componentes y capacidades del área de conformidad del Diseño Curricular nacional (2009) y la actitud frente al área de matemática.

2.7.3 Ficha Técnica:

Instrumento: Temas a desarrollarse para el aprendizaje.
Autor: Eladio Arotuma Condeña
Año de Publicación: 2016
Objetivo: Determinar la influencia de los módulos matemáticos en el aprendizaje de estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05.

Duración: 14 sesiones
Las sesiones desarrolladas en la presente investigación estuvieron distribuidas de la siguiente manera:

- Sistemas numéricos y funciones 10 sesiones debido a que se encontró que los estudiantes del grupo experimental tenían mayores deficiencias.
- Geometría y medida 3 sesiones.
- Estadística y probabilidad 1 sesión

Estructura: El instrumento que se utilizó para la evaluación de los aprendizajes matemáticos fue la prueba aplicada durante la sesión de clase y que consta de 20 ítems con escalas de respuestas dicotómicas.

Tabla 5:

Estructura de sesiones desarrolladas en la investigación

N° sesión	Tema de la sesión	Fecha
1	Sistemas numéricos y funciones: Polinomios.	04/08/16
2	Sistemas numéricos y funciones: Productos notables.	11/08/16
3	Sistemas numéricos y funciones: División de polinomios.	18/08/16
4	Sistemas numéricos y funciones: Ecuaciones lineales.	25/08/16
5	Sistemas numéricos y funciones: Planteo de ecuaciones.	01/09/16
6	Sistemas numéricos y funciones: Sistema de ecuaciones	08/09/16
7	Sistemas numéricos y funciones: Ecuaciones cuadráticas	15/09/16
8	Sistemas numéricos y funciones: Números racionales.	22/09/16
9	Sistemas numéricos y funciones: Porcentajes.	29/09/16
10	Sistemas numéricos y funciones: Reglas de tres simples	06/10/16
11	Geometría y medida: Ángulos	13/10/16
12	Geometría y medida: Triángulos rectángulos notables.	20/10/16
13	Geometría y medida: Cuadriláteros.	27/10/16
14	Estadística y probabilidad:	03/11/16

2.7.4 Validez

Hernández (2010) manifestó que “La validez, en términos generales, se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir” (p.299).

El instrumento fue sometido al juicio de un grupo de expertos todos ellos catedráticos de la Universidad César Vallejo Lima, del curso de Investigación, sus aportes fueron necesarios en la verificación de la construcción y el contenido del instrumento, de manera que estos se ajustan al presente estudio, para tal efecto los resultados se muestran en la presente investigación:

Tabla 6:

Juicio de expertos para la validación del instrumento.

Expertos	Grado	Resultado
Dr. Guizado Oscco, Felipe	Doctor	Aplicable
Dr. Martínez, López, Edwin A.	Doctor	Aplicable
Dr. Núñez Livz, Luis	Doctor	Aplicable
Dra. Ríos Ríos, Bona.	Dra. en Administración de la educación	Aplicable
Dr. Ing. Del Castillo Talledo, César.	Dr. en Educación	Aplicable

2.7.5 Confiabilidad

La confiabilidad es la cualidad según la cual un instrumento aplicado a los mismos fenómenos, bajo las mismas circunstancias, arroja resultados semejantes.

De acuerdo a Hernández, Fernández y Baptista (2014), la confiabilidad es "el grado en que un instrumento produce resultados consistentes y coherentes" (p. 200).

Para establecer la confiabilidad del instrumento, se utilizó la prueba estadística de fiabilidad Kr20 igual a 0.89 para la variable aprendizajes matemáticos y sus correspondientes dimensiones, con una muestra piloto de 30 estudiantes y se procesó en Programa Estadístico SPSS versión 21.0, significando un nivel de confiabilidad alto.

El Kr20 es aplicable sólo en instrumentos con ítems dicotómicos, que puedan ser codificados con 1 – 0 (correcto – incorrecto, presente – ausente, a favor – en contra, etc.).

III. Resultados

3.1 Resultados descriptivos

3.1.1 Aprendizaje de las matemáticas

Tabla 7

Distribución de frecuencias del nivel de aprendizaje de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo control y experimental.

Grupo Control				Grupo experimental			
Niveles		Frecuencia (fi)	Porcentaje (%)	Niveles		Frecuencia (fi)	Porcentaje (%)
	Pre test				Pre test		
Bajo	2-6	7	31.80	Bajo	7-9	11	50.00
Medio	7-11	8	36.40	Medio	10-12	7	31.80
Alto	12-16	7	31.80	Alto	13-16	4	18.20
	Post test				Post test		
Bajo	9-11	11	50.00	Bajo	9-11	5	22.70
Medio	12-14	9	40.90	Medio	12-14	8	36.40
Alto	15-17	2	9.10	Alto	15-18	9	40.90

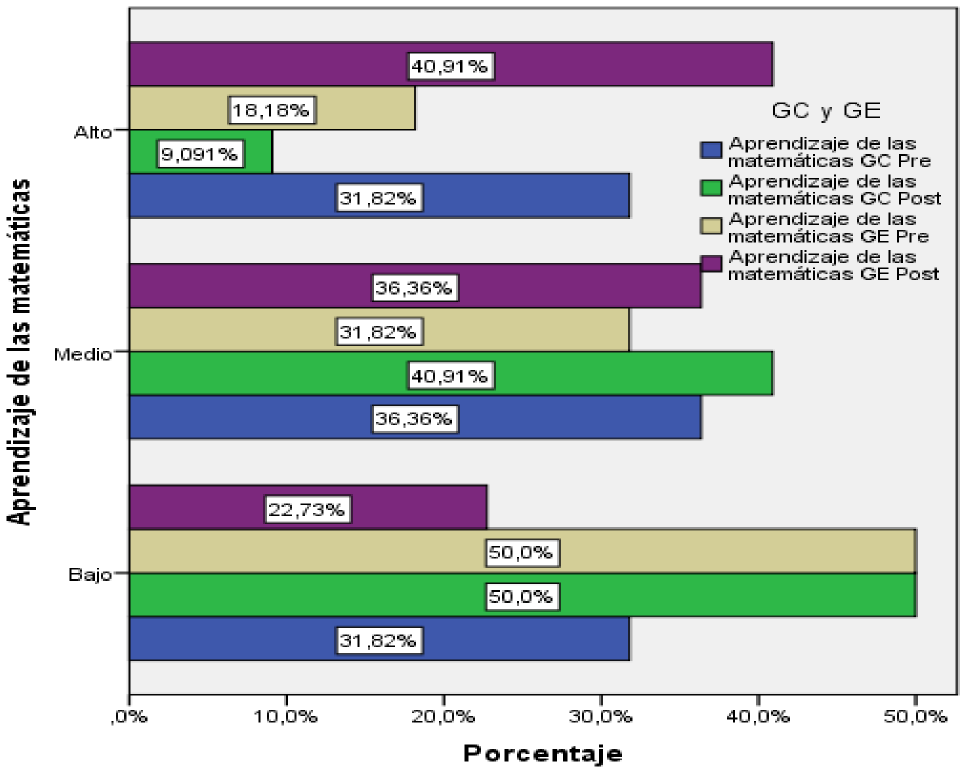


Figura 1. Niveles de aprendizaje de matemáticas de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo control y experimental

Interpretación.

De acuerdo a los resultados de la tabla 7 y figura 1 es importante hacer notar que los resultados del pre test no son uniformes, así en el grupo control el nivel medio alcanza el 36,4 % y el nivel alto en un 31,8%, mientras que en el grupo experimental se registró el 50 % con el nivel bajo y con 18.2% con el nivel alto, es más en el pos test del grupo control se incrementa el nivel bajo hasta alcanzar el 50% y el nivel alto baja de 31,8% a 9,1%, por esta razón se decidió descartar los resultados del grupo control y se analiza solo resultados del grupo experimental, que habiendo iniciado con el 50% con el nivel bajo se logró bajar hasta el 22,7% y el nivel alto se incrementó de 18,2% a 40,9%.

3.1.2 Aprendizaje de sistema de números y funciones

Tabla 8

Distribución de frecuencias del nivel de aprendizaje del sistema de números y funciones de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo control y experimental

Grupo Control				Grupo experimental			
Niveles		Frecuencia (fi)	Porcentaje (%)	Niveles		Frecuencia (fi)	Porcentaje (%)
Pre test				**Pre test**			
Bajo	0-1	6	27.3	Bajo	2-3	15	68.2
Medio	2-3	13	59.1	Medio	4-5	7	31.8
Alto	4-5	3	13.6	Alto	6-7	0	0.0
Post test				**Post test**			
Bajo	2-3	9	40.9	Bajo	3-4	11	50.0
Medio	4-5	10	45.5	Medio	5-6	10	45.5
Alto	6-7	3	13.6	Alto	7-8	1	4.5

Interpretación.

De acuerdo a los resultados de la tabla 8 y figura 2 en aprendizaje del sistema de número y funciones en el grupo control el nivel medio en el pre test alcanza el 59,1% y en el pos test el nivel medio corresponde al 45,5%.En el pre test del grupo experimental se registró un 68,2% de nivel bajo que en el pos test baja en 16% y el nivel medio de 31,8% se incrementa en solo 13,7%: mostrando una mejora de cero por ciento registrado en el pre test a 4,5% en el pos test, con lo que se estaría reportando que si hubo aporte en la mejora de los estudiantes.

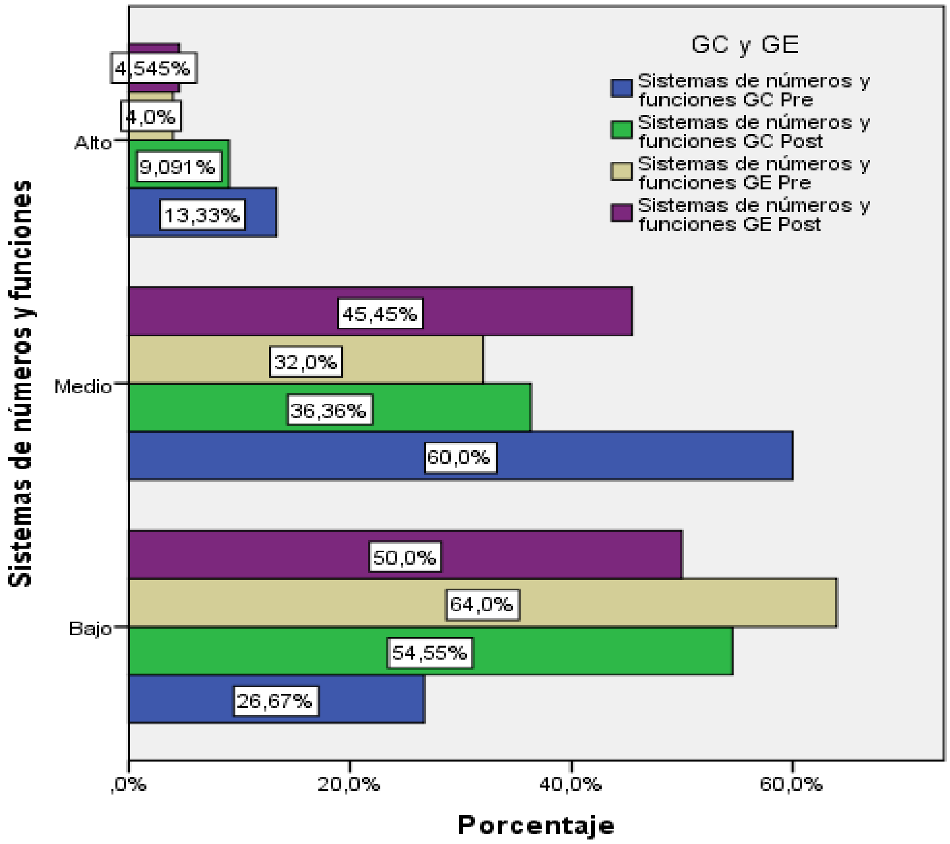


Figura 2. Niveles de aprendizaje de sistemas de números y funciones de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo control y experimental

3.1.3 Aprendizaje de geometría y medida

Según los resultados de la tabla 9 y figura 3 en aprendizaje de geometría y medida de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 en el grupo control la tendencia de variación sigue siendo muy variado entre los resultados de pre test y pos test, es más en el pos test baja de 22.,7% en el pre test hasta 18,2%.

En la comparación de los resultados en el grupo experimental en el nivel bajo el efecto de la variable independiente es de 36,4% dado que en el pre test se registró que el 59.1% de estudiantes alcanzaban este nivel y en el pos test se registra el 22,7%; en el nivel alto en el pre test se encontraban el 13,6% y en el pos test sube a 31,8% mostrando una efecto favorable para el 18,2% de los estudiantes.

Tabla 9

Distribución de frecuencias del nivel de aprendizaje de geometría y medida de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo control y experimental

Grupo Control			**Grupo experimental**		
Niveles	Frecuencia (fi)	Porcentaje (%)	Niveles	Frecuencia (fi)	Porcentaje (%)
	Pre test			**Pre test**	
Bajo 0-2	7	31.8	Bajo 2-3	13	59.1
Medio 3-5	10	45.5	Medio 4-5	6	27.3
Alto 6-7	5	22.7	Alto 6-7	3	13.6
	Post test			**Post test**	
Bajo 2-3	8	36.4	Bajo 2-3	5	22.7
Medio 4-5	10	45.5	Medio 4-5	10	45.5
Alto 6-7	4	18.2	Alto 6-7	7	31.8

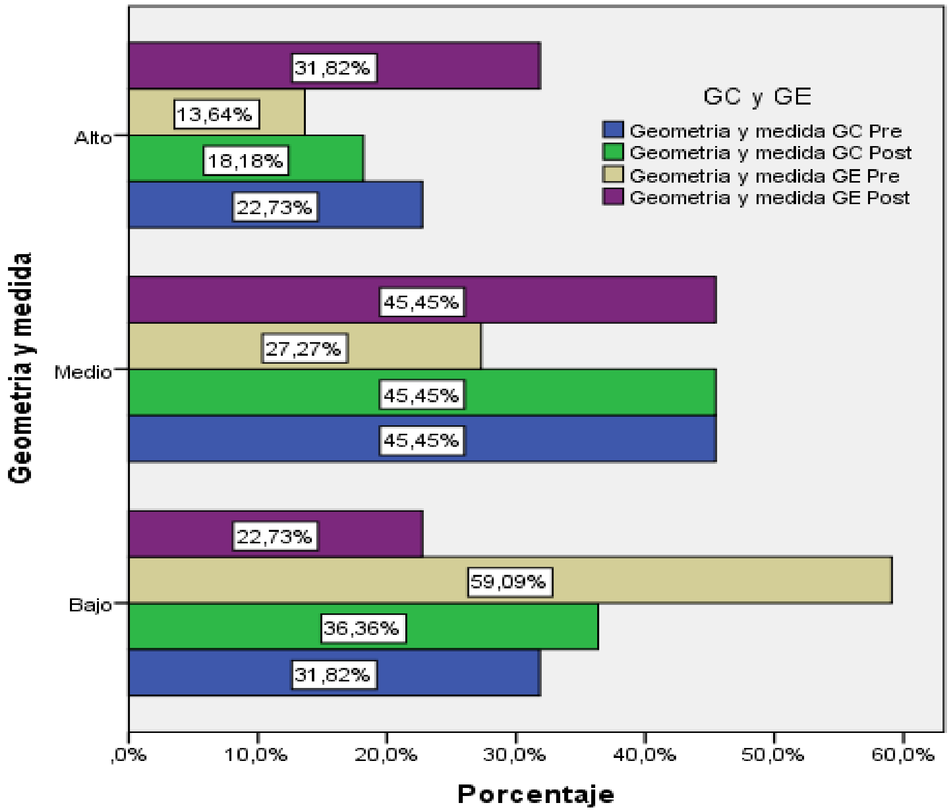


Figura 3. Niveles de aprendizaje de geometría y medida de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo control y experimental

3.1.4 Aprendizaje de estadística y probabilidades

Tabla 10

Distribución de frecuencias del nivel de aprendizaje de estadística y probabilidades de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo control y experimental

Grupo Control				Grupo experimental			
Niveles		Frecuencia (fi)	Porcentaje (%)	Niveles		Frecuencia (fi)	Porcentaje (%)
Pre test				**Pre test**			
Bajo	1-2	6	27.3	Bajo	1-2	3	13.6
Medio	3-4	11	50.0	Medio	3-4	15	68.2
Alto	5-6	5	22.7	Alto	5-6	4	18.2
Post test				**Post test**			
Bajo	1-2	1	4.5	Bajo	9-11	5	22.7
Medio	3-4	16	72.7	Medio	12-14	13	59.1
Alto	5-6	5	22.7	Alto	15-17	4	18.2

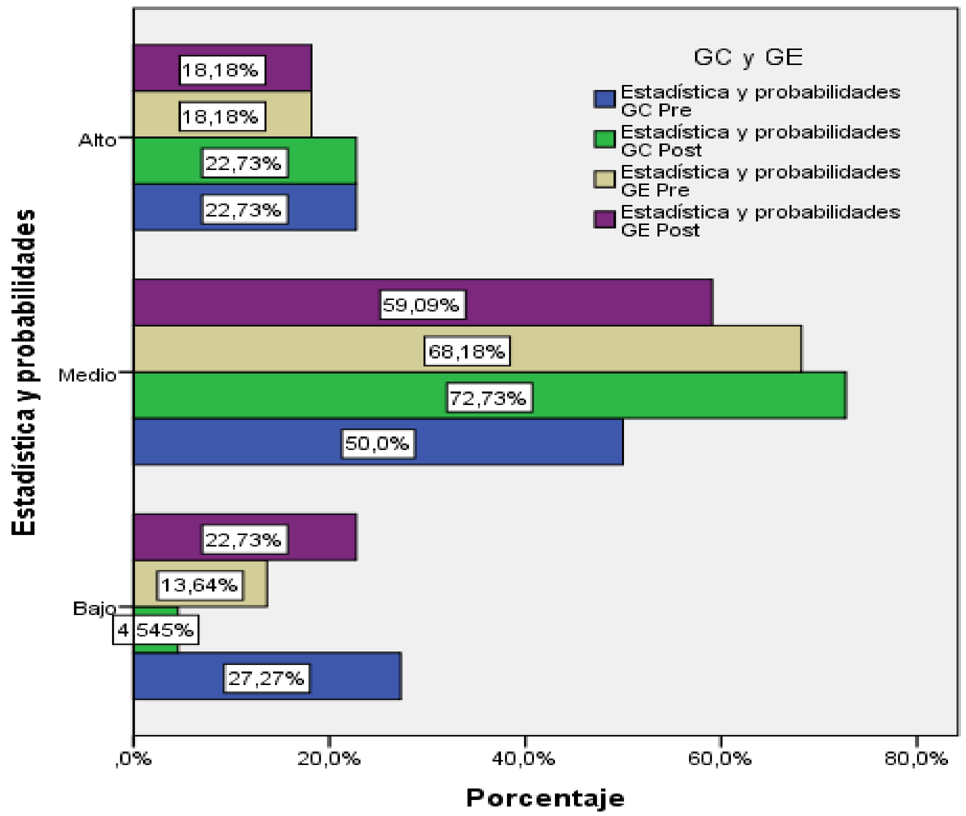


Figura 4. Niveles de aprendizaje de estadística y probabilidades de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo control y experimental

Interpretación.

De acuerdo a los resultados de la tabla 10 y figura 4 en aprendizaje de estadística y probabilidades en el grupo control el nivel medio en el pre test alcanza el 59,1% y en el pos test el nivel medio se mantiene el 50% en pre y pos test igual el nivel alto del 22,7%. En el grupo experimental a diferencia de lo ocurrido en otras dimensiones en el pos test se incrementa del 13,6$ a 22,7%; en el nivel medio si hay una baja de 68,2% en el pre test a 59,1% en el pos test. En el nivel alto se mantiene el 18.2% registrado en la prueba de entrada con el pos test o prueba de salida.

3.2. Resultados inferenciales

3.2.1 Aprendizaje de las matemáticas

Hipótesis general

Ho. Los módulos matemáticos no influyen en el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

H1. Los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

Tabla 11

Medidas de tendencia central y variación del aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo experimental pre y postes.

Aprendizaje de las matemáticas	Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Grupo experimental Pos test	13.8182	22	2.85584	.60887
Grupo experimental Post test	9.8636	22	2.79958	.59687

Los resultados de las tablas 10 y 11 muestran un resultado positivo con una diferencia de la media positiva de 3,954 puntos en la prueba de salida y una desviación estándar de 2,497. La prueba de “t” de Student con un coeficiente de 7,427 expresa que p: 0,000 < α 0,01, por lo que se rechaza la hipótesis nula y se infiere que Los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016.

Tabla 12

Prueba de “t” de Student del aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo experimental pre y postes

Aprendizaje de las matemáticas	Diferencias emparejadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Dif. media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de IC de la diferencia				
				Inferior	Superior			
Grupo Experimental Post test y Pre test	3.954	2.497	.53240	2.84736	5.06174	7.428	21	.000

3.2.2 Aprendizaje de sistema de números y funciones

Hipótesis específica 1

Ho.Los módulos matemáticos no influyen en el aprendizaje de Sistemas numéricos y funciones en estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

H1. Los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de Sistemas numéricos y funciones en estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

Según los resultados de las tablas 12 y 13 con una diferencia de la media positiva de 1,818 puntos en el pos test y una desviación estándar de 1,367 perite probar que la aplicación del módulo matemático si influye en el aprendizaje de sistemas numéricos y funciones, afirmación que respalda la prueba de “t” de Student que con un coeficiente de 6,236 expresado por p: 0,000 < α 0,01, permite inferir que: Los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de sistemas numéricos y funciones en los estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

Tabla 13

Medidas de tendencia central y variación del aprendizaje del sistema de números y funciones de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo experimental pre y postes

Sistemas de números y funciones		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Grupo experimental Pos test	4.5455	22	1.18431	.25250
	Grupo experimental Pre test	2.7273	22	1.24142	.26467

Tabla 14

Prueba de "t" de Student del aprendizaje del sistema de números y funciones de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo experimental pre y postes

Sistemas de números y funciones	Diferencias emparejadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de IC de la diferencia				
				Inferior	Superior			
Grupo experimenta Pos test y Pre test	1.818	1.36753	.29156	1.21185	2.42451	6.236	21	.000

Según los resultados de las tablas 12 y 13 con una diferencia de la media positiva de 1,818 puntos en el pos test y una desviación estándar de 1,367 perite probar que la aplicación del módulo matemático si influye en el aprendizaje de sistemas numéricos y funciones, afirmación que respalda la prueba de "t" de Student que con un coeficiente de 6,236 expresado por p: 0,000 < α 0,01, permite inferir que: Los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de sistemas numéricos y funciones en los estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 "Julio C. Tello", UGEL N° 05, año 2016

3.2.3 Aprendizaje de geometría y medida

Hipótesis específica 2

H0. Los módulos matemáticos no influyen en el aprendizaje de Geometría y medida en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

H1. Los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de Geometría y medida en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

Tabla 15

Medidas de tendencia central y variación del aprendizaje de geometría y medida de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo experimental pre y postes

Geometría y medida		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Grupo experimental Post test	4.7727	22	1.37778	.29374
	Grupo experimental Pre test	3.7273	22	1.24142	.26467

Tabla 16

Prueba de “t” de Student del aprendizaje de geometría y medida de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo experimental pre y postes

Geometría y medida	Diferencias emparejadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Dif. media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de IC de la diferencia				
				Inferior	Superior			
Grupo experimental Post test y Pre test	1.045	1.46311	.31194	.39675	1.69416	3.352	21	.003

Los resultados de las tablas 14 y 15 expresa una diferencia de la media positiva de 1,045 puntos entre el pos test y el pre test con una desviación estándar de 1,463 con lo que se prueba que la aplicación del módulo matemático influye en el aprendizaje de geometría y medida, afirmación que respalda la prueba de “t” de Student con un coeficiente de 3,352 expresado por p: 0,003 < α 0,05, permite inferir que: Los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de geometría y medida en los estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

3.2.4 Aprendizaje de estadística y probabilidades

Hipótesis específica 3

H_0. Los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de Estadística y probabilidad en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

H_1. Los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de Estadística y probabilidad en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

Tabla 17

Medidas de tendencia central y variación del aprendizaje de estadística y probabilidades sistema de números y funciones de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo experimental pre y postes

Estadística y probabilidades		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	Grupo experimental Post test	4.5000	22	1.05785	.22553
	Grupo experimental Pre test	3.4091	22	.95912	.20449

Teniendo en cuenta los resultados de las tablas 16 y 17 se prueba que la diferencia de la media positiva de 1,091 entre los puntajes registrados en el pos test y el pre test con una desviación estándar de 0,868 se prueba que la aplicación del módulo matemático influye en el aprendizaje de la estadística y probabilidades, afirmación que está respaldada con la prueba de “t” de Student con un coeficiente de 5,896 expresado por p: 0,000 < α 0,01, permite inferir que: Los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de estadística y probabilidades en los estudiantes del segundo ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

Tabla 18

Prueba de "t" de Student del aprendizaje de estadística y probabilidades de los estudiantes del segundo grado del ciclo avanzado del CEBA 1173 aplicando módulos matemáticos según grupo experimental pre y postes

Estadística y probabilidades	Diferencias emparejadas					t	gl	Sig. (bilateral)
	Dif. media	Desviación estándar	Media de error estándar	95% de IC de la diferencia				
				Inferior	Superior			
Grupo experimental Post test y Pre test	1.091	.86790	.18504	.70610	1.47571	5.896	21	.000

III. Discusión

Discusión

Como resultado de la investigación realizada, en la prueba de la hipótesis general los resultados de la tabla se muestra puntajes similares en el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016, en el pos test, los puntajes en el aprendizaje de las matemáticas del grupo experimental, de los resultados obtenidos en las tablas 10 y 11 muestran un resultado positivo con una diferencia de la media positiva de 3,954 puntos en la prueba de salida y una desviación estándar de 2,497. La prueba de “t” de Student con un coeficiente de 7,427 expresa que p: 0,000 < α 0,01, por lo que se rechaza la hipótesis nula y aceptando la hipótesis del investigador. Además que el grupo experimental, que habiendo iniciado con el 50% con el nivel bajo se logró bajar hasta el 22,7% y el nivel alto se incrementó de 18,2% a 40,9%.

Se concluyeron que: los módulos matemáticos influyen positivamente en el aprendizaje de estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016, resultados que tienen coincidencia con Zegarra (2011), quien elaboró una tesis titulada “Efectos de los Módulos de Aprendizaje Zegarra” y en sus conclusiones indica que los módulos de aprendizaje son una alternativa de organización dentro de la programación curricular (sílabo) de muy corta duración y que trata un contenido muy específico de la asignatura, con la finalidad de reforzar aprendizajes específicos que no han sido logrados o que no se han tratado debidamente en las unidades o proyectos de aprendizaje.

En la primera hipótesis especifica los resultados de las pruebas realizadas, según los resultados de las tablas 12 y 13 con una diferencia de la media positiva de 1,818 puntos en el pos test y una desviación estándar de 1,367 permitió probar que la aplicación del módulo matemático si influye en el aprendizaje de sistemas numéricos y funciones, afirmación que respalda la prueba de “t” de Student que con un coeficiente de 6,236 expresado por p: 0,000 < α 0,01, permite inferir que: Los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de sistemas numéricos y funciones, rechazando la hipótesis nula y aceptando la hipótesis del investigador.

Se concluye que: Los módulos matemáticos influyen positivamente en el aprendizaje de Sistemas numéricos y funciones en estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa en el N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016, lo cual confirma los hallazgos obtenidos por Ventura (2012) en tesis titulado “Efectos del método participativo de enseñanza en el nivel de aprendizaje de la Matemática”, donde llegó a las siguientes conclusiones:

(a) La efectividad del método participativo de enseñanza de matemática se evidencia no sólo en los logros cuantitativos sino también en los cualitativos como la socialización entre los miembros del grupo para resolver un problema mediante la participación activa de los mismos. (b) El método participativo en las matemáticas promueve un aprendizaje que permite al estudiante desarrollar su capacidad intelectual en forma integral, porque el trabajo en grupo hace que se interrelacione los conocimientos que tienen cada integrante, lo que hace más ameno el aprendizaje.

En la segunda hipótesis especifica los resultados de las tablas 14 y 15 expresa una diferencia de la media positiva de 1,045 puntos entre el pos test y el pre test con una desviación estándar de 1,463 con lo que se prueba que la aplicación del módulo matemático influye en el aprendizaje de geometría y medida, afirmación que respalda la prueba de “t” de Student con un coeficiente de 3,352 expresado por p: $0,003 < \alpha\ 0,05$, por lo cual no se acepta la hipótesis nula y aceptando la hipótesis del investigador.

Se concluye que: Los módulos matemáticos influyen positivamente en el aprendizaje de Geometría y medida en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016, que coincide con los hallazgos de Lázaro (2012) en su tesis titulado “Estrategias didácticas y Aprendizaje de la Matemática en el programa de estudios por Experiencia Laboral”, la investigación realizada permitió apreciar, según los resultados de rendimiento académico, la influencia positiva de las estrategias de aprendizaje de la matemática del Programa de Estudios por Experiencia Laboral en la Universidad Ricardo Palma en el periodo 2,005 – 2008; esto está ratificado mediante las pruebas estadísticas realizadas. Teniendo en cuenta la opinión de los estudiantes del Programa de Estudios por Experiencia Laboral, el desarrollo de las asignaturas fue satisfactorio en lo concerniente a los distintos aspectos del proceso de enseñanza - aprendizaje.

La capacidad de razonamiento, crítica y solución a diferentes eventos impartidos en clase, fueron conducidas por los profesores de la facultad de estudios, de tal manera que el estudiante adquirió una formación profesional con bases que le permitan desarrollarse con adecuada capacidad frente a los retos que le espera su ámbito laboral.

Afirma que las actitudes hacia la matemática y el rendimiento académico en la capacidad razonamiento y demostración están relacionadas entre sí, tanto la actitud de demostración; la capacidad comunicación matemática, la capacidad resolución de problemas. Concluyendo que las matemáticas tiene:

(a) Valor formativo (Formación matemática), basado en su método de razonamiento. (b) Valor instrumental por su utilidad para la resolución de problemas, y (c) Valor social como medio de comunicación.

En la tercera hipótesis específica, teniendo en cuenta los resultados de las tablas 16 y 17 se prueba que la diferencia de la media positiva de 1,091 entre los puntajes registrados en el pos test y el pre test con una desviación estándar de 0,868 se prueba que la aplicación del módulo matemático influye en el aprendizaje de la estadística y probabilidades, afirmación que está respaldada con la prueba de "t" de Student con un coeficiente de 5,896 expresado por p: $0,000 < \alpha\ 0,01$, lo que permite rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis del investigador.

Se concluye que: Los módulos matemáticos influyen positivamente en el aprendizaje de Estadística y probabilidad en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 "Julio C. Tello", UGEL N° 05, año 2016, lo que concuerda con los hallazgos de Alpizar (2014), quien en su tesis "Actitudes del docente de Matemáticas de enseñanza secundaria" llegó a las siguientes conclusiones:

(a) Se encontró una importante valoración en los docentes hacia su profesión incidiendo ello en su autoestima personal y profesional. (b) Se vio también una disposición positiva a la integración y participación positiva de los estudiantes. (c) Se reconoce la influencia de la actitud que muestre cada docente en el ambiente de clases con una expresión emocional en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas de manera muy fácil y acogedor. (d) Existe en el país una coyuntura favorable, dada la reforma curricular en matemática que hace factible la introducción de cambios que partieron de una realidad nacional y una comparación internacional que conmovió todo el sistema.

En esta investigación también se concluye que la enseñanza de las matemáticas no es una tarea simple, hay muchas incertidumbres que tienen que ver con la preparación matemática del profesor y con la preparación del estudiante, pero hay también razones que tienen que ver con la forma que las personas tenemos de aprender. Los problemas de aprendizaje matemático son mucho más comunes de lo que se piensa habitualmente, desde los educadores hasta los directivos empresariales, dan cada vez más importancia al aprendizaje matemático. Sin embargo, las diversas encuestas realizadas nos indican que un gran porcentaje de los alumnos llegan al final de su escolaridad careciendo de la competencia matemática necesaria y sin mostrar interés por esta disciplina. Y así, cuando los alumnos alcanzan el nivel universitario para iniciar una carrera científica se encuentran con socavones difíciles de superar, porque se les pide una capacidad de análisis para la que no han sido entrenados.

IV. Conclusiones

Conclusiones

Primera: Los módulos matemáticos influyen positivamente en el aprendizaje de estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 "Julio C. Tello", UGEL N° 05, año 2016. Afirmación que se respalda con la prueba de "t" de Student con un coeficiente de 7,427 expresando que p: 0,000 < α 0,01, demostrando que los módulos matemáticos ofrecen seguridad y apoyo en el afianzamiento matemático

Segunda: Los módulos matemáticos influyen positivamente en el aprendizaje de Sistemas numéricos y funciones en estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa en el N° 1173 "Julio C. Tello", UGEL N° 05, año 2016, afirmación que respalda la prueba de "t" de Student que con un coeficiente de 6,236 expresado por p: 0,000 < α 0,01, por lo tanto los estudiantes tienen una mejor comprensión y aprendizaje en los sistemas numéricos y funciones.

Tercero: Los módulos matemáticos influyen positivamente en el aprendizaje de Geometría y medida en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 "Julio C. Tello", UGEL N° 05, año 2016, afirmación que respalda la prueba de "t" de Student con un coeficiente de 3,352 expresado por p: 0,003 < α 0,05, reconociendo que su aprendizaje en geometría y medida mejoró con la aplicación de los módulos matemáticos

Cuarta: Los módulos matemáticos influyen positivamente en el aprendizaje de Estadística y probabilidad en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 "Julio C. Tello", UGEL N° 05, año 2016, afirmación que está respaldada con la prueba de "t" de Student con un coeficiente de 5,896 expresado por p: 0,000 < α 0,01, demostrando que los estudiantes mejoran su aprendizaje en estadística y probabilidad.

V. Recomendaciones

Recomendaciones

Primera: De acuerdo a los resultados analizados en la presente investigación se sugirió al director del CEBA mantener una constante coordinación con los profesores del área de Matemática y priorizar la elaboración de módulos orientada a mejorar los aprendizajes en los estudiantes en el área de Matemática. Siendo esto muy útil en las modalidades: presencial, semipresencial o a larga distancia.

Segunda: Teniendo en cuenta los resultados es necesario que los profesores del área de matemática desarrollen programas de asesoría académica dirigida a reforzar el aprendizaje de estrategias cognitivas de la población de estudiantes del CEBA en el ciclo avanzado teniendo en cuenta que es la base del conocimiento y poder enfrentar de manera exitosa muchos de los cursos a nivel superior.

Tercera: El director del CEBA debe recomendar a todos los profesores del área a diseñar módulos matemáticos para los alumnos que presentan alta deficiencias en el aprendizaje en la mencionada área y luego motivar a los estudiantes que continúen sus estudios ya que ello le ayudara posteriormente a insertarse al mundo laboral y mejora su calidad de vida.

Cuarta: Los profesores del CEBA N° 1173 “Julio C, Tello” entre los criterios a tomar en cuenta, es considerar: su pertinencia con el DCN para la EBA, la originalidad en el tratamiento del tema, la innovación en las estrategias de enseñanza, la claridad de las indicaciones, el rigor académico, y su factibilidad para el trabajo en aula, entre otros.

VII. Referencias bibliográficas.

Referencias bibliográficas

Acuña, K., Jiménez, M., e Irigoyen, J. (2010). *Consideraciones sobre la planeación de espacios educativos para la formación de estudiantes competentes.* México.

Acuña, K. y Jiménez, M. (2011). *Análisis de las interacciones didácticas: ¿cómo auspiciar la formación de estudiantes competentes en el ámbito científico*? (Vol.16), Xalapa, México.

Alcalde, M. (2010).*Importancia de los conocimientos matemáticos previos de los estudiantes para el aprendizaje de la didáctica de la matemática en las titulaciones de maestro en la Universitat Jaume . (Tesis de Doctorado).Castellón de la Palma. España.*

Alpizar, Á. (2014). *Metaconciencia actitudinal de los docentes de matemática de ESO – Bachillerato en su práctica docente.* (Tesis de Doctorado). Universidad Autónoma de Barcelona.

Arboleda, N. (1991). *Tecnología educativa y diseño instrumental*. Bogotá: Ineterconed.

Ávila, W. (2009), *Desempeño profesional del docente universitario asociado a los factores: propuesta docente, interacción pedagógica, satisfacción de necesidades y reflexión sobre la práctica docente. (Tesis de Maestría).* Universidad nacional Mayor de San marcos.

Ayala, C. (2013). Estrategia metodológica basada en la indagación guiada con estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Rafael J. Mejía del municipio de Sabaneta. (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia. Medellín.

Bernabéu, M. *(2009) Estudio sobre innovación educativa en universidades catalanas mediante el aprendizaje basado en problemas y en proyectos.* (Tesis de Doctorado).Universidad Autónoma de Barcelona.

Bernal, C. (2010). *Metodología de la investigación*. (Tercera Edición). Bogotá: Prentice Hall

Carrasco S. (2009). *Metodología de la investigación científica*. Lima: Ed. San Marcos.

Cóndor, M. (2012) *La Aplicación de las tecnologías de información y comunicación en el nivel de aprendizaje de la matemática de los estudiantes de quinto grado de secundaria de la institución educativa no 1228 Leoncio Prado de vitarte, año 2012*. (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle

Córdova, M. (2008) estadística Aplicada primera edición editorial Moshera SRL, Lima Perú.

Diccionario de la Real Academia - DRAE (2015)

Anderson, F. y Kent, R. (1992)*. Rings and Categories of Modules, Graduate Texts in Mathematics.* (Vol.13) (2Ed.),

Fabián, G. (2013) *Efectividad de un módulo de resolución de problemas matemáticos en estudiantes de secundaria del Callao*. (Estudio de Investigación). Perú.

Flores, P. (2001). *Aprendizaje y evaluación en matemáticas*. En Castro, E. (Coord.) Matemáticas y su Didáctica para la formación inicial de maestros de primaria. Madrid, Síntesis.

García, C. (2014). *Criterios de idoneidad didáctica como guía para la enseñanza y el aprendizaje del valor absoluto en el primer ciclo del nivel universitario.* (Tesis de Maestría). PUCP. Perú.

García, B., Coronado, A., & Montealegre, L. (2011). *Formación y desarrollo de Competencias matemáticas: una perspectiva teórica en la didáctica de las matemáticas"* (Vol. 23). Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.

Gómez, B. (1991) Las Matemáticas y el Proceso Educativo. En Gutiérrez, A. (Ed.) Área de conocimiento Didáctica de la Matemática. Madrid: Síntesis

González, K. (2013). *Percepción sobre la metodología indagatoria y sus estrategias de implementación en la enseñanza de las ciencias naturales en el Liceo Experimental Manuel de Salas.* (Tesis de maestría). Universidad de Chile. Santiago

Hernández, R, Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. (6 Ed). México: McGraw Hill Interamericana.

Javaloyes, M. (2016) *Enseñanza de estrategias de aprendizaje en el aula estudio descriptivo en profesorado de niveles no universitario.* (Tesis de Doctorado) en la Universidad de Valladolid. España.

Lázaro, D. (2012). *Estrategias Didácticas y Aprendizaje de la matemática en el Programa de estudios por Experiencia Laboral*. (Tesis de Doctorado) Universidad San Martin de Porres. Perú.

Lizama, N. y Valenzuela, K. (2014). *Módulo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje en escuelas rurales multigrado* Guía didáctica del profesor. Chile

Melgarejo, H. y Santisteban, S. (2015). *Estrategia didáctica para desarrollar la competencia científica indaga en estudiantes de ciencia, tecnología y ambiente de educación secundaria. (*Tesis de maestría). Universidad San Ignacio de Loyola. Lima.

Ministerio de Educación (2008*). Diseño Curricular Nacional. Ministerio de Educación Orientaciones para el trabajo pedagógico Área matemática*. (3Ed.).

Ministerio de Educación (*2015*). *Rutas* del *aprendizaje del Nivel secundaria*. Lima, Perú.

Moore, D. (1992) *Estadística aplicado básica*, España: Ed. Antonio Bosch.

Nérici, I. (1970). *Hacia una didáctica general dinámica*. Buenos Aires.

Opazo, H. (2015). *Experiencias de aprendizaje-servicio en la formación del profesorado. (Tesis de Doctorado)* Universidad Autónoma de Madrid. España.

Pérez, L. (2008), *Actitudes y rendimiento académico en matemáticas de los estudiantes que ingresan por primera vez a la Universidad Sergio Arboleda y a la Fundación Universitaria San Martín.* (Estudio de Investigación). Colombia.

Robles, A.; Solbes, J.; Cantó, R. y Lozano, O. (2015). Actitudes de los estudiantes hacia la ciencia escolar en el primer ciclo de la Enseñanza Secundaria Obligatoria. Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, 14(3), 361-376.

Romberg, T. A. (1993). Cómo uno aprende: Modelos y teorías del aprendizaje de las matemáticas. En Sigma. (Traducción de: How one comes to know: Models and theories of the learning of mathematics. En Investigation into assesment in mathematics education, Dordrech/Boston/London, Kluwer Academic Publishers.

Saco R. (1988). *Materiales educativos.* Lima.

Sánchez, H. y Reyes, C. (1998). *Metodología y diseño en la investigación científica*. Perú: Mantaro.

Urbina, J. (2013). *La metodología activa y su influencia en la enseñanza de las matemáticas de los niños (as) del quinto, sexto y séptimo grados de la escuela particular "Carlos maría de la Condamine.* (Tesis de Maestría) Universidad Técnica de Ambato. Ecuador.

.Valderrama S. (2013). *Pasos para elaborar proyectos de investigación científica*. Lima: Ed. San Marcos.

Valdivia, S. (2004). *Retroalimentación Efectiva en la Enseñanza Universitaria*. (Revista sobre docente universitario).Perú: UPCP.

Vega, J. y Alva, C. (2008) *Métodos y técnicas de comprensión lectora para el éxito escolar*. Perú: San Marcos

Ventura, I. (2012). *Efectos del método participativo de enseñanza en el nivel de aprendizaje de la Matemática: caso de los alumnos de la asignatura de Didáctica de Matemática para Primaria de la Escuela de Formación Profesional de Primaria de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga-Ayacucho. (Tesis de Maestría).* Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Perú.

Zabalza, M. (1990). La didáctica como estudio de la Educación. Madrid: UNED.

Zegarra, W. (2011). *Efectos de los Módulos de Aprendizaje Zegarra* en *el Nivel de Aprendizaje de la matemática en Estudiantes del tercer Grado de secundaria de la Institución Educativa Dr. Luis Alberto Sánchez - Viñani de Tacna.* (Tesis de Maestría). Universidad Nacional Jorge Basadre Grohmann – Tacna. Perú.

Apéndices

Apéndice A: Matriz de consistencia

Título: Módulos Matemáticos y su influencia en el aprendizaje en estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del CEBA N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05 – San Juan de Lurigancho.

Autor: Eladio Arotuma Condeña.

