



UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL

**Comportamiento dinámico de vigas curvas en edificaciones de
gran altura**

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE:

Bachiller en Ingeniería Civil

AUTORA:

De La Rosa Santos, Keiko Daniela (orcid.org/ 0000-0002-4867-0762)

ASESOR:

MSc. Clemente Condori, Luis Jimmy (orcid.org/0000-0002-0250-4363)

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:

Diseño Sísmico y Estructural

LÍNEA DE RESPONSABILIDAD SOCIAL UNIVERSITARIA:

Desarrollo sostenible y adaptación al cambio climático

LIMA - PERÚ

2024



UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

**FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL**

Declaratoria de Autenticidad del Asesor

Yo, CLEMENTE CONDORI LUIS JIMMY, docente de la FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA de la escuela profesional de INGENIERÍA CIVIL de la UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO SAC - LIMA ATE, asesor de Trabajo de Investigación titulado: "Comportamiento dinámico de vigas curvas en edificaciones de gran altura", cuyo autor es DE LA ROSA SANTOS KEIKO DANIELA, constato que la investigación tiene un índice de similitud de 19 %, verificable en el reporte de originalidad del programa Turnitin, el cual ha sido realizado sin filtros, ni exclusiones.

He revisado dicho reporte y concluyo que cada una de las coincidencias detectadas no constituyen plagio. A mi leal saber y entender el Trabajo de Investigación cumple con todas las normas para el uso de citas y referencias establecidas por la Universidad César Vallejo.

En tal sentido, asumo la responsabilidad que corresponda ante cualquier falsedad, ocultamiento u omisión tanto de los documentos como de información aportada, por lo cual me someto a lo dispuesto en las normas académicas vigentes de la Universidad César Vallejo.

LIMA, 30 de Julio del 2024

Apellidos y Nombres del Asesor:	Firma
CLEMENTE CONDORI LUIS JIMMY DNI: 09957407 ORCID: 0000-0002-0250-4363	Firmado electrónicamente por: LCLEMENTECO el 30-07-2024 18:38:18

Código documento Trilce: TRI - 0839347



UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

**FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL**

Declaratoria de Originalidad del Autor

Yo, DE LA ROSA SANTOS KEIKO DANIELA estudiante de la FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA de la escuela profesional de INGENIERÍA CIVIL de la UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO SAC - LIMA ATE, declaro bajo juramento que todos los datos e información que acompañan el Trabajo de Investigación titulado: "Comportamiento dinámico de vigas curvas en edificaciones de gran altura", es de mi autoría, por lo tanto, declaro que el Trabajo de Investigación:

1. No ha sido plagiado ni total, ni parcialmente.
2. He mencionado todas las fuentes empleadas, identificando correctamente toda cita textual o de paráfrasis proveniente de otras fuentes.
3. No ha sido publicado, ni presentado anteriormente para la obtención de otro grado académico o título profesional.
4. Los datos presentados en los resultados no han sido falseados, ni duplicados, ni copiados.

En tal sentido asumo la responsabilidad que corresponda ante cualquier falsedad, ocultamiento u omisión tanto de los documentos como de la información aportada, por lo cual me someto a lo dispuesto en las normas académicas vigentes de la Universidad César Vallejo.

Nombres y Apellidos	Firma
DE LA ROSA SANTOS KEIKO DANIELA DNI: 75360435 ORCID: 0000-0002-4867-0762	Firmado electrónicamente por: KLASA5 el 31-07-2024 10:48:55

Código documento Trilce: INV - 1697766

Índice de contenidos

Declaratoria de Autenticidad del Asesor.....	ii
Declaratoria de Originalidad del Autor.....	iii
Índice de contenidos.....	iv
Índice de tablas	v
Índice de figuras	vi
Resumen	vii
Abstract	viii
I. INTRODUCCIÓN.....	1
II. METODOLOGÍA.....	4
III. RESULTADOS.....	7
IV. CONCLUSIONES.....	16
REFERENCIAS	17
ANEXOS.....	21

Índice de tablas

Tabla 1: Revistas y palabras clave de búsqueda	5
Tabla 2: Procesamiento de la información	6
Tabla 3: Viga continua curva, dos tramos sometida a preesfuerzo	15

Índice de figuras

<i>Figura 1:</i> Barra curva con extremos fijos sometida a preesfuerzo.	8
<i>Figura 2:</i> Aplicación del método de flexibilidad	8
<i>Figura 3:</i> Elemento de barra curva diferencial.....	9
<i>Figura 4:</i> Carga nodal equivalente de preesfuerzo	11
<i>Figura 5:</i> Elemento de viga curva, Palaninathan y Chandrasekharan.....	12
<i>Figura 6:</i> Elemento finito de cuadrícula curva	12
<i>Figura 7:</i> Sección transversal preesforzada, medida en cm.....	14
<i>Figura 8:</i> Viga continua curva de dos tramos.	14
<i>Figura 9:</i> Efecto del momento secundario en viga curva.....	15

Resumen

El documento abordó el estudio detallado del comportamiento dinámico de vigas curvas en edificaciones de gran altura, un tema que había recibido poca atención en el diseño estructural de concreto pretensado. Se utilizaron técnicas avanzadas de modelamiento numérico y análisis no lineal para evaluar la respuesta estructural de las vigas curvas bajo cargas dinámicas, como sismos y vientos. La investigación incluyó la revisión de diferentes metodologías específicas para el análisis de vigas curvas, la implementación de modelos constitutivos para materiales no lineales, y la comparación del desempeño estructural entre vigas curvas y sus equivalentes rectos. Se aplicaron criterios estrictos de selección y evaluación de artículos científicos relevantes, y se llevó a cabo una revisión exhaustiva de la literatura existente.