Problema general	Objetivo general	Hipótesis general
¿De qué manera los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016?	Determinar la influencia de módulos matemáticos en el aprendizaje de estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016	Los módulos matemáticos influyen positivamente en el aprendizaje de estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016.
Problemas específicos	**Objetivos específicos**	**Hipótesis específicas**
¿De qué manera los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de Sistemas numéricos y funciones en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016?	Determinar la influencia de módulos matemáticos en el aprendizaje de Sistemas numéricos y funciones en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016.	Los módulos matemáticos influyen positivamente en el aprendizaje de Sistemas numéricos y funciones en estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa en el N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016
¿De qué manera los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de Geometría y medida en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016?	Determinar la influencia de módulos matemáticos en el aprendizaje de Geometría y medida en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016	Los módulos matemáticos influyen positivamente en el aprendizaje de Geometría y medida en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016
¿De qué manera los módulos matemáticos influyen en el aprendizaje de Estadística y probabilidad en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016?	Determinar la influencia de módulos matemáticos en el aprendizaje de Estadística y probabilidad en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016	Los módulos matemáticos influyen positivamente en el aprendizaje de Estadística y probabilidad en los estudiantes del segundo grado del Ciclo Avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016

Metodología		
Tipo y diseño de investigación	Población y muestra	Técnicas e instrumentos de evaluación
TIPO: Aplicado **DISEÑO:** Experimental **TIPO:** Cuasi-experimental **MÉTODO:** Hipotético deductivo	**POBLACION** La población está constituida por estudiantes del 2do grado de secundaria del CEBA N° 1173 "Julio C, Tello" **MUESTRA: 44** **GRUPO DE CONTROL: 22** 2do "B" **GRUPO DE EXPERIMENTAL: 22** 2do "A"	**Variable Dependiente:** Aprendizajes Matemáticos **Técnicas:** Encuestas / evaluación. **Instrumentos:** Cuestionario / prueba de evaluación. **Autor:** Eladio Arotuma Condeña **Año :** 2016

Apéndice B: Organización de los Módulos matemáticos.

Contenidos	Estrategias	Metodología	Tiempo
La aplicación de los módulos matemáticos consta de 14 sesiones pedagógicas. Determinar la influencia de módulos matemáticos en el aprendizaje de estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05 1. Mejorar significativamente el aprendizaje de Sistemas numéricos y funciones. 2. Mejorar significativamente el aprendizaje de Geometría y medida 3. Mejorar significativamente el aprendizaje de Estadística y probabilidad.	Aplicación de los módulos matemáticos. • Práctica dirigida. • Prácticas calificadas	Grupo experimental. Activo y participativo Grupo control. Sin Metodología	14 sesiones de 2 horas pedagógicas.

Apéndice C: Matriz de Operacionalización de la variable dependiente: Aprendizajes Matemáticos.

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala de Medición/	Niveles / rangos
Aprendizaje matemáticos	Analizar la necesidad de comprender el lenguaje matemático para lograr un aprendizaje de calidad, entendido como el desarrollo de capacidades para el dominio de códigos culturales básicos, la participación democrática, el desarrollo de la capacidad para resolver problemas y seguir aprendiendo y el desarrollo de valores y actitudes acordes con una sociedad que prevea una mejor calidad de vida para sus habitantes.(Delgado, 2015, p.34)	Se aplicó el instrumento al grupo experimental y control para medir las dimensiones de la variable.	Sistemas numéricos y funciones Geometría y medida Estadística y probabilidad	1. Compara y ordena. 2. Resuelve y representa. 3. Resuelven problemas 4. Resuelven ejercicios. 5. Reconoce y utiliza. 6. Identifica y reconoce	Correcta = 1 pto. Incorrecta = 0 pto.	Bajo: 0 - 10 Medio 11 -15 Alto: 16 - 20

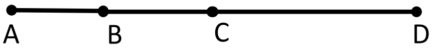
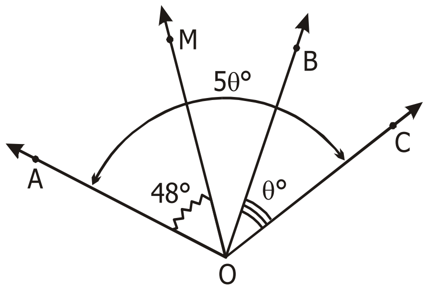
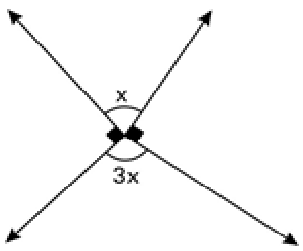
Apéndice D: Instrumento de evaluación para la variable dependiente Aprendizajes Matemáticos.

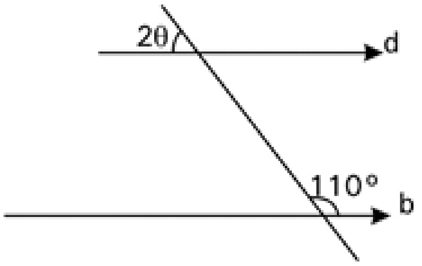
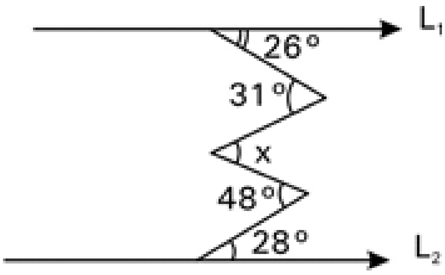
Nombres y apellidos: …………………………..….……………… Nº Ord:….

Grado:……………………. Sección:………

INSTRUCCIONES: Joven estudiante marque con un aspa (x) la alternativa correcta

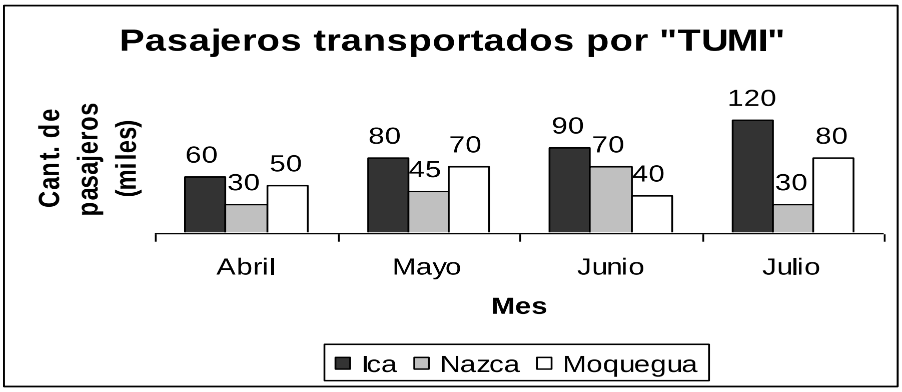
SISTEMAS NUMÉRICOS Y FUNCIONES **Razonamiento y Demostración**			
Nº Ord.	ITEMS	CAPACIDAD ESPECIFICA	PUNTAJES
1	Desarrollar: $3\frac{1}{5}+5\frac{1}{3}+1$ a) 142/15 b) 143/15 c) 144/15 d) 145/16 e) N.A.	Resuelve y representa	1 0
2	Dado los términos semejantes: $23k^{a+3}$; $-\sqrt{25}k^{14}$ $Calcular:$ E=$\frac{a+1}{2}$: a) 7 b) 6 c) 5 d) 4 e) 3	Resuelve y representa	1 0
3	Dado el polinomio: $P(x,y)=x^a y^{b+2}+x^{a+1}y^{b+4}+x^{a+4}+x^{a+5}y^b+ab$ $Si: GR(x)=8$ GR(y) = 6 Calcular el témino independiente: a) 5 b) 6 c) 7 d) 12 e) 9	Resuelve y representa	1 0
4	Simplificar la siguiente expresión: $F=\frac{(0,5+0.666...-0,0555...)(0,9)}{(3,111....)-(2,0666...)}$ $y\ dar\ la$ suma de sus términos. a) 47 b) 45 c) 85 d) 92 e) 93	Resuelve y representa	1 0
5	Dado el polinomio completo y ordenado: $P(x)$ = 2mx$^{a+3}+5x^3-7x^2+mx+3$ Calcule la suma de coeficientes. a) 1 b) 2 c) 4 d) 5 e) N.A.	Resuelve y representa	1 0

6	Si: ab = 4 y a + b= 3, calcular: $a^2 + b^2$ a) -1 b) 1 c) 2 d) -2 e) 6	Resuelve y representa	1 0
7	Dado el conjunto: A = {1; 2; {3}; 4; {5}} Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda: 1 ∈ A ( ) 2 ⊂ A ( ) {4} ∈ A ( ) {3} ⊂ A ( ) {2; 4] ∈ A ( ) {4} ⊂ A ( ) 5} ∈ A ( ) {∅} ⊂ A ( )	Resuelve y representa	1 0
GEOMETRÍA Y MEDIDA - Comunicación Matemática			
8	Hallar m$\overline{BC}$. Si: AB = 10, BD = 24 y ¿"C" es punto medio de $\overline{AD}$?  a) 2 b) 3 c) 5 d) 7 e) 8	Resuelve y representa	1 0
9	Si:$\overline{OM}$ es bisectriz del ∡AOB, hallar "θ°". a) 48° b) 96° c) 12° d) 36° e) 24° 	Resuelve y representa	1 0
10	Calcular: $H = \operatorname{sen}^2 37° + \cos^2 37°$ a) -1/5 b) 2/5 c) -3/5 d) 1 e) N.A.	Resuelve y representa	1 0
11	En el siguiente gráfico calcular el valor de "x" a) 40° b) 45° c) 36° d) 48° e) 50° 	Resuelve y representa	1 0
12	Hallar el Complemento del Suplemento de 150° a) 50° b) 60° c) 30° d) 48° e) 40°	Resuelve y representa	1 0

13	En el siguiente gráfico: Si $a \parallel b$. Hallar θ a) 30° b) 35° c) 40° d) 45° e) 50° 	Resuelve y representa	1 0
14	En el siguiente gráfico: Sí $L_1 \parallel L_2$. Calcular “x”. a) 20° b) 25° c) 30° d) 35° e) 40° 	Resuelve y representa	1 0

ESTADISTICA Y PROBABILIDAD - Resolución de problemas

La empresa de transportes “EL TUMI” ofrece los servicios de transporte a Ica, Nazca y Moquegua. El gráfico siguiente muestra la cantidad de pasajeros transportados durante los últimos cuatro meses.



15	¿Cuántos pasajeros fueron transportados por “EL TUMI” durante el mes de junio? (en miles) a) 90 b) 70 c) 40 d) 160 e) 200	Resuelve y representa	1 0
16	¿Cuántos pasajeros fueron transportados a Ica durante el mes de julio? a) 80 b) 120 c) 110 d) 200 e) 140	Resuelve y representa	1 0
17	¿En qué mes se transportó a un mayor número de pasajeros? a) Julio b) Junio c) Mayo d) Abril e) Ningunos	Resuelve y representa	1 0

18	Si los pasajes a Ica, Nazca y Moquegua cuestan respectivamente 20; 30 y 50 soles, ¿Cuánto dinero recaudó “EL TUMI” durante el mes de abril? a) 2500 b) 2100 c) 3400 d) 4600 e) 5000	Resuelve y representa	1 0
19	¿Cuántos pasajeros en promedio mensual viajaron a Nazca durante el periodo abril-julio? a) 44 b) 43 c) 42 d) 41 e) 40	Resuelve y representa	1 0
20	¿Cuánto recaudo de Abril a Julio de los viajes a Ica si el costo de los pasajes es de S/. 50? a) 16 500 b) 17 500 c) 18 500 d) 19 500 e) 20 000	Resuelve y representa	1 0

Apéndice E: Prueba piloto.

p =	0.433	0.533	0.267	0.200	0.000	0.433	0.067	0.500	0.500	0.367	0.700	0.533	0.400	0.500	0.667	0.633	0.900	0.433	0.100	0.600
q =	0.567	0.467	0.733	0.800	1.000	0.567	0.933	0.500	0.500	0.633	0.300	0.467	0.600	0.500	0.333	0.367	0.100	0.567	0.900	0.400
p*q =	0.246	0.249	0.196	0.160	0.000	0.246	0.062	0.250	0.250	0.232	0.210	0.249	0.240	0.250	0.222	0.232	0.090	0.246	0.090	0.240
Cuenta =	30	30	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000
Sujeto	Pgta01	Pgta02	Pgta03	Pgta04	Pgta05	Pgta06	Pgta07	Pgta08	Pgta09	Pgta10	Pgta11	Pgta12	Pgta13	Pgta14	Pgta15	Pgta16	Pgta17	Pgta18	Pgta19	Pgta20
1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
4	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
5	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1
6	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1
8	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
9	1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
10	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
11	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1
12	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
15	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
16	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
17	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
18	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1
19	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
20	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
21	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1
22	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
24	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1
25	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
28	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
29	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	1
30	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1

Apéndice F: PROGRAMACION CURRICULAR DE UNIDAD DIDÁCTICA

I. DATO INFORMATIVOS:

1.1. D.R.E. : Lima
1.2. U.G.E.L : 05
1.3. C.E.B.A : N° 1173 ”Julio C. Tello”
1.4. LUGAR : San Juan de Lurigancho
1.5. ÁREA : Matemática
1.6. GRADO : Segundo Ciclo Avanzado
1.7. SECCIONES : “A” y “B””
1.8. DURACIÓN : 14 sesiones
1.9. DOCENTE : Eladio Arotuma Condeña

II. NOMBRE DE LA UNIDAD : “Fortaleciendo mi autoestima”

III. JUSTIFICACIÓN:

En la presente unidad didáctica se desarrollará sesiones de aprendizaje relacionadas con las fracciones en sus diferentes tipos, incidiendo en el análisis aritmético y la generación de decimales, incentivando en el estudiante la generación del pensamiento creativo, crítico toma de decisiones y la solución de problemas relacionados con la vida cotidiana.

IV. CAPACIDADES DEL ÁREA:

Razonamiento y demostración.- El razonamiento y la demostración matemática proporcionan modos potentes de desarrollar y codificar conocimientos sobre una amplia variedad de fenómenos. Las personas que razonan y piensan analíticamente tienden a percibir patrones, estructuras o regularidades, tanto en situaciones del mundo real como en objetos simbólicos; se preguntan si esos patrones son accidentales o si hay razones para que aparezcan, y conjeturan y demuestran. Una demostración matemática es una manera formal de expresar tipos particulares de razonamiento y de justificación.

Comunicación matemática.- Consiste en la capacidad de expresarse de muy diversas maneras sobre temas de contenido matemático, tanto de forma oral como escrita, así como comprender las afirmaciones orales o escritas expresadas por otras personas sobre esas mismas materias. El proceso de comunicación ayuda también a dar significado y permanencia a las ideas y a difundirlas, este proceso involucra emociones y actitudes

Resolución de problemas.- El proceso de resolución de problemas es de suma importancia por su carácter integrador, ya que sirve de contexto para el desarrollo de los otros procesos fundamentales. Resolver problemas implica necesariamente razonar y comunicarse, así como también permite interconectar ideas matemáticas y representarlas.

V. TEMA TRANSVERSAL:

Educación para el emprendimiento.

VI. VALORES Y ACTITUDES:

VALORES	ACTITUDES	INDICADORES
Laboriosidad	Perseverancia Seguridad Iniciativa Cooperación	- Toma iniciativa para formular preguntas y buscar conjeturas. - Muestra seguridad y perseverancia al resolver problemas y comunicar resultados matemáticos. - Muestra disposición cooperativa
Responsabilidad	Puntualidad Orden Honestidad Valoración Asume la diversidad	- Muestra responsabilidad y rigurosidad para representar, plantear argumentos y comunicar resultados. - Valora aprendizajes desarrollados en el área como parte de su proceso formativo.

VII. ORGANIZACIÓN DE LOS APRENDIZAJES:

APRENDIZAJE ESPERADO	ACTIVIDADES Y/O ESTRATEGIAS	MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO
- Identifica fracciones - Elabora modelos (regla de correspondencia) del fenómeno del mundo real con fracciones. - Determina el numerador y denominador de las fracciones. - Representa fracciones a partir de los decimales, y los grafica en la recta numérica del conjunto de números racionales. - Interpreta las clases de decimales que generan algunas fracciones. - Aplica propiedades para la fracciones en problemas que involucran en la vida diaria. fracciones.	- Exposiciones. - Ejemplificación. - Lluvia de ideas. - Trabajos grupales - Práctica de actividades individuales. - Evaluación.	.Procesador automático. . Pizarra . Plumones . Mota . Hojas de trabajo . Papelógrafos	2 horas 2 horas 2 horas 2 horas 2 horas 2 horas

VIII. EVALUACIÓN:

CAPACIDADES	INDICADORES	INSTRUMENTOS
Sistemas numéricos y funciones	- Describe la comparación y el orden de las fracciones propias y los números mixtos, con soporte concreto y gráfico	Prueba escrita
	- Expresa, en forma oral o escrita, el uso de las fracciones en diversos contextos de la vida diaria (recetas, precios).	Prueba escrita
Geometría y medida	- Representa fracciones en la recta numérica, gráficos y expresiones con decimales.	Prueba escrita
	- Interpreta gráficos de fracciones y decimales.	
Estadística y probabilidad	- Aplica propiedades para la resolución de problemas que involucran fracciones.	Prueba escrita
	- Evalúa resultados obtenidos de situaciones problemáticas con fracciones.	

ACTITUD FRENTE AL ÁREA:

INDICADORES	INSTRUMENTO
• Muestra responsabilidad y rigurosidad para representar, plantear argumentos y comunicar resultados.	Escala tipo Likert:
• Muestra seguridad y perseverancia al resolver problemas y comunicar resultados matemáticos**.**	
• Toma iniciativa para formular preguntas y buscar conjeturas.	
• Valora aprendizajes desarrollados en el área como parte de su proceso formativo.	
• Actúa con honestidad en la evaluación de sus aprendizajes.	
• Acepta las diferencias	
• Muestra disposición cooperativa.	

ANEXO G: SESIÓN DE APRENDIZAJE

1.1. C.E.B.A. : Nº 1173 "julio C. Tello"
1.2. Nivel : Avanzado
1.3. Grado y Sección : 2º "A"
1.4. Profesor : Eladio Arotuma Condeña
1.5. Área : Matemática
1.6 Tema Transversal : Respeto y valoración de las diferencias
1.7 Nombre de la Unidad : "Fortaleciendo mi autoestima"
1.8 Nombre de la sesión : "Juego con las fracciones"
1.9 Fecha : 04 de agosto del 2016
1.10 Duración (en minutos) : 120 minutos
1.11. Objetivos:

- Comprender el significado de fracción.
- Resolver las operaciones de suma y resta de fracciones.
- Utilizar el m.c.m. para sumar y restar fracciones con distinto denominador.
- Reconocer situaciones que se resuelvan mediante la utilización de la multiplicación y división de fracciones.

II.- CUADRO DE CAPACIDADES:

ORGANIZADOR	CAPACIDAD	CONOCIMIENTO	ACTITUD
• Número, relaciones y funciones.	1.7 Resuelve y formula problemas que implican adición, sustracción y multiplicación de fracciones heterogéneas.	• Adición, sustracción y multiplicación de fracciones heterogéneas.	• Muestra precisión en el uso del lenguaje matemático.

INDICADORES	TECNICAS	INSTRUMENTOS
• Halla el resultado de la adición, sustracción y multiplicación de fracciones heterogéneas. • Interpreta la adición, sustracción y multiplicación de fracciones heterogéneas.	• Observación	• Ficha de aplicación de fracciones heterogéneas. • Ficha de autoevaluación.

III. DESARRROLLO DE LA SESION

PROCESOS PEDAGOGICOS	DESARROLLO DE ESTRATEGIAS METODOLOGICAS		MEDIOS Y MATERIALES	TIEMPO (MINUTOS)
	ACTIVIDADES DOCENTE	ACTIVIDADES ALUMNOS		

MOTIVACION	Cuenta una lectura sobre: "La historia de las fracciones"	Responden a las preguntas: ¿Quiénes fueron los primeros en utilizar una notación racional?, ¿Cómo expresaban los hindúes las fracciones?, ¿Cuál fue el aporte de los árabes?	Lectura	5 min.
RECOJO DE SABERES PREVIOS	Pega en la pizarra figuras geométricas de colores. Plantea la pregunta: ¿Qué fracción del total representa cada grupo?	Responde a preguntas: ¿Cuántos cuadrados son rojos?, ¿Cuántos azules? Y ¿Cuántos amarillos? Responde escribiendo sus respuestas en la pizarra.	Figuras de cuadrado de colores. Cinta adhesiva Plumones	10min.
CONFLICTO CONGNITIVO	La profesora planteó un problema: La mamá de Sol recibe los 2/6 del total de un saco de papas y Roberto recibe 1/3. ¿Qué parte del saco de papas han recibido los dos? Luego: ¿Cómo les ayudarías para saber qué parte del saco han recibido los dos juntos?	Lee oralmente el problema. Grafica el problema. Explica la forma como halló el resultado y comparte su experiencia con sus compañeros y compañeras.	Problema Cinta adhesiva Pizarra Plumones	15min.
PROCESAMIENTO DE LA INFORMACION	- Explica los procedimientos para hallar la adición y sustracción de fracciones heterogéneas. - Ejemplifica la resolución de adición y sustracción de fracciones haciendo uso de fracciones equivalentes. - Explica los pasos a seguir para multiplicar fracciones.	Con apoyo de la profesora consolida los procedimientos haciendo uso de un organizador visual. Resuelven ejercicios con fracciones haciendo uso de la técnica que ellos crean conveniente.	Libros del MED Internet proyector Pizarra Plumones	30min
APLICACIÓN DE LO APRENDIDO	- Explica que deben resolver la actividad del libro del MED. Pág. 30. - Estimula a los alumnos a hallar el resultado.	Resuelve ejercicios del libro en forma individual: 1.- Calcula: a) 3/5 + 2/10 … b) 1 – (1/8 + ¼) … c) ¾ x 8/5 ….	Cuaderno Libros del MED Lapiceros Colores	20min.
TRANSFERENCIA	- Solicita la formación de equipos de trabajo. - Cada grupo recibe la consigna de resolver un problema relacionada con su vida cotidiana.	- Forma grupo por afinidad con 4 integrantes - Resuelve en el papelote el problema consignado y salen a explicar a sus demás compañeros.	Recibo de luz o agua. Plumones Papelotes Cinta adhesiva	20min.

METACOGNICION	Pregunta de reflexión sobre la adición, sustracción y multiplicación de fracciones heterogéneas.	Responde: ¿Qué sabía antes?, ¿Qué sabe ahora?, ¿Cómo lo ha aprendido?	Ficha Lapiceros	5min.
EVALUACION	Plantea ejercicios y problemas.	Resuelve ejercicios con adición, sustracción y multiplicación de fracciones heterogéneas.	Ficha de aplicación Lapiceros	15min

IV. BIBLIOGRAFIA:

1.- Libro de ciencias segundo grado de Educación Básica Alternativa. Ministerio de Educación. Tercera reimpresión junio 2016. Editorial Gráfica Técnica S.R.L.

2.- Garritz, Andoni y J. A. Chamizo G. (1994). Química general. México, Addison-Wesley Iberoamericana.

3.- Kind, Vanesa. (2004) Más allá de las apariencias. Ideas previas de los estudiantes sobre conceptos básicos de química. Santillana, México.

4.- Enríquez, Marcela. (2005) Experimentos científicos divertidos.

5.- Programas de Estudio (2006). Educación Básica, Secundaria, Ciencias. SEP, México.

6.- La Ciencia Nos Ayuda. Editorial M. Fernández. Madrid. España

Vo Bo

Félix A. Carrizales Moreno	Eladio Arotuma Condeña
DIRECTOR	PROFESOR

I. POLINOMIOS

1. DEFINICIÓN

Son expresiones algebraicas racionales enteras de dos o más términos. Es decir, la variable está afectada de exponentes enteros y positivos.
Ejemplo:

$x^4 - 2x^2 + 3$; $x^5 - 3x^4 + \sqrt{5}\, x^2 + \frac{1}{2} x$

1.1. NOTACIÓN

$P(x, y) = 3abx^5y^6$
$3ab \rightarrow$ coeficiente (constantes)
$x; y \rightarrow$ variables

- Las variables se encierran entre paréntesis, así :

P(x)
P(x, y)
P(x, y, z)

2. GRADO

Es una característica de las expresiones algebraicas racionales enteras, relacionadas con los exponentes de sus variables.
Hay de dos tipos:
- Grado Relativo.
-Grado Absoluto.

2.1. GRADO DE UN MONOMIO

Es siempre una cantidad entera positiva y son de dos clases:

a) Grado Absoluto:
Se obtienen sumando los exponentes de sus variables.

b) Grado Relativo:
Es el exponente de una variable.

2.2. GRADO DE UN POLINOMIO:

a) Grado Absoluto:
Está dado por el término de mayor grado absoluto.

b) Grado Relativo:
Es el mayor exponente de una variable.

3. POLINOMIOS ESPECIALES

Polinomio Homogéneo:
Todos sus términos tienen el mismo grado absoluto, cuyo grado se llama grado de homogeneidad.
Ejemplo:

$P(x; y) = 6x^5y^3 - 3x^4y^4 + 6x^6y^2$

$\therefore$ El polinomio P(x; y) es homogéneo de grado 8°.

Polinomio Ordenado:
Los exponentes de una de sus variables están aumentando o disminuyendo (variable ordenatriz)
Ejemplo:

$P(x; y) = x^4y^3 + 2x^2y^5 - 3xy^8$

a) Es ordenado respecto a la variable “x” en forma descendente.
b) Es ordenado respecto a la variable “y” en forma ascendente.

Polinomio Completo:
Si figuran todos los exponentes de una de sus variables, desde un valor máximo (mayor exponente) hasta cero (término independiente).
Términos = Grado + 1

Ejemplo:

$P(x; y) = x^3 + 4x^2y - 3xy^2 + 5$

* El polinomio es completo respecto a la variable “x”.

Polinomio Idéntico:
Los coeficientes de sus términos semejantes son iguales.

Ejemplo:

$ax^2 + bx + c \equiv mx^2 + nx + p$

Identidad

Debe cumplirse que:

$\boxed{a = m}$; $\boxed{b = n}$; $\boxed{c = p}$

Polinomio idénticamente nulo
Todos sus coeficientes son iguales a cero.

Ejemplo:

$ax^2 + bx + c = 0$

Debe cumplirse que:

$\boxed{a = 0}$; $\boxed{b = 0}$; $\boxed{c = 0}$

4. VALOR NUMÉRICO:

Es el resultado que se obtiene luego de reemplazar el valor asignado a las variables y realizar las operaciones indicadas.

VALORES NUMERICOS NOTABLES

Si P(x) es un polinomio, se cumple:

P(0) = término independiente
P(1) = Suma de coeficientes

Polinomio constante

$P(x) = m \ (m \neq 0)$
Su grado es cero.

5. OPERACIONES:

ADICIÓN:
Se escriben las expresiones algebraicas unas a continuación de otras con sus propios signos y luego se reducen los términos semejantes, si los hay.

SUSTRACCIÓN:
Se escribe el minuendo con sus propios signos y a continuación el sustraendo con los signos cambiados y luego se reducen los términos semejantes, si los hay.

MULTIPLICACIÓN:
Se Multiplican todos los términos del multiplicando por cada uno de los términos del multiplicador, teniendo en cuenta la ley de signos y se reducen los términos semejantes.

PROBLEMAS RESUELTOS

1).- En la siguiente expresión se tienen tres términos semejantes:

$5x^{a+b} + 3x^3 - 7x^{b+1}$

al reducirlos a uno solo, se obtiene :

Solución:

Al ser términos semejantes, entonces tienen la misma parte literal:

$a + b = 3 = b + 1$

Al reducir, quedará:

$5x^3 + 3x^3 - 7x^3 = x^3$

2).- A partir de:

$P(x) = 243x^{94} + x^{99} + 2x + 6$

PROBLEMAS RESUELTOS

1).- En la siguiente expresión se tienen tres términos semejantes:

$5x^{a+b} + 3x^3 - 7x^{b+1}$

al reducirlos a uno solo, se obtiene :

Solución:

Al ser términos semejantes, entonces tienen la misma parte literal:

$a + b = 3 = b + 1$

Al reducir, quedará:

$5x^3 + 3x^3 - 7x^3 = x^3$

2).- A partir de:

$P(x) = 243x^{94} + x^{99} + 2x + 6$

Halla: P(-3)

Solución:

$P_{(-3)} = 243(-3)^{94} + (-3)^{99} + 2(-3) + 6$

$P_{(-3)} = 3^5 . 3^{94} + (-3)^{99}$

$P_{(-3)} = 3^{99} + -3^{99} = 0$

3).- Sea el monomio:

$M(x, y, z) = 16x^{a+1}\ y^{a+2}\ z^{a+3}$

Si: G.A = 18

Calcula: T=GR(x) . GR(y). GR(z)

Solución:

$GA = 18$

$\rightarrow a + 3 + a + 2 + a + 1 = 18$

$3a = 12$

$a = 4$

Luego: $GR_{(x)} = 5$

$GR_{(y)} = 6$

$GR_{(z)} = 7$

$T = 5 \times 6 \times 7 = 210$

4).- Dada la expresión:

R(x,y) = $\sqrt{x^{a-2}} \cdot \sqrt[4]{y^{b+3}}$

Tal que = GA(R) = 13 y GR(y) = 5
Halla: a+b

Solución :

G.R (y) = 5

$\rightarrow \frac{b+3}{4} = 5 \rightarrow b = 17$

G.R(y) = 13 – 5 = 8

$\rightarrow \frac{a-2}{2} = 8 \rightarrow a = 18$

Luego :

a + b = 17 + 18 = 35

5).- Si : Q(x) = $x^{m-10} + x^{m-n+5} + x^{p-n+6}$

Es completo y ordenado en forma descendente.

Halla: “m+n-p”

Solución:

m – 10 = 2
m = 12

m – n + 5 = 1
12 – n + 5 – 1 = 0
n = 16

p – n + 6 = 0
p – 16 + 6 = 0
p = 10

m + n – p = 12 + 16 - 10 = 18

PRÁCTICA DIRIGIDA Nº 01

Resuelve (2 pts. c/u)

1).- Halla la suma de los siguientes términos semejantes:

$(5 + c)x^{4c-3}$; $(2c)x^{c+9}$

a) x^{13} b) $7x^{11}$ c) $7x^{13}$ d) $17x^{13}$ e) $13x^{17}$

2).- Halla el equivalente más simple de :

$x^2 + y^2 – (x^2 + 2xy + y^2)+ (-x^2 + y^2) + x(x + 2y)$

a) y^2 b) y c) 2xy d) $–y^2$ e) -xy

3).- Reduce:
$-(x + y) + (-x – y) – (-y + x) + (3x + y)$

a) 2y b) x c) –y d) 0 e) –x

4).- Al reducir los términos semejantes que hay en el siguiente polinomio:

$P(x) = 4ax^{a+1} + 2ax^{1+a} – 6x^5$
Se obtiene:

a) x^5 b) $2x^2$ c) $18x^5$ d) $8x^5$ e) $–8x^5$

5).- Si $P(x) = 2x^2 + \frac{3}{5}x^3 + \frac{1}{3}$
Calcula : P(-1/2)

a) 17/120 b) 91/120 c) 11/120 d) 97/12 e) 1/120

6).- Si $P(x) = 5x^2 + 7x – 12$:

Calcula: $[P(-1)]^{P(1)}$
a) 1 b) –1 c) 2 d) –2 e) 0

7).- Si $P(x) =x^2 – 3x + 1$:

Calcula : $E = \frac{P(-2)+P(-1)}{P(4)-P(3)}$

a) 1 b) 4 c) –4 d) 2 e) -2

8).- Calcula: P(P(2))

Si: $P(x) = x^2 – x + 1$

a) –2 b) 2 c)7 d) 0 e) -1

9).- P(2) = 4

Determina m, si:

$P(x) = (m - 1)x^2 + mx + m + 1$

a) –1 b) –2 c) 1 d) ½ e) 2

10).- Halla a+b sabiendo que P(x) es ordenado y completo:

$P(x) = x^4 + x^{b+1} + x^{a-8} + x+1$

a) 10 b) 8 c) 6 d) 14 e) 12

11).- Si: $P(x) = x^{2001} - 81x^{1997} + 27$

Calcular: P(-3)

a) 0 b) 5 c) 27 d) 18 e) 9

12).- Halla la suma de coeficientes de P(x) sabiendo que es un polinomio completo:

$P(x) = \sqrt{3}\,x + 2x^4 + 6mx^{m-5} - 3x^3 - \sqrt{3}$

a) 41 b) 27 c) 26 d) 38 e) 43

13).- Calcula mn sabiendo que el siguiente polinomio es homogéneo:

$P(x, y) = 5x^m y^4 + \sqrt{3}\,x^6 y^2 - 2x^3 y^{5+n}$

a) 1 b) 0 c) –1 d) –2 e) 4

14).-Calcula b-a sabiendo que el polinomio P(x) es completo y ordenado:

$P(x) = x^{b-1} + x^{a-1} + x^{b-3} + 2$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

15).- Halla la suma de coeficientes en el siguiente P(x, y) sabiendo que es homogéneo:

$P(x,y) = 2ax^7 y^{a+3} + 3x^8 x^{12} - 5ay^{a+10}$

a) 27 b) 13 c) –27 d) 10 e) 12

16).- Si $P(x) = (x^{17} + 1)(x^{13} - 1)(x^{10} + 1)$:

¿Cuál es su grado absoluto?

a) 17 b) 13 c) 10 d) 40 e) 18

17).- Si:

$E = 1 - x$

$F = x + 1$

$G = x^2 - 2$

Calcula la suma de coeficientes de P(x)

Si: $P(x) = E^2 + F^2 - 2G$

a) 11 b) 6 c) 10 d) 9 e) 7

18).- Dados los siguientes polinomios:

$A = 1 - x - x^2$

$B = x^2 + 3x - 5$

$C = 4 - 5x$

Evalúa P (-1/7)

$P(x) = A + B - C$

a) –2 b) 9 c) –4 d) 0 e) –9

19).- Halla: P (0) + P(1) , si $P(x) = E^2 + EF - F^2$

Donde: $E = x + 3$ $F = 2 - x + x^2$

a) 16 b) 31 c) 32 d) 18 e) 24

20).- Si: $P(x-2) = x^3 + 3x + 1$

$Q(x+1) = x^5 + 1$

Calcula: P[Q(2)]

a) 71 b) 77 c) 18 d) 12 e) 48

21).- Dada la expresión:

$$M(x) = \frac{(x^{m+2})^4 . x^{3m}}{(x^3)^2}$$

es de grado 9. Halla “m”.

a) 5 b) 6 c) 7 d) 1 e) 2

22).- Si el polinomio:

$P(x, y) = x^a y^{b-1} + x^{a+1} y^b - 3x^{a-2} y^{b+2} - 2x^{a+3} y^{b+1}$

Presenta: GR(x) = 12 y
GA(P) =14

Calcula: a.b

a) 2 b) 9 c) 3 d) 1 e) 5

23).- En el polinomio homogéneo.

$P(x,y) = 3mx^{2n} y^{m+2} + 6nx^{2m} y^{4n}$

Calcula: P(1,1)

a) 6 b) 7 c) 8 d) 4 e) 0

24).- Simplifica:

$-[-3x+(-x -2y+3)]+\{-(2x+ y)+(-x - 3)+2 - x-y\}$

a) x b) y c) –x d) –2y e) -4

25).- Suprime los signos de colección y luego reduce:

$-x - \{- (x+y) - [-x + (y-z) - (-x+y)] - y\}$

a) 2y – z b) 2x + y c) x – y d) x e) y

26).- Calcula:

$$\sqrt{\underbrace{5+5+5+...}_{30 \text{ Sumandos}} + \underbrace{3+3+3+..}_{16 \text{ Sumandos}} - 2}$$

a) 11 b) 15 c) 14 d) 16 e) 0

27).- Calcula:

$$\sqrt{\underbrace{3+3+3+...}_{100 \text{ Sumandos}} + \underbrace{2+2+2+...}_{12 \text{ Sumandos}}}$$

a) 11 b) 15 c) 14 d) 18 e) 0

28).- Simplifica:

$$\sqrt[4]{5(x+5)+3(x-3)-8x}$$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

29).- Reduce:

$$\underbrace{x+x+x+\ldots}_{48\,\text{Sumandos}}-\left(\underbrace{x+x+x+\ldots}_{27\,\text{Sumandos}}\right)-\left(\underbrace{x+x+x+\ldots}_{20\,\text{Sumandos}}\right)$$

a) 1 b) 2x c) x d) 42x e) 5x

30).- Simplifica:

$$\overbrace{3x+3x+3x+..}^{20\,\text{Sumandos}}-\left(\underbrace{2x+2x+2x+...}_{29\,\text{Sumamdos}}\right)$$

a) 1 b) 2x c) x d) 42x e) 5x

31).- Si: $P(x) = \dfrac{(x^{n-2})^{3}\,x^{n+4}}{x^{2n}}$

es de 6° grado, hallar “n”.

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 8

32).- Reduce:

$3a + \{- 5x - [-a + 9x - a - x)]\} + 13x$

a) a b) a+x c) 5a d) 0 e) x

CLAVES DE RESPUESTAS:

1) d	2) a	3) d	4) c	5) b
6) a	7) b	8) c	9) c	10) e
11) c	12) a	13) b	14) a	15) c
16) d	17) b	18) e	19) b	20) b
21) d	22) b	23) a	24) e	25) a
26) c	27) d	28) b	29) c	30) b
31) c	32) c			

II. PRODUCTOS NOTABLES

1. DEFINICIÓN

Son los resultados de la multiplicación que se obtienen de polinomios, que tienen características especiales y necesidad de realizar la multiplicación.

2. PRINCIPALES PRODUCTOS NOTABLES

a). Binomio al Cuadrado:

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab+b^2$

Nota: $(a-b)^2 = (b-a)^2$

Corolario: "Identidades de Legendre"

$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$

$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

b). Diferencia de Cuadrados:

$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

c). Trinomio al Cuadrado:

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

d). Binomio al Cubo:

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 = a^3+b^3+ 3ab(a+b)$

$(a-b)^3 = a^3-3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3-b^3-3ab(a-b)$

e). Suma y Diferencia de: Cubos

$(a + b)(a^2-ab + b^2) = a^3 + b^3$

$(a - b)(a^2+ab + b^2) = a^3- b^3$

f). Trinomio al Cubo:

$(a+b+c)^3 = a^3+b^3+c^3+3a^2(b+c)+3b^2(c+a)+3c^2(a+b)+6abc$

También:

$(a + b + c)^3 = a^3+b^3+c^3 + 3(a + b)(b + c)(c + a)$

$(a+b+c)^3= 3(a+b+c)(a^2+b^2+c^2) - 2(a^3+b^3+c^3)+6abc$

$(a+b+c)^3= a^3+b^3+c^3 + 3(a + b + c) (ab + bc + ca) - 3abc$

g).Producto de Binomios con un Término Común:

$(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$
(Identidad de Stevin)

$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3+ (a + b + c)x^2 +(ab + bc + ca)x + abc$

PROBLEMAS RESUELTOS

Resuelve:
1) $(x + 5)^2$

Solución:

$x^2 + 2(x)(5) + 5^2 = \quad x^2 + 10x + 25$

2) $(6x^3 – 5)^2$

Solución:

$(6x^3)^2 – 2(6x^3)(5) + 5^2$

$\boxed{36x^6 – 60x^3 + 25}$

3) $(2x + 5)(2x – 5)$

Solución:
$(2x)^2 – 5^2 = \boxed{4x^2 – 25}$

4) Si $a + b = 5$; $ab = 4$

Calcula: $a^2 + b^2$:

Solución:
$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
$5^2 = a^2 + b^2 + 2(4)$
$25 – 8 = a^2 + b^2$

$\boxed{17 = a^2 + b^2}$

5) $k = (-11 – y)^2$

Solución:

$k = (-11)^2 + 2(-11)(-y) + (y)^2$

$k = \boxed{121 + 22y + y^2}$

6) $(x + 2)^3$

Solución:
$(x + 2)^3 = x^3 + 2^3 + 3(x)(2)(x + 2)$

$= \boxed{x^3 + 8 + 6x(x + 2)}$

7) Efectúa: $E = (x+1)(x-1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$

Solución:

$E = (x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$

$(x^4-1)(x^4+1)(x^8+1)$

$(x^8 – 1)(x^8 + 1)$

$\boxed{x^{16} – 1}$

8) Si: $a + b = 4 \quad a . b = 3$
Halla: $a^3 + b^3$

Solución:

$(a + b)^3 = a^3 + 3ab(a + b) + b^3$

$4^3 = a^3 + 3(3)(4) + b^3$

$64 = a^3 + b^3 + 36$

$28 = \boxed{a^3 + b^3}$

PRÁCTICA DIRIGIDA Nº 02

I. Resuelve los siguientes productos notables : (1pt. c/u)

a) BINOMIO AL CUADRADO:

1. $(a+6)^2$: ....
2. $(5m+3)^2$: ....
3. $(2x+1)^2$: ....
4. $(m^7-1)^2$: ....
5. $(6x^{5t}-4)^2$: ....

b) IDENTIDADES DE LEGENDRE:

6. $(x+3)^2 + (x-3)^2$: ....
7. $(a + 1)^2 + (a-1)^2$: ....
8. $(a+1)^2 – (a-1)^2$: ....

c) DIFERENCIA DE CUADRADOS:

9. $(y + 6)(y – 6)$: ....
10. $(a^5 + 1)(a^5 – 1)$: ....
11. $(m^6 – 4)(m^6 + 4)$: ....
12. $(2x^3 + 3)(2x^3 – 3)$: ....
13. $(3xy – 5)(3xy + 5)$: ....

d) BINOMIO AL CUBO:

14. $(x + 5)^3$: ....
15. $(x – 2)^3$: ....
16. $(y^5 – 2)^3$: ....
17. $(3m^5 + 1)^3$: ....

d) BINOMIOS CON UN TÉRMINO EN COMÚN

18. $(x + 6)(x+5)$: ....
19. $(x-3)(x+7)$: ....
20. $(m + 5)(m-8)$: ....
21. $(x^2 + 2)(x^2 + 5)$: ……………………………
22. $(ax – 2)(ax-4)$: ………………………………

II. Subraya la alternativa correcta: (2pts. c/u)

1).- Si $a + b = 3$ y $ab = 1$

Halla: $a^2 + b^2$

a) 1 b) 3 c) 5 d) 7 e) 9

2).-Si: $a - b = 4$ y $ab = 2$

Halla: $a^2 + b^2$

a) 16 b) 20 c) 18 d) 28 e) 8

3).-Si: $a + b = 2$ y $ab = 3$

Halla: $a^3 + b^3$

a) –10 b) 8 c) -6 d) 15 e) N.A.

4) Reduce:

$(x + y)(x - y)(x^2 + y^2) + y^4$

a) 0 b) x^2 c) x^4 d) xy e) y^2

5).-Si: $a + b = 4$ y $ab=5$

Halla: $a^2 + b^2$

a) 16 b) 25 c) 6 d) 8 e) 20

6) Si: $a - b = 8$ y $ab = 4$

Halla: $a^2 + b^2$

a) 66 b) 72 c) 68 d) 58 e) 78

7).- Efectúa:

$(5x + 4)(4x + 5) - 20(x + 1)^2$

a) –3x b) –x c) 0 d) x e) 3x

8).-Si: $a + b = 2$ y $ab = 3$

Halla: $a^3 + b^3$

a) 28 b) 38 c) 26 d) 35 e) N.A.

9).-Efectuar:

$(x + 2)^2 - 2(x + 1)^2 + x^2$

a)2 b)4 c)6 d)8 e)10

10).-Si: $a + b + c = 0$

Calcula:

$$A = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3abc}$$

a) 1 b) 0 c) 3 d) 2 e) 5

11).-Efectúa:

$(x + 8)(x + 4) - (x + 4)(x + 5) – 3(4x - 3) + 9x$

a) 18 b) 20 c) 21 d) 23 e) 25

12).-Simplifica:

$(a + 2)\ (a - 2)\ (a^2 + 2^2) + 16$

a) 0 b) a^2 c) a^4 d) 16 e) 18

13).- Si: $a + b = 5$

$ab = 2$

Calcula: $a^2 + b^2$

a) 21 b) $\sqrt{17}$ c) $5\sqrt{17}$ d) 17 e) 25

14).-Efectuar:

$(x^2 – 4x + 16)(x + 4) – x^3$

a) 66 b) 16 c) 32 d) 44 e) 64

15) Si $a + b = 5$; $ab = 4$

Calcula: $a^2 + b^2$

a) 20 b) 25 c) 33 d) 16 e) 17

16).- Reduce:

$(x + 3)^2 - (x + 2)^2 + (x + 4)^2 - (x + 5)^2$

a) –4 b) –3 c) –2 d) –1 e) 0

17).- Sabiendo que: $x + y = 8$; $xy = 4$

Halla el valor de: $P = x^2 + y^2$

a) $3\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{2}$ c) 52 d) 4 e) 56

18).-Efectúa:

$E = (x + 1)\ (x – 1)\ (x^2 + 1) + 1$

a) x^2 b) x^4 c) x d) x^3 e) 1

19).-Efectúa:

$(x + 1)^3 + (x – 1)^3 – 2x^3$

a) 5 b) 6x c) 2x d) 4x e) N.A.