El estudio subrayó la importancia de considerar los momentos secundarios en el diseño estructural, demostrando cómo estos afectan significativamente la seguridad y eficiencia de las edificaciones. Se observaron prácticas de integridad científica y ética para asegurar la validez y transparencia de los resultados, incluyendo la obtención de datos precisos y la correcta citación de las fuentes utilizadas.

Palabras clave: Vigas curvas, comportamiento dinámico, elementos finitos

Abstract

The paper addressed the detailed study of the dynamic behavior of curved beams in high-rise buildings, a topic that had received little attention in the structural design of prestressed concrete. Advanced numerical modeling and nonlinear analysis techniques were used to evaluate the structural response of the curved beams under dynamic loads, such as earthquakes and winds. The research included the review of different specific methodologies for the analysis of curved beams, the implementation of constitutive models for nonlinear materials, and the comparison of structural performance between curved beams and their straight equivalents. Strict criteria were applied for the selection and evaluation of relevant scientific articles, and an exhaustive review of the existing literature was carried out.

The study highlighted the importance of considering secondary moments in structural design, demonstrating how these significantly affect the safety and efficiency of buildings. Scientific integrity and ethical practices were observed to ensure the validity and transparency of the results, including obtaining accurate data and correctly citing the sources used.

Keywords: Curved beams, dynamic behavior, finite elements

I. INTRODUCCIÓN

La investigación sobre el comportamiento dinámico de las estructuras ha sido esencial en la ingeniería civil, sobre todo en el diseño y edificación de construcciones de gran altura. Las vigas curvas, que son componentes estructurales con una geometría no lineal, desempeñaron un rol clave en la distribución de las cargas y en la resistencia frente a fuerzas dinámicas, como el viento y los terremotos. Sin embargo, a pesar de su relevancia, el comportamiento dinámico de estas vigas en el contexto de edificios altos no ha sido ampliamente estudiado en la literatura disponible.

Las construcciones de gran altura enfrentaron retos particulares debido a su interacción con diferentes fuerzas dinámicas. La forma curva de las vigas incrementó la complejidad de esta interacción, influyendo en su comportamiento vibratorio y en la distribución de los esfuerzos. Entender estos efectos resultó fundamental para asegurar tanto la seguridad como la eficiencia estructural en las edificaciones contemporáneas.

Esta investigación se enfocó en revisar estudios previos y analizar los factores que incidieron en el comportamiento dinámico de las vigas curvas en construcciones de gran altura. Se intentó identificar los métodos de modelado numérico y experimental más empleados, junto con las principales conclusiones y recomendaciones extraídas de investigaciones anteriores. Asimismo, se examinaron los avances recientes en el campo y se evaluaron posibles áreas de mejora en el diseño y análisis de estas estructuras.

A través de esta revisión de literatura, se pretendió proporcionar una base sólida de conocimientos que pudiera ser utilizada para futuras investigaciones y aplicaciones prácticas en el campo de la ingeniería estructural. Al profundizar en el comportamiento dinámico de las vigas curvas, se esperaba contribuir al desarrollo de soluciones más seguras y eficientes para la construcción de edificaciones de gran altura, adaptadas a los desafíos de las fuerzas dinámicas contemporáneas.

En las construcciones, los elementos estructurales podían ser impactados por cargas o acciones externas, tales como sismos, explosiones y el colapso de estructuras adyacentes. Para investigar el inicio del daño y la progresión hacia el colapso de estas estructuras, el método numérico más comúnmente empleado era el de los elementos finitos. En este enfoque, los componentes se dividían en sólidos

o elementos tipo viga-columna, a los cuales se les asignaban propiedades de comportamiento específicas constitutivos, incluyendo comportamientos no lineales. Baker y Hyman (1969) modelaron el daño en elementos viga-columna como articulaciones plásticas usando modelos elastoplásticos, aunque sin considerar el ablandamiento post-carga última. Ehrlich y Armero (2004) desarrollaron elementos de Timoshenko con discontinuidades embebidas, capaces de modelar discontinuidades de rotación y desplazamiento transversal, aunque requerían operadores de deformación para mejorar la solución. Posteriormente, Armero y Ehrlich (2006) formularon un elemento finito basado en la teoría de Euler-Bernoulli, que solo consideraba discontinuidades de rotación.

Dujc et al. (2010) propusieron un modelo multi-escala utilizando elementos sólidos en 2D para la micro-escala y elementos de Euler-Bernoulli para la macro-escala. Juárez y Ayala (2012) desarrollaron formulaciones para vigas con discontinuidades embebidas basadas en funcionales de energía, proporcionando matrices simétricas bien condicionadas. Jukic et al. (2013) formularon un elemento finito basado en la teoría de Euler-Bernoulli, modelando solo la discontinuidad de rotación y considerando el ablandamiento post-plástico. Además, Jukic (2013) desarrolló un elemento finito que consideraba la no-linealidad axial en vigas de Euler-Bernoulli y Timoshenko mediante secciones discretizadas en fibras con comportamiento esfuerzo-deformación asignado.

En este trabajo, se desarrollaron dos tipos de elementos viga-columna: uno delgado basado en la teoría de Euler-Bernoulli, capaz de modelar discontinuidades en la rotación y desplazamiento axial, y otro grueso basado en la teoría de Timoshenko, que también podía modelar la discontinuidad del desplazamiento transversal. Estos elementos finitos se formularon a partir de funcionales de energía, con matrices de rigideces acopladas para modelar discontinuidades en desplazamientos axiales, rotación y desplazamientos transversales. Se presentaron ejemplos numéricos que demostraron la capacidad de estos elementos para modelar el proceso de falla en estructuras.

Problema general

- ¿Cómo afecta el comportamiento dinámico de las vigas curvas en edificaciones de gran altura la seguridad y eficiencia estructural ante fuerzas dinámicas?

Problemas específicos

- ¿Cómo se puede mejorar el modelamiento numérico para vigas curvas en edificaciones de gran altura?
- ¿De qué manera se puede evaluar adecuadamente el comportamiento no lineal de las vigas curvas bajo cargas dinámicas?
- ¿Cómo optimizar el modelamiento numérico para capturar adecuadamente el comportamiento dinámico complejo de vigas curvas en edificaciones de gran altura?

Justificación teórica tenemos: La investigación del comportamiento dinámico de vigas curvas en edificaciones altas fue crucial para mejorar la seguridad y eficiencia estructural frente a fuerzas dinámicas como sismos y vientos. Las vigas curvas, con su geometría no lineal, presentaron complejidades en la distribución de cargas y respuesta a solicitaciones dinámicas que no fueron exploradas en profundidad. Este estudio revisó métodos numéricos y experimentales, integró modelos constitutivos avanzados, y formuló elementos finitos precisos, fortaleciendo la confianza en su aplicación práctica. Además, abordó la falta de documentación y recomendaciones de diseño, facilitando la transferencia de conocimientos a la práctica profesional, promoviendo edificaciones más seguras y eficientes.

Objetivo general

- Determinar el comportamiento dinámico de las vigas curvas en edificaciones de gran altura la seguridad y eficiencia estructural ante fuerzas dinámicas.

Objetivos específicos

- Mejorar el modelamiento numérico para vigas curvas en edificaciones de gran altura.
- Evaluar adecuadamente el comportamiento no lineal de las vigas curvas bajo cargas dinámicas.
- optimizar el modelamiento numérico para capturar adecuadamente el comportamiento dinámico complejo de vigas curvas en edificaciones de gran altura.

II. METODOLOGÍA

El enfoque adoptado para esta revisión literaria fue de tipo narrativo, lo que permitió una exploración amplia y detallada de los estudios relacionados con el comportamiento dinámico de las vigas curvas en construcciones de gran altura. Este método facilitó una integración coherente de los hallazgos previos y una síntesis efectiva de conocimientos clave en el campo de la ingeniería estructural.

Se llevaron a cabo búsquedas exhaustivas en bases de datos reconocidas como ASME, Web of Science y SciELO, además de revisarse bibliografía relevante y tesis académicas. Se priorizó la inclusión de artículos publicados en revistas indexadas y estudios que abordaran directamente el tema de interés, garantizando la calidad y pertinencia de la información recopilada.

El volumen de publicaciones consultadas incluyó diversas fuentes, tales como artículos científicos, tesis académicas y materiales bibliográficos pertinentes al comportamiento dinámico de vigas curvas en edificaciones altas. Esta variedad de recursos permitió cubrir en profundidad los objetivos específicos del estudio, que incluyen:

- Exploración del comportamiento dinámico de vigas curvas: Se revisaron estudios que analizan cómo la geometría curva afecta la respuesta estructural frente a cargas dinámicas como sismos y vientos, proporcionando percepciones cruciales para el diseño seguro y eficiente de edificaciones altas.
- Evaluación de metodologías de modelamiento numérico: Se incluyeron investigaciones que desarrollan y validan elementos finitos específicos para vigas curvas, destacando avances en modelos que consideran discontinuidades en rotación y desplazamiento, así como el comportamiento no lineal de los materiales.
- Comparación de desempeño estructural: Se examinaron estudios que comparan el desempeño de vigas curvas estáticamente indeterminadas con sus equivalentes rectos, evaluando la influencia de la curvatura en la distribución de cargas y momentos secundarios, especialmente relevante en estructuras de hormigón preesforzado.

- Aplicación de análisis dinámico no lineal: Se evaluaron investigaciones que aplican técnicas avanzadas de análisis dinámico no lineal para estudiar el comportamiento estructural ante movimientos sísmicos reales, proporcionando percepciones valiosas para mejorar la resistencia y la seguridad de las edificaciones en zonas sísmicamente activas como Bogotá.

Esta diversidad de fuentes y enfoques metodológicos no solo enriqueció la revisión de literatura, sino que también contribuyó significativamente a cumplir con los objetivos específicos del estudio, proporcionando una base robusta para la investigación en ingeniería estructural.