20).-Desarrolla:

$$\sqrt[32]{1+3(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)}$$

a) $\sqrt{2}$ b) 2 c) 1 d) 4 e) 8

21).-Simplifica: $\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{7}-\sqrt{2}\right)^2$

a) $2\sqrt{7}$ b) $2\sqrt{6}$ c) $2\sqrt{14}$ d) $2\sqrt{13}$ e) 14

22).-Efectuar:

(x + 8)(x + 4) - (x + 4)(x + 5) – 3(x - 3)

a)3 b)21 c)24 d)32 e)41

23) Reduce:

$$\frac{(x+9)^2-(x+13)(x+5)}{(x+10)(x+9)-(x+16)(x+3)}$$

a) 7/18 b) 3/20 c) 8/21 d) 9/23 e) 6/25

CLAVES DE RESPUESTAS

1) d	2) b	3) a
4) c	5) c	6) b
7) d	8) a	9) a
10)a	11)c	12)c
13)a	14)e	15)e
16)a	17)e	18)b
19)b	20)a	21)c
22) b	23)c	

III. DIVISIÓN DE POLINOMIOS

1. DEFINICIÓN:

Operación que se realiza entre polinomios y consiste en hallar dos polinomios llamados COCIENTE y RESIDUO, conociendo otros dos polinomios denominados DIVIDENDO y DIVISOR que se encuentran ligados por la relación:

$$\boxed{D(x) = d(x)\, q(x) + r(x)}$$

Dónde:
D(x) : Dividendo.
d(x) : Divisor.
q(x) : Cociente.
r(x) : Residuo o Resto.

2. PROPIEDADES DE LA DIVISIÓN:

a) $[(D(x)]^0 \geq [(d(x)]^0$

b) $[q(x)]^0 = [D(x)]^0 - [d(x)]^0$

Además: Máximo $[r(x)]^0 = [d(x)]^0 - 1$

3. PRINCIPALES MÉTODOS DE DIVISIÓN:

3.1. Método de William G. Horner:

Pasos a seguir:

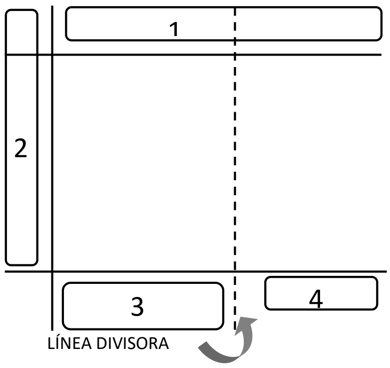
a) Coeficiente del dividendo ordenado de manera decreciente en una variable, completo o completado.

b) Coeficiente del divisor ordenado de manera decreciente en una variable, completo o completado, con signo contrario salvo el primero.

c) Coeficiente del cociente que se obtiene de dividir la suma de los elementos de cada columna entre el primer coeficiente del divisor. Cada coeficiente del cociente se multiplica por los demás coeficientes del divisor para colocar dichos resultados a partir de la siguiente columna en forma horizontal.

d) Coeficiente del residuo que se obtiene de sumar las columnas finales una vez obtenidos todos los coeficientes del cociente.

ESQUEMA GENERAL:



Observación:

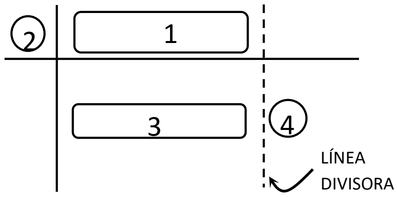
La línea divisora se colocará separando tantos términos de la parte final del dividendo como grado del divisor.

3.2. Método de Paolo Ruffini:
Se utiliza cuando el divisor es de primer grado.

<u>Pasos a seguir:</u>

a) Coeficiente del dividendo ordenado de manera decreciente, completa o completada, con respecto a una variable.
b) Valor que se obtiene para la variable cuando el divisor se iguala a cero.
c) Coeficiente del cociente que se obtiene de sumar cada columna, luego que el coeficiente anterior se ha multiplicado por 2 y colocado en la siguiente columna.
d) Resto de la división que se obtiene de sumar la última columna.

<u>ESQUEMA GENERAL:</u>



<u>Observación:</u>
Si el coeficiente principal del divisor es diferente de la unidad, el cociente obtenido se deberá dividir entre este valor.

4. <u>TEOREMA DEL RESTO</u>:

Tiene por finalidad obtener el resto de una división sin realizar dicha operación.

<u>ENUNCIADO:</u>
El resto de dividir un polinomio P(x) entre un divisor (x + b) ; es R(x) = P(-b)

<u>Pasos a seguir</u>:
a) Se iguala el divisor a cero.
b) Se despeja una variable.
c) Se reemplaza en el dividendo el valor equivalente de esta variable, cuantas veces sea necesario, luego de efectuar se obtiene el resto buscado.

PROBLEMAS RESUELTOS

1).- Efectúa la siguiente división:

$$\frac{6x^6+x^5-2x^3+3x^2-x+4}{3x^3-x^2+2x+1}$$

<u>Solución</u>:

Ordenamos y completamos: $$\frac{6x^6+x^5-0x^4-2x^3+3x^2-x+4}{3x^3-x^2+2x+1}$$

3	6	1	0	-2	3	-1	4
1		$\frac{2}{3}$	-4	-2			
-2			$\frac{1}{-3}$	-2	1		
-1				$\frac{-1}{-7}$	2	1	
					$\frac{-7}{3}$	$\frac{14}{3}$	$\frac{7}{3}$
	2	1	-1	$\frac{-7}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{14}{3}$	$\frac{19}{3}$

$Q(x) = 2x^3 + x^2 - x - \frac{7}{3}$

$R(x) = \frac{5}{3}x^2 + \frac{14}{3}x + \frac{19}{3}$

Observaciones:

- El término cúbico del cociente es: $2x^3$
- El término cuadrático del cociente es: x^2
- El término lineal del cociente es: $-x$
- El término independiente del cociente es : $-7/3$
- El coeficiente del término cúbico del cociente es : 2
- El coeficiente del término cuadrático del cociente es : 1
- El coeficiente del término lineal del cociente es : -1

  La suma de los coeficientes del cociente es:

  $$2 + 1 + -1 + -\frac{7}{3} = -\frac{1}{3}$$

  De forma similar se obtiene para el residuo.

2).- Efectúa:

$(8x^4 - 6x^2 + 4x + 7) \div (-3x + 1 + 2x^2)$

Solución:

$(8x^4 - 0x^3 - 6x^2 + 4x + 7) \div (2x^2 - 3x + 1)$

2	8	0	-6	4	7	
3		12	-4			
-1		12	18	-6		
	8	12	-4			
		4	6	4	10	3

$Q(x) = 4x^2 + 6x + 4$
$R(x) = 10x + 3$

Completa:

- El término cuadrático del cociente es : ....
- El término lineal del cociente es : ....
- El término independiente del cociente es : ....
- El término lineal del residuo es: ....
- El término independiente del residuo es : ....
- Coeficiente del término cuadrático del cociente es: ....
- Coeficiente del término lineal del cociente es : ....
- Coeficiente del término lineal del residuo es : ....
- La suma de los coeficientes del cociente es : ....
- La suma de los coeficientes del residuo es : ....

3).- Divide: $\dfrac{3x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 5x^2 + x - 6}{3x^3 - 2x^2 - 1}$

Solución:

3	3	–2	–3	5	1	–6
2		2	0	1		
0		0	0	0	0	
1			-3	–2	0	–1
	1	0	–1	4	1	–7

→ Q(x) = $x^2 - 1$
R(x) = $4x^2 + x - 7$

4).- Divide: $$\frac{11a^3 - 3a^5 - 46a^2 + 32}{8 - 3a^2 - 6a}$$

Solución:

Ordenamos y cambiamos signos:

3	3	0	–11	46	0	–32
-6		–6	8			
8		-6	12	–16		
			9	-18	24	
				12	-24	32
	1	–2	3	4	0	0

→ Q(x) = $a^3 - 2a^2 + 3a + 4$
R(x) = 0

6).- Resuelve:
$$\frac{x^3 - 2x^2 - 3x + 1}{x + 2}$$
Solución:

Desarrollamos por el método de Ruffini:
x + 2 = 0
x = -2

	1	–2	–3	1
-2		–2	8	–10
	1	–4	5	-9

→ Q(x) = $x^2 - 4x + 5$
R(x) = -9

7).- Halla el residuo:
$$\frac{x^4 + 2x - x^2 + 1}{x + 1}$$
Solución:

Por Teorema del resto igualamos a cero el divisor.

x + 1 = 0
x = -1

Luego, reemplaza en el dividendo:
$(-1)^4 + 2(-1) - (-1)^2 + 1$
1 – 2 – 1 + 1 = -1
→ R(x) = -1

PRÁCTICA DIRIGIDA Nº03

I.- Halla el cociente y residuo en cada división: (2pts. c/u)

1).- $\dfrac{16x^4-8x^2-12x^3+8x}{4x^2-2}$

2).- Resuelve: $\dfrac{8x^3-15x^4+6x^5-23x^2+4}{2x^3-1-5x^2}$

3).- $\dfrac{33x-x^3-x^2+20}{x+6}$

II.- Halla el resto de: (2pts. c/u)

4).- $\dfrac{x^3-2x+1}{x+3}$

a) 10 b) –20 c) 18 d) –15 e) N.A.

5).- $\dfrac{x^4+x-3x^2-1}{x+2}$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

6).- $\dfrac{x^{10}+x^8-2x^5+x^3-3}{x^5-1}$

a) x b) 2 c) $2x^3 - 4$ d) $x^2 + 5$ e) N.A.

III.- Efectúa: (2pts. c/u)

7).- Divide: $\dfrac{6x^4-5x^3+6x^2+x-1}{2x^2-x+1}$

Indica el residuo.

a) x+1 b) x-1 c) 3x+2 d) 3x-2 e) 4x+1

8).- Indica la suma de los coeficientes del cociente:

$$\frac{8x^4-4x^2+5x-2}{4x^2-2x+1}$$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

9). Calcula el resto en:

$$\frac{x^4-2x^2-5x+4x^3+12}{x+4}$$

a) 2 b) 0 c) 1 d) 4 e) 3

10).- Indica el producto de coeficientes del residuo:

$$\frac{12x^4 + 2x^3 - x^2 - 5x - 9}{3x^2 - x - 2}$$

a) 4 b) –4 c) 6 d) –6 e) 12

11).- Indica el residuo:

$$\frac{4x^3 - 2x + 12}{x + 2}$$

a) 14 b) –16 c) –8 d) 6 e) 4

12).- Indica el término lineal del cociente en:

$$\frac{3x^5 - 5x^3 - 3x + 7}{x^2 + x - 1}$$

a) 2x b) x c) –2x d) –x e) 3x

13).- Indica "ab", si la división es exacta:

$$\frac{2x^4 + 3x^2 - ax + b}{2x^2 + 2x + 3}$$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

14).- Halla el residuo en:

$$\frac{x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 7x + 2}{x^2 + 2x + 1}$$

a) 1+11x b) 4x-1 c) 1-10x d) 10x-2 e) 1-11x

15).- La división es exacta. Halla "b - a"

$$\frac{6x^4 - x^2 + ax + b}{3x^2 - 3x - 2}$$

a) 9 b) 7 c) 5 d) 3 e) 1

16).- Divide: $\dfrac{30x - x^3 - x^2 + 20}{x + 6}$, Indica el cociente:

a) x^2-5x b) -x^2+5x c) x^2+1 d) -x^2-2x e) x^2+2x

17).- Si el resto es: $5x^2$-3x+7, Calcula "m + n + p", en:

$$\frac{8x^5 - 4x^3 + mx^2 + nx + p}{2x^3 + x^2 + 3}$$

a) 11 b) 21 c) 3 d) 4 e) 5

18).- Indica el resto en:

$$\frac{x^4 + x - 3x^2 - 1}{x + 2}$$

a) 1 b) –1 c) –2 d) 2 e) 3

19).- Indica el resto en:

$$\frac{x^5+x^4+x^3+x^2+x+1}{x+1}$$

a) 1 b) –1 c) 0 d) 2 e) 3

20).- Divide:

$$\frac{x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1}{x^3+3x^2+3x+1}$$: Indica el cociente:

a) x^2-x-1 b) x^2+2x+1 c) x^2+1 d) x^2-2x-1 e) x^2+2x-1

21).- Halla "m + n". Si la división es exacta.

$(4x^4 - 2x^3 - mx^2 + 3x + n) \div (x^2-2x+1)$

a) 8 b) 9 c) 10 d) 13 e) 3

22).- Divide:

$$\frac{2x^5+x^4+3x^6+3+2x}{x^3+1-x}$$

Indica el cociente:

a) x^3-3x-1 b) $3x^2$+4x-1
c) $3x^3+2x^2$+4x-1 d) $3x^2$+2x-1
e) x^3+2x+1

23).- Halla el residuo:

$$\frac{6x^3-19x^2+19x-16}{3x-2}$$

a) -10 b) 9 c) 10 d) 13 e) 3

24).- Halla el T.I. del cociente de:

$(4x^5 + 3x^2 – 2x^3 + 2x-1) \div (x - 3)$

a) 315 b) 317 c) 271 d) 144 e) 291

25).- Calcula el resto en:

$$\frac{2x^{12}+x^8+x^7+3x^5-x-1}{x\ \ +1}$$

a) 5 b) –1 c) x+2 d) x+1 e) x – 3

26).- Halla el resto de: $(x^3 – 2x + 1) \div (x-1)$

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

27).- Calcula el resto en:

$$\frac{4x^{15}+x^{12}+x^{10}+2x^7-x^3-x-1}{x\ \ -1}$$

a) 2 b) 5 c) 12 d) 6 e) 23

28).- Calcula el resto en:

$$\frac{(2x+1)^{46}+(x^2+x+1)^{13}+3x+4}{x+1}$$

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

29).- Indica el resto en :

$$\frac{5x^4+16x^3-8x+2}{x+3}$$

a) –2 b) –1 c) 10 d) 1 e) 4

30).- Calcula el resto en:

$$\frac{(x+3)^7+(x^2-x-7)^8-x-2}{x+2}$$

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

31).- Halla "m", si la división es exacta:

$$\frac{x^5+2x^4-3x^3-2x-m}{x-2}$$

a) 28 b) 36 c) 32 d) 16 e) 23

32).- Halla "k" si la división es exacta:

$[(2x-1)^{16}+kx^5 + 5x^2 – 8] \div(x-1)$

a) 5 b) 4 c) 3 d) 2 e) 1

33). Divide: $\dfrac{6x^3-7x^2+12x+7}{3x+1}$

Indica el cociente:

a) x^3-3x-1 b) $3x^2+4x-1$ c) $2x^2-3x+5$ d) $3x^2+2x-1$ e) x^3+2x+1

34). Indica el resto en:

$$\frac{2x^5-10x^4-3x^3+15x^2-5x+29}{x-2}$$

a)-14 b)–41 c)–82 d)82 e)41

CLAVES DE RESPUESTAS

1) $Q(x)=4x^2-3x$
$R(x)=2x$

2) $Q(x) = 3x^2 + 4$
$R(x) = 8$

3) $Q(x) = -x^2 + 5x + 3$
$R(x) = 2$

4) b	5) a	6) c	7) d	8) b	9) b
10)d	11)b	12)b	13)c	14)a	15)b
16)b	17)a	18)a	19)c	20)b	21)a
22)c	23)a	24)b	25)b	26)a	27)b
28)d	29)d	30)c	31)b	32)d	33)c
34)b					

IV. ECUACIONES LINEALES

Son aquellas ecuaciones que después de transformadas y simplificadas adoptan la siguiente forma:

$$\boxed{ax+b = 0} \quad \forall\ a, b, x \in R;\ a \neq 0$$

de donde despejando la incógnita "x" se tendrá:

$$\boxed{x = -\frac{b}{a}}$$

DISCUSIÓN DE LA RAÍZ

1. Si: $a\neq 0 \wedge b\neq 0$; la ecuación es determinada y el valor de "x" es único (x=-b/a)
2. Si: $a\neq 0 \wedge b=0$; la ecuación es determinada y la raíz es nula (x=0).
3. Si: $a=0 \wedge b\neq 0$; la ecuación es absurda o incompleta ($x=\infty$).
4. Si: $a=0 \wedge b=0$; la ecuación es indeterminada y el valor de "x" es indeterminado ($x=\frac{0}{0}$)

PROBLEMAS RESUELTOS

1).- Calcula el valor de "x" en: $6x(2x - 1) - 4x(3x + 2)=8(x + 5) + 4$

Solución.

$$12x^2 - 6x - 12x^2 - 8x = 8x + 40 + 4$$

$$-6x - 8x - 8x = 40 + 4$$

$$-22x = 44$$

$$\boxed{x = -2}$$

2).- Resuelve: $(x + 1)^2+(x - 3)^2 = (x - 4)^2 + (x - 2)^2$

Solución

$$x^2+2x+1+x^2-6x+9 = x^2-8x+16+x^2-4x+4$$

$$2x - 6x + 10 = -8x - 4x + 20$$

$$2x - 6x + 8x + 4x = 20 - 10$$

$$8x = 10$$

$$\boxed{x = 5/4}$$

3).-Halla "x" en:

$$\frac{2x-1}{3}+\frac{3x+1}{4}=\frac{3x-1}{6}+1$$

Solución. M.C.M = 12

$$\frac{12(2x-1)}{3}+\frac{12(3x+1)}{4}=\frac{12(3x-1)}{6}+12(1)$$

$$4(2x-1)+3(3x+1)=2(3x-1)+12$$

$$8x - 4 + 9x + 3 = 6x - 2 + 12$$

$$11x = 11$$

$$\boxed{x = 1}$$

4).- Calcula “x” en: (x+5) (x – 1) = (x – 1)^2

Solución

$$x^2 + 4x - 5 = x^2 - 2x + 1$$

$$4x + 2x = 1 + 5$$

$$6x = 6$$

$$\boxed{x = 1}$$

5).- Resuelve: $\frac{3(x+2)}{5} + \frac{4(x+1)}{15} = \frac{13x+22}{15}$

Solución

$$\frac{15.3(x+2)}{5} + \frac{154(x+1)}{15} = \frac{15(13x+22)}{15}$$

$$9x + 18 + 4x + 4 = 13x + 22$$

$$13x - 13x = 22 - 22$$

$$0x = 0$$

$$\boxed{x = 0/0}$$

El valor de x es indeterminado

6).- Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{3}\left(\frac{x}{2} + \frac{2x}{5}\right) + \frac{2}{5}\left(\frac{x}{4} - \frac{3x}{2}\right) = \frac{x}{5} - 30$$

Solución

$$\frac{1}{3}\left(\frac{9x}{10}\right) + \frac{2}{5}\left(-\frac{5x}{4}\right) = \frac{x-150}{5}$$

$$\frac{3x}{10} - \frac{5x}{10} = \frac{2x-300}{10}$$

$$-4x = 300$$

$$\boxed{x = 75}$$

7).- Halla el valor de “x” en: $\frac{a-x}{b} - \frac{x+b}{a} = 0$

Solución

$$a(a-x) = b(x+b)$$

$$a^2 - ax = bx + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (b+a)x$$

$$x = \frac{(a+b)(a-b)}{(a+b)}$$

$$\boxed{x = a - b}$$

PRÁCTICA DIRIGIDA Nº4

1).- Resuelve: $4 – (3x – 2)= 12$

a) 2 b) –2 c) 1 d) –1 e) N.A.

2).- Halla "x" en:

$$3x – 4(x + 3) = 8x+6$$

a) –2 b) –1 c) –3 d) 2 e) 1

3).- Halla "x": $8x – 15x – 30x – 51x = 53 +31x -172$

a) 1 b) 2 c) –1 d) –2 e) 3

4).- Halla "x": $(5 – 3x) – (-4x+6) = (8x+11) – (3x – 6)$

a)–9/2 b)–5/2 c)2/5 d)–2 e)-3

5).- Resuelve: $\sqrt[3]{x} +7 = 9$

a) 2 b) 4 c) 2/3 d) 8 e) 16^3

6).- Halla "m" en: $(m – 3)/2 – (2m+1)/3+ m/5+3 = 2m – 1/3$

a) 66/69 b) 45/59 c) 75/59 d) 59/45 e) N.A.

7).- Dada la ecuación de primer grado:

$nx^{n-1} + 4n = n^{n+2} + 20$; calcula su raíz.

a) 10 b) 16 c) 12 d) 3 e) 14

8).- Al resolver: $(2k-1)x+4(x-k)=3$

Se obtuvo como solución $x =-2$. Determina el valor de "k".

a) –3/4 b) –9/8 c) –8/9 d) 3/4 e) 8/9

9).- Calcula el valor de "x" en: $x-\dfrac{x-2}{2}+\dfrac{1}{7}=\dfrac{5x}{14}$

a) –1 b)-7 c) –8

10).- Calcula el valor de "x" en: $\dfrac{x}{6}+2x+1=\dfrac{5x}{12}-\dfrac{3}{4}$

a) –1 b) -2 c) –3

11).- Calcula el valor de "x" en: $\dfrac{4x}{9}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2x+1}{5}$

a) 10 b) 11 c) 12

12).- Resuelve: $\dfrac{1}{2x}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{10x}+\dfrac{1}{5}$, Determina: $\sqrt[3]{x}$

a)–1 b)3 c)–2 d)1 e)–3

13).- Al resolver en x: $(2n-3)x + 5n(x-4)=3$; se obtuvo: $x =3$

Halla:"n"

a) 7 b) 12 c) 6 d) 8 e) –6

14).- Resuelve: $x + 3(x - 1) = 6 - 4(2x + 3)$

a)–1/2 b)1/4 c)½ d)–1/4 e)3/4

15).- Resuelve: $x + \sqrt{x^2 - 2} = 4$

a) 3/4 b) 4/9 c) 9/4 d) 4/3 e) N.A.

16).- Calcula el valor de “x” en: $\frac{x+2}{3} + \frac{x-4}{6} = 1$

a) 1 b) 2 c) 5 d) 4 e) 5

17).- Calcula el valor de “x” en: $\left(\frac{x-5}{2}\right) - \frac{x}{5} = 2$

a) 10 b) 15 c) 30 d) 5 e) N.A.

18).-Calcula el valor de “x” en: $7 - \frac{5x}{3} = \frac{3x+7}{8}$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

19).- Calcula el valor de “x” en: $\frac{3x-1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3}x$

a) ½ b) 2 c) ¼ d) 1 e) N.A.

20).-Calcula el valor de “x” en: $\frac{x}{2} + \frac{(x-4)}{3} = \frac{3x}{4} - 1$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

21).- Indica: $x^2 + x + 1$. Si: $6x - (2x + 1) = - \{-5x + [-(-2x - 1)]\}$

a) 7 b) 3 c) 1 d) 13 e) 0

22).- Resuelve: $\frac{2(x+1)}{15} = \frac{x-6}{4}$

a) 11 b) 14 c) 7 d) 13 e) 16

23).- Calcula el valor de “x” en: $2x - \frac{(x-4)}{3} + \frac{3x+2}{15} - 2 = 0$

a) –1/7 b) -2/7 c) 1 d) 2/7 e) N.A.

24).- Indica “x” en : $\frac{x+3}{2} + \frac{3x-2}{7} = \frac{4x}{3}$

a) 2 b) 3 c) 1 d) 4 e) 18

25).- Resuelve: $\frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{4} = \frac{x-4}{5}$

a) 9/43 b) 8/43 c) 53/7 d) 43/8 e) 43/9

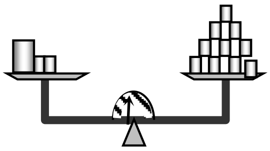
CLAVES DE RESPUESTAS

1) b	2) a	3) a
4) a	5) d	6) b
7) e	8) b	9) c
10)a	11)c	12)c
13)b	14)d	15)c
16)b	17)b	18)c
19)a	20)d	21)c
22)b	23)d	24)b
25)c		

V. PLANTEO DE ECUACIONES

Uno de los motivos más interesantes en el razonamiento matemático, consiste en el arte de interpretar, traducir o representar una situación (Problema), de un lenguaje literal a un lenguaje matemático (ecuación) con ayuda de símbolo(s), variable(s) y operaciones fundamentales.

Las ecuaciones tienen el mismo principio que una balanza de dos platillos. El peso que hay en el platillo izquierdo (primer miembro) debe ser igual al peso del platillo derecho (segundo miembro), de modo que exista un equilibrio (igualdad).



$$\underbrace{\overbrace{x+2}^{\text{Platillo Izquierdo}}}_{\text{Primer Miembro}} = \underbrace{\overbrace{10}^{\text{Platillo derecho}}}_{\text{Segundo Miembro}}$$

CRITERIOS PARA PLANTEAR UNA ECUACIÓN

1.- Leer y comprender el enunciado.
2.- Extraer los datos.
3.- Elegir la(s) variable(s) y representarla.
4.- Relacionar los datos a través de una igualdad lógica (ecuación).
5.- Resolver la ecuación obteniendo el valor de la variable o incógnita.

Ejemplo:

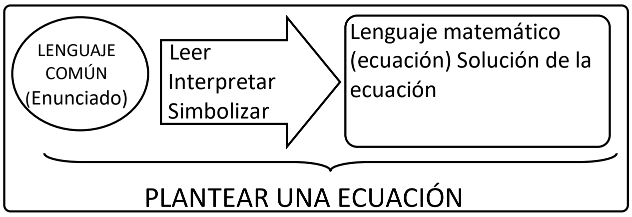
- El quíntuple de "a" vale tanto como el séxtuple de b".

  $$5 \quad x \quad a \quad = \quad 6 \quad x \quad b$$

- El producto del doble y triple de "m" es el quíntuple de la mitad de "n"

  $$2m \quad x \quad 3m \quad = \quad 5 \quad x \quad ½\ n$$

Resumen:



- Traducir al lenguaje matemático (forma simbólica) cada uno de los siguientes enunciados.

Forma escrita(verbal)	Forma simbólica
La edad de Timo	
El número de libros	
El dinero de Gladis	
El precio de un lápiz	
El doble de un número	
El cuádruplo de tu edad	
La mitad de un número	
Los 3/4 de tu dinero	
El cuadrado de un número	
"a" veces de tu edad	
La inversa de un número	
El triple del recíproco de A	
Mi edad disminuida en 12 años	
6x aumentado en 7	
Un número disminuido en 5	
La suma de dos números	
EL producto de dos números	
El triple de la mitad de un número	
Un número es a 4	
8 es x como 5 es 7	
El 20 por 7 de un número es 3	

Los 3/5 de un número es 6	
A es dos veces b	
A es tres veces más que B	
El triple de un número disminuido en 6	
A 8 le resto un número	
Se resta un número a 10	
Se resta de un número 10	
El doble de un número más otro	
El doble de un número restado de otro	
El número de manzanas excede al de plátanos en 8	
Cuatro menos tres veces un número cualquiera	
El producto de dos pares consecutivos	
La suma de tres números consecutivos	
El exceso A sobre B	
Un número excede en 7 a otro número	
Un número es mayor en 8, con respecto a otro	
Un número es menor en 12 con respecto a otro	
El cuadrado de la diferencia de dos números	
El cuadrado de un número, disminuido en 7	
Un número excede a 18	
Mi edad dentro de 6 años	
Mi edad hace 4 años	

OBSERVACIÓN

ENUNCIADO	SIGNIFICADO
Aumentado, agregado	suma (+)
De, del, de los	Producto (.)
es, como, será, tendrá, nos da	Igualdad (=)
es a, como, entre	cociente
Veces	Producto
Mayor, excede a	Un número tiene más que otro
Menor, excedido	Un número tiene menos que otro

PROBLEMAS RESUELTOS

1).- El número de naranjas excede en 16 al número de manzanas si además el doble del número de naranjas es igual al triple del número de manzanas. Calcula el número de naranjas y manzanas.

Solución:

Manzanas : x
Naranjas : x + 16
Doble naranjas = triple manzanas

$2(x + 16) = 3x$
$x = 32$

Manzanas: x = 32 Naranjas : x + 16 = 48

2).- En una fiesta hay tantos hombres como mujeres. Si se retiran 5 hombres y 10 mujeres, éstas serían los 2/3 de los hombres. ¿Cuántos hombres quedan?

Solución:

H = x M = x

Quedan:

$H = x - 5$
$M = x - 10$

Luego: $x - 10 = \frac{2}{3}(x-5)$

$x = 20$

Luego: $H = x - 5 =$ **_15 hombres_**

3).- Si el cuadrado de la cantidad que tengo, le disminuyo el doble de la misma me quedaría S/.288, ¿Cuánto tengo?

Solución:

Tengo: x
→ $x^2 - 2x = 288$
$x(x-2) = 288$

Esta igualdad cumple para el valor de:
$x = 18$
∴ **_Tengo 18_**

4).- Halla un número, que disminuido en 5/8 de él nos da 240.

Solución:

El número es "x"

$x - \frac{5}{8}x = 240$

$\frac{3x}{8} = 240$

$x = 640$

∴ **_El número es 640_**

5).- El dinero que tiene Paco, aumentado en sus 7/12 es igual a 760. ¿Cuánto tenía Paco?.

Solución:

Paco tiene "x"

→ $x + \frac{7}{12}x = 760$

Luego: $\frac{19x}{12} = 760$

$x = 480$

∴ **_Paco tenía: S/480_**

PRÁCTICA DIRIGIDA Nº 05

1).- Cuál es el número cuyo cuádruple excede en 3 al triple de 7.

a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 4

2).- Halla un número cuyo doble excede en 20 a su suma con 8.

a) 28 b) 26 c) 30 d) 24 e) 20

3).- Cuál es el número que excede a 24 tanto como es excedido por 56

a) 32 b) 36 c) 40 d) 42 e) 38

4).- Me falta para tener 26 soles el doble de lo que me falta para tener 20 soles. Cuánto tengo.

a) 16 b) 14 c) 15 d) 18 e) 12

5).- El exceso de 6 veces un número sobre 50 equivale al exceso de 50 sobre 4 veces el número. Calcula dicho número.

a)10 b)12 c) 8 d) 13 e) 9

6).- ¿Cuál es el número que multiplicado por 2 es 4 unidades menos que tres veces 6?

a) 6 b) 7 c) 5 d) 4 e) 3

7).- Faltan para las 3pm la mitad del tiempo transcurrido. ¿Qué hora es?

a) 8am b) 10am c) 11am d) 7am e) 9am

8).- Gasté los 2/3 de lo que no gasté y aún me quedan S/.20 más de lo que gasté. ¿Cuánto tenía?

a) S/.100 b) S/.120 c) S/.80 d) S/.90 e) S/.110

9).- 300 empleados deben cobrar S/. 25 200, pero como algunos de ellos se retiran; el resto tiene que cobrar S/.140; cada uno ¿Cuántos se retiraron?

a) 90 b) 100 c) 110 d) 120 e) 130

10).- Una sandía pesa 4Kg más media sandia; ¿cuánto pesa sandia y media?

a) 6Kg b)8Kg c) 10Kg d) 9Kg e) 12Kg

11).- Un padre reparte su fortuna entre sus hijos dándole S/.480 a cada uno; debido a que 2 de ellos renunciaron a su parte; a cada uno de los restantes le tocó S/.720. ¿Cuántos hijos eran inicialmente?

a) 8 b) 7 c) 5 d) 6 e) 4

12).- Dos amigos A y B están jugando a los naipes, acuerdan que el que pierda dará al otro S/.2. Si después de 13 juegos consecutivos A ha ganado S/10. ¿Cuántos juegos ha ganado B?

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

13).- La cabeza de un pescado mide 20cm, la cola mide tanto como la cabeza más medio cuerpo y el cuerpo mide tanto como la cabeza y la cola juntas. ¿Cuál es la longitud del pescado?

a) 150cm b) 120cm c) 130cm d) 140cm e) 160cm

14).- Una cantidad de S/.580 se pagan con billetes de S/.100 y S/.20. Cuántos se han dado de S/.100 si los billetes de S/.20 son 5 más que los de S/.100

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

15).- Los animales que tiene Pepita son todos perritos menos 5; todos gatitos menos 7 y todos loritos menos 4. ¿Cuántos gatitos tiene?

a) 1 b) 3 c) 4 d) 2 e) 5

16).- Halla un número cuyo cuádruple excede en 270 a su suma con 90.

a) 100 b) 120 c) 140 d) 80 e) 90

17).- La suma de dos números es 74 y su cociente 9, dando de residuo 4. ¿Cuál es el número menor?

a) 2 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

18).- La suma de dos números es 611, su cociente es 32 y el residuo de su división el mayor posible. Halla los números.

a) 590;12 b) 593; 15 c) 590; 18 d) 593; 18 e) N.A.

19).- Ana tiene 2 veces más de lo que tiene Berta, si Ana le da S/. 18 a Berta entonces tendrían la misma cantidad ¿Cuánto tienen entre las dos?

a) 72 b) 48 c) 36 d) 54 e) N.A.

20).- El exceso de 8 veces un número sobre 800 equivale al exceso de 880 sobre cuatro veces el número. Halla el número.

a) 120 b) 140 c) 160 d) 130 e) 100

21).- Me falta para tener 486 soles el doble de lo que me falta para tener 384 soles. ¿Cuánto tengo?.

a) 180 b) 230 c) 282 d) 292 e) N.A.

22).- El producto de tres números positivos y consecutivos es igual 80 veces el intermedio. Halla el intermedio.

a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

23).- Si ganara S/. 880 tendría 9 veces lo que me quedaría si perdiera S/.40 ¿Cuánto tengo?

a) 155 b) 180 c) 140 d) 600 e) 880

24).- En un aula los alumnos están agrupados en un número de bancas de 6 alumnos cada una, si se les coloca en bancas de 4 alumnos se necesitarán 3 bancas más. ¿Cuántos alumnos hay presentes?

a) 36 b) 48 c) 52 d) 20 e) N.A.

25).- Un número es tal, que multiplicado por 2, por 3 y por 4 da tres números cuyo producto es 81 000. Halla el número.

a) 12 b) 13 c) 14 d) 15 e) 16

26).- A un número positivo lo dividimos entre 2, luego al resultado se le eleva al cuadrado; al nuevo resto se le divide entre 4 y a dicho resultado le extraemos la raíz cuadrada obteniendo finalmente 5. Hallar el número.

a) 20 b) 19 c) 18 d) 17 e) N.A.

27).- Entre los cerdos y gallinas que tengo cuento 86 cabezas y 246 patas. ¿Cuántos cerdos tengo?

a) 37 b) 49 c) 45 d) 35 e) N.A.

28).- La diferencia de los cuadrados de dos números impares consecutivos es 424. Halla el mayor.

a) 21 b) 82 c) 107 d) 106 e) N.A.

29).- El cuádruple de la tercera parte de un número aumentado en su novena parte es igual a 13. Halla el triple de dicho número.

a) 21 b) 24 c) 27 d) 30 e) 33

30).- El quíntuplo, de un número aumentado en 2, más el triple, de dicho número disminuido en 2, es igual al quíntuplo del número aumentado en 11. ¿Cuál es el número?

a) 17 b) 24 c) 42 d) 56 e) 44

CLAVES DE RESPUESTA

1) b	2) a	3) c	4) b	5) a
6) b	7) b	8) a	9) d	10) e
11) d	12) b	13) e	14) b	15) a
16) b	17) e	8) d	19) a	20) b
21) c	22) e	23) a	24) a	25) d
26) a	27) a	28) c	29) c	30) a

VI. SISTEMA DE ECUACIONES

1. DEFINICIÓN :

Dos ecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$a_1x + b_1y = c_1$$
$$a_2x + b_2y = c_2$$

Constituyen un sistema de ecuaciones lineales. Todo par de valores de *x* e *y* que satisfagan ambas ecuaciones simultáneamente, recibe el nombre de solución del sistema.
Por ejemplo, la solución del sistema:

$x + y = 7$ y $x - y = 3$ es $x= 5; y =2$

2. MÉTODOS PARA RESOLVER UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

2.1 METODO DE REDUCCIÓN.- Cuando se pueden multiplicar las ecuaciones dadas por números, de manera que los coeficientes de una de las incógnitas en ambas ecuaciones sea el mismo. Si los signos de los términos de igual coeficiente son distintos, resuman las ecuaciones; en caso contrario, se restan. Consideremos el sistema:

(1) $2x - y = 4$
(2) $x + 2y = -3$

Para eliminar "y" , se multiplica la Ec. (1) por 2 y se suma con la Ec.(2), obteniendo :

2 x (1) : $4x - 2y = 8$
(2) : ... $x + 2y = -3$

Suma: $5x = 5$; o sea $x = 1$

Sustituyendo $x = 1$ en la ec. (1), se obtiene:
$2 - y = 4$, o sea $y = -2$.

Por tanto, la solución del sistema es:
$x = 1; y = -2$

2.2 MÉTODO DE SUSTITUCIÓN.-

Consiste en despejar una incógnita en una de las ecuaciones y sustituir su valor en la otra ecuación. Ejemplo:
Según el ejemplo anterior:

(1) : $2x - y = 4$
(2) : $x + 2y = -3$

Despejamos "y" en la ec. (1) y la reemplazamos en la ec. (2).

$2x - y = 4 \rightarrow y = 2x - 4$ .....(3)

En (2)
$x + 2 (2x - 4=) = -3$
$x +4x - 8 = -3$
$5x = 5$

$\boxed{x = 1}$

Luego en (3)
$y = 2x - 4$
$y = 2(1) - 4$

$\boxed{y = -2}$

2.3 MÉTODO DE IGUALACIÓN.- Se despeja la misma incógnita de cada ecuación para luego igualarla.
Sea el sistema
(1) : $2x - y = 4$
(2) : $x + 2y = -3$

De (1) despejamos x:

$$x = \frac{y+4}{2} \text{..........}(\alpha)$$

De (2) despejamos x :

$$x = 3 - 2y \text{.......}(\beta)$$

Luego: $(\alpha) = (\beta)$

$$\frac{y+4}{2} = -3 - 2y$$

Resolviendo:

$$y + 4 = -6 - 4y$$
$$5y = -10$$
$$y = -2$$

Reemplazando: $x = 1$

3. CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES (DE ACUERDO A SU SOLUCIÓN)

Se tiene:

$$a_1x + b_1y = c_1 \text{....}L_1$$
$$ax + by = c \text{.......}L_2$$

3.1 SISTEMA COMPATIBLES.-

Aquellos que tiene solución se subdividen en :

a) Determinados: Número de soluciones limitado.

$$\boxed{\frac{a_1}{a} \neq \frac{b_1}{b}}$$

b) Indeterminados: Números de soluciones ilimitado.

$$\boxed{\frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} = \frac{c_1}{c}}$$

3.2. SISTEMAS INCOMPATIBLES, IMPOSIBLES O ABSURDOS: Aquellos que no tienen solución.

$$\boxed{\frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} \neq \frac{c_1}{c}}$$

NOTA

Los sistemas de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas se resuelven eliminando una incógnita en 2 ecuaciones cualesquiera y a continuación eliminando la misma incógnita en otras dos.

PROBLEMAS RESUELTOS

1) 5y = 3 – 2x
3x = 2y + 1

Halla (x + y)

Solución:

$y = \frac{3-2x}{5} \quad \rightarrow \quad y = \frac{3x-1}{2}$

$\frac{3-2x}{5} = \frac{3x-1}{2} \quad \rightarrow \quad 6 - 4x = 15x - 5$

$11 = 19x \ \rightarrow \ \frac{11}{19} = x$

$$y = \frac{3 - 2\left(\frac{11}{19}\right)}{5}$$

$$y = \frac{57-22}{95} = \frac{35}{95} = \frac{7}{19}$$

Luego: $x + y = \frac{11}{19} + \frac{7}{19} = \frac{18}{19}$

2) Resuelve:

$$\frac{x-2}{3} + \frac{y+1}{6} = 2$$

$$\frac{x-3}{4} - \frac{2y-1}{2} = 1$$

Halla "y"

Solución:

$2x - 4 + y + 1 = 12 \quad \wedge \quad x + 3 - 4y + 2 = 4$
$2x + y = 15 \qquad\qquad x - 4y = -1$

Luego :

2x + y = 15 .... (1)
x – 4y = -1 .... (2)

$$\begin{array}{r} 2x + y = 15 \\ -2x + 8y = 2 \\ \hline y = 17/9 \end{array}$$

3) Resuelve y halla "x"

$$\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = 4$$

$$\frac{2}{x} - \frac{6}{y} = -3$$

Solución :

$a = \frac{1}{x}$ $\quad b = \frac{1}{y}$

4a + 3b = 4 ....(1)
2a – 6b = -3 ....(2)
x 2 a (1)

$$\begin{array}{r} 8a + 6\cancel{b} = 8 \\ \underline{2a - \cancel{6}b = -3} \\ 10a = 5 \end{array}$$

a = ½

$\boxed{\rightarrow x = 2}$

4) Dado:

2x + ky = 5k
5x –4y = -27

Para qué valor de “k” es incompatible.

Solución:

$$x - \frac{\begin{vmatrix} 5k & k \\ -27 & -4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & k \\ 5 & -4 \end{vmatrix}} = \frac{-20k + 27k}{-8 - 5k} = \frac{7k}{-5k - 8}$$

Para que no exista solución debe cumplirse que:

-5k –8 = 0

$\rightarrow$ k = $\frac{-8}{5}$

5) Halla “x” en:

$\frac{3x - 5}{2y} = \frac{20}{3}$; 3x + 4y = 31

Solución:

3(3x - 5) = 2y(20)

9x -15 = 40y

$$\begin{cases} 9x - 40y = 15 \\ 3x + 4y = 31 \text{ ....x10} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 9x - 40y = 15 \\ \underline{30x + 40y = 310} \\ 39x = 325 \end{array}$$

x = $\frac{325}{39}$

6) Halla $(x + y)^2$, si

$$\frac{4x-3y}{3}=y+6 \quad ; \quad \frac{x-y}{2}=10$$

Solución:

4x – 3y = 3y + 18 ; x – y = 20

Luego: 4x – 6y = 18
x – y = 20.......x 4

$\cancel{4x}$ – 6y = 18
$\cancel{4x}$ – 4y = 80
-2y = -62

y = 31

x – 31 = 20

x = 51

$(x+y)^2 = (51+31)^2 = 82^2$

$(x+y)^2 =$ 6724

7) Resuelve:

-7x + 5y = -45
4x – 3y = 26

Solución:

Utilizando determinantes tenemos:

$$x=\frac{\begin{vmatrix}-45 & 5\\ 26 & -3\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}-7 & 5\\ 4 & -3\end{vmatrix}}=\frac{135-130}{21-20}=5$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix}-7 & -45\\ 4 & 26\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}-7 & 5\\ 4 & -3\end{vmatrix}}=\frac{-182+180}{21-20}=-2$$

$\boxed{\text{C.S} = \{5; -2\}}$

8) Resuelve y halla : “x”

$$\frac{4}{x}+\frac{3}{y}=4$$

$$\frac{2}{x}-\frac{6}{y}=-3$$

Solución :

a = $\frac{1}{x}$ $b=\frac{1}{y}$

4a + 3b = 4 ....(1)
2a – 6b = -3 ....(2)
x 2 a (1)

$$\begin{array}{r} 8a + 6b = 8 \\ \underline{2a - 6b = -3} \\ 10a = 5 \end{array}$$

$a = 5/10 \rightarrow a = ½$
$x = 2$

PRÁCTICA DIRIGIDA Nº6

1).- Resuelve:

$$\begin{array}{l} 2x + 3y = 3 \\ 6y - 6x = 1 \end{array}$$

Halla (xy)

a) 1 b) 2 c) 1/3 d) ½ e) 2/3

2).- Halla (x + y) , si :

$3xy + 2y = 40$ $2xy - 3y = 5$

a) 2 b) 3 c) 5 d) 7 e)9

3).- Resuelve: $5x - y = 9$
$2x + 4y = 8$

Indica: "$\frac{x}{y}$"

a) 4 b) 6 c) 5 d) 2 e) 3

4).- Resuelve:

$$\begin{cases} 3x - 4y = 41 \\ 11x + 6y = 47 \end{cases}$$

a) –5; 7 b) 7; -5 c) –7; -5 d) 1; -5 e) –4; 2

5).- Resuelve:

$$\begin{array}{l} 9x + 11y = -14 \\ 6x - 5y = -34 \end{array}$$

a) 2; 4 b) 1; 2 c) –4; 2 d) 5; 2 e) 3; -2

6).- Resuelve:

$$\begin{cases} 10x - 3y = 36 \\ 2x + 5y = -4 \end{cases}$$

a) 3; -2 b) 2; -3 c) 1; 3 d) 1; 5 e) N.A.