Se implementaron prácticas rigurosas para garantizar la integridad científica de la revisión. Esto incluyó el uso de herramientas antiplagio para verificar la originalidad de la información recopilada y el cumplimiento estricto de las normas de citación y referencia según las guías de estilo seleccionadas para la redacción científica. Estas prácticas aseguraron la atribución adecuada de ideas y resultados a sus respectivos autores, promoviendo la transparencia y la ética en la investigación académica.

Esta metodología proporcionó una base sólida y confiable para la revisión de literatura sobre el comportamiento dinámico de vigas curvas en edificaciones de gran altura, contribuyendo significativamente al avance del conocimiento en el campo de la ingeniería estructural

Tabla 1: Revistas y palabras clave de búsqueda

Base de datos	Palabra clave
Scielo	<ul style="list-style-type: none"> • Vigas curvas • Modelado + vigas curvas • Vigas curvas • Análisis dinámico de vigas • Vigas curvas • Estructura compleja
ASME	
Science Direct	
MDPI	
Ingeniería de construcción	
Google académico	

Fuente: Elaboración propia

Según la tabla 1, Se realizaron exhaustivas búsquedas de artículos científicos utilizando términos clave pertinentes para investigar el comportamiento dinámico de vigas curvas en edificaciones de gran altura. Posteriormente, se aplicaron criterios de

selección para identificar y destacar los artículos más relevantes.

Tabla 2: Procesamiento de la información

Filtrado inicial	Evaluación preliminar	Evaluación final
Durante la primera etapa de filtrado inicial utilizando palabras clave específicas, se identificó una amplia gama de información relevante y disponible.	Durante esta etapa, se llevó a cabo una evaluación preliminar mediante el establecimiento de un segundo filtro, enfocado en seleccionar los artículos publicados exclusivamente en los últimos 5 años.	En la última etapa de evaluación final, se seleccionaron los artículos científicos más relevantes y directamente relacionados con el tema de investigación.

Fuente: Elaboración propia

En tabla 2, nos muestra el procesamiento de la información, que se llevaron a cabo diversas fases para seleccionar y evaluar los artículos científicos pertinentes a la investigación en curso

Durante el proceso de selección de información, se analizaron detalladamente 30 artículos, tesis y materiales bibliográficos con el objetivo de identificar aquellos más pertinentes y significativos para el estudio en cuestión. Esta fase crítica permitió asegurar que se incluyeran las investigaciones más actualizadas y relevantes en el campo de interés, se dieron pasos importantes en términos de consideraciones éticas y de integridad científica. Se gestionó cuidadosamente la obtención de consentimientos informados cuando fue necesario y se preservó la confidencialidad de los datos recopilados. Se implementaron medidas rigurosas para prevenir el plagio y se realizó una correcta atribución de todas las fuentes utilizadas en el estudio. La manipulación de datos fue evitada con el fin de garantizar la transparencia y veracidad de los resultados obtenidos, se enfatizó la revelación de cualquier conflicto de interés, asegurando así la imparcialidad y objetividad en el análisis de la información. Se respetaron estrictamente los derechos humanos y se cumplió con todas las normativas éticas y regulaciones establecidas para la realización de la investigación. Estas prácticas éticas y de integridad científica son fundamentales para mantener la validez y credibilidad de los hallazgos derivados de este estudio.

III. RESULTADOS

El uso creciente del hormigón pretensado se debe a sus ventajas estructurales significativas, como la capacidad para soportar grandes luces, reducir el peso propio de las estructuras y disminuir los costes de cimentación. Es particularmente útil en el diseño de losas y vigas de puentes, donde la geometría curva presenta desafíos únicos en el análisis estructural. A pesar de su aplicabilidad, el estudio del hormigón pretensado en vigas curvas, especialmente en estructuras estáticamente indeterminadas, aún carece de un amplio conocimiento científico y académico.

El artículo aborda específicamente el impacto de los momentos secundarios en vigas curvas estáticamente indeterminadas, comparando estos efectos con vigas rectas equivalentes. Se examinan métodos para determinar con precisión los momentos secundarios, incluyendo enfoques como el método de carga distribuida equivalente y el análisis basado en cargas nodales equivalentes propuestos por varios investigadores.

Cargas nodales equivalentes:

En el cálculo del momento secundario en vigas curvas, se empleaba el concepto de carga nodal equivalente desarrollado por Cunha (2018). La determinación de cargas nodales equivalentes en estructuras preesforzadas se realizaba de manera similar a la obtención de valores de carga nodal equivalente en el análisis matricial de estructuras. Soriano (2005), Marta (2010) y Przemienicki (2012) habían demostrado cómo se obtenían los valores de carga para cargas externas y gráficos con sus respectivos valores.

Un elemento preesforzado curvo con extremos fijos se consideraba y analizaba como un elemento viga, por lo que se aplicaba el método de flexibilidad para obtener los valores de carga. La figura 1 ilustraba el elemento de barra pretensada cuya disposición tenía una configuración genérica, con el fin de que el método fuera aplicable a cualquier situación. El valor de carga que se debía obtener era el momento flector equivalente, ya que no se tenía en cuenta la torsión debida a la carga de pretensado.

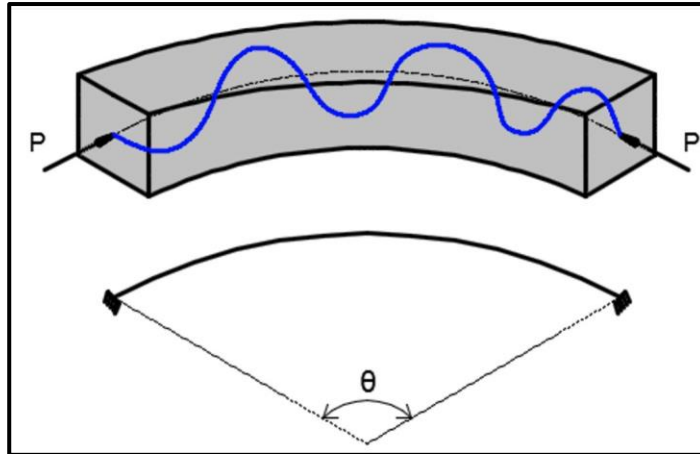


Figura 1: Barra curva con extremos fijos sometida a preesfuerzo.

Fuente: <https://www.scielo.br/j/riem/a/5s934KjmY793Cdgg8r4WpHt/?lang=en#>

Según Cunha (2018), se descartaba la reacción vertical que aparecía en el apoyo fijo de los cálculos, enfocándose únicamente en el efecto del momento flector generado por el preesforzado para determinar el momento secundario.

La deducción de las cargas nodales equivalentes se obtenía mediante el método de flexibilidad que se muestra en la Figura 2. Considerando que se trataba de un elemento curvo, la aplicación del momento flector unitario resultaba en un momento de torsión. El diagrama del momento flector primario debidamente preesforzado se presentaba en una configuración genérica, diseñada para ser adaptable a diversas situaciones. Este estudio prescindía del alabeo de la sección.

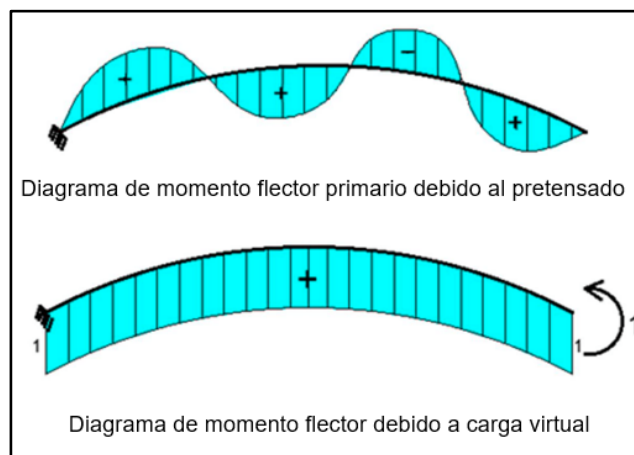


Figura 2: Aplicación del método de flexibilidad para la obtención de cargas nodales equivalentes.

Fuente: <https://www.scielo.br/j/riem/a/5s934KjmY793Cdgg8r4WpHt/?lang=en#>

En la Figura 3 se observa un elemento de barra curva diferencial empleado como punto de partida para derivar las ecuaciones diferenciales de equilibrio, con un enfoque específico en los elementos de orden más bajo. La deducción detallada de todas estas ecuaciones para vigas curvas se encuentra descrita minuciosamente en los trabajos de Cunha (2018) y Montanari.

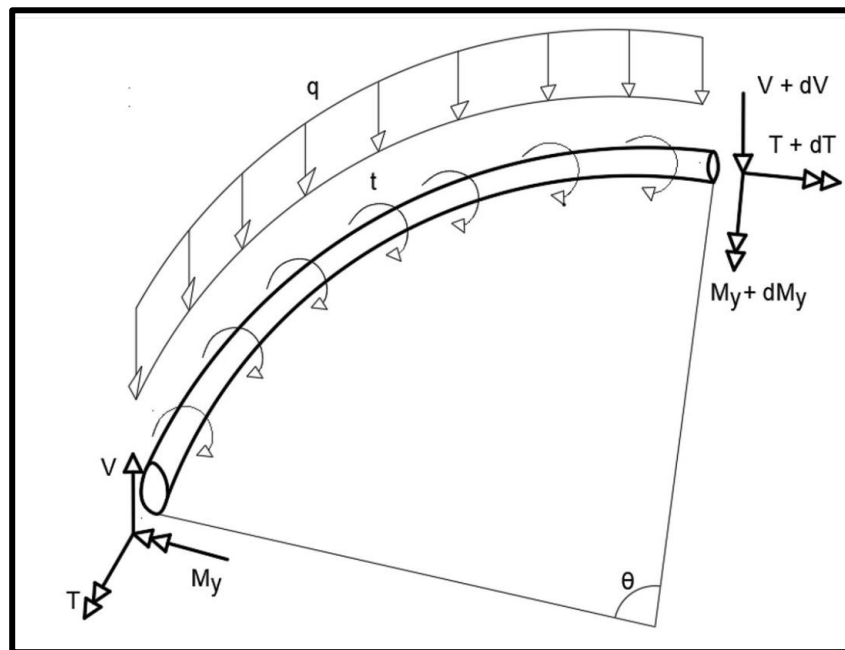


Figura 3: Elemento de barra curva diferencial.