7).- Resuelve:

$$\begin{cases} 11x - 9y = 2 \\ 13x - 15y = -2 \end{cases}$$

a) 1; 1 b) 2; 2 c) 1; 2 d) –1; -1 e) 2; 1

8).- Resuelve:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 230 \\ 3x + 2y = 220 \end{cases}$$

a) {50; 40} b) {40; 10} c) {40; 50} d) {4; 5} e) N.A.

9).- Resuelve:

$$\begin{cases} x - y = 10 \\ x + 10 = 2y - 20 \end{cases}$$

a) {5; 4} b) {50; 40} c) {40; 10} d) {6; 3} e) N.A.

10).- Resuelve:

$$\begin{cases} 8x - 24 = y - 3 \\ 9x + 9 = 2y + 2 \end{cases}$$

a) {7; 35} b) {6; 10} c) {2; 7} d) {7; 5} e) N.A.

11).- Resuelve:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 3 \end{cases}$$

a) $\frac{32}{5}; \frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{5}; \frac{3}{5}$ c) $\frac{32}{3}; 6$ d) $\frac{32}{3}; 3$ e) N.A.

12).- Resuelve:

$$\begin{cases} \frac{y+2}{x} = \frac{6}{5} \\ \frac{y}{x-1} = 1 \end{cases}$$

a) {5; 4} b) {1; 4} c) {5; 6} d) {3; 8} e) {4; 3}

13).- Resuelve:

$$5y = 3 - 2x$$
$$3x = 2y + 1 .$$

Halla (x + y)

a) 11/9 b) 19/18 c) 7/19 d) 1/3 e) 18/19

14).- Halla x + y en:

$$4x - y = 10$$
$$5x - 2y = 8$$

a) 4 b) 5 c) 6 d) 8 e) 10

15).- Resuelve: $9x - 7y = -52$
$5x + 3y = -22$

a) (0; 9) b) (-2, 7) c) (-1; 4) d) (-5; 1) e) (-2; 0)

16).- Resuelve:

$$5^{x+y} = 125$$
$$3^{x-y} = 81$$

Indica: $\frac{"x"}{y}$

a) 5 b) 2 c) –7 d)-3 e)-2

17).- Resuelve:

$2x - 4y = -7$
$x + 8y = -1$

Indica "x"

a) –2 b) –3 c) 5 d)-4 e)4

18).- Indica: x + y a partir de:

$3x - 2y = -12$
$5x + 4y = 2$

Indica el valor de "y"

a) 1 b) –4 c) –6 d)3 e)2

19).- Resuelve:

$3(x + 1) = 16 + 2(y - 1)$

$\frac{5x}{17} - \frac{4y}{17} = 1$

Indica el valor de $"\frac{x}{y}"$

a) 5,5 b) 4,5 c) 1,5 d) 3,5 e) 2,5

20).- Calcula: xyz; si:

$x + y = 18$; $x + z = 23$; $y + z = 25$

a) 360 b) 720 c) 1200 d) 2000 e) 1000

21).- Calcula x/y al resolver el sistema.

$\frac{x+4}{3} - y = 2$

$\frac{x-1}{2} + 3y = 5$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

CLAVES DE RESPUESTAS

1) c	2) d	3) d
4) b	5) c	6) a
7) a	8) c	9) b
10)a	11)a	12)a
13)e	14)e	15)d
16)c	17)b	18)d
19)e	20)c	21)e

VII. ECUACIONES CUADRÁTICAS

1. DEFINICIÓN

Son aquellas que luego de simplificarlas y reducirlas adoptan la siguiente forma general:

$ax^2 + bx + c = 0$

Se observa que exponente de la variable es "2".

2. FORMA GENERAL

$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$ $\forall a \neq 0$

dónde : a, b, c = coeficientes ; x = variable

Además: Discriminante: $\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$

Ejem : Calcula el Δ de : $2x^2 + 9x - 5 = 0$

Como a = 2 b = 9 c = -5

Reemplazando a, b, c en Δ :

$\Delta = (9)^2 - 4(2)(-5)$
$\Delta = 81 + 40$
$\rightarrow \Delta = 121$

3. RESOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN

Fórmula General: $\boxed{x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$

Ejem : Resuelve : $x^2 + 2x - 2 = 0$

Tenemos: a = 1 , b = 2, c = -2

Luego: $x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-2)}}{2(1)}$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$\rightarrow$ C.S. { $-1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3}$ }

4. POR ASPA SIMPLE :

Sólo cuando la ecuación es factorizable.

Ejem : Resuelve :

$x^2 - 8x - 9 = 0$
x -9
x 1

$(x-9)(x+1)=0$
$x-9=0 \;\vee\; x+1=0$
$x=9 \;\vee\; x=-1$
$\rightarrow$ C.S. = {9; -1}

5. ANÁLISIS DE LAS RAÍCES :

Dada: $ax^2+bx+c=0 \;\; \forall a \neq 0 \wedge a, b, c \in R$

- Si $\Delta > 0$ las raíces son reales y diferentes. La ecuación presenta 2 soluciones.
- Si $\Delta = 0$ las raíces son reales e iguales. La ecuación presenta solución única.
- Si $\Delta < 0$ las raíces son imaginarias y conjugadas.

6. TEOREMAS DE CARDANO- VIETTE :

Si $x_1 \wedge x_2$ son raíces de la ecuación:

$ax^2+bx+c=0$; $\forall a \neq 0$ se cumple :

- Suma de raíces $\boxed{x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}}$

- Producto de raíces $\boxed{x_1 \,.\, x_2 = \frac{c}{a}}$

7. PROPIEDADES :

a) Legendre: $(x_1+x_2)^2 - (x_1-x_2)^2 = 4x_1 . x_2$

b) Diferencia de raíces: $x1 - x_2 = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$; $x_1 > x_2$

Si las raíces de la ecuación cuadrática son:

b.1. Simétricas

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = n \\ x_2 = -n \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{x_1 + x_2 = 0}$$

$\rightarrow b = 0$

b.2. Recíprocas

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = m \\ x_2 = \frac{1}{m} \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{x_1 \;.\; x_2 = 1} \quad (m \neq 0)$$

$\rightarrow a = c$

c) Reconstrucción de una Ecuación cuadrática

Siendo $x_1 \wedge x_2$ raíces de una ecuación cuadrática, entonces $(x - x_1)(x - x_2) = 0$; llevando a la forma canónica se tiene:

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1.x_2) = 0$$

Ejem: Reconstruye la ecuación cuadrática si:

$x_1 = -2$; $x_2 = 6$

$x^2 - (-2+6)x + (-2)(6) = 0$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

8. TEOREMA :

Si las ecuaciones cuadráticas:

$$\begin{cases} a_1 x^2 + b_1 x + c_1 = 0 \\ a_2 x^2 - b_2 x + c_2 = 0 \end{cases}$$

Son equivalentes → $\boxed{\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}}$

(poseen el mismo C.S.)

Suma de cuadrados:

$x_1^2 + x_2^2 = s^2 - 2p$

por Cardano

PROBLEMAS RESUELTOS

1) Resuelve :

$x^2 - 9x + 20 = 0$

Solución: (Por aspa simple)

$x^2 - 9x + 20$

$$\begin{array}{ll} x & -5 \\ x & -4 \end{array}$$

$(x - 5)(x - 4) = 0$

$x - 5 = 0$

$x = 5$

$x - 4 = 0$

$x = 4$

2).- Resuelve:

$x^2 + 6x + 9 = n^2$

***Solución*:**

$x^2 + 6x + 9 - n^2 = 0$

Por aspa simple:

$$\begin{array}{llr} x & (3 + n) = & (3 + n)\,x \\ x & 3 - n = & (3 - n)\,x \\ \hline & & 6\,x \end{array}$$

$(x + 3 + n)(x + 3 - n) = 0$

$x = -n - 3$

$x = n - 3$

3) Si: "x_1" y "x_2" son las raíces de la ecuación.

$x^2 - 3x + 1 = 0$

Calcula:

$T = x_1(x_1^2 + 1) + x_2(x_2^2 + 1)$

Solución:

$T = x_1^3 + x_1 + x_2^3 + x_2$

→ $T = x_1 + x_2 + (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2)$

$T = [(x_1 + x_2)(1+x_1^2 - x_1x_2+x_2^2)]$ .....(1)

Ahora con las raíces:

$x_1 + x_2 = 3$
$x_1 x_2 = 1$

$\rightarrow (x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$
$3^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2(1)$
$\rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 7$

Reemplazando en (1)

$T = [(3)(1 + 7 - 1)$

$\boxed{T = 21}$

4).- Resuelve:

$$\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{6}$$

Solución:

$6(x - 1) - 6(x - 2) = (x - 1)(x - 2)$

$6x - 6 - 6x + 12 = x^2 - 3x + 2$

$x^2 - 3x - 4 = 0$

$(x - 4)(x + 1) = 0$

$$\boxed{\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 4 \end{array}}$$

5).- Si $x \in \left\{-5; \frac{1}{3}\right\}$

Reconstruye la ecuación cuadrática.

Solución:

$(x - 1/3)(x - -5) = 0$

$(x - 1/3)(x + 5) = 0$

$$x^2 + \frac{14x}{3} - \frac{5}{3} = 0$$

La ecuación es : $3x^2 + 14x - 5 = 0$

PRÁCTICA DIRIGIDA Nº7

1).- Resuelve: $x^2 - 7x = 18$

a) -2; 9　　b) 2; 9　　c) 3; 6　　d) 5; -2　　e) 1; 3

2).- Resuelve: $8x - 65 = -x^2$

a) -13; 5　　b) 12; 9　　c) 13; 5　　d) 5; -12　　e) 11; 3

3).- Resuelve: $x^2 = 108 - 3x$

a) -12; 9　　b) 12; 9　　c) 14; 7　　d) 5; -12　　e) 36; 3

4).- Calcula el discriminante de la ecuación:

$$x^2 - 16x + 63 = 0$$

a) 10 b) 12 c) 25 d) 4 e) 61

5).- Resuelve: $3x^2 - 4x + 1 = 0$

a) 1/3; 1 b) 2; ½ c) 2/3; 1 d) 5; 2 e) 1; -2/3

6).- Calcula el discriminante de la ecuación:

$$9x^2 - 12x + 4 = 0$$

a) 210 b) 142 c) 125 d) 4 e) 0

7).- Resuelve: $5x^2 – 9 = 46$

a) $\pm\sqrt{11}$ b) ±11 c) ±5 d) ±6 e) ±1

8).- Resuelve: $(x + 5)(x – 5) = -7$

a) $\pm\sqrt{5}$ b) ±3 c) $\pm 3\sqrt{2}$ d) $\sqrt{2}$ e) N.A.

9).- Resuelve: $(2x – 3)(2x + 3) – 135 = 0$

a) ±6 b) ±5 c) ±8 d) ±4 e) N.A.

10).- Calcula el discriminante de la ecuación: $3x^2 - 7x + 2 = 0$

a) 52 b) 0 c) 25 d) 4 e) 40

11).- Resuelve: $x^2 + 8x - 65 = 0$

a) 3; 2 b) –13; 5 c) –13; -5 d) –5; 13 e) N.A.

12).- Resuelve: 2x2 + 7x – 4 = 0

a) –4; 1 b) ½ ; 4 c) – ½ ; 4 d) ½ ; -4 e) 2; -4

13).- Calcula el discriminante de la ecuación:

$$x^2 + 15x + 56 = 0$$

a) 10 b) 49 c) 13 d) 25 e) 0

14).- Resuelve: $20x^2 – 27x = 14$

a) 3; 5 b) –2/5 ; 7/4 c) 2/3 ; 20 d) 2/5 ; -7/4 e) N.A.

15).- Resuelve: $x^2 – 2x – 15 = 0$

a) –3; 5 b) 2; 3 c) 3; 5 d) –5; 3 e) N.A.

16).- Calcula el discriminante de la ecuación: $x + 11 = 10x^2$

a) 16 b) 256 c) 221 d) 285 e) 441

17).- Resuelve: $3x^2 – 5x + 2 = 0$

a) 1; 2/3 b) 3/5 ; -2 c) –1; 2/3 d) 1/3; 2 e) N.A.

18).- Resuelve: $4x^2 + 3x - 22 = 0$

a) 11; 2 b) –11/4 ; 2 c) 1/3; -2 d) 3/5 ; 6 e) N.A.

19).- Resuelve: $x^2 + 11x + 24 = 0$

a) 3; 8 b) 6; 3 c) 3; -8 d) –3; -8 e) N.A.

20).- Resuelve: $5x^2 - 7x - 90 = 0$

a) 1 b) 5 c) –18/5 d) b y c e) a y b

21).- Resuelve: $3x^2 - 7x + 2 = 0$

a) 2 b) 1/3 c) -3 d) a y c e) a y b

22).- Resuelve: $\frac{x^2}{x+3} = 4 + \frac{9}{x+3}$

a) 4 b) –3 c) 7 d) a y c e) b y c

23).- Si $3x^2 - 18x + 11 = 0$ y x_1 y x_2 son sus raíces. Halla: $x_1 + x_2 - x_1.x_2$

a) 5/6 b) 7/3 c) –4/9 d) –1/3 e) –5/3

24).- Halla la suma de raíces de: $(2x + 3)^2 + 4 = (x + 1)^2$

a) 10/3 b) –9/4 c) –11/3 d) –10/3 e) 11/3

25).- Resuelve: $x^2 + 5x + 6 = 0$, Indica la suma de sus raíces.

a) –3 b) 2 c) -2 d) 5 e) -5

26).- Resuelve: $(x - 3)(x + 2) + 9x = 3(x^2 - 5) - 1$

Indica una raíz:

a) 1 b) 2 c) -1 d) 4 e) 6

27).- Calcula el discriminante de la ecuación: $\sqrt{2}x^2 + \sqrt{3}x - 5\sqrt{2} = 0$

a) 43 b) 23 c) -23 d) –43 e) $3\sqrt{5}$

CLAVES DE RESPUESTAS

1) a	2) a	3) a
4) d	5) a	6) e
7) a	8) c	9) a
10)c	11)b	12)d
13)d	14)b	15)a
16)e	17)a	18)b
19)d	20)d	21)a
22)e	23)b	24)d
25)e	26)c	27)a

VIII. NÚMEROS RACIONALES

1. NÚMERO RACIONAL

Un número es racional cuando puede ser representado como una división indicada de dos enteros lo cual matemáticamente se define:

$$\boxed{a = \left\{ \frac{m}{n} \ / \ n, m \in Z \wedge n \in Z \ ; \ n \neq 0 \right\}}$$

Ejm: $\frac{9}{7}$; $\frac{3}{4}$; 4 ; $\frac{18}{-12}$; $\frac{-5}{9}$; etc

2. FRACCIÖN:

Una fracción es un número racional de la forma $\frac{a}{b}$ donde "a" es un número entero distinto de cero llamado numerador y "b" es un entero positivo llamado denominador, con la condición adicional, de que "a" es diferente de todo múltiplo de "b".

Fracción : $\frac{a}{b}$ $\rightarrow$ Numerador $\rightarrow$ } Términos de

Donde:

$\boxed{a \in Z}$ $\boxed{b \in Z+}$ $\boxed{a \neq \overset{o}{b}}$ $\boxed{a \neq 0}$

2.1. CLASIFICACIÓN DE LAS FRACCIONES

Sea la fracción $\frac{A}{B}$.

a.- POR LA COMPARACIÓN DE SU VALOR RESPECTO A LA UNIDAD.

PROPIA	IMPROPIA
$\frac{A}{B} < 1 \therefore A < B$	$\frac{A}{B} > 1 \therefore A > B$
$\frac{4}{7}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{16}{18}$	$\frac{20}{8}$; $\frac{12}{9}$; $\frac{16}{10}$

b.- POR SU DENOMINADOR:
Siendo "K" un entero positivo.

DECIMAL	ORDINARIA
$B = 10^k$	$B \neq 10^k$
$\frac{3}{10}$; $\frac{25}{10^2}$; $\frac{32}{10^3}$	$\frac{3}{7}$; $\frac{18}{12}$; $\frac{25}{15}$

c.- POR LA CANTIDAD DE DIVISORES COMUNES DE SUS TÉRMINOS:

IRREDUCTIBLE	REDUCTIBLE
A y B son PESI MCD (A; B) = 1	A y B no son PESI MCD (A, B) $\neq$1
$\frac{10}{13}$; $\frac{15}{23}$; $\frac{23}{16}$	$\frac{18}{12}$; $\frac{20}{36}$; $\frac{20}{12}$

d.- POR GRUPO DE FRACCIONES:

HOMOGÉNEAS	HETEROGÉNEAS
Todos tienen igual denominador.	Al menos un denominador es distinto a los demás.
$\frac{3}{12};\frac{5}{12};\frac{11}{12};\frac{20}{12}$	$\frac{10}{8};\frac{2}{8};\frac{6}{8};\frac{7}{3}$

NOTA:

1.- La suma de dos fracciones irreductibles es entero, entonces sus denominadores son iguales.

Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son irreductibles y

$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=$ entero $\rightarrow$ b = d

2.- Se dice que una fracción es divisible entre otra, si al dividir la primera entre la segunda, el cociente resultan un número entero.

Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son irreductibles y

$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=n\in Z \leftrightarrow a=\overset{\circ}{c} \wedge d=\overset{\circ}{b}$

3. NÚMERO DECIMAL:

Es la expresión lineal de una fracción; el cual se obtiene al dividir el numerador de la fracción entre el correspondiente denominador.

Ejem:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{15}{8}=1{,}875 \\ \frac{25}{44}=0{,}56818181\ldots\end{array}\right\}\text{Número decimal}$$

3.1. CLASIFICACION DE LOS NUMEROS DECIMALES:

$$\text{Número Decimal}\begin{cases}\text{Exacto o Limitado} \\ \quad\quad\begin{cases}\text{Periódico Puro} \\ \text{Periódico Mixto}\end{cases}\end{cases}$$

a).- NÚMERO DECIMAL EXACTO O LIMITADO (N.D.E)

Si el número de cifras en la parte decimal es limitado. Ejm.

- 27, 2965
- $0{,}32_{(5)} = \frac{17}{25}$
- $3{,}726_{(9)} = \frac{3726_{(9)}}{1000_{(9)}}$

En general para todo número aval exacto:

$$\overline{ab}\,,\ \underbrace{\overline{cde\ldots z}}_{\text{"n" cifras}}\,_{(B)} = \frac{\overline{abcde\ldots z}_{(B)}}{\underbrace{100\ldots0}_{\text{"n" cifras}}\,_{(B)}}$$

b).- NÚMERO DECIMAL INEXACTO PERIÓDICO PURO.

Se dice que es periódico puro, cuando la parte decimal consta de una cifra o un grupo de cifras llamado período, que se repiten indefinidamente. Ejm.

- 8,777... = $8,\overset{\frown}{7}$
- 0, 363636... = $0,\overset{\frown}{36}$
- $0,\overset{\frown}{651}_{(7)} = \dfrac{651_{(7)}}{666_{(7)}}$

En general todo número aval periódico puro, con parte entera igual a cero:

$$0,\underbrace{\overset{\frown}{abc\ldots z}}_{\text{"n" cifras}}\,_{(B)} = \frac{\overline{abc\ldots z}_{(B)}}{\underbrace{(B-1)(B-1)\ldots(B-1)}_{\text{"n" cifras}}\,_{(B)}}$$

c).- NÚMERO DECIMAL INEXACTO PERIÓDICO MIXTO:

Cuando la parte decimal consta de un período procedido por una cifra o grupo de cifras, llamado parte no periódica, que no forma parte del período.

- 5,7222... = $5,7\overset{\frown}{2}$
- 0,332999... = $0,332\overset{\frown}{9}$

En general para todo número aval periódico mixto:

$$a,\underbrace{\overline{bc\ldots j}}_{\text{"n" cifras}}\,\underbrace{\overset{\frown}{kl\ldots z}}_{\text{"m" cifras}}\,_{(B)} = \frac{\overline{abc\ldots jkl\ldots z}_{(B)} - \overline{abc\ldots j}_{(B)}}{\underbrace{(B-1)(B-1)\ldots(B-1)}_{\text{"m" cifras}}\,\underbrace{000\ldots0}_{\text{"n" cifras}}\,_{(B)}}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1.- Si a los términos de una fracción irreductible, se le suma el triple del denominador y al resultado se le resta la fracción, resulta la misma fracción ¿Cuánto suman los términos de la fracción original?

Solución:

Sea f = $\dfrac{a}{b}$ (a y b son PESI)

Luego: $\dfrac{a+3b}{b+3b} - \dfrac{a}{b} = \dfrac{a}{b}$

Reduciendo: $\dfrac{a+3b}{4b} = \dfrac{2a}{b}$

a + 3b = 8a → 3b = 7a

De donde: f = $\dfrac{a}{b} = \dfrac{3}{7}$

Suma de términos 3 + 7 = 10

2.- Halla axb, si la fracción $\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}}$ es equivalente a $\frac{\overline{57}}{152}$.

Solución:

Se cumple:

$$\frac{\overline{ab}}{ba} = \frac{57}{152} = \frac{19 \times 3}{19 \times 8}$$
$$\frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \frac{3}{8}$$

Descomponiendo y efectuando:

77a = 22b
sólo a = 2 , b = 7
producto a x b = 2 x 7 = $\boxed{14}$

3.- ¿Cuántas fracciones comprendidas entre $\frac{19}{43}$ y $\frac{23}{29}$ son tales que sus términos son números consecutivos?

Solución:

Se cumple: $\underbrace{\frac{19}{43} < \overbrace{\frac{n}{n+1}}^{}}_{(I)}\overbrace{< \frac{23}{29}}^{(II)}$

De (I): 0,8 < n
De (II): n < 3,8 $\Big\}$ n = 1, 2 ,3

Las fracciones $\underbrace{\text{½ , 2/3 ; ¾}}_{\text{3 fracciones}}$

4.- ¿Cuántas fracciones propias existen, tales que sean menores a 5/6 y sus términos son consecutivos.?

Solución:
Fracción propia < 1
Luego f = $\frac{n}{n+1} < \frac{5}{6}$
→ en < 5(n + 1) → n < 5
sólo n = 1; 2; 3; 4
las fracciones son: $\frac{1}{2};\frac{2}{3};\frac{3}{4};\frac{4}{5}$
$\boxed{\text{4 fracciones}}$

5.- Con dos números primos se forma una fracción que sumada con su inversa resulta $\frac{74}{35}$. ¿Cuál es el menor número primo?

Solución:

Sean a y b primos.
$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{74}{35}$$

dando forma:

$$\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{5^2+7^2}{5\times 7}$$

Luego: a = 5 y b = 7

Menor primo = $\boxed{5}$

6.- Indica el número de fracciones propias con denominador 37 que son menores a 2/3.

Solución:

f = $\frac{N}{37}<\frac{2}{3}$

Luego. N < $\frac{2}{3}(37)=24,\hat{6}$

N = $\underbrace{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ ...\ 24}_{\text{24 números}}$

$\boxed{\text{Existen 24 fracciones}}$

PRÁCTICA DIRIGIDA Nº08

1).- La suma de $\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{6}$ es:

a) 5/7 b) 5/4 c) 4/3 d) 11/7 e) 7/5

2).- Efectúa: $9\frac{1}{2}-5\frac{1}{4}$

a) –17/4 b) 17/2 c) –15/4 d) –14/4 e) 17/4

3).- Efectúa: $3+2\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$

a) 14/10 b) 57/10 c) 15/2 d) 14 e) 17

4).- Efectúa: $3\ x\ \frac{8}{13}\ x\ \frac{4}{11}\ x\ \frac{22}{16}$

a) 12/13 b) 11/8 c) 4/11 d) 3/13 e) 13/31

5).-Efectúa: $\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}$

a) 1/2 b) 2/3 c) ¾ d) 9/8 e) 8/9

.

6).- Simplifica: $\left[\dfrac{1+\frac{2}{5}}{3-\frac{4}{5}}\right]$

a) 5/7 b) 7/11 c) 45/13 d) 11/7 e) 7/5

7).- Halla: $1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2}}}$

a) $1\frac{7}{9}$　　b) $2\frac{9}{7}$　　c) $2\frac{7}{9}$　　d) $1\frac{9}{7}$　　e) $7\frac{1}{9}$

8).-Efectúa: $(-\frac{2}{5})^3 x \left(-\frac{2}{5}\right)^2$

a) $-\frac{32}{3125}$　　b) $\frac{64}{625}$　　c) $\frac{32}{3125}$　　d) $-\frac{64}{3125}$　　e) $\frac{2}{5}$

9).- Efectúa: $(-\frac{4}{3})^6 \div (-\frac{4}{3})^4$

a) $\frac{16}{3}$　　b) $\frac{16}{9}$　　c) $\frac{8}{27}$　　d) $\frac{9}{16}$　　e) $\frac{3}{16}$

10).-Efectúa : $\left[(-2)^3\right]^{-2}$

a) 64　　b) $\frac{1}{54}$　　c) $\frac{1}{64}$　　d) $\frac{1}{32}$　　e) $\frac{1}{16}$

11) .-Efectúa : $\sqrt{\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}\right)^{-1} x \frac{10^0}{2^{-1}}}$

a) 31　　b) 3　　c) 4　　d) 11　　e) 5

12).- Calcula el valor de "C" si :

$$C = \frac{4+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}{4-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}$$

a) 17/48　　b) 61/35　　c) 15/23　　d) 18/37　　e) 24/39

13).- ¿Cuánto le falta a "E" para ser igual a 3/5, si :

$$E = \frac{2\frac{1}{2}+3\frac{1}{3}}{4\frac{1}{4}+6\frac{1}{6}}$$

a) 4/35　　b) 7/20　　c) 1/30　　d) 1/25　　e) 4/15

14).- Simplifica :

$$E = \frac{\left(1+\frac{1}{5}\right)\left(1+\frac{1}{6}\right)\left(1+\frac{1}{7}\right)\left(1+\frac{1}{8}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)}{\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)\left(1-\frac{1}{7}\right)\left(1-\frac{1}{8}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)}$$

a) 2/9　　b) 9/2　　c) 3　　d) 1　　e) 1/3

15).- Simplifica:

$$2-\cfrac{12}{3+\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{2}}}}$$

a) 3 b) 0 c) 4 d) 1 e) 2

16).- Simplifica:

$$F=\frac{\left(\frac{3}{8}\text{x}\frac{4}{5}\div\frac{3}{10}+\frac{2}{9}-\frac{1}{6}\right)}{\left(\frac{6}{15}+\frac{1}{6}-\frac{1}{5}\right)\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\frac{7}{12}\right)}\text{x}2\frac{3}{4}\div\frac{1}{3}$$

a) 12 b) 45 c) 90 d) 75 e) n.a

17).- Efectúa:

$$K=\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}+\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}+\left(\frac{4}{23}\right)^{-1}+16\right\}^{0,5}$$

a) 9 b) 7 c) 5 d) 6 e) n.a

18).- Simplifica:

$$E=\sqrt[3]{\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}+\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}-6^{-1}+6^{-3}\right]^{-2}}$$

a) 1/7 b) 36/25 c) 1/6 d) 3/5 e) n.a

19).- Efectúa:

$$A=\left[1-\frac{1}{2}\right]\times\left[1-\frac{1}{3}\right]\times\left[1-\frac{1}{4}\right]\times\left[1-\frac{1}{5}\right]\times\left[1-\frac{1}{6}\right]$$

a) 1/2 b)1/3 c) ¼ d) 1/5 e) 1/6

20).- Halla: $M=\left[\frac{\left(1-\frac{1}{6}\right)\left(1-\frac{1}{7}\right)\left(1-\frac{1}{8}\right)}{\left(1+\frac{1}{6}\right)\left(1+\frac{1}{7}\right)\left(1+\frac{1}{8}\right)}\right]^{-1}$

a) 3,6 b) 2,4 c) 2,5 d) 2,1 e) 3,2

21).- Efectúa:

$$M=\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}.\frac{1}{3}}\div\frac{1-\frac{2}{3}.\frac{3}{5}}{\frac{3}{2}.\frac{2}{5}.\frac{15}{5}}$$

a) 25 b) 27 c) 28 d) 30 e) 26

22).- Calcula :

$$E = \left[\left(\frac{4}{5}\right)^{-1}.\frac{4}{5}.1\frac{1}{2}.\frac{2}{5}\right]^{-1}$$

a) 5/3 b)3/5 c) 2/5 d) 5/2 e) 1/4

23).- Efectúa:

$$M = \left(\frac{1-5^{-1}}{5}\right)^{-1} - 1 - \left(1-\frac{1}{5}\right)^{-1}$$

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

24).- Calcula:

$$M = 1-\frac{1}{1+\frac{1}{1-\frac{1}{8}}}$$

a) 1/8 b) 8/15 c) 2 d) 17/16 e) 16/17

25).- Halla el valor de:

$$M = \frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+...+\frac{1}{17.18}$$

a) 10/24 b) 13/31 c) 10/31 d) 17/18 e) 15/18

26).- Halla el triple de C si:

$$C = \sqrt{0,\overline{3}+0,\overline{4}+0,\overline{5}+0,\overline{6}+\frac{7}{9}}$$

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 8

CLAVES DE RESPUESTAS

01) b	02) e	03) b
04) a	05) e	06) b
07) a	08) a	09) b
10) c	11) b	12) b
13) d	14) b	15) b
16) b	17) d	18) b
19) e	20) b	21) e
22) a	23) d	24) b
25) d	26) c	

IX. PORCENTAJES

TANTO POR CIENTO.- Se llama así al número de unidades que se consideran de cada 100 unidades. Su símbolo es "%" se lee por ciento.

FORMULA:

Halla el "n%" de "S"

100 → n

S **x**

$$\boxed{X = \left(\frac{n}{100}\right) x\, S}$$

Ejem. :

El 28% de 500

$$X = \frac{28}{100} x500 = 140$$

NOTA: % se puede expresar como fracción donde el denominador es 100

Así:

$$15\% \text{ de } A = \frac{15}{100} xA$$

$$36\% \text{ de } B = \frac{36}{100} xB$$

FORMULAS QUE SE UTILIZAN FRECUENTEMENTE EN LOS SIGUIENTES CASOS :

1).- Halla el n% de "N"

$$\boxed{X = \left(\frac{n}{100}\right) x\, N}$$

2) El n% de qué número es "N"

$$\boxed{X = \left(\frac{100}{n}\right) x\, N}$$

3) Qué porcentaje es "n" de "N"

$$\boxed{X = \left(\frac{n}{N}\right) x100}$$

4) ¿De qué número 4000 es el 8%?

$$X = \left(\frac{100}{8}\right).4000 = \boxed{50000}$$

5) El 48% de 550 es:

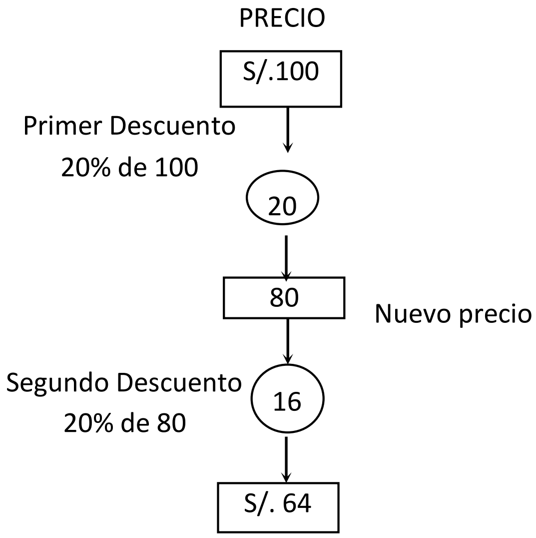
$$X = \frac{48}{100} x550 = \boxed{264}$$

6) ¿Qué porcentaje de 500 es 140?

$$X = \left(\frac{140}{500}\right).100$$

$$\boxed{X = 28\%}$$

DESCUENTOS SUCESIVOS



Descuento efectivo por cada 100 soles.
100 – 64 = 36 ó 36%

FORMULAS

$$Du=\left[100-\frac{(100-D_1)\,(100-D_2)....(100-D_n)}{100^{n-1}}\right]\%$$

$$Du=100-\frac{100-D_1}{100}\,x\,\frac{100-D_2}{100}\,x.....(100-D_n)$$

1).- Si de una botella de gaseosa me tomo sucesivamente el 25%, 30%, 40% y 50%, siempre de lo que me queda, ¿Cuál es el porcentaje que me queda?

$$Du=\left[100-\frac{(100-25)(100-30)(100-40)(100-50)}{100^{4-1}}\right]\%$$

Du = 84,25%

Me queda 100 - 84,25 = $\boxed{15,75}$

2).- A qué descuento único equivale un descuento de 20, 30, 40 y 15%.

$$Du=\left(100-\frac{(100-20)(100-30)(100-40)(100-15)}{10^{4-1}}\right)\%$$

$\boxed{Du = 71,44\%}$

AUMENTOS SUCESIVOS

$$Au=\left[\frac{(100+A_1)(100+A_2).....(100+A_n)}{100^{n-1}}-100\right]\% \quad ó$$

$$Au\,\frac{100-A_1}{100}\,x\,\frac{100-A_2}{100}\,x\,\frac{100-A_3}{100}.....(100-A_n)-100$$

3).-A qué aumento único equivale un aumento sucesivo de 20 y 30%

$$Au = \left(\frac{(100+20)(100+30)}{100^{2-1}} - 100\right)$$

$\Rightarrow$ $\boxed{Au = 56\%}$

VARIACIONES PORCENTUALES

Nota:

. Siempre al total se considera 100%.
. Si una cantidad sufre un aumento del *x*% entonces resultará al final (100+*x*) %.
. Si una cantidad sufre un descuento del *x*% entonces al final tendremos (100-*x)* %.

Ejm:
4).- Qué sucede si aumentamos 18% y 15%

Sol:

$(100+18)\%\,x\,(100+15)\%$

$\rightarrow \frac{118}{100}x115\% = \frac{13570}{100} = 135.7\%$

Luego
Aumenta: 135.7 – 100 = $\boxed{35.7\%}$

5).- Qué sucede si descontamos 40% y 20%

Sol:

$\frac{60}{100}x80\% = 48\%$

Descontamos 100 – 48 = $\boxed{52\%}$

6).- Qué sucede si aumentamos 20% y descontamos 15%.

Sol:

$\frac{120}{100}x85\% = 102\%$

102 – 100 = 2%

$\boxed{\text{Aumenta en 2\%}}$

7).- Qué sucede si + 20% y – 25%

Sol:

$\frac{120}{100}x75\% = 90\%$

$\boxed{\text{Descontamos 10\%}}$

PROBLEMAS RESUELTOS

1).- ¿Qué tanto por ciento de 160 es 56 ?

x % de 160 = 56

$$\frac{x}{100}X(160) = 56$$

x = 35

2).- A qué descuento único equivale tres descuento sucesivos del 10%; 20% ; 60%

$D_{único} =$ 100%- 40% (75%(90%))(100%)

Luego:

$D_{único} = \frac{100}{100} - \frac{40x75x90x100}{100x100x100x100}$

$\frac{73}{100} < \; > 73\%$

3).- ¿A qué aumento único equivale tres aumentos sucesivos del 10%; 25%; 60%

A.U. 160%(125%(100%))- 100%

A.U. $\frac{160}{100}\left(\frac{125}{100}\left(\frac{110}{100}\right)\right) - \left(\frac{100}{100}\right)$

$= \frac{120}{100} < \; > 120\%$

4).- ¿El 72% de qué número es 126?

Sea el número, planteamos:

72% de N= 126 $\rightarrow \frac{72}{100}N = 126$

N = 126

5).- En un recipiente hay una cantidad desconocida de esferitas, de las cuales el 755 son de color rojo y las demás son blancas. Si se triplica las blancas y se disminuye en 20% a las rojas, ¿cuál es el porcentaje de las blancas respecto al nuevo total?

Asumamos el total como: 100 esferitas

R: 75 -20% = 60

B: 25 x 3 $\frac{75}{135}x100\% = 55{,}5$

PRÁCTICA DIRIGIDA Nº09

1) .- Halla el 20% de 370.

a) 36 b) 86 c) 79 d) 74 e) 60

2) .-Calcula el 70% de 620

a) 430 b) 345 c) 434 d) 370 e) 568

3) .- El 42 % de 550 es:

a) 231 b) 160 c) 182 d) 425 e) 180

4) .- El 40 % de 200 es:

a) 231 b) 160 c) 80 d) 125 e) 90

5) .- El 8% de qué número es 24?.

a) 300 b) 150 c) 120 d) 250 e) 400

6) .- El 10% de qué número es360?.

a) 360 b) 3600 c) 36 d) 420 e) 240

7).- El 75% de qué número es 3000?.

a) 4000 b) 1500 c) 2000 d) 600 e) 5000

8) .- El 40% de qué número es 160?.

a) 300 b) 400 c) 500 d) 180 e) 340

9).- Halla un descuento único que reemplace a dos descuentos sucesivos de 20% y 10%?

a) 23% b) 24% c) 28% d) 20% e) 25%

10).- Dos descuentos sucesivos del 20% y 30% equivalen a un descuento único de:

a) 53% b) 44% c) 26% d) 20% e) 45%

11).- Tres descuentos sucesivos del 20%,30% y 50% equivalen a un descuento único de:

a) 53% b) 72% c) 62% d) 45% e) 82%

12).- Halla el 18% de 1800

a) 310 b) 318 c) 320 d) 324 e) 325

13).- ¿Qué porcentaje de 240 es 24 ?

a) 11% b) 12% c) 14% d) 10% e) 18%

14).- ¿Qué porcentaje de 160 es 56 ?

a) 20% b) 25% c) 30% d) 35% e) 40%

15).- Halla el 20% del 40% de 16000.

a) 1210 b) 1220 c) 1240 d) 1260 e) 1280

16).- El 3/5% del 5/6% de qué número es 0,02?

a) 0,2 b) 40 c) 400 d) 20 e) $2x10^{-1}$

17).- ¿El 30% de qué número es el 30% del 10% de 700?

a) 60 b) 70 c) 80 d) 75 e) 85

18).-¿Qué porcentaje de 50 es el 10% del 20% de 300?

a) 10% b) 11% c) 12% d) 13% e) 14

19).- El 40% menos del 40% más de un número es igual al 50% menos de x% menos del 200% más del mismo número. Halla “x”.

a) 56 b) 44 c) 24 d) 36 e) 40

20).- Si Antonio tuviera 24% menos de la edad que tiene, tendría 38 años. ¿Qué edad tiene actualmente?

a) 30 años b) 40 c) 50 d) 60 e) 45

21).- Si tuvieras el 55% menos de la edad que tienes, tendrías 27 años. ¿Cuántos tendrás dentro de 10 años ?

a) 60 b) 65 c) 70 d) 75 e) 80

22).- ¿A qué descuento único equivale dos descuentos sucesivos del 10% y 30% ?

a) 63% b) 37% c) 43% d) 57% e) 40%

23).- ¿A qué descuento único equivale tres descuentos sucesivos del 10%, 25% y 60%?

a) 27% b) 70% c) 95% d) 73% e) 30%

24).- Los aumentos sucesivos del 10% y 20% equivale a un único aumento del:

a) 28% b) 72% c) 32% d) 68% e) 30%

25).- ¿A qué aumento único equivale tres aumentos sucesivos el 10%, 25% Y 60% ?

a) 120% b) 220% c) 95% d) 110% e) 130%

26).- ¿El 20% de qué número es 22?

a) 100 b) 105 c) 110 d) 115 e) 120

27).- ¿El 72% de qué número es 126?

a) 160 b) 165 c) 170 d) 175 e) 180

28).- ¿Qué porcentaje de 1/4 es 1/5?

a) 60% b) 80% c) 40% d) 20% e) N.A.

29).- Calcular el 20% del 30% del 10% de 2000.

a) 10 b) 11 c) 12 d) 13 e) 14

30).- ¿Qué porcentaje del 20% del 10% de 400 es el 8% del 0,2% de 1000?

a) 1% b) 2% c) 3% d) 4% e) 2,5%

31).- ¿De qué número es 128 el 36% menos?

a) 200 b) 240 c) 100 d) 260 e) N.A.

32).- ¿De qué número es 6 el 25% más?

a) 48 b) 44 c) 50 d) 46 e) N.A.

33).- ¿Cuánto es el 20% más del 20% menos de 50?

a) 50 b) 48 c) 52 d) 46 e) N.A.

34).- Si la base de un rectángulo disminuye en su 20% y la altura en su 10%, ¿En qué porcentaje disminuye su área?

a) 30% b) 15% c) 28% d) 14% e) 24%

35).- Si la base de un rectángulo, aumenta en un 30% y la altura en 20% ¿En qué porcentaje aumenta su área ?

a) 50% b) 56% c) 44% d) 28% e) 14%

36).- Aumentamos el 40% y descontamos el 40%.

a) Aumentamos 54%
b) Aumentamos24%
c) Descontamos 16%
d) Aumentamos 80%
e) Descontamos 75%

37.- Aumentamos el 15% y descontamos el 20%.

a) Aumentamos 54%
b) Aumentamos24%

c) Descontamos 48%
d) Aumentamos 80%
e) Descontamos 8%

38.- Aumentamos el 30% y descontamos el 30%.

a) Aumentamos 54%
b) Aumentamos24%
c) Descontamos 9%
d) Aumentamos 80%
e) Descontamos 75%

39).- En que porcentaje varía el área de un círculo si su radio se reduce a la mitad?

a) 60% b) 65% c) 70% d) 75% e) 80%

40).- Halla el 15% del 25% de 6 000.

a) 200 b) 225 c) 180 d) 160 e) 120

41).- Si el 20% de un número es igual al 8% del 40% de 150. Halla el número.

a) 20 b) 25 c) 18 d) 36 e) 24

CLAVES DE RESPUESTAS

1) d	2) c	3) a
4) c	5) a	6) b
7) a	8) b	9) c
10)b	11)b	12)d
13)b	14)d	15)e
16)c	17)b	18)c
19)b	20)c	21)c
22)b	23)d	24)c
25)a	26)c	27)d
28)b	29)c	30)b
31)a	32)a	33)b
34)c	35)b	36)c
37)e	38)c	39)d
40)b	41)e	

ASUNTOS COMERCIALES

También se denominan transacciones comerciales, y ocurre siempre que se haga una compra o una venta.

Puede darse los siguientes casos:

1) Si Pv $>$ Pc

$$\boxed{Pv = Pc + g}$$

2) Si Pv $<$ Pc

$$\boxed{Pv = Pc - p}$$

Dónde:

- Pv = Precio de venta.
- Pc = Precio de compra.
- g = Ganancia.
- p = Pérdida.

PROBLEMAS RESUELTOS

1).- ¿En cuánto debe venderse un auto que costó $ 3500, si se quiere ganar el 25% del precio de costo?

Solución

Pv = Pc + G

Pv = 3500 + 20%(3500)

Pv = 3500 + 700

$$\boxed{\boldsymbol{Pv = 4200}}$$

2).- ¿Cuál fue el precio de venta de un producto que costó S/ 80, si se perdió el 30% del precio de costo?