Fuente: <https://www.scielo.br/j/riem/a/5s934KjmY793Cdgg8r4WpHt/?lang=en#>

La ecuación de equilibrio de la viga curva que relaciona el momento flector con el momento de torsión se puede obtener a partir de la suma de los momentos en X dirección (eje normal a la sección del elemento) y de relación geométrica $ds=r d\theta$, obteniendo:

$$\frac{dT}{ds} + \frac{M_y}{r} = -t \quad (1)$$

Considerando que sólo se estudia el efecto del preesforzado sobre la estructura, la carga de torsión externa es nula, por lo que $a=0$, de este modo:

$$\frac{dT}{ds} + \frac{My}{r} = 0 \quad (2)$$

El momento flector es unitario y constante a lo largo de la estructura que se muestra en la figura 2 . Reemplazando su valor e integrándolo en ecuación 2 , el momento de torsión que actúa sobre la estructura se obtiene debido a la carga unitaria virtual.

$$T_1 = -\frac{l}{r} \quad (3)$$

Ecuaciones 5 y 6 representan los coeficientes de flexibilidad del método de flexibilidad

$$\Delta_{11} = \int_0^1 \frac{T_1^2}{GJ} ds + \int_0^1 \frac{M_1^2}{EI} ds \quad (4)$$

$$\Delta_{11} = \frac{L^3}{r^2 GJ} + \frac{L}{EI} \quad (5)$$

$$\Delta_{10} = \int_0^L \frac{m \bar{m}}{EI} = \frac{\int_0^L P_Z(s) ds}{EI} \quad (6)$$

que se reunieron en la ecuación de compatibilidad:

$$\Delta_{10} + x_1 \Delta_{11} = 0 \quad (7)$$

$$\left(\frac{L^3}{r^2} + \frac{L}{EI} \right) x_1 + \int_0^1 P_Z(s) ds = 0 \quad (8)$$

Resultados en

$$x_1 = \frac{r^2 GJ}{L(L^2 EI + r^2 GJ)} \int_0^L P_Z(s) ds = 0 \quad (9)$$

En la ecuación 9 usando la siguiente notación tenemos

$$\mu = \frac{r^2 GJ}{(L^2 EI + r^2 GJ)} \quad (11)$$

Donde: m = momento flector debido al preezfuerzo; \bar{m} = momento flector debido a la unidad de carga; P = fuerza de pretensado aplicada; L = tramo longitudinal; r = radio de curvatura de la viga; EI = rigidez a flexión del tramo; Δ_{10} = desplazamiento el punto 1 a la carga aplicada en el punto 0; Δ_{11} = desplazamiento en el punto 1 debido a la

carga unitaria en el punto 1; $z(s)$ = altura de cable de pretensado.

El valor u se muestra en la ecuación 10 es llamada por Cunha (2018) como factor de reducción debido a la curvatura. Por lo tanto, la carga nodal equivalente viene dada por:

$$M_1 = -\mu \frac{\int_0^L Pz(s)ds}{L} \quad (11)$$

En la ecuación 11 es válida únicamente cuando la fuerza de preesfuerzo está centrada, es decir, cuando no existe excentricidad resultante en la sección que genere torsión. Si existe excentricidad, se debe considerar el efecto de la torsión debido al preesfuerzo para determinar los valores de carga.

La figura 4 muestra las cargas nodales equivalentes debidas al preesforzado para la situación de extremos fijos.

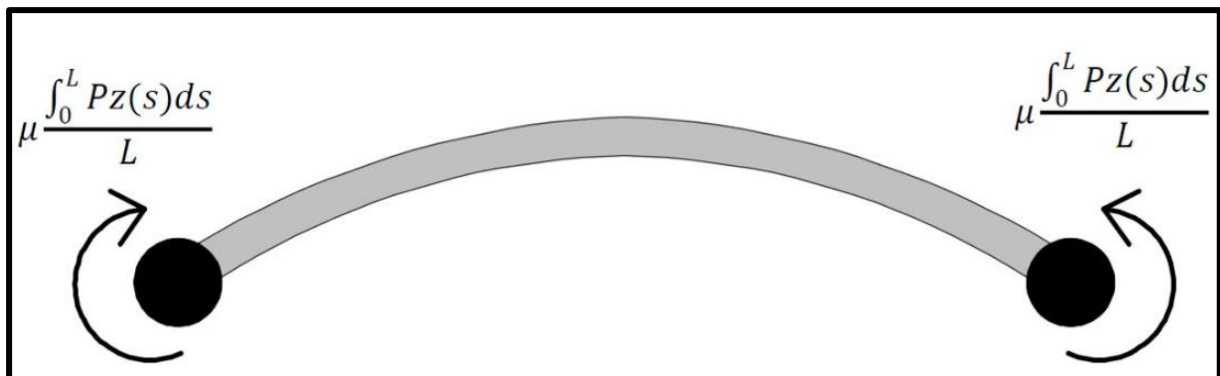


Figura 4: Carga nodal equivalente de preesfuerzo

Fuente: <https://www.scielo.br/j/riem/a/5s934KjmY793Cdgg8r4WpHt/?lang=en#>

Se observa que la carga nodal equivalente se presenta como un parámetro para evaluar la influencia que tiene el momento secundario sobre la estructura. Como este es el cálculo del área entre el baricentro de la sección y el perfil, si la suma de las áreas es nula, el momento secundario no se presenta, Raju (2013) define esta característica como una trayectoria de preesforzado concordante.

Matriz de rigidez de elementos finitos curvos

La matriz de rigidez de un elemento curvo de sección y curvatura constantes a utilizar

fue deducida por Palaninathan y Chandrasekharan (1995), basado en los estudios de Lee (1969). El elemento original tiene seis grados de libertad por nodo como se muestra en la figura 5.

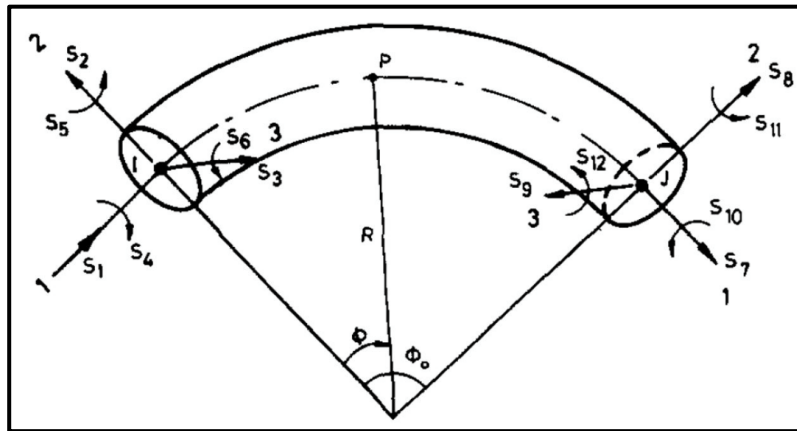


Figura 5: Elemento de viga curva, Palaninathan y Chandrasekharan

Fuente: <https://www.scielo.br/j/riem/a/5s934KjmY793Cdgg8r4WpHt/?lang=en#>

Sin embargo, el número de grados de libertad se redujo a tres, siendo la fuerza vertical, el momento flector y el momento de torsión, transformándola en una cuadrícula curva de elementos finitos como se muestra en la figura 6.

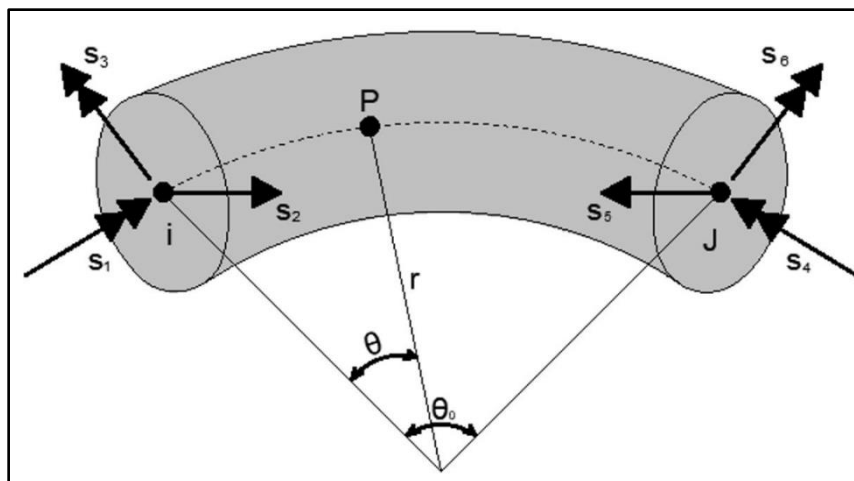


Figura 6: Elemento finito de cuadrícula curva

Fuente: <https://www.scielo.br/j/riem/a/5s934KjmY793Cdgg8r4WpHt/?lang=en#>

La reducción del número de grados de libertad tiene como objetivo simplificar el cálculo estructural, ya que la inversión de la matriz de rigidez 12×12 supondría un gran trabajo computacional, además de las otras variables involucradas.

Ejemplo numérico

Se estudia el efecto del momento secundario sobre una viga continua de dos vanos de curvatura constante y se comparan los resultados con una viga continua recta de longitud equivalente al radio y ángulo adoptados en cada caso. Las condiciones de apoyo para ambas vigas son de restricción a la reacción vertical y horizontal. El estudio se realiza sobre una viga de radio 40 m, variando su ángulo en incrementos de 10° en 10°, hasta 90°.

Para el cálculo del ejemplo se utilizó el software Mathcad, basando su rutina de implementación en estudios realizados por Vaz (2011) y Soriano (2005), utilizando como base el análisis matricial de estructuras y el método de elementos finitos.

Para simplificar el estudio del efecto del momento secundario sobre vigas curvas, se establece que, en todos los casos, las longitudes de los tramos son iguales, por lo tanto, $L_1 = L_2$

El recorrido de pretensado es recto con una carga aplicada de 1000 kN. Para facilitar el estudio se admitió además una pérdida de pretensado constante del 20% a lo largo de todo su recorrido y su excentricidad, $e = 40 \text{ cm}$. La porción correspondiente al preesforzado de la carga nodal equivalente a La ecuación 11 es el siguiente valor.

$$\frac{\int_0^{L_1} Pz(s)ds}{L_1} = \frac{\int_0^{L_2} Pz(s)ds}{L_2} = 800 \times 0.4 = 320 \text{ kN.m} \quad (12)$$

En la ecuación 12, es constante en todos los casos, ya que no hay cambios en la excentricidad ni en el perfil de la trayectoria de carga. Sin embargo, la carga nodal equivalente (La ecuación 11) cambia en todos los casos en función del factor de reducción debido a la curvaturametro.