Solución

Pv = Pc - P

Pv = 80 - 30%(80)

Pv = 80 - 24

$$\boxed{\boldsymbol{Pv = 56.}}$$

3).- ¿Cuál es el precio de costo de un producto, si para ganar el 20% tuvo que venderse en S/.360?

Solución

Pv = Pc + G
360 = 100%Pc + 20%Pc
360 = 120%Pc

$$\boldsymbol{360 = \frac{120}{100} Pc}$$

Luego: $$\boldsymbol{Pc = \frac{360 \times 100}{120}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{Pc = 300}}$$

4).- ¿ En cuánto debe venderse un reloj que costó $ 82, si se quiere ganar el 20% del precio de costo?.

Solución

Pv = Pc + G
Pv = 82 + 20%(82)

Pv = 82 + 16.4

$\boxed{\textbf{\textit{Pv = 98.4.}}}$

5).- Se vendió un artículo en $270. Ganando el 20%. Del precio de costo.
¿Cuánto costó?

Solución

Pv = Pc + G
270 = 100%Pc + 20%Pc
270 = 120%Pc

$$270 = \frac{120}{100}Pc$$

$$\text{Luego } Pc = \frac{270 \times 100}{120}$$

$$\boxed{Pc = 225}$$

6).- ¿En cuánto debe venderse un reloj que costó $ 150, si se quiere ganar el 12% del precio de costo?.

Solución:

Pv = Pc + G
Pv = 150 + 12%(150)
Pv = 150 + 18

$$\boxed{Pv = 168.}$$

PRÁCTICA DIRIGIDA Nº 9

1).- Se vende un artículo en 420 soles ganando el 20% del precio de costo ¿en cuánto se compró?

a) 560 b) 280 c) 360 d) 350 e) 350

2).- Se vende un artículo ganando el 10% del precio de venta ¿en cuánto se vendió si costo 720 soles?

a) 560 b) 280 c) 800 d) 940 e) 850

3).- ¿ En cuánto debe venderse un reloj que costó $ 3500,si se quiere ganar el 25% del precio de costo?.

a) 4375 b) 2886 c) 4475 d) 4455 e) 3565

4).-Al vender una cocina en $170 se perdió el 15% del costo. ¿Cuánto costó?

a) $180 b) 220 c) 200 d) 240 e) 250

5).- ¿Cuál fue el precio de venta de un producto que costó S/ 500, si se perdió el 14% del precio de costo?

a) 464 b) 463 c) 430 d) 191 e) 514

6).- ¿Cuál fue el precio de venta de un televisor que costó S/ 480, si se perdió el 30% del precio de costo?

a) 464 b) 163 c) 284 d) 336 e) 214

7).- ¿Cuál fue el precio de venta de un producto que costó S/ 150, si se perdió el 10% del precio de costo?

a) 164 b) 163 c) 184 d) 114 e) 135

8).- Se vende un artículo en 120 soles perdiendo el 30% del precio de costo. ¿Cuánto costo?

a) 164.2 b) 163.4 c) 171.42 d) 114.25 e) 149.23

9).- Se desea fijar un precio de lista, de tal manera que rebajando el 20% del precio fijado, aun se gane el 10% de costo que fue de 480 soles.

a) 164 b) 660 c) 840 d) 914 e) 114

10).- Cesar vende una radio ganando el 15% del precio de venta. Si la radio le costó 153 soles ¿cuál fue el precio de venta?

a) 124 b) 180 c) 184 d) 114 e) 414

11).- ¿Cuál es el precio de costo de un producto, si para ganar el 20% del precio de costo, tuvo que venderse en S/.180?

a) 146 b) 151 c) 128 d) 150 e) 201

12).- Un artículo que costo 1800 soles se vende perdiendo el 20% del precio de venta. ¿En cuánto se vendió al final?

a) 1500 b) 1600 c) 1400 d) 1400 e) 2600

13).- Se vendió una radio en 126 soles ganando el 19% del precio de compra más el 15% del precio de venta. ¿Cuánto costó la radio?

a) 40 b) 63 c) 80 d) 90 e) 94

14).- En cuánto se debe vender un artículo que costó $ 1500 y se quiere ganar el 24% del precio de costo?.

a) 1864 b) 1630 c) 1284 d) 1860 e) 2014

15).- En cuánto se debe vender un artículo que costó $ 750 y se quiere ganar el 22% del precio de costo?.

a) 146 b) 915 c) 1284 d) 191 e) 201

16).- En cuanto se vendió un artículo que costó S/. 120 y se perdió el 20% del precio de costo?

a) 87 b) 104 c) 96 d) 91 d) 86

17).- Al vender una cocina eléctrica en 825 dólares se ganó el 32% del precio de costo. ¿Cuál fue su precio de costo?

a) $625 b) 750 c) 650 d) 700 e) 725

18).- Calcula el precio de costo de un producto si para ganar el 10% del precio de costo se vendió en $ 352.

a) 302 b) 306 c) 320 d) 191 e) N.A.

19).- A cómo debería venderse un automóvil que costó $ 7500, si se desea ganar el 24% del precio de costo?

a) 9300 b) 5400 c) 8900 d) 1900 e) 9600

20).-El precio de costo de una refrigeradora es de $270. ¿En cuánto deberá venderse si se desea ganar el 22% del precio de costo?

a) 464.5 b) 516.3 c) 329.5 d) 1914 e) 315.8

21).- Se quiere fijar un precio de lista de tal manera que haciéndole un descuento del 25% aún se gane el 30% del precio de costo. Si el costo es de 150 soles. Calcula el precio de lista.

a) 260 b) 410 c) 240 d) 210 e) 250

22).- A cómo debo vender lo que me costó S/. 360 para ganar el 10% del precio de venta?

a) 345 b) 516 c) 395 d) 914 e) 396

23).- A cómo debo vender lo que me costó $150 para ganar el 30% del costo.

a) 345 b) 316 c) 195 d) 145 e) 396

24).-¿ En cuánto debe venderse un Televisor que costó $ 1450,si se quiere ganar el 32% del precio de costo?.

a) 1464 b) 5163 c) 1284 d) 1914 e) 2014

25).- ¿En cuánto debe venderse un refrigerador que costó $ 385, si se quiere ganar el 20% del precio de costo?.

a) 464 b) 163 c) 462 d) 914 e) 514

26).- ¿En cuánto debe venderse una enciclopedia que costó $ 135, si se quiere ganar el 22% del precio de costo?.

a) 164.7 b) 163 c) 184 d) 191.6 e) 514.9

27).- Un comerciante adquiere un artículo en $510 y lo quiere vender ganando el 15% del precio de venta. ¿Cuál fue el precio de venta?

a) $650 b) 630 c) 600 d) 580 e) 560

28).- El precio de venta de un artículo es el 80% del precio fijado; ganándose el 8 por 15 del 75% del precio de venta. Si el costo del artículo es 480 soles ¿cuál es el precio fijado?

a) 2000 b) 1600 c) 1000 d) 914 e) 500

29).- ¿Cuál fue el precio de venta de un producto que costó S/ 80, si se perdió el 30% del precio de costo?

a) 56 b) 63 c) 84 d) 91 e) 51

30.- ¿Cuál fue el precio de venta de un producto que costó S/ 1500, si se perdió el 32% del precio de costo?.

a) 1460 b) 1560 c) 1020 d) 1010 e) 2010

CLAVES DE RESPUESTAS

1) d	2) c	3) a
4) c	5) c	6) d
7) e	8) c	9) b
10)b	11)d	12)a
13)d	14)d	15)b
16)c	17)a	18)c
19)a	20)c	21)a
22)e	23)c	24)d
25)c	26)a	27)c
28)c	29)a	30)c

X. REGLA DE INTERES SIMPLE

1. DEFINICION:

Es una operación por medio de la cual se halla la ganancia o interés que produce una suma de dinero o capital, prestado a un tanto por ciento y durante un tiempo determinado. No se acumula el capital.

2. ELEMENTOS:

a) Capital (C) : Dinero que se presta.

b) Tiempo (t) : Período por el cual se presta el dinero.

c) Tasa o rédito (r): Porcentaje de ganancia o interés.

d) Interés o renta (I): Ganancia que produce el capital.

e) Monto (M) : Es la suma del capital más los intereses producidos.

3. FORMULAS IMPORTANTES

Observación:

En cada fórmula la tasa debe ser anual

Para t = *años*

$$\boxed{I = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}}$$

Esta fórmula se utiliza solo cuando r y t tengan las mismas unidades.

Para t = *meses*

$$\boxed{I = \frac{c \cdot r \cdot t}{1200}}$$

Para t = *días*

$$\boxed{I = \frac{c \cdot r \cdot t}{36000}}$$

Nota: Si r y t no están en las mismas unidades, podemos reemplazarlas por sus equivalencias.

- Si la tasa es mensual: x = 12r%.
- Si la tasa es bimestral: x = 6r%.
- Si la tasa es semestral: x= 2r%

8% mensual <> $\begin{cases} \text{16\% Bimestral.} \\ \text{24\% Trimestral.} \\ \text{48\% Semestral.} \\ \text{96\% Anual.} \\ \text{4\% quincenal.} \end{cases}$

- El mes comercial es 30 días.
- El año comercial es 360 días

.

PROBLEMAS RESUELTOS

1).- ¿Cuál es el interés que produce S/.1100, colocados al 38% anual durante 5 años?

Solución

I = ?

C = 1100

r = 38%

T = 5 años.

$$I = \frac{1100x38x5}{100}$$

$\therefore$ $\boxed{I = 2090}$

2).- Calcula el interés, si:

C = S/. 2 000

r = 2% anual

t = 3 años.

Solución:

$$I = \frac{2\,000x2x3}{100}$$

$\therefore$ $\boxed{I = 120}$

3).- Calcula el interés, si:
C = S/. 2 000
r = 6% mensual
t = 3 años.

Solución:

r = 6% x 12= 72% anual

$$I = \frac{2\,000x72x3}{100}$$

$\therefore$ $\boxed{I = 4320}$

4).- ¿Cuál es el interés que genera $ 600, colocados al 8% anual durante 1 año 4 meses?

Solución

I = ?
C = 600
r = 8%
T = 1 año + 4 meses = 16 meses.

$$I = \frac{600x8x16}{1200}$$

$\therefore$ ***I = 64***

5).- ¿Cuál es el interés que prestado al 2,8% mensual durante un año tres meses y diez días ha producido S/. 1500 de interés?

Solución

C = ?

r = 2.8%x12= 33.6%

T = 1 A+4 M+ 10 D= 490 días.

I = 1500.

$$1500 = \frac{Cx33.6x490}{3600}$$

$\therefore$ $\boxed{C = 328}$

6).- ¿Qué tiempo estuvieron prestados S/.800 que al 30% anual ha producido S/.4800 de interés?

Solución

C = 800

r = 30%
T = ?
I = 4800.

$$4800 = \frac{800x30xt}{100}$$

$\therefore$ $\boxed{\textbf{\textit{t = 20 años.}}}$

7).- Se pagó S/.51,75 de interés después de 45 días por un préstamo de S/.2300, ¿ A qué tanto por ciento se prestó?

Solución

C = 2300.
r = ?
t = 45 días.
I = 51.75.

$$51.75 = \frac{2300xrx45}{3600}$$

$\therefore$ $\boxed{\textbf{\textit{r = 18\% anual.}}}$

PRÁCTICA DIRIGIDA Nº 10

1).- ¿Qué tiempo estuvieron prestados S/.800 que al 30% anual ha producido S/.4800 de interés?

a) 12 b) 34 c) 45 d) 20 e) N.A.

2).- Se pagó S/.51,75 de interés después de 45 días por un préstamo de S/.2300, ¿A qué tanto por ciento se prestó?

a) 2% b) 22% c) 12% d) 20% e) 18%

3).- ¿Cuál es el interés que genera $ 600, colocados al 8% anual durante 1 año 4 meses?

a) 54 b) 64 c) 66 d) 50 e) 47

4).- ¿Cuál es el interés que produce S/.1100, colocados al 38% anual durante 5 años?

a) 2000 b)1400 c) 2600 d) 2090 e) N.A.

5).- Calcula el interés, si:

C = S/. 4 000
r = 4% anual
t = 6 años.

a) 960 b) 980 c) 600 d) 810 e) 870

6).- Calcula el interés, si:

C = S/. 2 000
r = 8% anual
t = 8 años.

a) 1280 b) 1380 c) 1600 d) 1210 e) 1170

7).- Calcula el interés, si:

C = S/. 3 000

r = 6% mensual
t = 2 años.

a) 3240 b) 4320 c) 4600 d) 3210 e) 4170

8).- ¿Cuál es el interés de S/.12000 al 12% anual en 9 meses?

a)1080 b)10800 c)900 d)1200 e) N.A.

9).- ¿Qué interés produce un capital de S/. 6400 prestados al 15% anual durante 2 años?

a) 320 b)192 c)1920 d) 169 e)1320

10).- El interés que produce S/.258 000 al 5% anual durante 72 días es:

a) S/.2866.70 b) S/.2686 c) S/.2668 d) S/.2866.5 e) 2580

11.- Un interés producido por S/. 4 800 impuestos al 30% anual durante 3 años es:

a) S/. 4 230 b) S/.3420 c) S/. 4 320 d) S/. 2340 e) S/. 2 430.

12.- ¿Qué interés produce un capital de S/. 3200 prestados al 30% anual durante 2 años?

a) 320 b) 192 c)1920 d) 169 e) 1320

13.- ¿Cuál es el interés de S/.8000 al 15% anual en 9 meses?

a)1080 b)10800 c)900 d)1200 e) N.A.

14.- El interés que produce S/.516 000 al 2,5% anual durante 72 días es:

a) S/.2866.70 b) S/.2686 c) S/.2668 d) S/.2866.5 e) 2580

15.- Si un capital prestado al 3% mensual durante 20 meses ha producido un interés de S/. 225, entonces dicho capital es:

a) S/. 375 b) S/. 5000 c) S/. 550 d) S/.510 e) S/. 735.

16.- A qué tanto por ciento se impone S/. 700 tal que en 90 días ha producido S/. 63 de interés, es:

a)18% b)30% c)34% d)36% e)32%.

17.- Si se desea obtener una renta mensual de S/ 2000. ¿A qué tanto por ciento anual se debe prestar S/.50 000?

a)38% b) 40% c)48% d)25% e)18%.

18.- ¿A qué tanto por ciento mensual se prestó S/.208 000 si produjo S/.700 en 60 días?(aproximación al centésimo)

a) 2% b) 2,2% c) 1,2% d) 2,02% e) 0.17%

19.- ¿Cuál es el interés que genera $ 2400 colocados al 18% anual durante 3 meses?

a) 108 b) 180 c) 600 d) 160 e) 140

20.- Miguel recibe un préstamo por el cual tiene que pagar S/. 1680 de interés al 32% anual durante un año y dos meses, Miguel recibió:

a) 1200 b)3400 c)4500 d) 1900 e) N.A.

21.- Si un capital prestado al 2,5% mensual durante año y medio ha producido un interés de S/.3240, dicho capital es:

a) 8000 b) 1400 c) 2600 d) 7200 e) N.A.

22).- Carlos deposito 4500 soles en el Banco Latino a una tasa del 36%. ¿Cuánto ha ganado en 4 meses?

a) 520 b) 480 c) 540 d) 370 e) 360

23).- Calcula el interés que produce 600 soles colocados al 6% cuatrimestral durante 5 años.

a) $.600 b) 540 c) 800 d) 200 e) 250

24).- Calcula el interés producido por un capital de S/.40000 durante 4 años al 30% semestral.

a) S/.98000 b) S/.96000 c) S/.48000 d) S/.72000 e) S/.54000

25).- Determina el interés generado al depositar S/.1200 al 10% trimestral durante 6 meses.

a) S/. 220 b) S/.230 c) S/. 240 d) S/.250 e) S/.260

26).- Cuál es el capital que se coloca al 30% durante 2 años para obtener un interés de S/.120.

a) S/.180 b) S/.200 c) S/.220 d) S/.240 e) S/.250

27).- Alejandro se prestó del banco $9000 a una tasa del 7% semestral, pactando devolverlo en 5 meses. ¿Qué suma total tendrá que devolver al banco al vencerse el plazo?

a) $.9800 b) 9525 c) 9540 d) 9250 e) 9350

28).- Un capital fue depositado al 60% anual y luego de 3 meses han producido un interés de 1200 soles. ¿Cuál es el valor de dicho capital?

a) S/.6000 b) 8000 c) 7200 d) 6800 e) 8400

29).- ¿Qué capital se debe depositar al 15% de interés anual para que en dos años se convierta en S/.6500?

a) S/.4000 b) 5000 c) 7000 d) 2000 e) 3000

30).- ¿Cuánto produce S/. 6000 colocado al 6% trimestral durante 6 meses y 20 días?

a) 800 b) 1600 c) 480 d) 1320 e) 960

31).- ¿Cuál es el valor del capital que depositado al 10% anual, a los 2 años y medio, se ha convertido en $375?

a) $300 b) 240 c) 320 d) 280 e) 340

32).- ¿Durante cuánto tiempo estuvo depositado un capital al 5% de interés anual, si los intereses producidos equivalen a la décima parte del capital?

a) 1,5 años b) 1 c) 2 d) 2,5 e) 3

33).- Un capital estuvo impuesto al 9% de interés anual. Si se obtuvo un monto después de 4 años de 10200 soles ¿cuál es el valor del capital?

a) 1550 b) 1260 c) 7770 d) 7490 e) 7500

34).- Se deposita en un banco $2500 a una tasa anual del 0,6 %. ¿Qué interés habrá producido en 5 años?.

a) $75 b) 150 c) 45 d) 60 e) 90

CLAVES DE RESPUESTAS

1) d	2) e	3) b
4) d	5) a	6) a
7) b	8) a	9) c
10) e	11) c	12) c
13) c	14) e	15) a
16) d	17) c	18) e
19) a	20) c	21) d
22) c	23) b	24) b
25) c	26) b	27) b
28) b	29) b	30) a
31) a	32) c	33) e
	34) a	

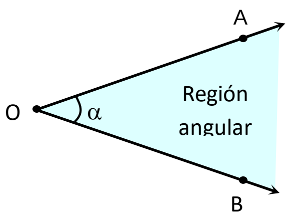
GEOMETRÍA

ÁNGULOS

1. DEFINICIÓN

Es la unión de dos rayos que tienen el mismo punto de origen o extremo. A estos dos rayos se les denomina lados del ángulo y su punto extremo común recibe el nombre de vértice.

Notación: ∠ AOB, ∠O.



2. ELEMENTOS

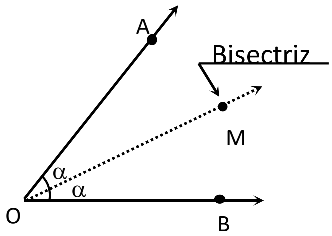
2.1).- Vértice, es el punto donde se unen los dos lados. Se representa con letras mayúsculas, el vértice del ∠ AOB es (O).
2.2).- Lados, son los dos rayos que forman el ángulo. Los rayos que forman el ∠ AOB son OA, OB

3. MEDIDA DE UN ÁNGULO

**Postulado de la medida de un ángulo*:
A cada ángulo le corresponde como medida, un número real.
La medida de un ángulo se expresa principalmente en grados sexagesimales y en radianes. Para la medición exacta de un ángulo se utiliza el transportador.
Medida del ángulo AOB : m ∠ AOB.

4. BISECTRIZ DE UN ÁNGULO
Se denomina bisectriz de un ángulo al rayo cuyo origen es el vértice del ángulo y que perteneciendo a su interior determina dos ángulos de igual medida.
Por eso decimos que este rayo biseca al ángulo.

* $\overrightarrow{OM}$: Bisectriz del ∠AOB



5. CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS

Se clasifican en:

5.1.- De acuerdo con su medida

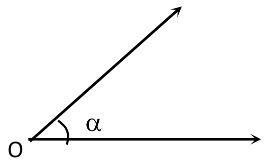
Pueden ser:

5.1.1) Ángulo convexo.- Es aquel ángulo que mide entre 0° y 180°.

$$\boxed{0° < \alpha < 180°}$$

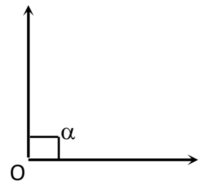
* **Se clasifican en**:

a) Ángulo Agudo: Es aquel que mide entre 0° y 90°.



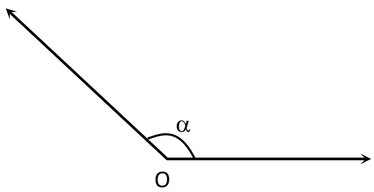
$0° < \alpha < 90°$

) Ángulo Recto: Es aquel que mide 90°.



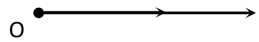
$\alpha = 90°$

c) Ángulo Obtuso: Es aquel que mide entre 90° y 180 °.



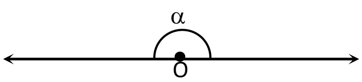
$90° < \alpha < 180°$

d) Ángulo Nulo: Es aquel que mide 0°.



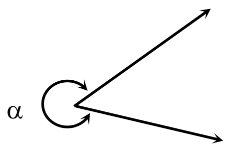
$\alpha = 0°$

5.1.2) Ángulo Llano.- Es aquel que mide 180°.



$\alpha = 180°$

5.1.3) <u>Ángulo No Convexo</u>.- Es aquel que mide entre 180° Y 360°.



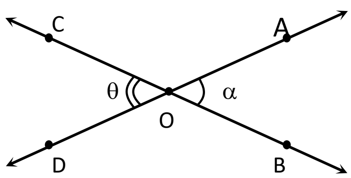
$180° < \alpha < 360°$

5.2.- <u>De acuerdo a su Posicion.</u>

Pueden ser:

5.2.1) <u>Ángulos Opuestos por un Vértice</u>.- Son ángulos de igual medida, tales que los lados de uno son las prolongaciones de los lados del otro.

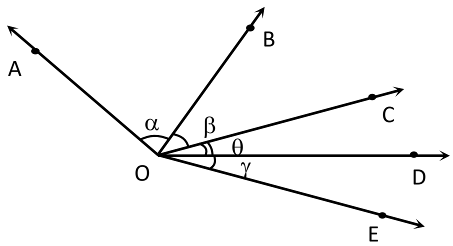
Del gráfico:



5.2.2) <u>Ángulos Consecutivos</u>.-Tienen el mismo vértice y dos a dos un lado común.

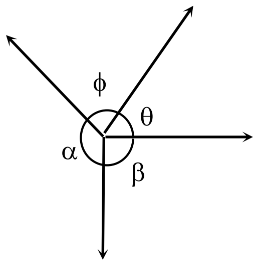
Del gráfico:

α, β, θ y γ son ángulos consecutivos



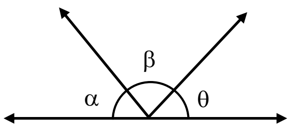
<u>Teoremas Fundamentales</u>

a).- Podemos tener ángulos consecutivos alrededor de un punto; tales ángulos suman 360°.



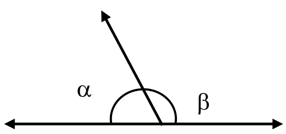
$\boxed{\alpha + \beta + \phi + \theta = 360°}$

b).- También podemos tener ángulos consecutivos a un lado de una recta, los cuales suman 180°.



$\boxed{\alpha + \beta + \theta = 180°}$

c).- Dos ángulos consecutivos a un lado de una recta se llaman **Par Lineal**.

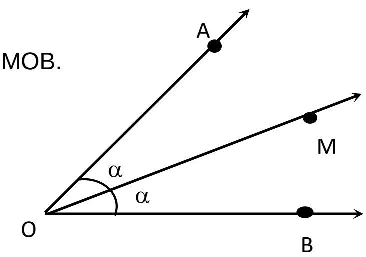


$\boxed{\alpha + \beta = 180°}$

- α y β son par lineal.

5.2.3) <u>Ángulos Adyacentes</u>.- Son los que tienen el vértice y un lado en común, pero no tienen puntos interiores comunes.

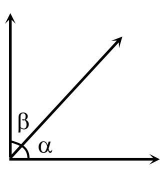
Se dice: $\angle$AOM es adyacente al $\angle$MOB.



5.3.- <u>De acuerdo a la Suma de sus Medidas.</u>

Pueden ser:

5.3.1).- <u>Ángulos Complementarios</u>.- Son dos ángulos cuya suma de sus medidas es 90°.Uno es el complemento del otro.

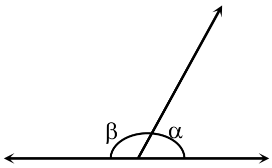


$\boxed{\alpha + \beta = 90°}$

Complemento de un Angulo x°: C_X

$$\boxed{C_X = 90° - x}$$

5.3.2).- <u>Ángulos Suplementarios</u>.- Son dos ángulos cuya suma de sus medidas es 180°. Uno es el suplemento del otro.



$$\boxed{\alpha + \beta = 180°}$$

$$\boxed{S_X = 180° - x}$$

Suplemento de un Angulo x°: C_X

6. <u>PROPIEDADES</u>

Si "x°" es la medida de un ángulo, donde:

a) Si:

$$\boxed{0° < x° <}$$

$$\underbrace{CCC...C_X}_{\text{"n" veces}} = \begin{cases} x, \text{ si "n" es par} \\ C_X, \text{ si "n" es impar} \end{cases}$$

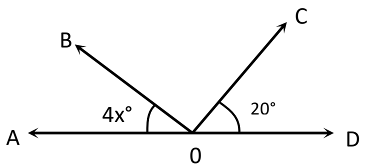
b) Si:

$$\boxed{0° < x° < 180°}$$

$$\underbrace{SSS...S_X}_{\text{"n" veces}} = \begin{cases} x, \text{ si "n" es par} \\ S_X, \text{ si "n" es impar} \end{cases}$$

<u>PROBLEMAS RESUELTOS</u>

1).-Halla "x", si $\overrightarrow{OB}$ es bisectriz del ángulo AOC.

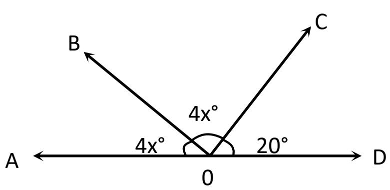


Solución:

Se pide "x"

$$4x + 4x + 20 = 180°$$
$$8x = 160°$$

$$\boxed{x = 20°}$$



2).-La suma del complemento más el suplemento de cierto ángulo es igual a 140°. Calcula la medida del ángulo mencionado.

Solución:

Que sea "x" el ángulo

$$C_X + S_X = 140°$$
$$90° - x + 180° - x = 140°$$
$$130° = 2x$$
$$\boxed{65° = x}$$

3).-Si el suplemento del complemento de un ángulo es igual a los 3/2 de la diferencia entre el suplemento y el complemento del mismo ángulo. Calcula la medida del ángulo.

Solución:
Que sea "x" el ángulo.

$$SC_{(X)} = \frac{3}{2}(S_{(X)} - C_{(X)})$$

$$180° - (90° - x) = \frac{3}{2}(180° - x - (90° - x))$$

$$90° + x = \frac{3}{2}(90°)$$

$$90° + x = 135°$$

$$\boxed{x = 45°}$$

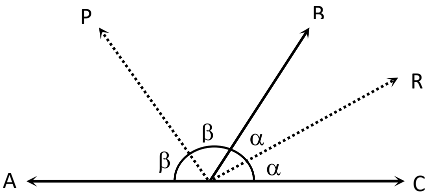
4).-Calcula la medida del ángulo que forman las bisectrices de los ángulos adyacentes suplementarios.

Solución:

Se pide "$\alpha + \beta$"

$$2\alpha + 2\beta = 180°$$

$$\boxed{\alpha + \beta = 90°}$$



5).-Dos ángulos son complementarios. Si a uno de ellos se le suma 14° y al otro 6°, este último es los 6/5 de lo que resulta al primero. Calcula el complemento del mayor ángulo.

Solución:

*Sean los ángulos: α y $90° - \alpha$
* $\alpha + 14°$ * $90° - \alpha + 6°$

$$\alpha + 14° = 6/5(90° - \alpha + 6°)$$
$$5\alpha + 70° = 576 - 6\alpha$$
$$11\alpha = 506°$$
$$\alpha = \frac{506}{11}$$
$$\alpha = 46°$$

$$\therefore\ 90° - 46° = \boxed{44°}$$

PRÁCTICA DIRIGIDA Nº01

NIVEL I

I).- Desarrolla: (2pts. c/u)

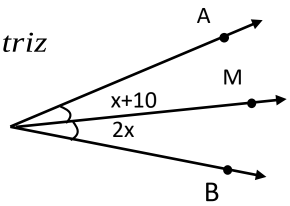
1).-Calcula:
a) $C_{(30°)}$ = ...
b) $C_{(40°)}$ = ...
c) $C_{(46°)}$ = ...
d) $C_{(57°)}$ = ...

2).- Calcula:
a) $S_{(126°)}$ = ...
b) $S_{(145°)}$ = ...
c) $S_{(139°)}$ = ...
d) $S_{(177°)}$ = ...

3).- Calcula:
a) $SC_{(46°)}$ = ...
b) $SC_{(76°)}$ = ...
c) $CS_{(136°)}$ = ...
d) $SSC(_{67}°)$ = ...

NIVEL II

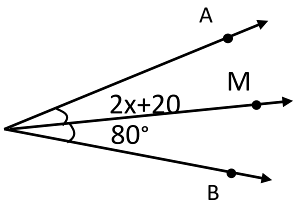
1) Calcula "x", si: $\overline{OM}$: $Bisectriz$



a) 50° b) 11° c) 12° d) 5° e) 10°

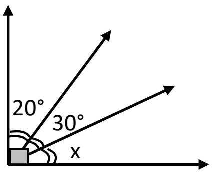
2) Calcula "x", si: $\overrightarrow{OM}$: Bisectriz

a) 50°
b) 80°
c) 30°
d) 10°
e) 40°

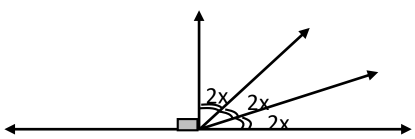


3) Calcula "x".

a) 10°
b) 20°
c) 30°
d) 40°
e) 50°

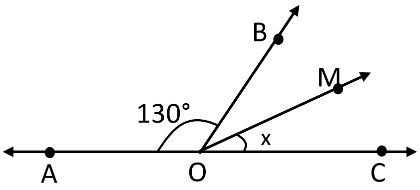


4) Calcula "x".



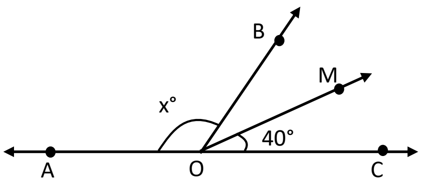
a) 15° b) 18° c) 16° d) 11° e) 14°

5) Calcula “x”, si: $\overline{OM}$ es bisectriz del ángulo BOC.



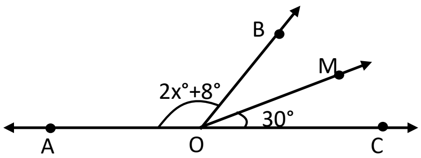
a) 25° b) 28° c) 26° d) 21° e) 24°

6) Calcula “x”, si: $\overline{OM}$ es bisectriz del ángulo BOC.



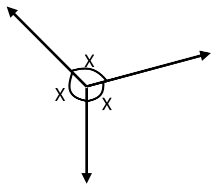
a) 100° b) 150° c) 160° d) 110° e) 140°

7) Calcula “x”, si: $\overline{OM}$ es bisectriz del ángulo BOC.



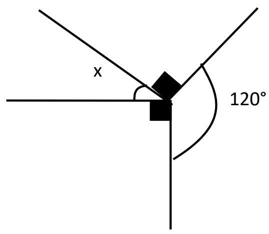
a) 50° b) 80° c) 56° d) 10° e) 40°

8) Calcula “x”.



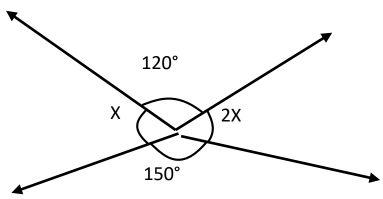
a) 150° b) 80° c) 60° d) 120° e) 40°

9) Calcula “x”.



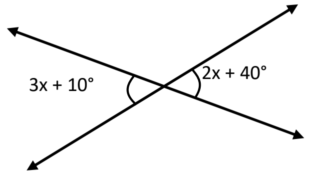
a) 150° b) 80° c) 60° d) 120° e) 40°

10) Calcula “x”.



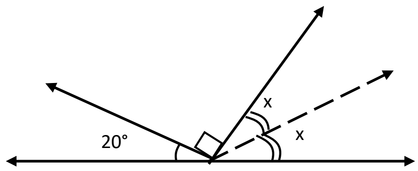
a) 50° b) 30° c) 60° d) 20° e) 40°

11) Calcula “x”.



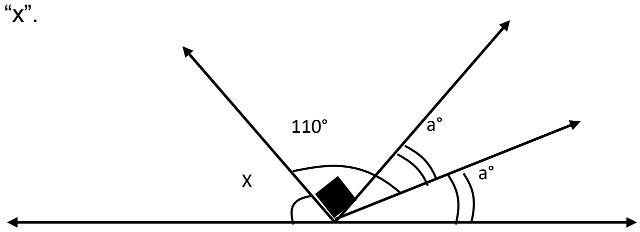
a) 10°
b) 30°
c) 60°
d) 20°
e) 40°

12) Calcula “x”.



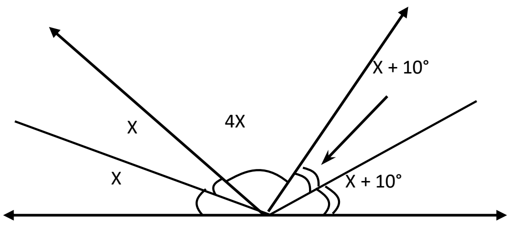
a) 150° b) 80° c) 35° d) 120° e) 40°

13) Calcula “x”.



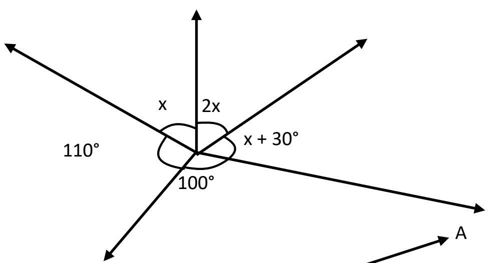
a) 150° b) 80° c) 50° d) 120° e) 40°

14) Calcula “x”.



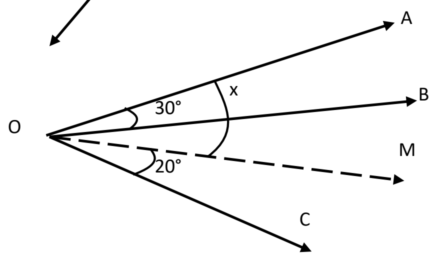
a) 50° b) 20° c) 60° d) 30° e) 40°

15) Calcula “x”.



a) 50°
b) 80°
c) 30°
d) 10°
e) 40°

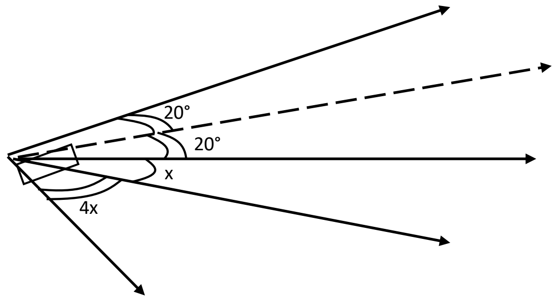
16) Calcula “x”.



a) 150°
b) 80°
c) 50°
d) 120°
e) 40°

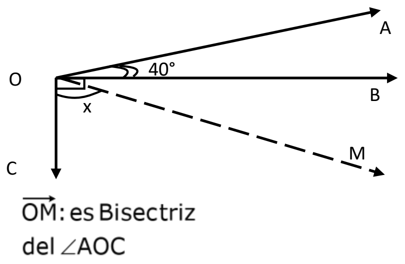
$\overrightarrow{OM}$ biseca $\widehat{BOC}$

17) Calcula “x”.



a) 15° b) 18° c) 16° d) 14° e) 17°

18) Calcula “x”.



a) 70° b) 80° c) 50° d) 65° e) 45°

NIVEL III

III).- Subraya la alternativa correcta. (2pts. c/u)

1).-Calcula el complemento de 20°, más el suplemento de 110°.

a) 140° b) 130° c) 120° d) 90° e) 70°

2).-Si el complemento del suplemento de la medida de un ángulo es igual a 10. Calcula la medida de dicho ángulo.

a) 80° b) 90° c) 100° d) 50° e) 40°

3).-El triple de la diferencia entre el suplemento de “x” y el complemento de “x” es igual al doble del suplemento del complemento del doble de “x”.
Calcula “x”.

a) 90° b) 45° c) 30° d) 60° e) 45/2°

4).-Si al suplemento del doble de un determinado ángulo le restamos su complemento, obtenemos la quinta parte de dicho ángulo. Calcula el suplemento del complemento del ángulo.

a) 95° b) 120° c) 165° d) 110° e) 80°

5).-Calcula la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD.

Si: m∠BOC = 100°, sabiendo que ∠AOB, ∠BOC y ∠COD son tres ángulos consecutivos a un lado de una recta.

a) 100° b) 95° c) 130° d) 140° e) 145°

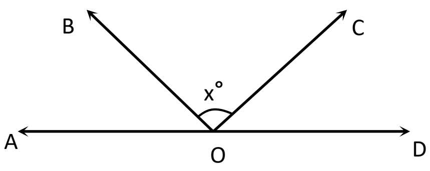
6).-Calcula la medida de un ángulo sabiendo que la diferencia entre el suplemento y su complemento es seis veces la medida de dicho ángulo.

a) 20° b) 40° c) 50° d) 30 ° e) 15°

7).-Dos ángulos adyacentes suplementarios están en relación de 4 a 5. Calcula la medida del menor ángulo.

a)100° b) 80° c) 70° d) 85° e) 75°

8).-En la siguiente figura calcula la medida del ángulo "x", si m∠AOC = 140° y m∠BOD = 120°.



a) 80° b) 90 ° c) 100° d) 120° e) 140°

9).-Si a un ángulo se le resta su complemento resulta otro ángulo igual a la cuarta parte de su suplemento. Calcula dicho ángulo.

a) 50° b) 40° c) 80° d) 60° e) 70°

10).-Se tienen sucesivamente los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tal que: m∠AOC = 80° y m∠BOD = 60°. Calcula la medida del ángulo determinado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD.

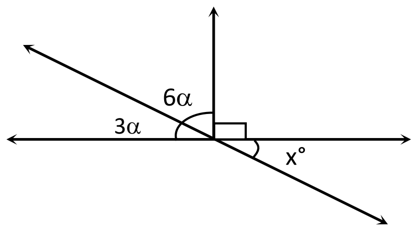
a) 80° b) 65° c) 70° d) 50° e) 75°

11).-Se tienen sucesivamente los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD tal que, m∠AOC = 62°; m∠BOD = 58°; m∠AOD = 92°. Calcula la medida del ángulo BOC.

a) 34° b) 28° c) 30° d) 22° e) 26°

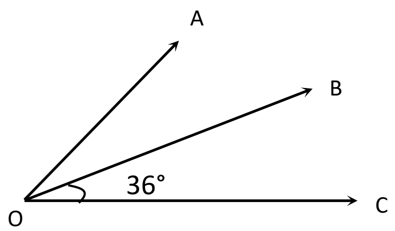
12).-Calcula "x".

a) 30°
b) 40°
c) 50°
d) 60°
e) 70°



13).-Siendo la m∠AOC = 4(m∠AOB), calcula la m∠AOB.

a) 12°
b) 36°
c) 30°
d) 18°
e) 15°



14).- ¿A qué ángulo se le debe sumar su complemento del doble del ángulo para obtener el doble del complemento de dicho ángulo?

a) 80° b) 90° c) 70° d) 60° e) 45°

CLAVES DE RESPUESTAS

NIVEL II

1) e	2) c	3) d	4) a
5) a	6) a	7) c	8) d
9) c	10) b	11) b	12) c
13) c	14) b	15) c	16) c
	17) d	18) d	

NIVEL III

1) a	2) c	3) e	4) c
5) d	6) e	7) b	8) a
9) d	10) c	11) b	12) a
	13) a	14) b	

II. TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS NOTABLES

Son aquellos triángulos rectángulos que conociendo sus ángulos, sus lados están en una determinada relación.
Existen varios triángulos notables pero en este año sólo estudiaremos a tres de ellos.
Los cuales son:

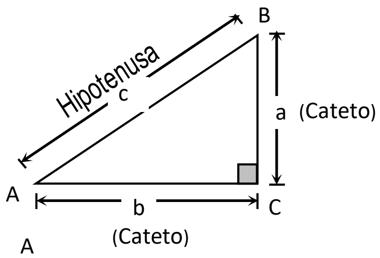
***T. Rectángulo de 45° y 45°.**
***T. Rectángulo de 30° y 60°.**
***T. Rectángulo de 37° y 53°.**

1. TEOREMA DE PITÁGORAS

Uno de los teoremas más importantes de la geometría es el Teorema de Pitágoras, llamado así en honor al matemático griego Pitágoras.
El teorema dice:
Si ABC es un triángulo rectángulo, entonces “El cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de sus catetos”.

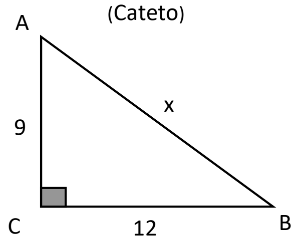
Se cumple:

$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$



Ejemplo:

- Calcula “x”.

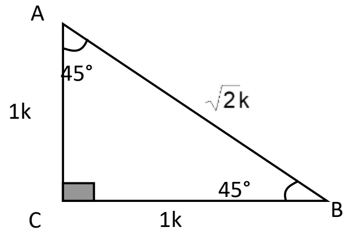


Solución:

92 + 122 = x^2
81 + 144 = x^2
225 = x^2
$\boxed{15 = x}$

2. TRIÁNGULO RECTÁNGULO DE 45° Y 45°

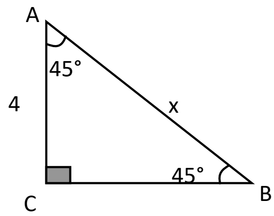
La longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo 45° - 90°- 45° es el producto de $\sqrt{2}$ por la longitud de un cateto. Los catetos son de igual medida.



Ejemplo:

- Calcula "x"

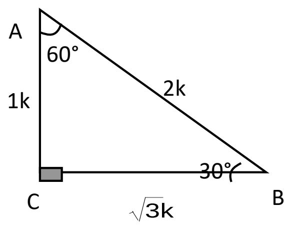
Solución:



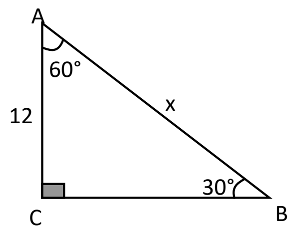
*Por ser triángulo notable de 45°:
4 = 1k
4 = K
$\therefore x = \sqrt{2}\,k \rightarrow \boxed{x = 4\sqrt{2}}$

3. TRIÁNGULO RECTÁNGULO DE 30° Y 60°

La longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo de 30° - 90° - 60° es el doble del cateto opuesto de 30°.



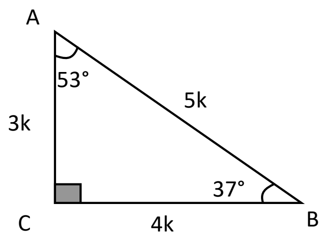
Ejemplo:
- Calcula "x"



Solución:
*Por ser triángulo notable de 30° y 60°:
12 = 1k
12 = k
$\therefore x = 2k \rightarrow \boxed{x = 24}$

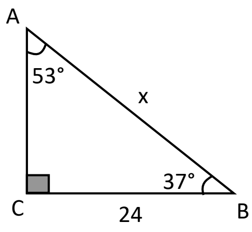
4. TRIÁNGULO RECTÁNGULO DE 37° Y 53° :

La relación de sus lados de un triángulo rectángulo de 37° - 90° -53° es como de 3, 5 y 4.



Ejemplo:

- Calcula "x"



Solución:
*Por ser triángulo notable de 37° y 53°:
24 = 4k

6 = k

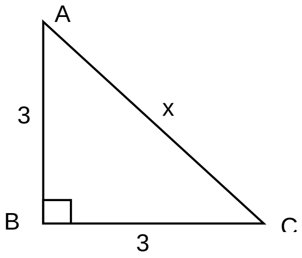
$\therefore x = 5k \rightarrow \boxed{x = 30}$

IMPORTANTE:

"En todo triángulo se cumple que a mayor ángulo se le opone mayor lado y a menor ángulo se le opone menor lado ".

PROBLEMAS RESUELTOS

1).- Calcula "x".

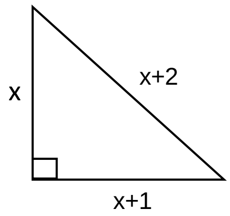


Solución:

***Aplicando Pitágoras:**

$$3^2 + 3^2 = x^2$$
$$9 + 9 = x^2$$
$$18 = x^2$$
$$\boxed{3\sqrt{2} = x}$$

2).- Calcula "x".



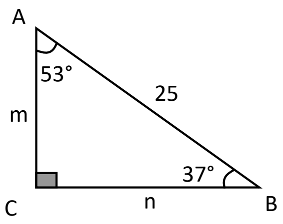
Solución:

***Aplicando Pitágoras:**

$$x^2 + (x+1)^2 = (x+2)^2$$
$$x^2 - 2x - 3 = 0$$
$$x = 3 \ \text{ y } \ x = -1$$

Una longitud nunca puede ser negativa, por lo tanto: $\boxed{x = 3}$

3).- Calcula "$\frac{m}{n}$"



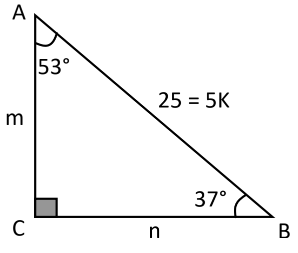
Solución:

*** Como en el triángulo de 37° y 53° a la hipotenusa se le opone 5k lo igualamos a 25.**

5k = 25

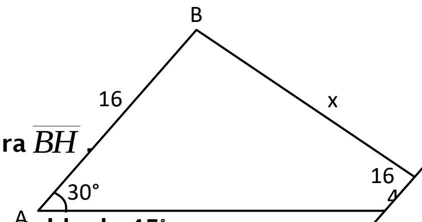
K = 5

m = 3k	**n = 4k**
m = 3(5)	**n = 4(5)**
m = 15	**n = 20**



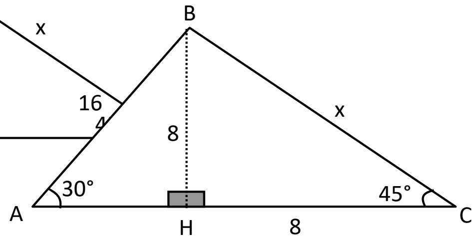
$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

4).-Calcula “x”.



Solución:

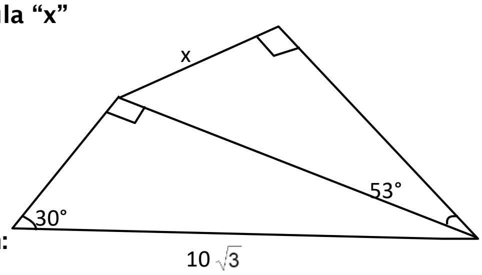
*** Trazamos la altura $\overline{BH}$.**



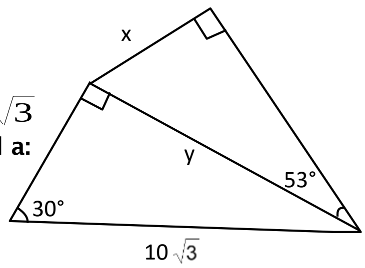
Por ser triángulo notable de 45˚:

$\boxed{x = 8\sqrt{2}}$

5).-Calcula “x”



Solución:

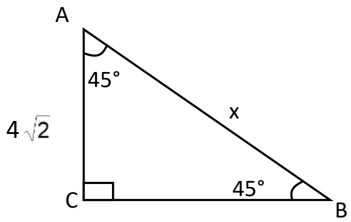


“y” por ser lado que se le opone al ángulo de 30˚ es: y = 5 $\sqrt{3}$
Por lo tanto: como “x” es el lado que se opone a 53˚ es igual a:

x = 4 $\sqrt{3}$

6).- Calcula “x”

Solución:



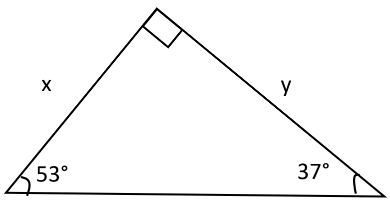
***Por ser un triángulo notable de 45˚ “x” es:**

4 $\sqrt{2}$ = 1k → x = 1k $\sqrt{2}$

x =(4 $\sqrt{2}$) $\sqrt{2}$ → $\boxed{x = 8}$

7).- Calcula “x”

Solución:

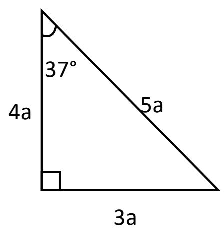


Por ser triángulo rectángulo notable de 37˚ y 53˚ a “x” se le opone 3k y a “y” se le opone 4k.

Por lo tanto: $\frac{x}{y} = \frac{3k}{4k} = \frac{3}{4}$

8).- Calcula “x”, si su perímetro del triángulo es 48.

Solución:



***Por ser triángulo rectángulo notable de 37˚ y 53˚ se cumple:**

***El perímetro es la suma de sus lados del triángulo por lo tanto:**

3a + 4a + 5a = 48

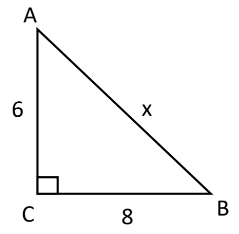
12a = 48

a = 4

PRACTICA DIRIGIDA Nº 02

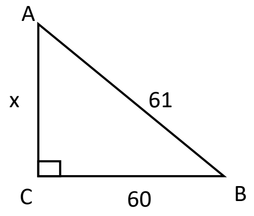
NIVEL I

1).- Calcula "x"



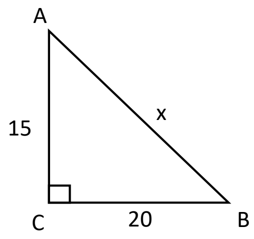
a) 10
b) 11
c) 12
d) 13
e) 14

2).- Calcula "x".



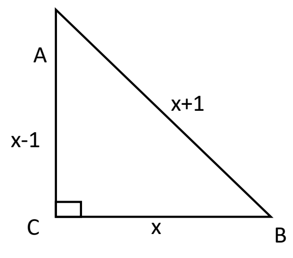
a) 10
b) 11
c) 12
d) 13
e) 14

3).- Calcula "x".



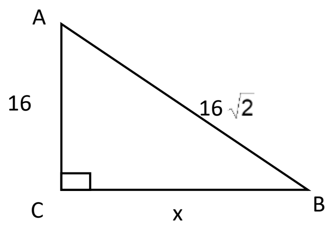
a) 26
b) 27
c) 25
d) 29
e) 210

4).- Calcula "x".



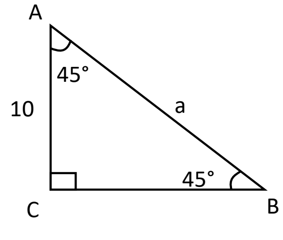
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5

5).- Calcula "x".



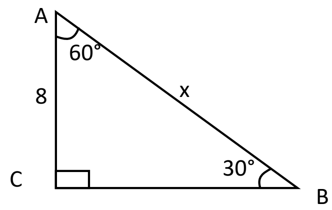
a) 12
b) 13
c) 14
d) 15
e) 16

6).- Halla el valor de "a".



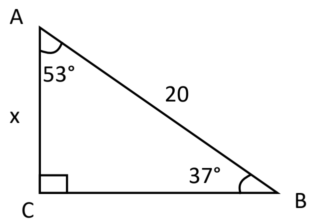
a) 10 $\sqrt{2}$ **b) 4** **c) 10** **d) 5** $\sqrt{2}$ **e) 5**

7).-Halla el valor de "x".



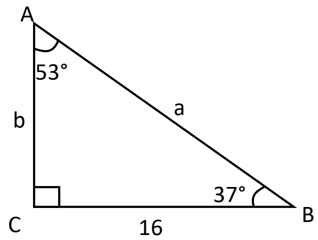
a) 8 **b) 16** **c) 4** **d) $8\sqrt{3}$** **e) $16\sqrt{3}$**

8).- Calcula "x"



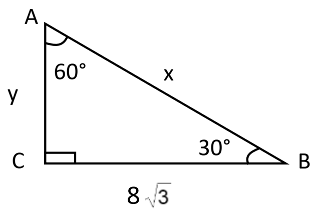
a) 16 **b) 14** **c) 12** **d) 10** **e) 8**

9).- Calcula "a + b"



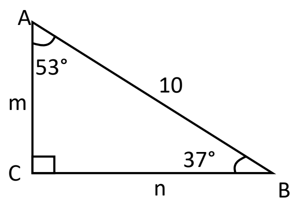
a) 26 **b) 28** **c) 30** **d) 32** **e) 34**

10).- Halla "$\frac{x}{y}$"



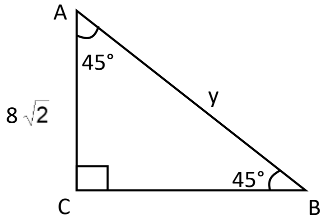
a) 6 **b) 5** **c) 4** **d) 3** **e) 2**

11).- Calcula "m.n"



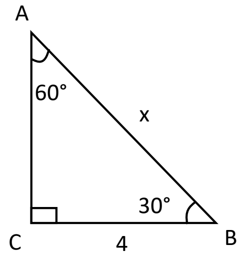
a) 48 **b) 50** **c) 52** **d) 56** **e) 58**

12).- Calcula "y"



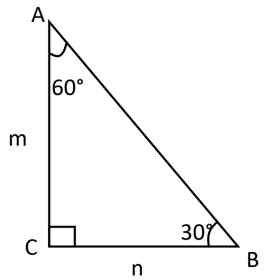
a) 14 **b) 16** **c) 18** **d) 20** **e) 22**

13).- Halla "x"



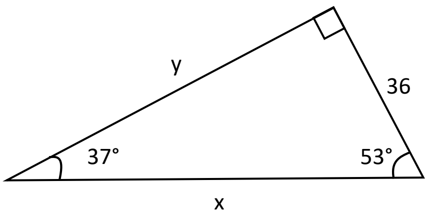
a) 4 **b) 8** **c) 8 $\sqrt{3}$ /3** **d) 16** **e) 4 $\sqrt{3}$**

14).- Halla "$\frac{m}{n}$"



a) $\sqrt{3}$ **b) 2** **c) ½** **d) $\sqrt{3}$ /3** **e) 1**

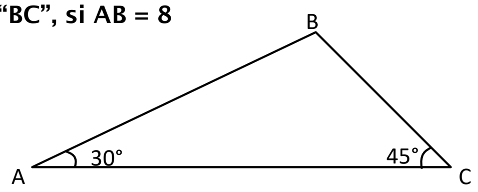
15).-Del gráfico, calcula " x – y".



a) 4 **b) 6** **c) 8** **d) 10** **e) 12**

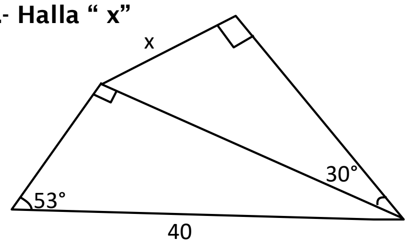
NIVEL II

1).-Halla "BC", si AB = 8



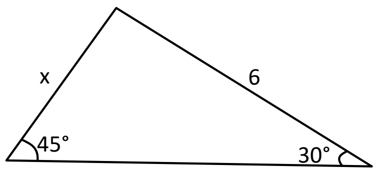
a) $4\sqrt{2}$ b) 4 c) $8\sqrt{2}$ d) 16 e) $16\sqrt{2}$

2).- Halla " x"



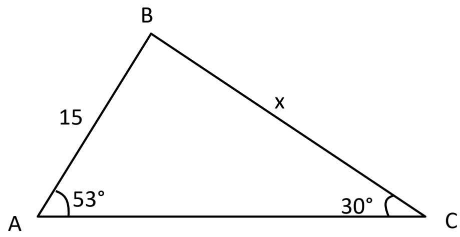
a) 14 b) 16 c) 18 d) 20 e) 22

3).- Calcula "x"



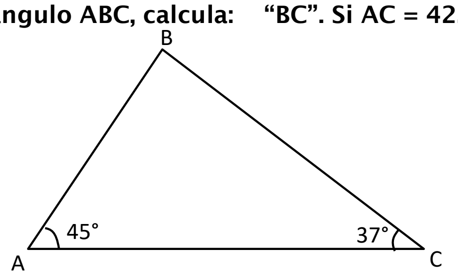
a) 6 b) 12 c) 3 d) $3\sqrt{2}$ e) 8

4).- Halla "x".



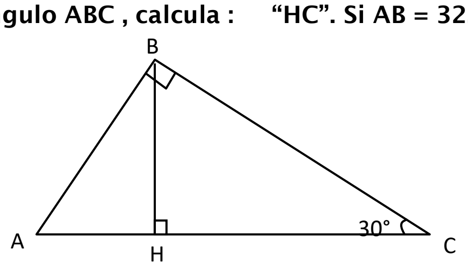
a) 12 b) 9 c) 24 d) 5 e) 15

5).- En el triángulo ABC, calcula: "BC". Si AC = 42.



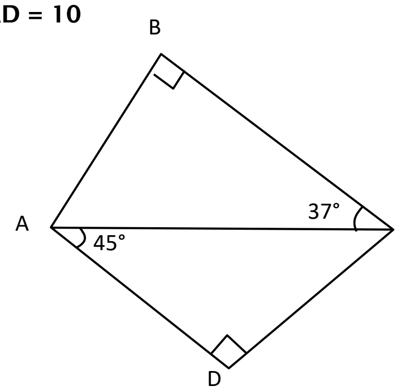
a) 21 b) 42 c) 30 d) 40 e) 50

6).- En el triángulo ABC , calcula : "HC". Si AB = 32.



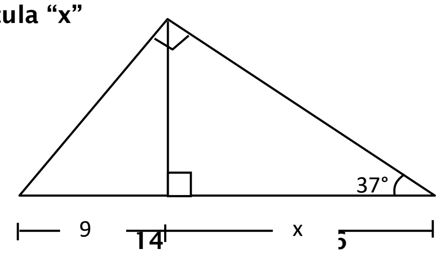
a) 24 b) 12 c) 36 d) 48 e) 42

7).-Calcula "BC", si AD = 10



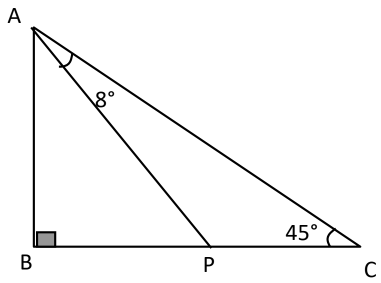
a) 8 $\sqrt{2}$ b) 6 $\sqrt{2}$ c) 3 $\sqrt{2}$ d) 8 e) 6

8).-Calcula "x"



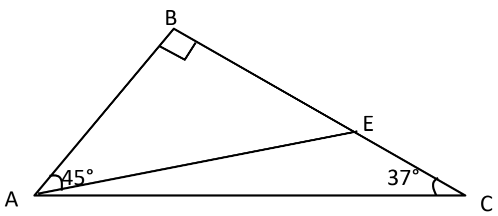
a) 12 14 5 d) 18 e) 20

9).- Calcula "BP", si AC = 8 $\sqrt{2}$



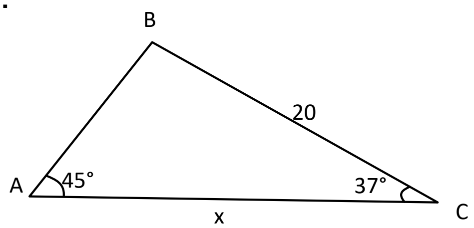
a)2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

10).- En el triángulo ABC, calcula: "EC". Si AC = 20.



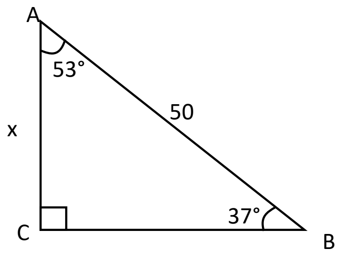
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

11).- Calcula "x".



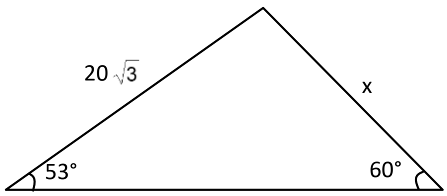
a) 22 **b) 24** **c) 26** **d) 28** **e) 30**

12).-Calcula "x".



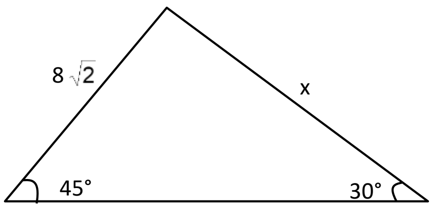
a) 20 **b) 30** **c) 40** **d) 50** **e) 60**

13).-Calcula "x".



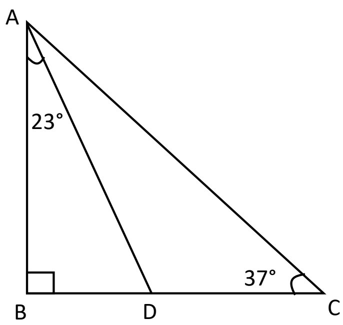
a) 32 **b) 33** **c) 34** **d) 35** **e) 36**

14).- Calcula "x".



a) $8\sqrt{3}$ **b) $16\sqrt{3}$** **c) 16** **d) 8** **e) 12**

15).- Calcula "AD", si CD =10.



a) 6 **b) 8** **c) 10** **d) 12** **e) 14**

CLAVES DE RESPUESTAS:

BLOQUE I :

1) a	2) b	3) c	**4) d**	**5) e**	**6) a**
7) b	8) c	9) d	10) e	11) a	12) b
13) c	14) d	15) e			

BLOQUE II :

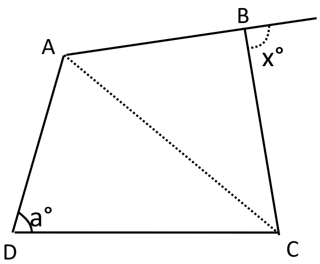
1) a	2) b	3) d	**4) c**	**5) c**	**6) d**
7) a	8) c	9) e	10) d	11) d	12) b
13) a	14) c	15) d			

I. CUADRILÁTEROS

1. DEFINICIÓN

Los cuadriláteros son polígonos que tienen cuatro lados y dos diagonales.

Se lee: El cuadrilátero ABCD



2. ELEMENTOS

a) <u>Lados de un cuadrilátero</u>, son cada uno de los segmentos que forman un cuadrilátero. Los lados son: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$.

b) <u>Vértices de un cuadrilátero</u>, son cada uno de los puntos donde se unen los lados y se representan mediante letras mayúsculas.
Los vértices son: A, B, C, D.

c) <u>Ángulos en un cuadrilátero</u>, hay dos clases de ángulos:
*** Ángulos Interiores, son los que se encuentran dentro del cuadrilátero.**
- Un ángulo interior es "a".
*** Ángulos Exteriores, son los que se encuentran en el exterior del cuadrilátero.**
- Un ángulo exterior es "x".

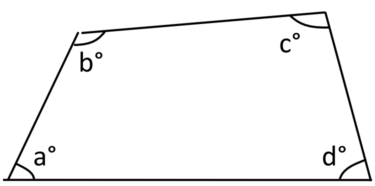
d) <u>Diagonales de un cuadrilátero</u>, son los segmentos que unen los vértices no consecutivos.
- Una diagonal es: $\overline{AC}$.

e) Perímetro de un cuadrilátero, es la suma de las longitudes de todos sus lados.

$$\boxed{2P = AB + BC + CD + DA}$$

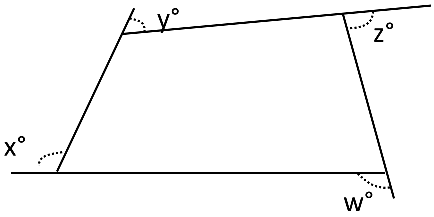
3. PROPIEDADES

a) La suma de las medidas de los ángulos interiores es igual a 360°.



$$\boxed{a + b + c + d = 360°}$$

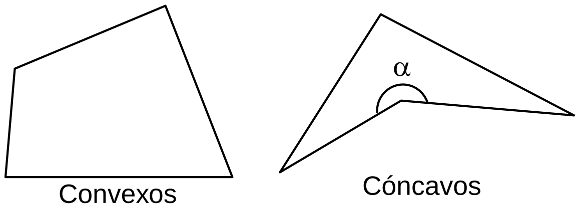
b) La suma de las medidas de los ángulos exteriores es igual a 360°.



$x + y + z + w = 360°$

4. CLASIFICACIÓN

Se clasifican en dos:
Convexos y no convexos (cóncavos)



5. CUADRILÁTEROS CONVEXOS

Se clasifican en:

a) PARALELOGRAMO

Son aquellos cuadriláteros, cuyos lados opuestos son paralelos.

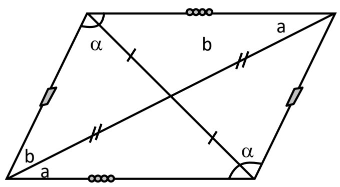
a.1) Propiedades:

* En todo paralelogramo sus diagonales se bisecan.
* En todo paralelogramo sus ángulos opuestos son iguales.
* En todo paralelogramo los ángulos adyacentes a uno de sus lados son suplementarios.

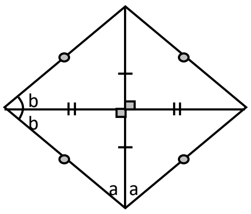
a.2) Clasificación:

Se clasifican en:

Romboide.- Es el paralelogramo propiamente dicho.



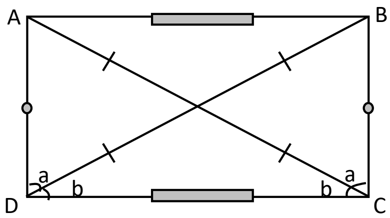
Rombo.- También llamado losange, es aquel paralelogramo que tiene sus lados iguales en longitud, sus diagonales se bisecan, se cortan perpendicularmente y vienen a ser bisectrices de sus ángulos.



Rectángulo.- También llamado cuadrilongo, es el paralelogramo cuyos ángulos interiores miden 90°, sus lados opuestos son iguales en longitud; sus diagonales son iguales en longitud y se bisecan.

Se cumple:

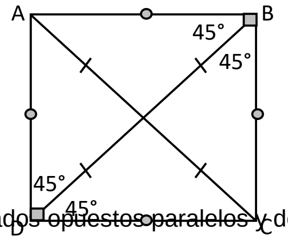
- $\overline{AB} // \overline{DC}$ - $\overline{AD} // \overline{BC}$



Cuadrado.- Es el paralelogramo que tiene sus lados iguales en longitud, sus ángulos interiores miden 90°, sus diagonales son iguales en longitud, se bisecan y vienen a ser bisectrices de sus ángulos y se cortan perpendicularmente.

Se cumple:

- $\overline{AB} // \overline{DC}$ - $\overline{AD} // \overline{BC}$

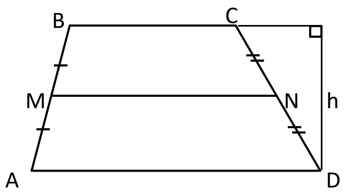


b) TRAPECIOS

Son aquellos cuadriláteros que tienen dos lados opuestos paralelos y dos lados no paralelos. A los lados no paralelos se les llama base.

Se cumple:

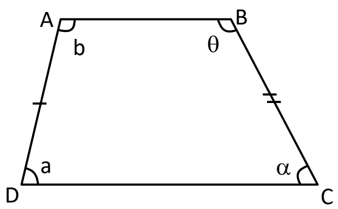
- $\overline{BC} // \overline{AD}$
- MEDIANA : $\overline{MN}$
- ALTURA : h
- BASES : $\overline{BC}$, $\overline{AD}$



b.1) Clasificación:

- Trapecio Escaleno.- Tiene sus lados no paralelos de diferente longitud.

$$\boxed{a + b = \alpha + \theta =}$$

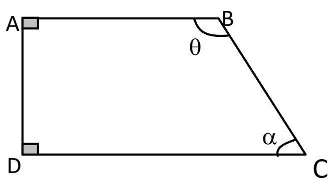


- Trapecio rectángulo.- Es aquel trapecio en el cual uno de los lados no paralelos viene a ser la altura del trapecio.

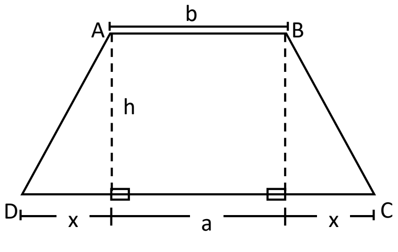
Se cumple:

- $\overline{AB} // \overline{DC}$
- AD es altura

$$\boxed{\alpha + \theta = 180°}$$



- Trapecio Isósceles.- Es aquel cuyos lados no paralelos son iguales en longitud.



Se cumple:

- $\overline{AB} // \overline{DC}$
- h es altura

$x = \frac{a - b}{2}$

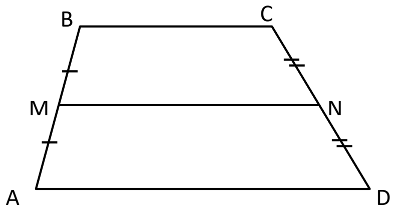
b.2) <u>Propiedades</u>:

- En todo trapecio, la mediana siempre es paralela a las base.

Se cumple:

- $\overline{AM} = \overline{MB}$
- $\overline{DN} = \overline{NC}$

$\overline{MN} \,//\, \overline{BC} \,//\, \overline{AD}$

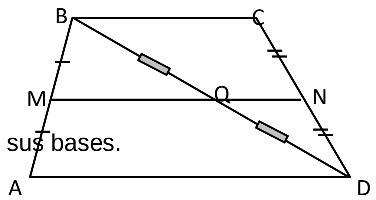


- En todo trapecio, la mediana biseca a las diagonales.

Se cumple:

- $\overline{AM} = \overline{MB}$
- $\overline{DN} = \overline{NC}$

BQ = QD

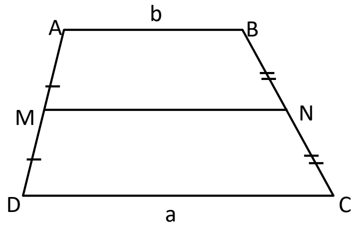


- En todo trapecio, la mediana mide la semisuma de sus bases.

Se cumple:

- $\overline{AB} = \overline{MN} = \overline{CD}$
- $\overline{AM} = \overline{MA}$
- $\overline{CN} = \overline{NB}$

MN = $\dfrac{a+b}{2}$

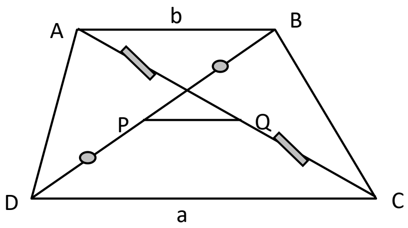


- En todo trapecio el segmento que une los puntos medios de sus diagonales, mide la semidiferencia de sus bases.

Se ccumple:

- $\overline{AB} = \overline{CD}$

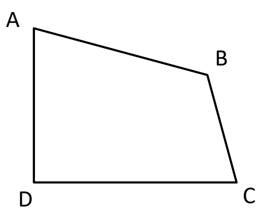
PQ = $\dfrac{a-b}{2}$



c) <u>TRAPEZOIDE :</u>

d)

Los trapezoides son los cuadriláteros convexos que no tienen lados paralelos.

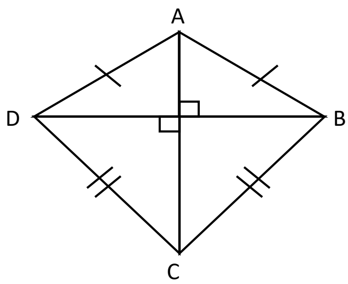


c.1.) <u>Clasificación:</u>

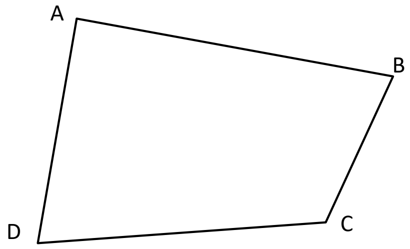
Se clasifican en:

- **Trapezoide Simétrico:**

(T.Bisósceles), tiene dos lados consecutivos congruentes y las diagonales se bisecan en forma perpendicular.

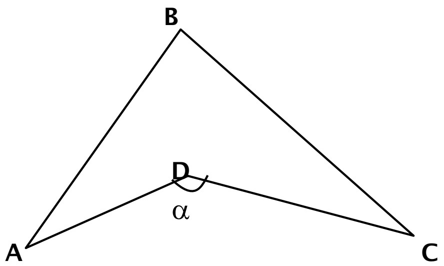


- **Trapezoide Antisimétrico: Es aquel cuadrilátero que sus cuatro lados son diferentes.**



6. CUADRILÁTEROS CONCAVOS

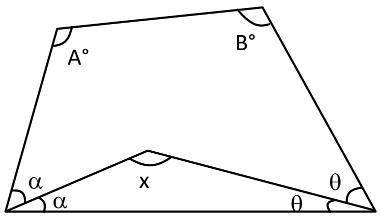
Son aquellos cuadriláteros que uno de sus ángulos interiores es mayor que 180˚, pero menor que 360˚.



$$\boxed{180^\circ < \alpha < 360^\circ}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1) Halla "x"



Solución:

$\alpha + \theta + x = 180^\circ$

$\rightarrow \alpha + \theta = 180^\circ - x$ .....(1)

$2\alpha + 2\theta + A + B = 360^\circ$

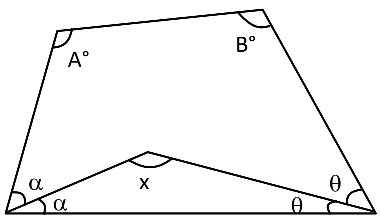
$2(\alpha + \theta) + A + B = 360^\circ$ ....(2)

Reemplazando (1) en (2)

$2(180^\circ - x) + A + B = 360^\circ$

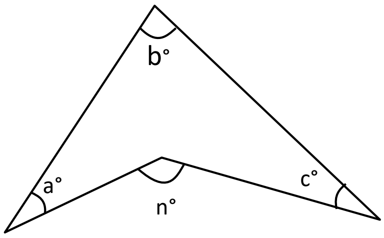
$360 - 2x + A + B = 360^\circ$

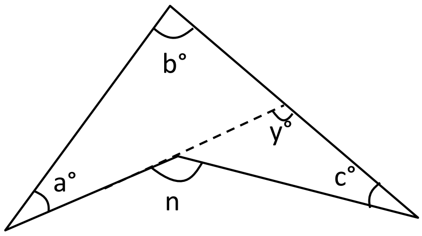
$A + B = 2x$



$$\boxed{x = \frac{A+B}{2}}$$

2) Demuestra que: n = a° + b° + c°, en la figura.





Solución:

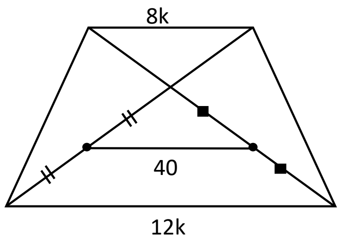
Formamos un triángulo
y = a + b, por ángulo exterior.
También:
n = y + c, por ángulo exterior.
Reemplazando (2) en (3)

$\rightarrow$ **n =** $\underbrace{(a+b)}_{y} + c$

$\boxed{n = a + b + c}$

3) Las bases de un trapecio están en relación de 12 a 8. Calcula la base mayor, si el segmento formado por los puntos medios de las diagonales es 40m.

Solución:

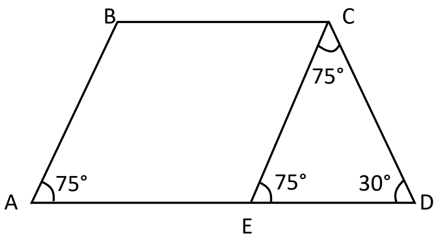


piedad: 40 = $\frac{12k - 8k}{2}$
$\rightarrow$ **k = 20**
Base mayor = 12k = 12(20)

$\therefore$ **Base mayor es** $\boxed{\textbf{240m.}}$

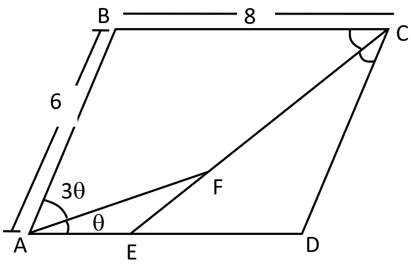
4) Los ángulos adyacentes a la base mayor de un trapecio miden 30° y 75°. Si la base menor es excedida por la base en 8m. Halla uno de los lados no paralelos.

Solución:
Trazamos $\overline{CE} // \overline{AB}$
$\angle$ **A = m** $\angle$**CED = 75°**
m$\angle$**ECD = 180°-30°-75° = 75°**
luego : Δ **ECD isósceles (CD = ED)**
pero : ED = AD - AE ......(α)
ABCE : Paralelogramo (BC = AE)
Reemplazando en (α)



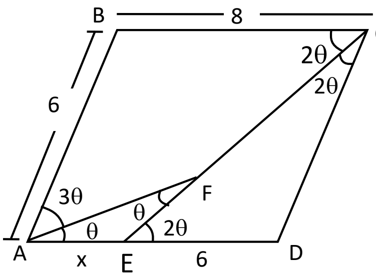
CD = AD – BC $\rightarrow$ $\boxed{\textbf{CD = 8m}}$

5).- Si ABCD es un paralelogramo. Calcula $\overline{EF}$.



Solución:

Del gráfico:



*** m $\angle$ BAD = m$\angle$BCD = 4θ**
Pero: EC $\rightarrow$ bisectriz
$\rightarrow$ m$\angle$BCE = m$\angle$ECD = 2θ

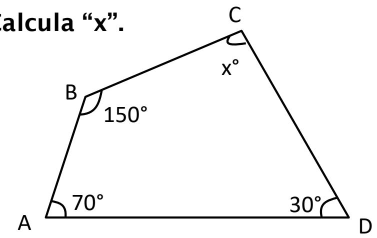
También:

m$\angle$BCE = m$\angle$CED = 2θ
***$\angle$ AFE = m$\angle$FAE = θ**
$\rightarrow$ ΔAFE $\rightarrow$isósceles
$\rightarrow$ AE = EF = x

Luego: x + 6 = 8

$\boxed{x = 2}$

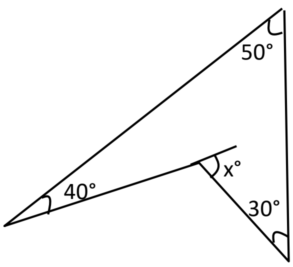
5).- Calcula “x”.



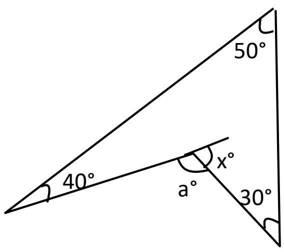
Solución:
***Por ser un cuadrilátero, la suma de sus ángulos interiores es 360˚.**
150˚ + 70˚ + 30˚ + x = 360˚

$\boxed{x = 110^\circ}$

6).- Calcula “x”



Solución:



Por propiedad:
40˚ + 50˚ + 30˚ = a˚
120˚ = a˚

También:

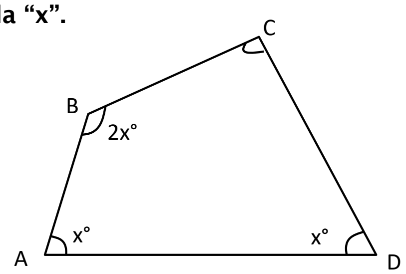
x + a = 180°

$\boxed{x = 60°}$

PRÁCTICA DIRIGIDA Nº 03

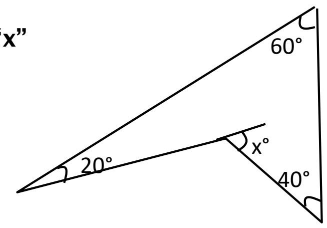
NIVEL I

1).-Calcula "x".



a) 18° **b) 36°** **c) 54°** **d) 72°** **e) 65°**

2).- Calcula "x"

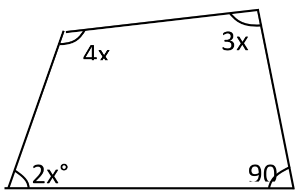


a) 40° **b) 60°** **c) 50°** **d) 70°** **e) 90°**

3).- Las bases y la mediana de un trapecio suman 18. Halla la mediana.

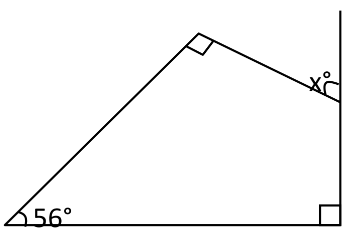
a) 2 **b) 4** **c) 6** **d) 8** **e) 10**

4).- Calcula el complemento de "x".



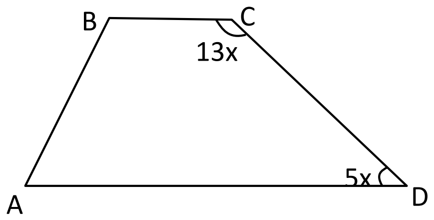
a) 40° **b) 60°** **c) 50°** **d) 70°** **e) 90°**

5).-Calcula "x"



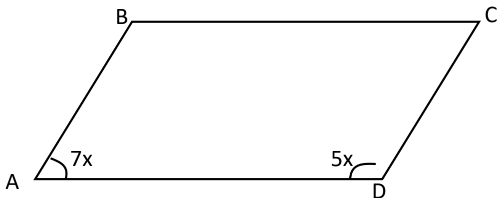
a) 52° **b) 54°** **c) 56°** **d) 58°** **e) 60°**

6).- Si $\overline{BC}$ // $\overline{DA}$. Halla "x".



a) 10°　　b) 20°　　c) 30°　　d) 40°　　e) 50°

7).-En el romboide ABCD,　　Calcula "x"



a) 10°　　b) 15°　　c) 20°　　d) 25°　　e) 30°

8).- Calcula el menor lado del romboide si un lado es el triple del otro y el perímetro es igual a 48cm.

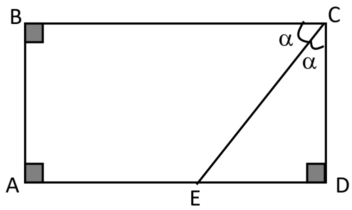
a) 5　　b) 6　　c) 7　　d) 8　　e) 9

9).- Calcula el perímetro de un rombo si un lado mide 6cm.

a) 23　　b) 24　　c) 25　　d) 26　　e) 27

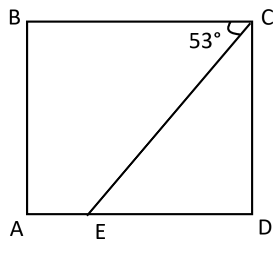
10).- Si AB = 5 y BC = 8. Calcula "AE".

a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7



11).-Si ABCD es un cuadrado que tiene un perímetro de 48cm. Calcula "AE".

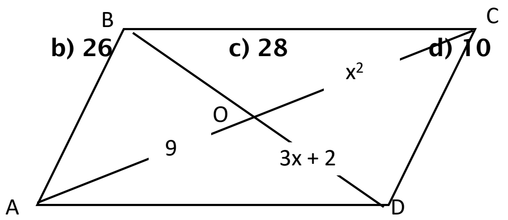
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 5



12).- Si ABCD es un trapezoide tal que: m∠A = m∠B = 3m∠D = 6m∠C
Calcula m∠D.

a) 20°　　b) 15°　　c) 48°　　d) 25°　　e) 36°

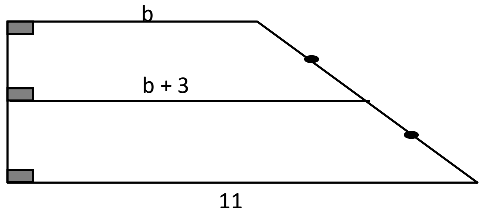
13).- Calcula "BD", si ABCD es un paralelogramo.



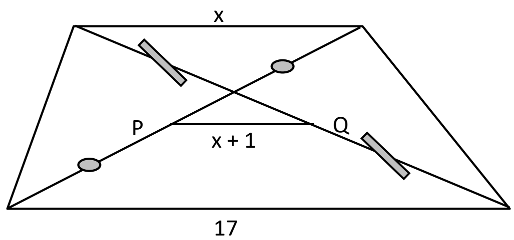
a) 24 b) 26 c) 28 d) 10 e) 22

14).- Calcula la mediana del trapecio.

a) 7
b) 8
c) 9
d) 10
e) 11



15).- Calcula "x".



a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

NIVEL II

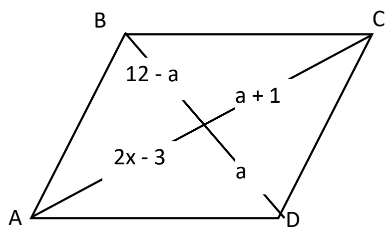
1).- Calcula el perímetro de un rombo si sus diagonales miden 6cm y 8cm.

a) 20 b) 30 c) 40 d) 15 e) 25

2).- El perímetro de un trapecio isósceles es 240. Calcula la medida de la mediana si cada lado no paralelo mide 50.

a) 35 b) 60 c) 50 d) 65 e) 70

3).- Halla el valor de "x", si $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$; $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$.



a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

4).- En un trapecio rectángulo las bases miden 4 y 10 cm respectivamente, si un lado no paralelo determina un ángulo de 53° con la base. ¿Cuánto mide dicho lado?

a) 8 b) 9 c) 10 d) 11 e) 12

5).- La base mayor de un trapecio rectángulo mide 30cm, su altura 10cm y el ángulo agudo de la base 45°. La mediana mide:

a) 25cm b) 20cm c) 15cm d) $10\sqrt{2}$ cm e) 10cm

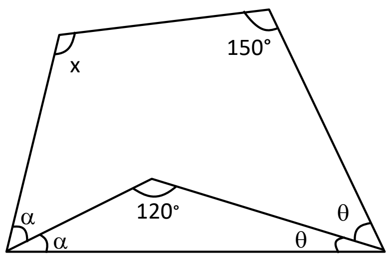
6).- En un cuadrilátero convexo ABCD, mÂ=60º, m∠C=110º calcular la medida del menor ángulo formado por las bisectrices interiores de los ángulos B y D.

a) 90° b) 120° c) 155° d) 14° e) 25°

7).- Las bases y la mediana de un trapecio suman 6m. Halla la mediana.

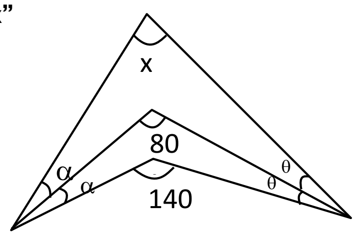
a) 3m b) 4m c) 1,5m d) 1m e) 2m

8).- Del gráfico, halla "x"



a) 30 b) 90 c) 100 d) 110 e) 80

9).- Del gráfico, halla "x"



a) 10° b) 20° c) 30° d) 40° e) 50°

10).- Las bases y la mediana de un trapecio suman doce. Halla la mediana.

a) 4 b) 8 c) 6 d) 10 e) 5

11).- Calcula el menor ángulo interno de un rombo si una de sus diagonales es igual a la longitud de un lado.

a) 80° b) 90° c) 30° d) 50 e) 60

12).- En un rectángulo ABCD la medida del ∠ACD = 68°.Calcula el menor ángulo formado por sus diagonales.

a) 34° b) 44° c) 22° d) 50° e) 68°

13).- En un trapecio isósceles de 20cm de perímetro y de bases 2cm y 8cm, calcula la medida del menor ángulo interno.

a) 45° b) 60° c) 30° d) 53 e) 37

14).- Las bases de un trapecio están en relación de 8 a 10. Calcula la base menor, si el segmento formado por los puntos medios de las diagonales es 54m.

a) 216 b) 412 c) 432 d) 214 e) 215

ESTADISTICA

Estadística.

Es la ciencia que se ocupa de recolectar, procesar, presentar, interpretar y analizar los datos, que sirven para la toma de decisiones en una investigación.

Conceptos Básicos

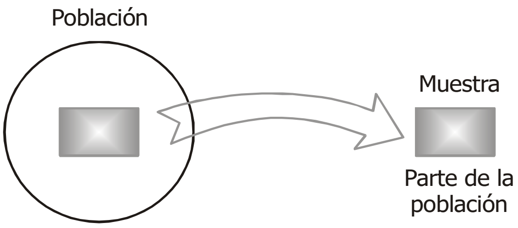
1. **Población:**
   Es un conjunto de elementos que tienen una o más características en común.

   Ejemplos:
   - Todos los alumnos matriculados en Regina.
   - Todos los peruanos que tienen 18 años o más.
   - Todos los animales que están en el zoológico.

2. **Muestra:**
   Es una parte o subconjunto de la población, seleccionada de acuerdo a un plan o regla, con el fin de establecer información acerca de la población de la cual proviene.

   Ejemplos:

   - 200 alumnos de Regina elegidos al azar.
   - 150 mil peruanos mayores de edad.
   - 40 animales de un zoológico elegidos al azar.



Representación gráfica

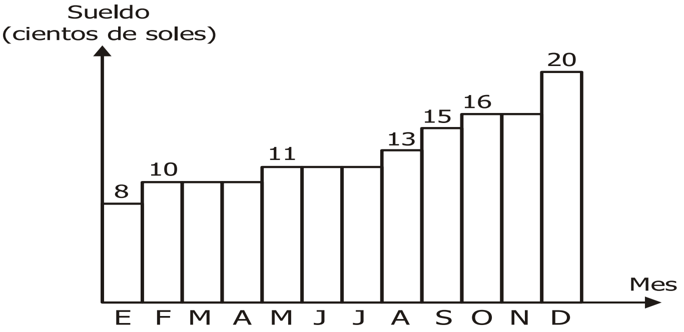
Algunas gráficas, para diagramar una distribución de datos son:

a) Gráfico de barras
b) Gráfico de barras adecuadas
c) Gráfico lineal
d) Sector circular

a. Gráfico de barras

Ejemplo

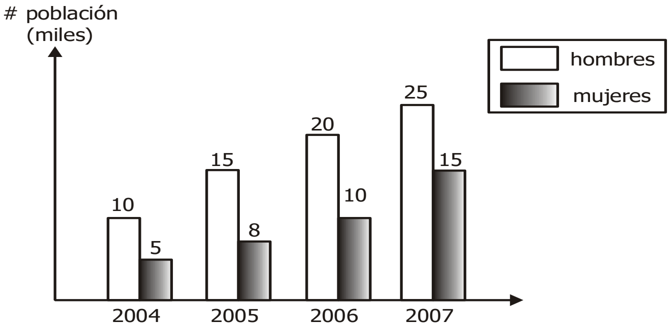
A continuación se muestra el sueldo proyectado de una persona durante el año 2016.



b. **Gráfico de barras adecuadas**

Ejemplo:

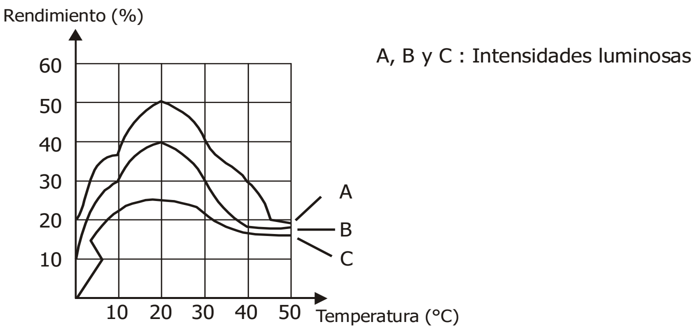
A continuación se muestran la población de hombres y mujeres de cierta localidad, durante el período 2004 - 2007.



c. Gráfico lineal

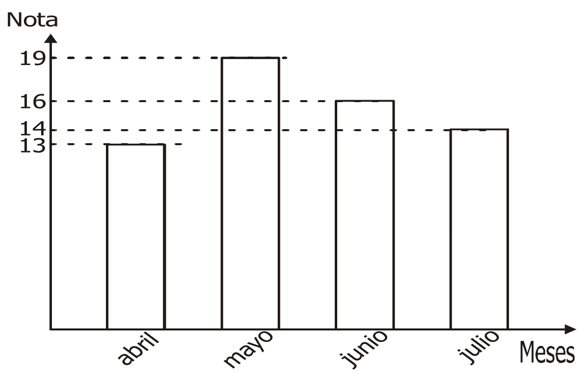
Ejemplo:

Rendimiento de la cosecha "x", a diferentes temperaturas e intensidades luminosas.



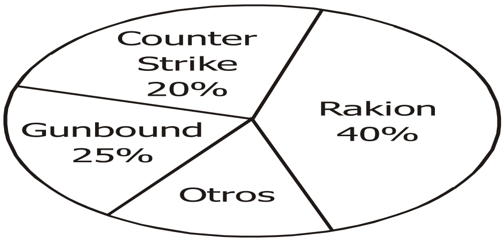
TALLER DE APRENDIZAJE Nº 01

• En el siguiente gráfico, se muestra las notas de un alumno del colegio Regina en los últimos cuatro meses.



1. ¿En qué mes su calificativo mensual fue el mayor?
2. ¿En qué mes su calificativo mensual fue el menor?
3. ¿Entre qué meses se produjo la mayor nota mensual?
4. ¿Cuánto fue el calificativo del mes de junio?
5. ¿En cuánto aumentó su nota de abril a mayo?

• En el siguiente gráfico, se muestra la preferencia de 100 alumnos por lo juegos en red



6. ¿Qué porcentaje le corresponde a Otros?

7. ¿Cuántos alumnos prefieren Rakion?

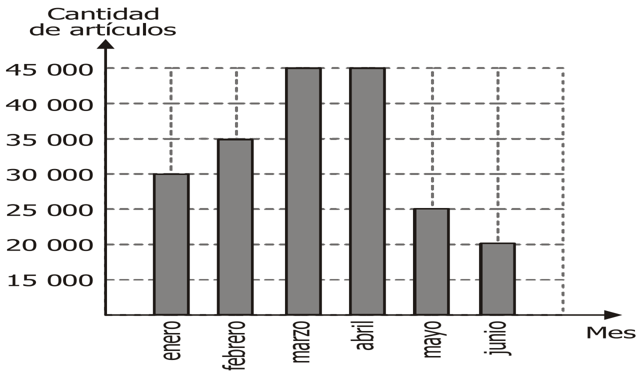
8. ¿Cuántos alumnos prefieren Gunbound?

9. ¿Cuántos alumnos prefieren Counter Strike?

10. ¿Cuántos alumnos no prefieren ni Rakion ni Counter Strike?

PROBLEMAS PARA LA CLSE.

Enunciado 1
La siguiente gráfica muestra el volumen de venta, obtenido durante los seis primeros meses del año por un equipo de vendedores.



1. ¿Cuál es el volumen total de venta, durante esta "Campaña de medio año"?

a) 160 000 b) 220 000 c) 200 000 d) 190 000 e) 242 000

2. Indicar el promedio (aprox.) de venta mensual durante esta campaña.

a) 28 828 b) 33 300 c) 33 333 d) 30 300 e) 30 000

3. ¿Durante cuántos meses el volumen de venta estuvo sobre el promedio mensual?

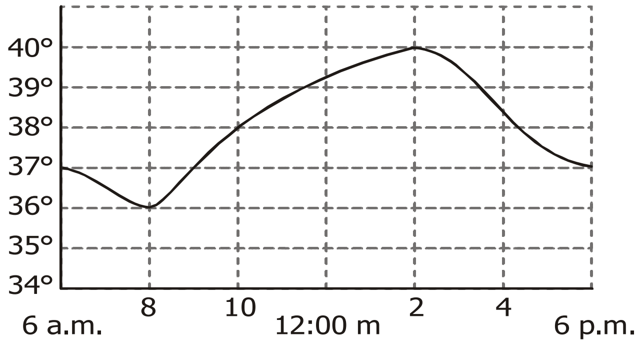
a)2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 1

4. ¿Entre qué meses el volumen de venta tuvo la caída más apreciable?

a) mayo y junio b) enero y febrero c) marzo y abril d) abril y mayo e) mayo y enero

Enunciado 2

El gráfico muestra la producción (en toneladas) de los tubérculos, en tres meses del año.



13. ¿A qué hora alcanzó el paciente la temperatura máxima observada?

a) 1 p.m. b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

14. ¿Durante qué período tuvo el paciente más de 37° de temperatura?

a) De 10 a.m. a 6 p.m. b) De 8 a.m. a 6 p.m. c) De 2 p.m. a 6 p.m. d) De 11 a.m. a 5 p.m. e) De 9 a.m. a 6 p.m.

15. ¿Cuál fue aproximadamente la temperatura del paciente a las 11 a.m.?

a) 37° b) 38,5° c) 37,5° d) 39° e) 38°

16. ¿Cuál fue la temperatura que más veces se presentó en el paciente?

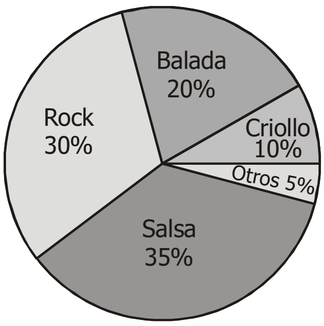
a) 36° b) 37° c) 38 d) 39° e) 40°

17. ¿A qué hora alcanzó el paciente la temperatura mínima observada?

a) 6 a.m. b) 8 a.m. c)12 m. d) 2 p.m. e) 10 a.m.

Enunciado 5

En el siguiente gráfico circular se muestra los resultados de una encuesta acerca de las preferencias de ciertos géneros musicales, sobre un total de 800 encuestados.



18. ¿Cuántos de los encuestados prefieren balada?

a) 80 b) 160 c) 320 d) 480 e) 560

19. ¿Cuántos de los encuestados prefieren más salsa que rock?

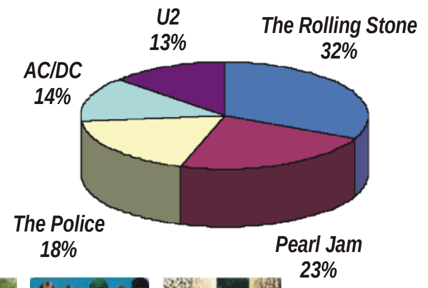
a) 280 b) 360 c) 400 d) 80 e) 40

GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Bandas de Rock preferidas por los alumnos de TRILCE

Ranking Top 5

Band	Orig.	Style
1.The Rolling Stones	U.K.	Rock
2.Pearl Jam	U.S.A.	Grunge
3.The Police	U.K.	New Wave
4.AC/DC	Australia	Hard Rock
5.U2	Irlanda	New Wave



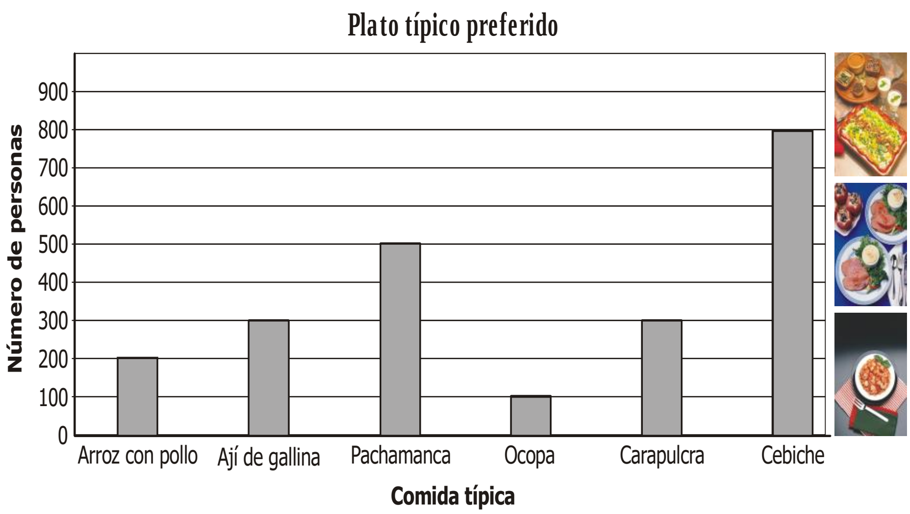
Los gráficos son medios popularizados y a menudo los más convenientes para presentar datos, se emplean para tener una representación visual de la totalidad de la información. Los gráficos estadísticos presentan los datos en forma de dibujo de tal modo que se pueda percibir fácilmente los hechos principales y compararlos con otros.

Durante el presente capítulo nos ocuparemos de dos de los más importantes gráficos estadísticos: los gráficos de barras y los gráficos circulares.

• **Gráficos de barras**

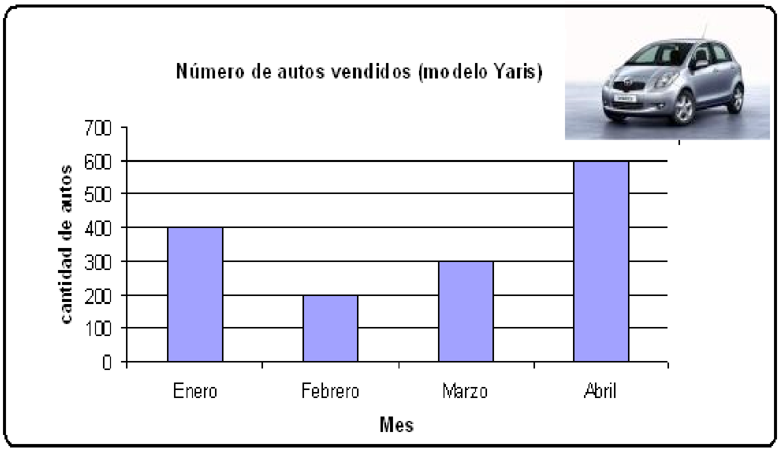
Un gráfico de barras es aquella representación gráfica bidimensional (dos dimensiones) en la que los objetos gráficos elementales son un conjunto de rectángulos dispuestos paralelamente de manera que la extensión de los mismos es proporcional a la magnitud que se quiere representar.

Ejemplo:

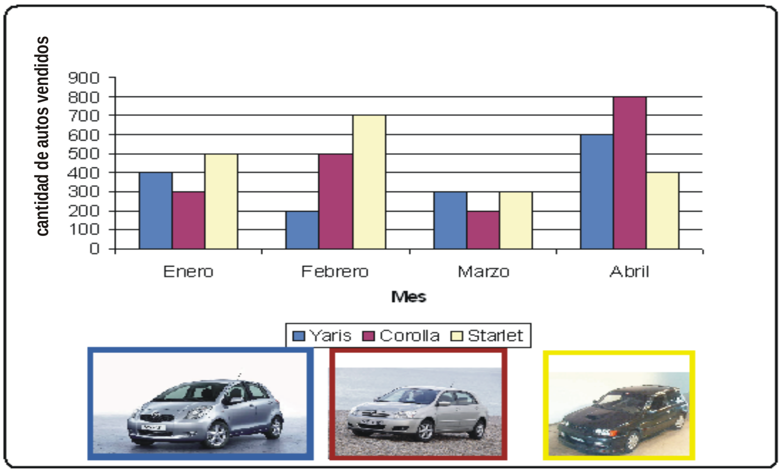


Tipos principales de gráficos de barras

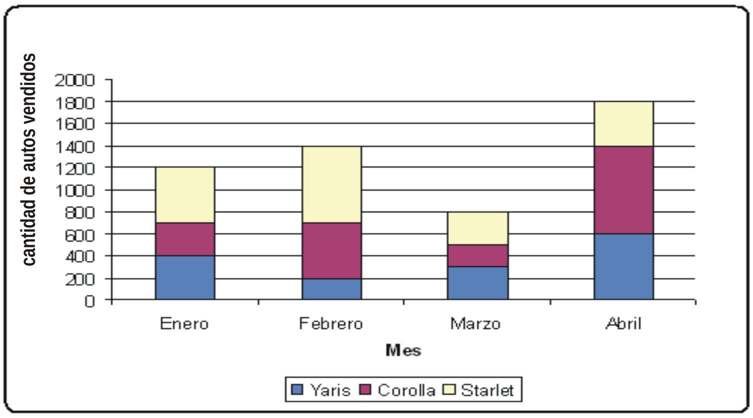
A. Sencillo: Contiene solamente una serie de datos. Por ejemplo, las ventas en distintos meses de un modelo de auto.



B. Agrupados: Contiene varias series de datos. Por ejemplo, las ventas en distintos meses de varios modelos de autos. En este caso, cada serie de datos se representa mediante un conjunto de rectángulos que comparten color o textura.



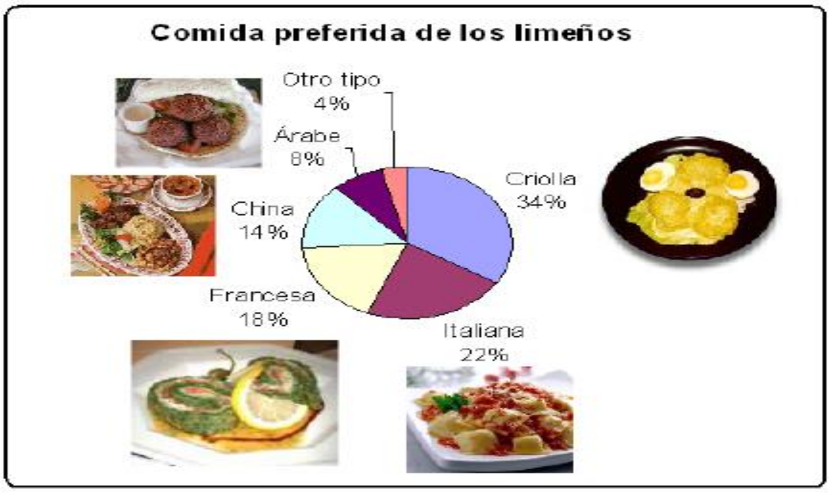
C. Apilados: Similar al agrupado pero, a diferencia del anterior, en este se puede resaltar el total de los autos vendidos por mes y además la cantidad vendida de cada modelo.



• **Gráficos circulares**

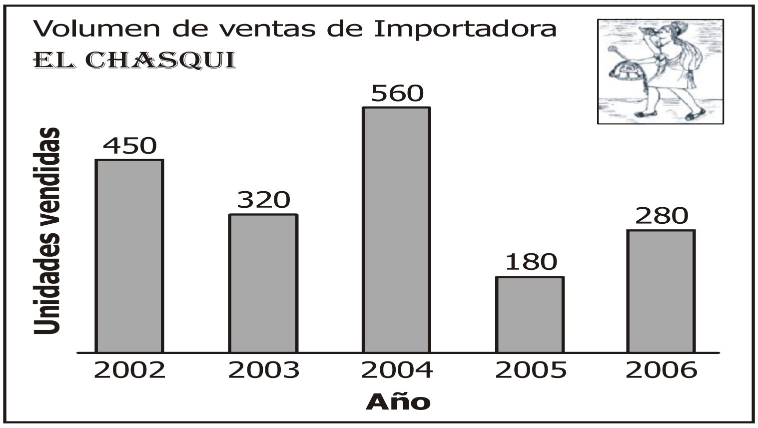
Estos gráficos nos permiten ver la distribución interna de los datos que representan un hecho, generalmente en forma de porcentajes sobre un total. Se suele separar el sector correspondiente al mayor o menor valor, según lo que se desee destacar.

Ejemplo:



TALLER DE APRENDIZAJE 2

Enunciado 1
La importadora de mototaxis EL CHASQUI nos brinda información sobre los volúmenes de ventas registrados durante los últimos cinco años:



1. ¿Cuántos mototaxis ha vendido la importadora en el año 2005?

2. ¿En qué año ha vendido menos mototaxis la importadora?

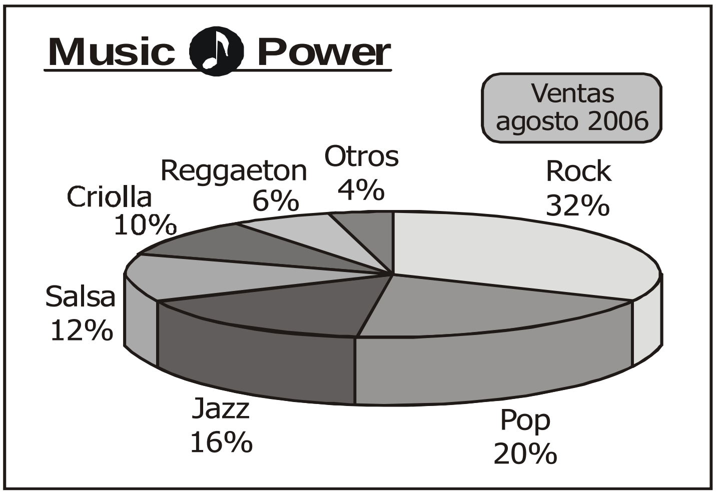
3. ¿Cuántos mototaxis ha vendido la importadora en el periodo 2002-2006?

4. ¿Cuál es el número promedio anual de mototaxis vendidos por la importadora en el periodo 2002-2006?

5. ¿En cuántos de los años el número de mototaxis vendidos es mayor que el número promedio anual de mototaxis vendidos en el periodo 2002-2006?

Enunciado 2

El gráfico siguiente muestra información sobre la distribución de las ventas, por género musical, de la discotienda MUSIC POWER, durante el mes de agosto del 2006:



Además se sabe que durante el mes de agosto del 2006 la discotienda vendió 2 400 discos compactos.

6. ¿Cuántos discos de música criolla vendió durante el mes de agosto del 2006?

7. ¿Cuántos discos de Jazz vendió durante el mes de agosto del 2006?

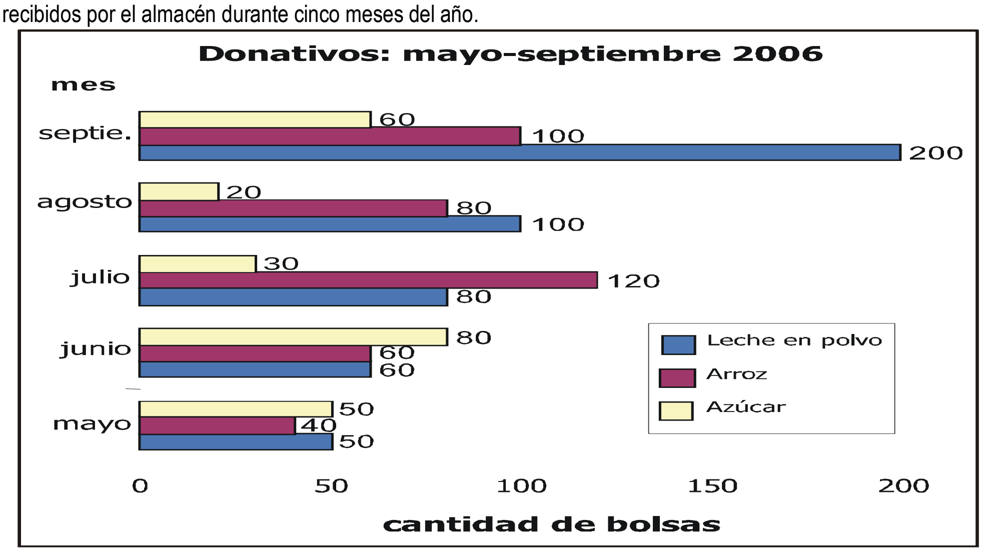
8. ¿Cuántos discos más de Pop que de Salsa vendió durante el mes de agosto del 2006?

9. ¿Qué ángulo central le corresponde al sector que prefirió Reggaeton?

10. ¿En cuánto excede el ángulo central que le corresponde a Rock al que corresponde a Salsa?

PROBLEMAS PARA LA CLASE

Enunciado 1
Un almacén recibe donativos para distribuir entre los pobladores de los sectores marginales de Lima. El gráfico siguiente muestra los donativos recibidos por el almacén durante cinco meses del año.



Se sabe además que las bolsas de leche en polvo, arroz y azúcar pesan respectivamente 30 kg, 50 kg y 60 kg.

1. ¿Cuántas bolsas de arroz se recibieron en julio?

a) 60 b) 80 c) 100 d) 120 e) 110

2. ¿Cuántas bolsas se recibieron en agosto?

a) 160 b) 80 c) 60 d) 190 e) 200

3. ¿Cuántos kilos de azúcar se recibieron en junio?

a) 4 200 b) 4 800 c) 4 500 d) 5 200 e) 5 600

4. ¿Cuántas bolsas de leche en polvo se han recibido en los cinco meses?

a) 490 b) 470 c) 480 d) 510 e) 450

5. ¿Cuál es el número promedio mensual de bolsas de azúcar que se han recibido durante el periodo mayo-septiembre del 2006?

a) 45 b) 52 c) 54 d) 58 e) 48

6. ¿En qué mes, el almacén recibió la menor cantidad de bolsas?

a) mayo b) junio c) julio d) agosto e) septiembre

7. ¿Cuántos kilos de donativos recibió en agosto?

a) 7 900 b) 8 200 c) 8 400 d) 8 700 e) 9 300

8. ¿Cuál es el número promedio mensual de bolsas de arroz que recibió el almacén durante el periodo mayo-septiembre del 2006?

a) 72 b) 75 c) 78 d) 80 e)82

9. ¿Cuál es el peso promedio mensual de leche en polvo que recibió el almacén durante el periodo mayo-septiembre del 2006?

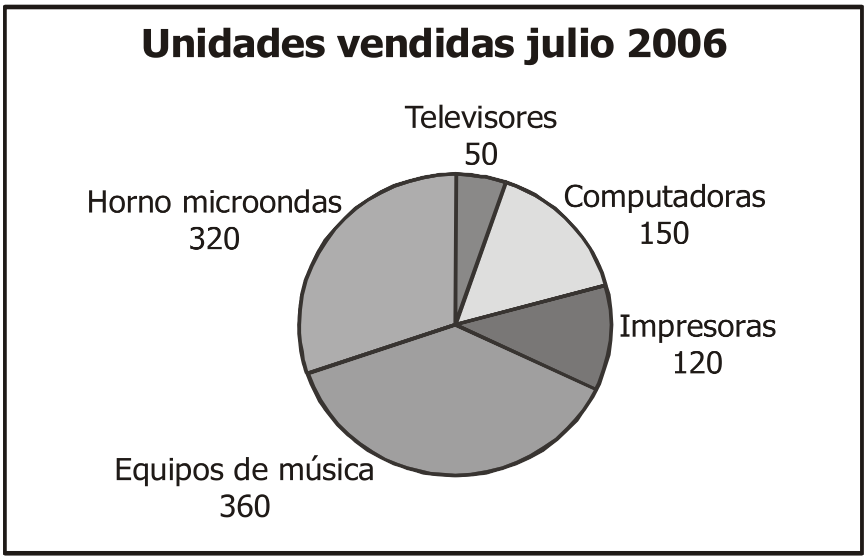
a) 2 720 kg b) 2 820 c) 2 880 d) 2 920 e) 2 940

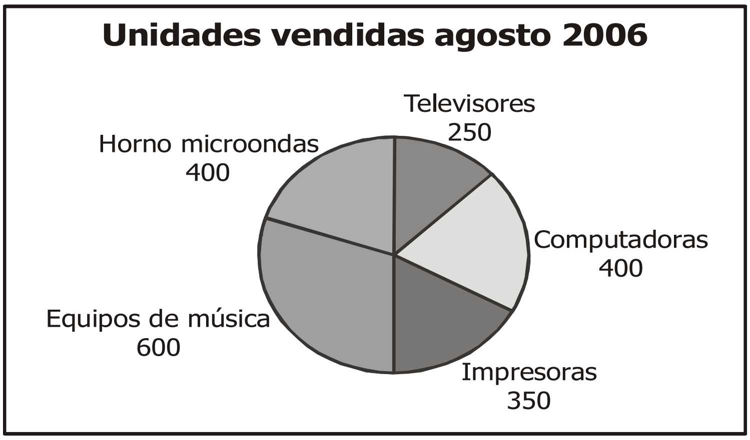
10. ¿Cuántos kilos de alimentos ha recibido el almacén en los cinco meses?

a) 47 800 b) 48 700 c)49 100 d) 51200 e) 53 100

Enunciado 2

La empresa VENDE TODO se dedica a la venta de televisores de 14", computadoras, impresoras, equipos de música y hornos microondas. Los gráficos siguientes muestran los volúmenes de ventas en julio y agosto del 2006:





11. En julio del 2006, ¿qué porcentaje de los artículos vendidos son televisores?

    a) 5%　　b) 8%　　c) 10%　　d) 12,5%　　e) 7%

12. En agosto del 2006, ¿qué porcentaje de los artículos vendidos son equipos de música?

    a) 25%　　b) 20%　　c) 60%　　d) 30%　　e) 35%

13. En julio del 2006, ¿qué ángulo central le corresponde al sector computadoras?

    a) 48°　　b) 54°　　c) 72°　　d) 49,6°　　e) 57,6°

14. En agosto del 2006, ¿qué ángulo central le corresponde al sector hornos microondas?

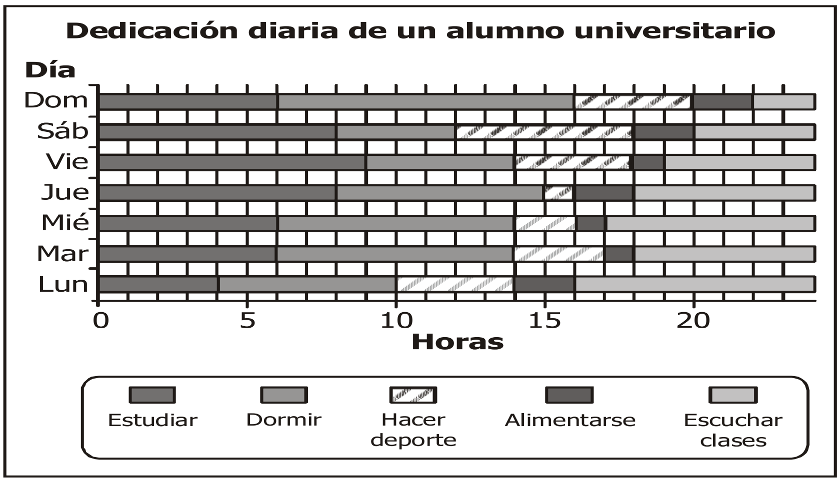
    a) 76°　　b) 54°　　c) 72°　　d) 81,4°　　e) 75,6°

15. Si juntamos la información de los gráficos circulares de julio y agosto del 2006, ¿qué porcentaje de los artículos vendidos son televisores?

    a) 5%　　b) 8%　　c) 12%　　d) 15%　　e) 10%

Enunciado 3

Un alumno universitario dedica el tiempo del día a estudiar, dormir, hacer deporte, alimentarse y escuchar clases. La distribución de dichos tiempos viene mostrada en el siguiente gráfico:



16. Durante el día jueves, ¿cuántas horas duerme el alumno?

a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

17. ¿Cuántas horas hace deporte a la semana?

a) 21 b) 22 c) 23 d) 24 e)25

18. ¿Cuál es la cantidad promedio de horas diarias que duerme? (aprox.)

a) 6,56 b) 7,23 c) 6,86 d)7,42 e) 7

19. ¿Cuántos días de la semana estudia más de seis horas?

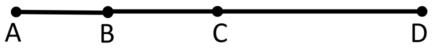
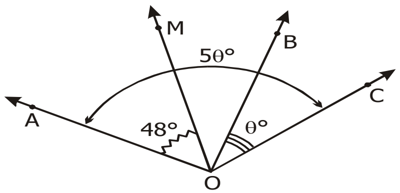
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

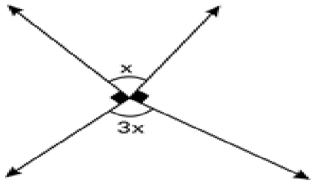
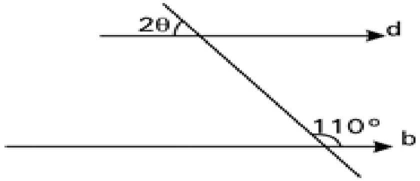
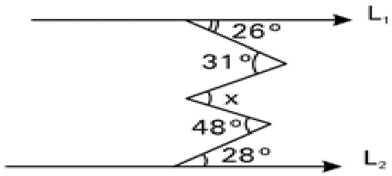
20. ¿En cuántos días de la semana, la actividad a la que más tiempo le dedica es a la de dormir?

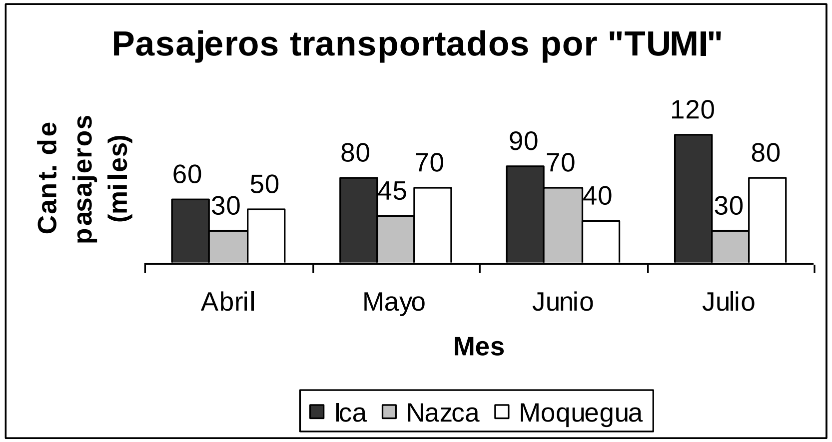
a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE LA VARIABLE DEPENDIENTE

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	DIMENSIÓN 1:Sistemas Numéricos y Funciones	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
1	Resuelve y representa Desarrollar: $3\frac{1}{5}+5\frac{1}{3}+1$ a) 142/15 b) 143/15 c) 144/15 d) 145/16 e) N.A.							
2	Resuelve y representa Dado los términos semejantes: $23k^{a+3}$; $-\sqrt{25}k^{14}$ $Calcular:$ $E=\frac{a+1}{2}$: a) 7 b) 6 c) 5 d) 4 e) 3							
3	Resuelve y representa Dado el polinomio: $P(x,y)=x^a y^{b+2}+x^{a+1}y^{b+4}+x^{a+4}+x^{a+5}y^b+ab$ $Si: GR(x)=8$ GR(y) = 6 Calcular el témino independiente: a) 5 b) 6 c) 7 d) 12 e) 9							
4	Resuelve y representa Simplificar la siguiente expresión: $F=\frac{(0,5+0.666...-0,0555...)(0,9)}{(3,111....)-(2,0666...)}$ y dar la suma de sus términos. a) 47 b) 45 c) 85 d) 92 e) 93							
5	Resuelve y representa Dado el polinomio completo y ordenado: $P(x)=2mx^{a+3}+5x^3-7x^2+mx+3$ Calcule la suma de coeficientes. a) 1 b) 2 c) 4 d) 5 e) N.A.							

6	Resuelve y representa Si: $ab = 4$ y $a + b= 3$, calcular: $a^2 + b^2$ a) -1 b) 1 c) 2 d) -2 e) 6							
7	Resuelve y representa Dado el conjunto: A = {1; 2; {3}; 4; {5}} Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda: $1 \in A$ ( ) $2 \subset A$ ( ) $\{4\} \in A$ ( ) $\{3\} \subset A$ ( ) $\{2; 4] \in A$ ( ) $\{4\} \subset A$ ( ) $5\} \in A$ ( ) $\{\varnothing\} \subset A$ ( )							
	DIMENSIÓN 2 : .Geometría y Medida	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
8	Resuelve y representa Hallar m $\overline{BC}$. Si: AB = 10, BD = 24 y ¿“C” es punto medio de $\overline{AD}$?  a) 2 b) 3 c) 5 d) 7 e) 8							
9	Resuelve y representa Si: $\overline{OM}$ es bisectriz del ∡AOB, hallar “$\theta°$”. a) 48° b) 96° c) 12° d) 36° e) 24°  							
10	Resuelve y representa Calcular: $H = \text{sen}^2 37° + \cos^2 37°$ a) -1/5 b) 2/5 c) -3/5 d) 1 e) N.A.							

11	Resuelve y representa En el siguiente gráfico calcular el valor de "x" a) 40° b) 45° c) 36° d) 48° e) 50° 							
12	Resuelve y representa Hallar el Complemento del Suplemento de 150° a) 50° b) 60° c) 30° d) 48° e) 40°							
13	Resuelve y representa En el siguiente gráfico: Si $\overline{a} \parallel \overline{b}$. Hallar θ a) 30° b) 35° c) 40° d) 45° e) 50 							
14	Resuelve y representa En el siguiente gráfico: Sí $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2}$. Calcular "x". a) 20° b) 25° c) 30° d) 35° e) 40 							

	DIMENSIÓN 3:Estadistica y Probabilidad La empresa de transportes “EL TUMI” ofrece los servicios de transporte a Ica, Nazca y Moquegua. El gráfico siguiente muestra la cantidad de pasajeros transportados durante los últimos cuatro meses 	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
15	Resuelve y representa ¿Cuántos pasajeros fueron transportados por “EL TUMI” durante el mes de junio? (en miles) a) 90 b) 70 c) 40 d) 160 e) 200							
16	Resuelve y representa ¿Cuántos pasajeros fueron transportados a Ica durante el mes de julio? a) 80 b) 120 c) 110 d) 200 e) 140							
17	Resuelve y representa ¿En qué mes se transportó a un mayor número de pasajeros? a) Julio b) Junio c) Mayo d) Abril e) Ningunos							

18	Resuelve y representa Si los pasajes a Ica, Nazca y Moquegua cuestan respectivamente 20; 30 y 50 soles, ¿Cuánto dinero recaudó “EL TUMI” durante el mes de abril? a) 2500 b) 2100 c) 3400 d) 4600 e) 5000							
19	Resuelve y representa ¿Cuántos pasajeros en promedio mensual viajaron a Nazca durante el periodo abril-julio? a) 44 b) 43 c) 42 d) 41 e) 40							
20	Resuelve y representa ¿Cuánto recaudo de Abril a Julio de los viajes a Ica si el costo de los pasajes es de S/. 50? a) 16 500 b) 17 500 c) 18 500 d) 19 500 e) 20 000							

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Hay suficiencia

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [✓] Aplicable después de corregir [ ] No aplicable [ ]

Apellidos y nombres del juez validador. Dr/ Mg: Guizado Osco Felipe **DNI:** 31169557

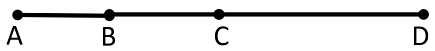
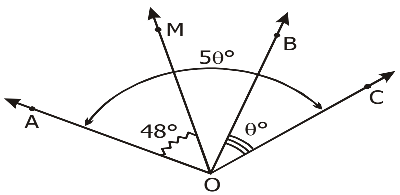
Especialidad del validador: Docente temático

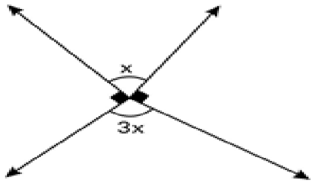
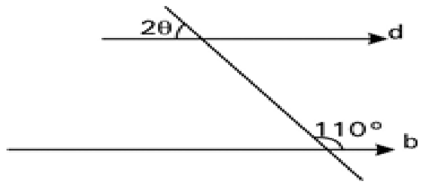
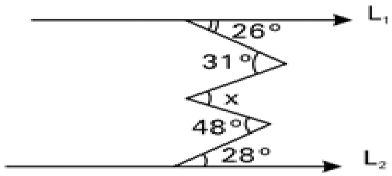
[1]**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2]**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo
[3]**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

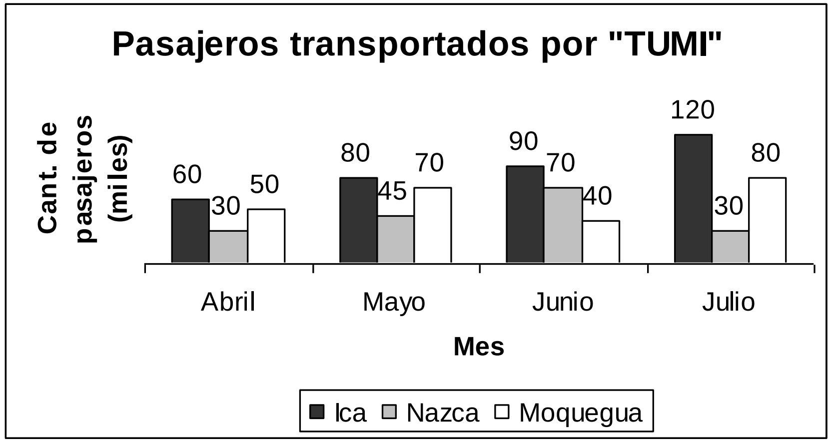
Comas 17 **de** setiembre **del 201**6

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE LA VARIABLE DEPENDIENTE

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	DIMENSIÓN 1:Sistemas Numéricos y Funciones	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
1	Resuelve y representa Desarrollar: $3\frac{1}{5}+5\frac{1}{3}+1$ a) 142/15 b) 143/15 c) 144/15 d) 145/16 e) N.A.							
2	Resuelve y representa Dado los términos semejantes: $23k^{a+3}$; $-\sqrt{25}k^{14}$ $Calcular$: $E=\frac{a+1}{2}$: a) 7 b) 6 c) 5 d) 4 e) 3							
3	Resuelve y representa Dado el polinomio: $P(x,y)=x^{a}y^{b+2}+x^{a+1}y^{b+4}+x^{a+4}+x^{a+5}y^{b}+ab$ $Si: GR(x)=8$ GR(y) = 6 Calcular el témino independiente: a) 5 b) 6 c) 7 d) 12 e) 9							
4	Resuelve y representa Simplificar la siguiente expresión: $F=\frac{(0{,}5+0.666...-0{,}0555...)(0{,}9)}{(3{,}111....)-(2{,}0666...)}$ *y dar la* suma de sus términos. a) 47 b) 45 c) 85 d) 92 e) 93							
5	Resuelve y representa Dado el polinomio completo y ordenado: $P(x)$ = $2mx^{a+3}+5x^{3}-7x^{2}+mx+3$ Calcule la suma de coeficientes. a) 1 b) 2 c) 4 d) 5 e) N.A.							

6	Resuelve y representa Si: ab = 4 y a + b= 3, calcular: $a^2 + b^2$ a) -1 b) 1 c) 2 d) -2 e) 6							
7	Resuelve y representa Dado el conjunto: A = {1; 2; {3}; 4; {5}} Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda: $1 \in A$ ( ) $2 \subset A$ ( ) $\{4\} \in A$ ( ) $\{3\} \subset A$ ( ) $\{2; 4] \in A$ ( ) $\{4\} \subset A$ ( ) $5\} \in A$ ( ) $\{\varnothing\} \subset A$ ( )							
	DIMENSIÓN 2 : .Geometría y Medida	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
8	Resuelve y representa Hallar m$\overline{BC}$. Si: AB = 10, BD = 24 y ¿"C" es punto medio de $\overline{AD}$?  a) 2 b) 3 c) 5 d) 7 e) 8							
9	Resuelve y representa Si: $\overline{OM}$ es bisectriz del ∡AOB, hallar "θ°". a) 48° b) 96° c) 12° d) 36° e) 24°  							
10	Resuelve y representa Calcular: $H = sen^2 37° + cos^2 37°$ a) -1/5 b) 2/5 c) -3/5 d) 1 e) N.A.							

11	Resuelve y representa En el siguiente gráfico calcular el valor de "x" a) 40° b) 45° c) 36° d) 48° e) 50°  							
12	Resuelve y representa Hallar el Complemento del Suplemento de 150° a) 50° b) 60° c) 30° d) 48° e) 40°							
13	Resuelve y representa En el siguiente gráfico: Si $\overline{a} // \overline{b}$. Hallar θ a) 30° b) 35° c) 40° d) 45° e) 50  							
14	Resuelve y representa En el siguiente gráfico: Sí $\overline{L_1} // \overline{L_2}$. Calcular "x". a) 20° b) 25° c) 30° d) 35° e) 40  							

	DIMENSIÓN 3:Estadistica y Probabilidad La empresa de transportes “EL TUMI” ofrece los servicios de transporte a Ica, Nazca y Moquegua. El gráfico siguiente muestra la cantidad de pasajeros transportados durante los últimos cuatro meses 	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
15	Resuelve y representa ¿Cuántos pasajeros fueron transportados por “EL TUMI” durante el mes de junio? (en miles) a) 90 b) 70 c) 40 d) 160 e) 200							
16	Resuelve y representa ¿Cuántos pasajeros fueron transportados a Ica durante el mes de julio? a) 80 b) 120 c) 110 d) 200 e) 140							
17	Resuelve y representa ¿En qué mes se transportó a un mayor número de pasajeros? a) Julio b) Junio c) Mayo d) Abril e) Ningunos							

18	Resuelve y representa Si los pasajes a Ica, Nazca y Moquegua cuestan respectivamente 20; 30 y 50 soles, ¿Cuánto dinero recaudó “EL TUMI” durante el mes de abril? a) 2500 b) 2100 c) 3400 d) 4600 e) 5000							
19	Resuelve y representa ¿Cuántos pasajeros en promedio mensual viajaron a Nazca durante el periodo abril-julio? a) 44 b) 43 c) 42 d) 41 e) 40							
20	Resuelve y representa ¿Cuánto recaudo de Abril a Julio de los viajes a Ica si el costo de los pasajes es de S/. 50? a) 16 500 b) 17 500 c) 18 500 d) 19 500 e) 20 000							

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Suficiente

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [✓] Aplicable después de corregir [ ] No aplicable [ ]

Apellidos y nombres del juez validador. Dr/ Mg: Nuñez Luz Luis Alberto DNI: 0801210/

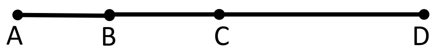
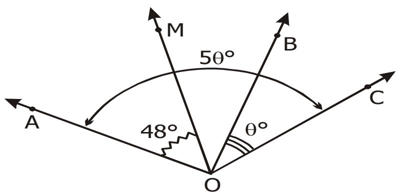
Especialidad del validador: Metodologia docente EBR

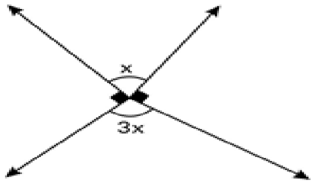
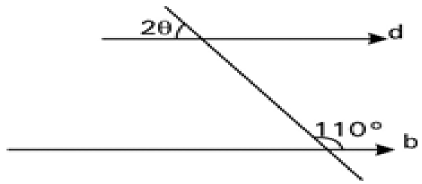
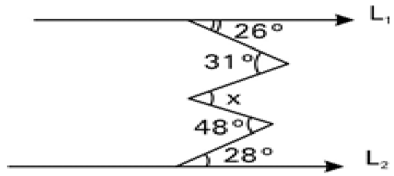
[1]Pertinencia: El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2]Relevancia: El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo
[3]Claridad: Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

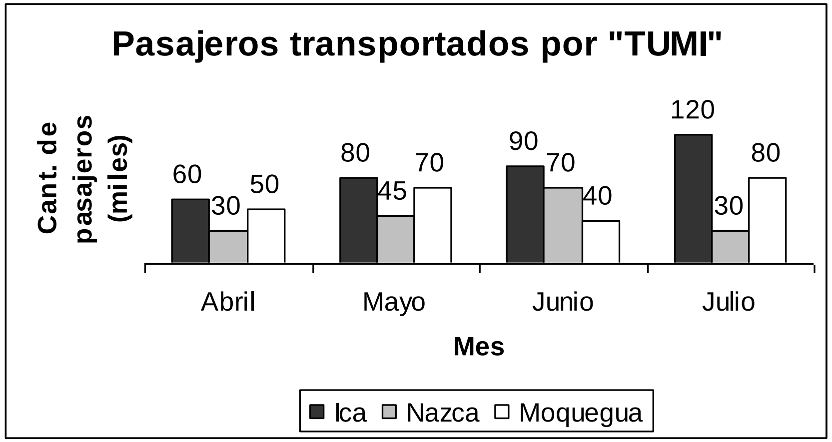
Comas 17 de 09 del 2016

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE LA VARIABLE DEPENDIENTE

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	DIMENSIÓN 1:Sistemas Numéricos y Funciones	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
1	Resuelve y representa Desarrollar: $3\frac{1}{5}+5\frac{1}{3}+1$ a) 142/15 b) 143/15 c) 144/15 d) 145/16 e) N.A.							
2	Resuelve y representa Dado los términos semejantes: $23k^{a+3}$; $-\sqrt{25}k^{14}$ $Calcular:$ E=$\frac{a+1}{2}$: a) 7 b) 6 c) 5 d) 4 e) 3							
3	Resuelve y representa Dado el polinomio: $P(x,y)=x^{a}y^{b+2}+x^{a+1}y^{b+4}+x^{a+4}+x^{a+5}y^{b}+ab$ $Si: GR(x)=8$ GR(y) = 6 Calcular el témino independiente: a) 5 b) 6 c) 7 d) 12 e) 9							
4	Resuelve y representa Simplificar la siguiente expresión: $F=\dfrac{(0,5+0.666...-0,0555...)(0,9)}{(3,111....)-(2,0666...)}$ *y dar la* suma de sus términos. a) 47 b) 45 c) 85 d) 92 e) 93							
5	Resuelve y representa Dado el polinomio completo y ordenado: $P(x)$ = 2mx$^{a+3}+5x^{3}-7x^{2}+mx+3$ Calcule la suma de coeficientes. a) 1 b) 2 c) 4 d) 5 e) N.A.							

6	Resuelve y representa Si: ab = 4 y a + b= 3, calcular: $a^2 + b^2$ a) -1 b) 1 c) 2 d) -2 e) 6							
7	Resuelve y representa Dado el conjunto: A = {1; 2; {3}; 4; {5}} Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda: $1 \in A$ ( ) $2 \subset A$ ( ) $\{4\} \in A$ ( ) $\{3\} \subset A$ ( ) {2; 4] $\in$ A ( ) $\{4\} \subset A$ ( ) 5} $\in$ A ( ) $\{\varnothing\} \subset A$ ( )							
	DIMENSIÓN 2 : .Geometría y Medida	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
8	Resuelve y representa Hallar m $\overline{BC}$. Si: AB = 10, BD = 24 y ¿"C" es punto medio de $\overline{AD}$?  a) 2 b) 3 c) 5 d) 7 e) 8							
9	Resuelve y representa Si: $\overline{OM}$ es bisectriz del ∡AOB, hallar "θ°". a) 48° b) 96° c) 12° d) 36° e) 24°  							
10	Resuelve y representa Calcular: $H = sen^2 37° + cos^2 37°$ a) -1/5 b) 2/5 c) -3/5 d) 1 e) N.A.							

11	Resuelve y representa En el siguiente gráfico calcular el valor de "x" a) 40° b) 45° c) 36° d) 48° e) 50° 							
12	Resuelve y representa Hallar el Complemento del Suplemento de 150° a) 50° b) 60° c) 30° d) 48° e) 40°							
13	Resuelve y representa En el siguiente gráfico: Si $\overline{a} \,//\, \overline{b}$. Hallar θ a) 30° b) 35° c) 40° d) 45° e) 50 							
14	Resuelve y representa En el siguiente gráfico: Sí $\overline{L_1} \,//\, \overline{L_2}$. Calcular "x". a) 20° b) 25° c) 30° d) 35° e) 40 							

	DIMENSIÓN 3:Estadistica y Probabilidad La empresa de transportes “EL TUMI” ofrece los servicios de transporte a Ica, Nazca y Moquegua. El gráfico siguiente muestra la cantidad de pasajeros transportados durante los últimos cuatro meses 	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
15	Resuelve y representa ¿Cuántos pasajeros fueron transportados por “EL TUMI” durante el mes de junio? (en miles) a) 90 b) 70 c) 40 d) 160 e) 200							
16	Resuelve y representa ¿Cuántos pasajeros fueron transportados a Ica durante el mes de julio? a) 80 b) 120 c) 110 d) 200 e) 140							
17	Resuelve y representa ¿En qué mes se transportó a un mayor número de pasajeros? a) Julio b) Junio c) Mayo d) Abril e) Ningunos							
18	Resuelve y representa Si los pasajes a Ica, Nazca y Moquegua cuestan respectivamente 20; 30 y 50							

	soles, ¿Cuánto dinero recaudó “EL TUMI” durante el mes de abril? a) 2500 b) 2100 c) 3400 d) 4600 e) 5000							
19	Resuelve y representa ¿Cuántos pasajeros en promedio mensual viajaron a Nazca durante el periodo abril-julio? a) 44 b) 43 c) 42 d) 41 e) 40							
20	Resuelve y representa ¿Cuánto recaudo de Abril a Julio de los viajes a Ica si el costo de los pasajes es de S/. 50? a) 16 500 b) 17 500 c) 18 500 d) 19 500 e) 20 000							

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Si hay Suficiencia

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [X] Aplicable después de corregir [ ] No aplicable [ ]

Apellidos y nombres del juez validador. Dr/ ~~Mg~~: MARTÍNEZ LÓPEZ EDWIN A. DNI: 09080039

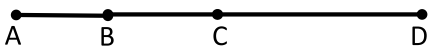
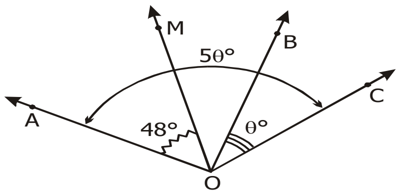
Especialidad del validador: Dr. EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

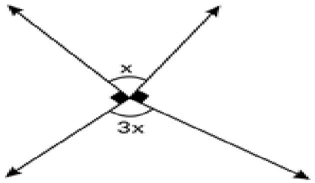
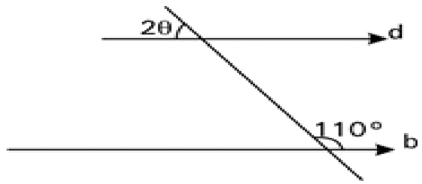
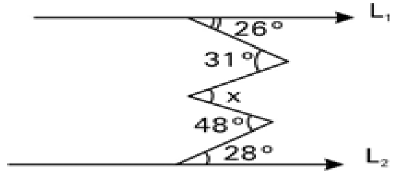
¹Pertinencia: El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
²Relevancia: El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo
³Claridad: Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

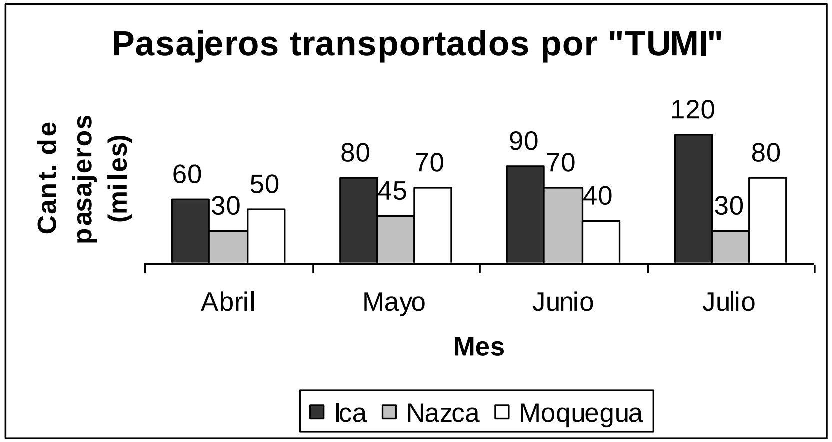
Comas 17 de setiembre del 2016

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE LA VARIABLE DEPENDIENTE

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	DIMENSIÓN 1:Sistemas Numéricos y Funciones	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
1	Resuelve y representa Desarrollar: $3\frac{1}{5}+5\frac{1}{3}+1$ a) 142/15 b) 143/15 c) 144/15 d) 145/16 e) N.A.							
2	Resuelve y representa Dado los términos semejantes: $23k^{a+3}$; $-\sqrt{25}k^{14}$ $Calcular:\ \ \mathrm{E}=\frac{a+1}{2}:$ a) 7 b) 6 c) 5 d) 4 e) 3							
3	Resuelve y representa Dado el polinomio: $P(x,y)=x^{a}y^{b+2}+x^{a+1}y^{b+4}+x^{a+4}+x^{a+5}y^{b}+ab$ $Si: GR(x)=8$ GR(y) = 6 Calcular el témino independiente: a) 5 b) 6 c) 7 d) 12 e) 9							
4	Resuelve y representa Simplificar la siguiente expresión: $F=\frac{(0,5+0.666...-0,0555...)(0,9)}{(3,111....)-(2,0666...)}$ *y dar la* suma de sus términos. a) 47 b) 45 c) 85 d) 92 e) 93							
5	Resuelve y representa Dado el polinomio completo y ordenado: $P(x)=2mx^{a+3}+5x^{3}-7x^{2}+mx+3$ Calcule la suma de coeficientes. a) 1 b) 2 c) 4 d) 5 e) N.A.							

6	Resuelve y representa Si: ab = 4 y a + b= 3, calcular: $a^2 + b^2$ a) -1 b) 1 c) 2 d) -2 e) 6							
7	Resuelve y representa Dado el conjunto: A = {1; 2; {3}; 4; {5}} Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda: 1 ∈ A ( ) 2 ⊂ A ( ) {4} ∈ A ( ) {3} ⊂ A ( ) {2; 4] ∈ A ( ) {4} ⊂ A ( ) 5} ∈ A ( ) {∅} ⊂ A ( )							
	DIMENSIÓN 2 : .Geometría y Medida	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
8	Resuelve y representa Hallar m $\overline{BC}$. Si: AB = 10, BD = 24 y ¿"C" es punto medio de $\overline{AD}$?  a) 2 b) 3 c) 5 d) 7 e) 8							
9	Resuelve y representa Si: $\overline{OM}$ es bisectriz del ∡AOB, hallar "θ°". a) 48° b) 96° c) 12° d) 36° e) 24°  							
10	Resuelve y representa Calcular: $H = sen^2 37° + cos^2 37°$ a) -1/5 b) 2/5 c) -3/5 d) 1 e) N.A.							

11	Resuelve y representa En el siguiente gráfico calcular el valor de “x” a) 40° b) 45° c) 36° d) 48° e) 50°  							
12	Resuelve y representa Hallar el Complemento del Suplemento de 150° a) 50° b) 60° c) 30° d) 48° e) 40°							
13	Resuelve y representa En el siguiente gráfico: Si $\overline{a} // \overline{b}$. Hallar θ a) 30° b) 35° c) 40° d) 45° e) 50  							
14	Resuelve y representa En el siguiente gráfico: Sí $\overline{L_1} // \overline{L_2}$. Calcular “x”. a) 20° b) 25° c) 30° d) 35° e) 40  							

	DIMENSIÓN 3:Estadistica y Probabilidad La empresa de transportes “EL TUMI” ofrece los servicios de transporte a Ica, Nazca y Moquegua. El gráfico siguiente muestra la cantidad de pasajeros transportados durante los últimos cuatro meses 	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
15	Resuelve y representa ¿Cuántos pasajeros fueron transportados por “EL TUMI” durante el mes de junio? (en miles) a) 90 b) 70 c) 40 d) 160 e) 200							
16	Resuelve y representa ¿Cuántos pasajeros fueron transportados a Ica durante el mes de julio? a) 80 b) 120 c) 110 d) 200 e) 140							
17	Resuelve y representa ¿En qué mes se transportó a un mayor número de pasajeros? a) Julio b) Junio c) Mayo d) Abril e) Ningunos							

18	Resuelve y representa Si los pasajes a Ica, Nazca y Moquegua cuestan respectivamente 20; 30 y 50 soles, ¿Cuánto dinero recaudó “EL TUMI” durante el mes de abril? a) 2500 b) 2100 c) 3400 d) 4600 e) 5000							
19	Resuelve y representa ¿Cuántos pasajeros en promedio mensual viajaron a Nazca durante el periodo abril-julio? a) 44 b) 43 c) 42 d) 41 e) 40							
20	Resuelve y representa ¿Cuánto recaudo de Abril a Julio de los viajes a Ica si el costo de los pasajes es de S/. 50? a) 16 500 b) 17 500 c) 18 500 d) 19 500 e) 20 000							

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Si hay Suficiencia

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [X] Aplicable después de corregir [ ] No aplicable [ ]

Apellidos y nombres del juez validador. Dr/ Mg: Bona Alejandrina Rios Rios DNI: 09349687

Especialidad del validador: Doctora en Administración de la Educación

[1]Pertinencia: El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2]Relevancia: El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo
[3]Claridad: Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Comas 17 de Setiembre del 2016

Base de datos del pre test grupo control

	1	2	3	4	5	6	7	TD1	8	9	10	11	12	13	14	TD2	15	16	17	18	19	20	TD3
1	0	0	0	1	0	1	0	2	0	1	0	1	1	0	1	4	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	3
4	1	1	1	0	0	1	0	4	1	1	1	1	1	1	1	7	1	1	1	1	0	1	5
5	1	1	0	0	0	1	0	3	1	1	1	1	1	0	1	6	1	1	1	1	0	1	8
6	1	1	1	0	0	1	0	4	1	1	1	1	1	1	1	7	1	1	1	1	0	1	5
7	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	2
8	1	1	0	0	0	1	1	4	1	1	1	1	0	0	1	5	1	1	1	1	0	1	7
9	1	1	1	0	0	0	0	3	1	0	1	1	1	1	1	6	1	1	1	1	0	1	5
10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	3
11	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	2	0	1	1	0	0	1	8
12	0	0	0	1	0	1	0	2	0	1	0	1	1	0	1	4	0	0	1	0	0	0	1
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	2
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	3
15	1	1	1	0	0	0	0	3	1	1	1	0	1	1	1	6	1	1	1	0	0	1	4
16	1	1	0	0	0	1	0	3	1	1	0	1	1	0	0	4	1	0	1	1	0	1	4
17	1	1	1	0	0	1	0	4	1	1	1	1	1	1	1	7	1	0	1	0	0	1	8
18	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	3
19	1	1	0	0	0	1	0	3	1	0	1	1	0	0	1	4	1	1	1	1	0	1	5
20	1	1	1	0	0	0	0	3	0	0	1	1	1	0	1	4	1	0	1	1	0	1	8
21	0	1	0	0	0	0	1	2	1	1	0	1	1	1	0	5	0	1	1	0	0	1	3
22	0	0	0	1	0	1	0	2	0	1	0	1	1	0	1	4	0	1	1	0	0	0	2

Base de datos del pre test grupo experimental

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**TD1**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**TD2**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	TD3
1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	2	0	1	1	1	0	0	3
2	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	4	1	0	1	0	1	0	3
3	0	0	1	0	1	0	0	2	0	1	0	0	1	0	1	3	0	0	1	0	0	1	2
4	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	3	1	0	0	1	1	0	3
5	0	1	0	1	0	1	0	3	0	1	0	1	0	0	0	2	0	0	1	0	1	0	2
6	1	0	1	0	1	0	0	3	1	0	1	0	1	1	1	5	1	0	0	1	1	0	3
7	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	3	0	1	1	0	0	0	2
8	0	1	0	0	0	1	0	2	1	0	1	0	1	0	0	3	1	0	0	0	1	1	3
9	1	0	0	0	1	0	0	2	0	1	0	1	0	0	1	3	0	0	1	1	1	0	3
10	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	2	1	0	0	1	0	1	3
11	0	1	0	1	0	0	0	2	0	1	0	1	0	0	1	3	1	1	1	1	1	0	5
12	1	0	0	1	0	1	0	3	1	1	1	1	1	1	1	7	0	1	0	1	1	1	4
13	0	0	1	0	0	0	1	2	0	1	0	1	0	1	0	3	0	1	0	1	0	1	3
14	1	0	0	1	0	0	0	2	0	1	0	1	0	1	1	4	1	1	1	0	1	0	4
15	0	0	1	0	0	1	0	2	1	0	1	0	1	0	0	3	0	1	0	1	0	1	3
16	0	1	0	1	0	0	0	2	0	1	0	1	0	1	0	3	1	0	1	0	1	0	3
17	1	0	0	0	1	0	0	2	0	1	1	1	1	1	1	6	0	1	1	0	1	0	3
18	0	1	0	1	0	1	0	3	1	1	0	1	0	1	0	4	1	0	1	0	1	1	4
19	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	3	0	1	0	1	0	1	3
20	0	0	1	0	1	0	1	3	0	1	0	1	0	0	1	3	0	1	1	1	1	1	5
21	0	1	0	0	1	0	0	2	1	0	1	0	0	1	0	3	1	0	1	1	0	0	3
22	1	1	1	0	0	1	0	4	0	1	1	1	0	0	1	4	0	1	0	1	0	1	3

Base de datos del pos test grupo control

	1	2	3	4	5	6	7	TD1	8	9	10	11	12	13	14	TD2	15	16	17	18	19	20	TD3
1	1	0	1	0	1	0	1	4	1	0	1	1	0	0	0	3	0	1	0	1	1	0	3
2	0	1	0	1	0	1	1	4	0	1	1	1	1	1	0	5	0	1	1	0	0	1	3
3	0	1	0	1	0	0	0	2	0	1	0	1	1	0	0	3	1	0	1	1	1	0	4
4	1	0	1	0	1	0	1	4	0	1	0	1	0	1	0	3	0	1	0	0	1	0	2
5	0	0	1	0	0	1	1	3	1	0	1	0	1	0	1	4	0	1	0	1	0	0	2
6	0	0	0	1	0	1	0	2	0	1	0	1	0	1	0	3	0	0	1	1	1	1	4
7	0	0	1	0	0	0	1	2	1	0	1	0	1	0	1	4	0	1	1	1	1	0	4
8	1	0	1	0	1	0	1	4	0	1	0	1	0	1	0	3	0	1	1	1	1	0	4
9	0	1	0	1	0	0	1	3	0	1	1	1	1	1	1	6	0	1	1	1	1	1	5
10	1	1	0	1	0	1	0	4	1	1	1	0	1	0	1	5	0	0	1	1	1	0	3
11	0	1	0	1	1	0	0	3	1	0	1	1	1	1	0	5	1	1	1	1	1	1	6
12	1	1	0	1	0	1	0	4	0	1	1	0	1	0	1	4	0	1	0	1	1	0	3
13	1	1	0	1	0	1	1	5	0	1	0	1	0	1	0	3	0	1	1	0	1	0	3
14	1	1	1	1	1	0	0	5	0	1	1	0	1	0	1	4	1	0	1	1	1	1	5
15	0	0	0	1	0	1	1	3	1	1	1	0	1	1	1	6	1	1	1	1	0	1	5
16	1	0	1	0	1	1	1	5	0	1	0	1	0	1	0	3	0	1	0	1	1	1	4
17	1	1	1	1	0	1	1	6	1	0	1	0	1	1	1	5	1	0	1	0	0	1	3
18	1	1	1	1	1	0	1	6	0	1	1	1	0	1	0	4	1	1	0	1	1	0	4
19	0	0	0	1	0	1	1	3	1	1	1	0	1	1	1	6	0	0	0	1	1	1	3
20	1	0	1	0	1	0	0	3	0	1	0	1	1	0	1	4	0	1	1	1	1	0	4
21	0	0	1	0	0	1	0	2	1	0	1	1	1	0	0	4	1	1	1	1	1	0	5
22	0	1	0	1	1	1	1	5	1	1	1	1	1	1	0	6	1	1	0	1	0	1	4

Base de datos del pos test grupo experimental

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**TD1**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**TD2**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	TD3
1	1	0	1	0	0	1	0	3	1	1	0	1	1	0	1	5	0	0	1	1	1	1	4
2	1	1	1	0	0	0	1	4	0	1	1	0	1	0	0	3	1	1	0	0	0	1	3
3	1	1	1	0	1	0	1	5	1	0	1	1	1	1	1	6	1	1	1	0	1	1	5
4	1	1	1	1	0	1	1	6	1	1	1	1	1	1	1	7	1	1	1	1	0	1	5
5	1	1	1	1	1	1	0	6	1	1	1	1	1	1	0	6	1	1	0	1	1	1	5
6	1	1	1	0	0	1	1	5	1	1	1	1	1	1	1	7	1	1	1	1	1	1	6
7	1	0	0	1	0	0	1	3	0	1	1	0	1	1	0	4	0	1	0	1	0	1	3
8	1	1	0	0	0	1	1	4	1	1	1	1	0	0	1	5	1	1	1	0	0	1	4
9	1	1	1	0	0	0	0	3	1	0	0	1	1	1	1	5	1	1	1	1	1	1	6
10	1	1	0	1	0	1	1	5	1	0	1	0	1	0	1	4	0	1	1	1	0	1	4
11	0	1	0	1	0	0	1	3	1	0	1	1	0	1	1	5	1	1	1	1	1	1	6
12	1	1	1	1	1	1	0	6	1	1	0	1	1	0	1	5	0	0	1	1	0	0	2
13	1	0	1	0	1	1	0	4	0	1	0	0	0	0	1	2	0	1	1	1	1	1	5
14	1	1	1	1	0	1	0	5	1	0	0	1	1	1	1	5	1	1	1	0	1	1	5
15	1	1	1	0	1	0	1	5	1	1	1	1	1	1	0	6	1	1	1	1	1	1	6
16	1	1	0	1	0	1	0	4	1	1	1	1	1	0	1	6	1	0	1	1	1	1	5
17	1	1	1	1	1	1	1	7	1	1	1	1	1	0	1	6	1	1	0	1	1	1	5
18	1	1	0	1	0	1	0	4	0	1	1	1	0	1	0	4	1	1	1	0	1	0	4
19	1	1	1	0	1	1	0	5	1	0	1	1	0	1	1	5	1	1	1	1	0	1	5
20	1	1	1	0	0	1	0	4	1	0	1	1	1	1	1	6	1	1	1	1	0	1	5
21	1	1	0	1	0	0	1	4	1	1	0	1	1	1	0	5	0	1	1	1	1	1	5
22	1	1	1	1	1	1	0	6	1	1	0	1	1	1	1	6	1	1	1	0	0	0	3

ARTICULO CIENTIFICO

The mathematical modules in the learning of the students of the second grade advanced cycle of the CEBA N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05 – San Juan de Lurigancho

Resumen

La presente investigación tuvo como objetivo general si los módulos matemáticos en el aprendizaje de los estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del CEBA N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05 – San Juan de Lurigancho”. La investigación realizada fue de enfoque cuantitativo, aplicada, de nivel experimental, con un diseño cuasi experimental de corte longitudinal. La población estuvo conformada por dos secciones del segundo grado del ciclo avanzado en educación básica alternativa, la sección “A” como grupo experimental con 22 integrantes, y la sección “B” como grupo de control con 22 integrantes. Se utilizó como técnica de recopilación de datos de las variables un cuestionario y dos pruebas de conocimientos, una de entrada y otra de salida.

Los resultados obtenidos indicaron que los módulos matemáticos influyeron positivamente en el aprendizaje de los estudiantes habiéndose obtenido con la prueba de “t” de Student un coeficiente de 7,427, expresa que p: $0{,}000 < \alpha$ 0,01; así mismos, los módulos matemáticos influyeron positivamente en el aprendizaje de Sistemas numéricos y funciones en los estudiantes, tal como se muestra en los resultados de “t” de Student un coeficiente de 6,236 expresado por p: $0{,}000 < \alpha$ 0,01. Así mismo se logró que los módulos matemáticos influyeron positivamente en el aprendizaje de Geometría y medida, como se demuestra en los resultados de “t” de Student con un coeficiente de 3,352 expresado por p: $0{,}003 < \alpha$ 0,05, y por último, los módulos matemáticos influyeron también de manera positiva en el aprendizaje de Estadística y probabilidad en los estudiantes, puesto que los resultados arrojaron de “t” de Student con un coeficiente de 5,896 expresado por p: $0{,}000 < \alpha$ 0,01

Palabras clave: Módulos, matemáticos, aprendizaje, Sistemas, numéricos, funciones, Geometría, medida, estadística, probabilidad.

Abstract

The present investigation had as general objective if the mathematical modules in the learning of the students of the second grade advanced cycle of the CEBA N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05 – San Juan de Lurigancho. The research was a quantitative, applied, experimental level, with a quasiexperimental design of longitudinal cut. The population consisted of two sections of the second stage of the advanced cycle in alternative basic education, section “A” as an experimental group with 22 members, and section “B” as a control group with 22 members. A questionnaire and two knowledge tests, one input and one output, were used as data collection techniques for the variables.

The results obtained indicated that the mathematical modules had a positive influence on the students' learning, having obtained a coefficient of 7,427 with the Student "t" test, expressing that p: 0.000 <α 0.01; Likewise, the mathematical modules positively influenced the learning of numerical systems and functions in students, as shown in the results of Student's "t" a coefficient of 6.236 expressed by p: 0.000 <α 0.01. Likewise, it was achieved that the mathematical modules had a positive influence on the learning of geometry and measurement, as demonstrated in the results of Student's "t" with a coefficient of 3.352 expressed by p: 0.003 <α 0.05, and finally, The mathematical modules also influenced in a positive way the learning of Statistics and probability in the students, since the results showed Student's "t" with a coefficient of 5.896 expressed by p: 0.000 <α 0.01

Resumo

Esta pesquisa foi objetivo general se a aprendizagem matemática de alunos da segunda série do ciclo avançado CEBA N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05 – San Juan de Lurigancho”. A pesquisa foi abordagem quantitativa, aplicada a nível experimental, com um corte desenho quase-experimental. A população foi composta por duas seções do avançado ciclo do ensino segunda série alternativa básica, o “A” como um grupo experimental com 22 membros, e os “B” como um grupo controle com 22 membros. Foi utilizada como uma técnica para a recolha de dados variáveis de um questionário e dois testes de conhecimento, uma entrada e uma saída.

Os resultados obtidos indicaram que os módulos matemáticos tiveram uma influência positiva na aprendizagem dos alunos, tendo obtido um coeficiente de 7.427 com o teste "t" do aluno, expressando que p: 0.000 <α 0.01; Da mesma forma, os módulos matemáticos influenciaram positivamente a aprendizagem de sistemas e funções numéricas em estudantes, como mostrado nos resultados do "t" de Student um coeficiente de 6.236 expresso em p: 0.000 <α 0.01. Da mesma forma, obteve-se que os módulos matemáticos tiveram uma influência positiva no aprendizado de geometria e medição, conforme demonstrado nos resultados do "t" do aluno com um coeficiente de 3,352 expresso em p: 0,003 <α 0,05 e, finalmente, Os módulos matemáticos também influenciaram de forma

positiva o aprendizado de Estatística e probabilidade nos alunos, uma vez que os result mostraram o "t" do aluno com um coeficiente de 5.896 expresso em p: 0.000 <α 0.01

Palavras – chave: Módulos, matemática, aprendizagem, sistemas, numéricos, funções, geometria, medição, estatística, probabilidades.

Introducción.

Alpizar (2014) en su tesis titulado "*Actitudes del docente de Matemáti enseñanza secundaria (ESO Bachillerato) en la relación Docente –Estudiante"*, tuvo como objetivos (a) Determinar posibles motivaciones que llevaron a los y las docentes a dedicarse a la enseñanza de la matemática (b) Determinar posibles actitudes que asumen los/ las docentes de la matemática hacia el crecimiento personal del estudiante. (c) Determinar posibles actitudes de los/ las docentes hacia la comprensión de las necesidades académicas y personales de los estudiantes, la población fueron docentes y estudiantes de Educación Secundaria.

Llegando a las siguientes conclusiones: (a) Valoración de los docentes hacia su profesión incidiendo ello en su autoestima personal y profesional. (b) Disposición positiva a la integración y participación de los estudiantes. (c) Influencia de la actitud que muestre cada docente en el ambiente de clases con una expresión emocional en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas de manera muy fácil y acogedor. (d) existe en el país una coyuntura favorable, dada la reforma curricular en matemática que hace factible la introducción de cambios que partieron de una realidad nacional y una comparación internacional que conmovió todo el sistema.

Módulos matemáticos.

El autor, quien cito a Arboleda, definió que "Un conjunto coherente de experiencias de enseñanza aprendizaje diseñadas para que los estudiantes puedan lograr por sí mismos un conjunto de objetivos interrelacionados" (Niño, 2010, p.23).

De acuerdo al concepto entendemos que un módulo debe ser diseñado de tal forma que esta sea un material autodidáctico y autosuficiente, de modo que el estudio de su contenido permita al estudiante alcanzar los objetivos de aprendizaje, sin necesidad de interactuar con un agente educativo (profesor, tutor, facilitador)

Dimensiones de los módulos matemáticos

Aspecto pedagógico.

El autor definió a la pedagogía como "toda actividad humana, tiene sus principios y sus métodos; define una función humana, describe una conducta específica, socialmente construida, principalmente en la escuela y en las instituciones formadoras." (García, Coronado y Montealegre, 2011, p. 66)

Por ende, se puede enunciar el siguiente concepto de la pedagogía como una actividad humana sistemática que orienta las acciones educativas y de formación, se plantean los principios, métodos, prácticas, maneras de pensar y modelos que son sus elementos constitutivos.

Aspecto aplicativo.

Las aplicaciones nacen de alguna necesidad concreta de los usuarios, y se usan para facilitar o permitir la ejecución de ciertas tareas en las que un profesional tales como: un docente, ingeniero, contador, analista o un programador, médico, etc. ha detectado una cierta necesidad. (García, Coronado y Montealegre, 2011, p. 67)

Pero las aplicaciones también pueden responder a necesidades lúdicas, además de laborales (todos los juegos, por ejemplo, son considerados aplicaciones). Se suele decir que para cada problema hay una solución, y en informática, para cada problema hay una aplicación.

Aspecto innovador.

El autor presentó "el proceso de innovación como un sistema complejo y lo enfoca desde la perspectiva del éxito de las estrategias de la innovación de productos, a través de lo que él define como dos procesos independientes y paralelos: un proceso de desarrollo y otro de evaluación". (Cooper, 1990)

En otras palabras, el aspecto innovador es un sistema complejo enfocado desde las estrategias de innovación hasta el desarrollo.

Aprendizajes matemáticos.

El autor definió que "un esquema de símbolos como una colección realizable concretamente de caracteres, junto con reglas más o menos explícitas para identificarlos y combinarlos". (Lacués, 2010, p. 30)

El aprendizaje matemático es un esquema basado en un símbolo de colección.

Dimensiones del aprendizaje de las matemáticas.

Sistemas numéricos y funciones

Este componente incluye el estudio de los números, sus distintas formas de representarlos, las operaciones, las relaciones entre ellos y con los conjuntos de números, los sistemas numéricos, el álgebra y las funciones, desde una perspectiva más amplia que el manejo elemental de operaciones básicas y la destreza operatoria con expresiones algebraicas. (Minedu, 2015)

Aquí se considera las operaciones más sencillas y básicas para el aprendizaje, tales como: sistema numérico, álgebra, funciones y las expresiones algebraicas.

Geometría y medida

Este componente aborda el estudio de las características y propiedades de las figuras y cuerpos geométricos, la localización y descripción de relaciones espaciales mediante coordenadas y otros sistemas de representación, la simetría y las transforma (traslación, reflexión, rotación, ampliación, reducción) para analizar situa matemáticas y del entorno, la comprensión de los atributos susceptibles de medición de los objetos, y los sistemas de unidades, procesos e instrumentos de medición. (Minedu, 2015).

Según lo expuesto por el autor, la geometría y medida están encargadas de estudiar las propiedades de todo cuerpo geométrico, así como el análisis de situaciones matemáticas.

Estadística y Probabilidad

La enseñanza actual de la estadística no está transmitiendo el sentido estadístico que se requiere. El cual definen como la resultante de amalgamar la cultura estadística y el razonamiento estadístico. Considerando a la cultura estadística como el haber del saber de las ideas fundamentales necesarias en la mayoría de las situaciones aplicadas y para la que Watson (2006, mencionado por Batanero y col. (2013)) indica que sus elementos esenciales para adquirirla son: desarrollo del conocimiento básico de los conceptos, comprensión de sus razonamientos y argumentos en un contexto más amplio y actitud crítica ante las evidencias estadística. (Batanero y colaboradores, 2013 p.18)

Tal vez, la razón de la carencia de la enseñanza con sentido estadístico sea debido a que se enseñan sus conceptos con gran influencia de la didáctica de la Matemática y no se enseña a pensarlos bajo su esencia filosófica probabilística.

Metodología.

Método hipotético – deductivo.

El autor explicó que el método hipotético-deductivo es el procedimiento o camino que sigue el investigador para hacer de su actividad una práctica científica. El método hipotético-deductivo tiene varios pasos esenciales: observación del fenómeno a estudiar, creación de una hipótesis para explicar dicho fenómeno, deducción de consecuencias o proposiciones más elementales que la propia hipótesis, y verificación o comprobación de la verdad de los enunciados deducidos comparándolos con la experiencia (Vega y Alva, 2008, p. 94).

En esta investigación se llevó a cabo una actividad práctica donde se hizo uso del instrumento para medir el aprendizaje matemático, obteniendo al final resultados que permiten comprobar y corroborar las hipótesis generadas

Tipo de estudio: Aplicativo.

Según el autor aquí se "busca conocer para hacer, para actuar, para construir, para modificar; le preocupa la aplicación inmediata sobre una realidad circunstancial ant el desarrollo de un conocimiento de valor universal". (Sánchez y Reyes, 1998, p. 13)

Aquí se contrasta empíricamente la aplicación de los módulos matemáticos en el campo del aprendizaje de los estudiantes. Por la clase de medios utilizados para obtener los datos es de tipo de campo, debido a que se obtiene la información por medio de ejercicios y problemas de aplicación, test, cuestionarios y las fuentes documentales como son los registros de notas de la realidad académica de los propios estudiantes.

Diseño de investigación: cuasiexperimental

El autor señaló que "Esta investigación se distingue por tener propósitos prácticos inmediatos bien definidos, es decir, se investiga para actuar, transformar, modificar o producir cambios en un determinado sector de la realidad" (Carrasco, 2009 p. 43).

La investigación fue cuasiexperimental porque se manipulan deliberadamente la variable independiente Módulos Matemáticos para observar su efecto y relación con la variable dependiente el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes.

Resultados.

Como resultado de las pruebas realizada se muestra puntajes similares en el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 "Julio C. Tello", UGEL N° 05, año 2016

De acuerdo a los resultados obtenidos es importante hacer notar que los resultados del pre test no son uniformes, así en el grupo control el nivel medio alcanza el 36,4 % y el nivel alto en un 31,8%, mientras que en el grupo experimental se registró el 50 % con el nivel bajo y con 18.2% con el nivel alto, es más en el pos test del grupo control se incrementa el nivel bajo hasta alcanzar el 50% y el nivel alto baja de 31,8% a 9,1%, por esta razón se decidió descartar los resultados del grupo control y se analiza solo resultados del grupo experimental, que habiendo iniciado con el 50% con el nivel bajo se logró bajar hasta el 22,7% y el nivel alto se incrementó de 18,2% a 40,9%. Rechazando la hipótesis nula y aceptando la hipótesis alterna. Se concluyó que: Los módulos matemáticos influyeron positivamente en el aprendizaje de estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 "Julio C. Tello", UGEL N° 05, año 2016.

Discusión

Como resultado de la investigación realizada, en la prueba de la hipótesis general los resultados de la tabla se muestra puntajes similares en el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 "Julio C. Tello", UGEL N° 05, año 2016, en el pos test, los puntajes en el aprendizaje de las matemáticas del grupo experimental, de los resultados obtenidos en las tablas 10 y 11 muestran un resultado positivo con una diferencia de la media positiva de 3,954 puntos en la prueba de salida y una desviación estándar de 2,497. La prueba de "t" de Student con un coeficiente de 7,427 expresa que p: $0,000 < \alpha\ 0,01$, por lo que se rechaza la hipótesis nula y aceptando la hipótesis del investigador. Además que el grupo experimental, que habiendo iniciado con el 50% con el nivel bajo se logró bajar hasta el 22,7% y el nivel alto se incrementó de 18,2% a 40,9%.

Se concluye que: Los módulos matemáticos influyeron positivamente en el aprendizaje de los estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016, resultados que tienen coincidencia con Zegarra (2011), quien elaboró una tesis titulada “Efectos de los Módulos de Aprendizaje Zegarra” y en sus conclusiones indica que los módulos de aprendizaje son una alternativa de organización dentro de la programación curricular (sílabo) de muy corta duración y que trata un contenido muy específico de la asignatura, con la finalidad de reforzar aprendizajes específicos que no han sido logrados o que no se han tratado debidamente en las unidades o proyectos de aprendizaje.

Conclusión.

Los módulos matemáticos influyeron positivamente en el aprendizaje de los estudiantes del segundo grado ciclo avanzado del Centro de Educación Básica Alternativa N° 1173 “Julio C. Tello”, UGEL N° 05, año 2016. Afirmación respaldado con la prueba de “t” de Student con un coeficiente de 7,427 expresa que p: $0{,}000 < \alpha\ 0{,}01$, que permite ganarse la confianza del estudiante demostrándoles y ofreciéndoles seguridad y apoyo en el afianzamiento matemático

Referencias bibliográficas.

Alpizar (2014). Tesis titulada “Metaconciencia actitudinal de los docentes de matemática de ESO – Bachillerato en su práctica docente”. Universidad Autónoma de Barcelona en la facultad de Ciencias de la Educación. Barcelona.

García, B., Coronado, A., & Montealegre, L. (2011). Formación y desarrollo de Competencias matemáticas: una perspectiva teórica en la didáctica de las matemáticas” (Vol. 23)

MINEDU (*2015*). *Rutas* del *aprendizaje* del Nivel secundaria. Lima, Perú: Ministerio de Educación.

Sánchez, H. y Reyes, C. (1998). Metodología y diseño en la investigación científica. Perú: Mantaro.

Vega, J. y Alva, C. (2008) Métodos y técnicas de comprensión lectora para el éxito escolar. Perú: San Marcos.

García Palacios, Carlos Alberto. (2014). Tesis titulada *“Criterios de idoneidad didáctica como guía para la enseñanza y el aprendizaje del valor absoluto en el primer ciclo del nivel universitario*”. PUCP. Perú.

García, B., Coronado, A., & Montealegre, L. (2011). *Formación y desarrollo de Competencias matemáticas: una perspectiva teórica en la didáctica de las matemáticas"* (Vol. 23)

Hernández Sampieri, R., Fernández, C. Y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. (6 Ed). México: McGraw Hill Interamericana.

Lázaro Silva, Dany Brigitte (2012) Tesis Doctoral titulado *"Estrategias Didácticas y Aprendizaje de la matemática en el Programa de estudios por Experiencia Laboral". Universidad San Martin de Porres* - Perú.

Noemí Lizama Valenzuela Karen Manríquez Riveros (2014). Tesis titulada *"Módulo didáctico para la enseñanza y el aprendizaje en escuelas rurales multigrado".* Chile