El elemento finito curvo modificado de Palaninathan y Chandrasekharan (2012) se utilizó para el cálculo de la viga curva y para la viga recta el elemento de barra.

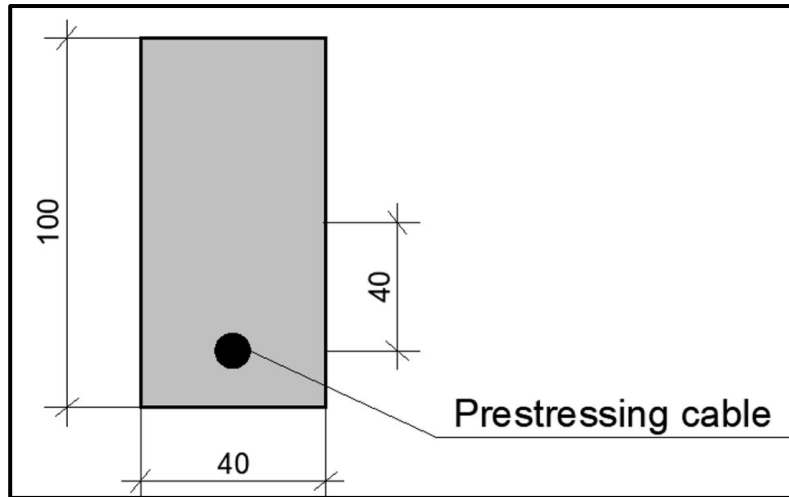


Figura 7: Sección transversal preesforzada, medida en cm

Fuente: <https://www.scielo.br/j/riem/a/5s934KjmY793Cdgg8r4WpHt/?lang=en#>

La figura 7 presenta datos detallados de la sección analizada, incluyendo dimensiones geométricas, propiedades del material y características de la sección transversal como área, momento de inercia y radio de giro. También se muestran diagramas de momento flector, cortante y axial a lo largo de la sección, ofreciendo una visión clara de las variaciones de esfuerzos y deformaciones. Estos datos son cruciales para comprender el comportamiento estructural de la sección bajo diversas condiciones de carga.

La relación entre la rigidez a la flexión y la rigidez a la torsión es igual a 1 para todos los casos presentados.

Las condiciones de contorno adoptadas en la estructura se muestran en la figura 8, que son la restricción al desplazamiento vertical en todos los nodos de la estructura.

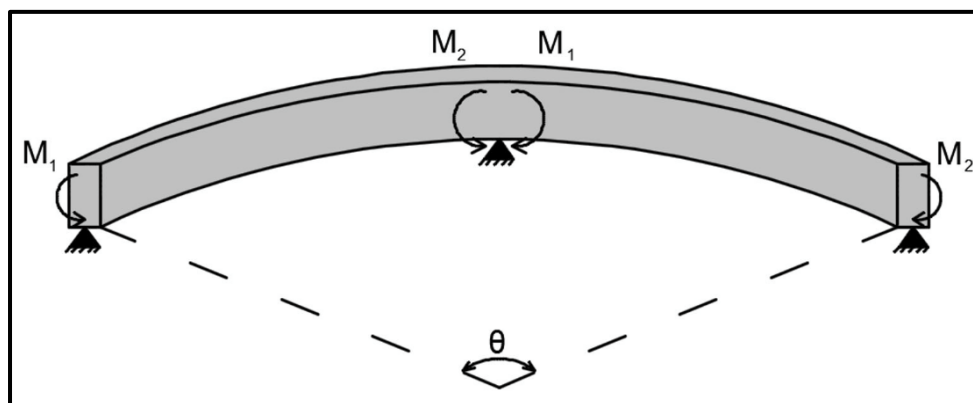


Figura 8: Viga continua curva de dos tramos.

Fuente: <https://www.scielo.br/j/riem/a/5s934KjmY793Cdgg8r4WpHt/?lang=en#>

En la Tabla 1 se presentan los resultados obtenidos en cada caso la figura 9 muestra, de forma genérica, el efecto del momento secundario en la viga curva.

Tabla 3: Viga continua curva, dos tramos sometida a preesfuerzo centrado $r = 40$ m

Radio (m)	40	$\lambda = 1$			
Angulo (grados)	metro	Reacción redundante (kN)(viga curva)	Longitud equivalente del tramo (m)	Reaccion redundante (kN)(viga recta)	Relación (curva/recta)
10	0.99	272.70	3.49	275.02	99.2%
20	0.97	132.97	6.98	137.51	96.7%
30	0.94	85.12	10.47	91.67	92.8%
40	0.89	60.44	13.96	68.75	87.9%
50	0.84	45.22	17.45	55	82.2%
60	0.78	34.89	20.94	45.84	76.1%
70	0.73	27.49	24.43	39.29	70.0%
80	0.67	21.95	27.93	34.38	63.8%
90	0.62	17.75	31.42	30.56	58.1%

Fuente: revista scielo

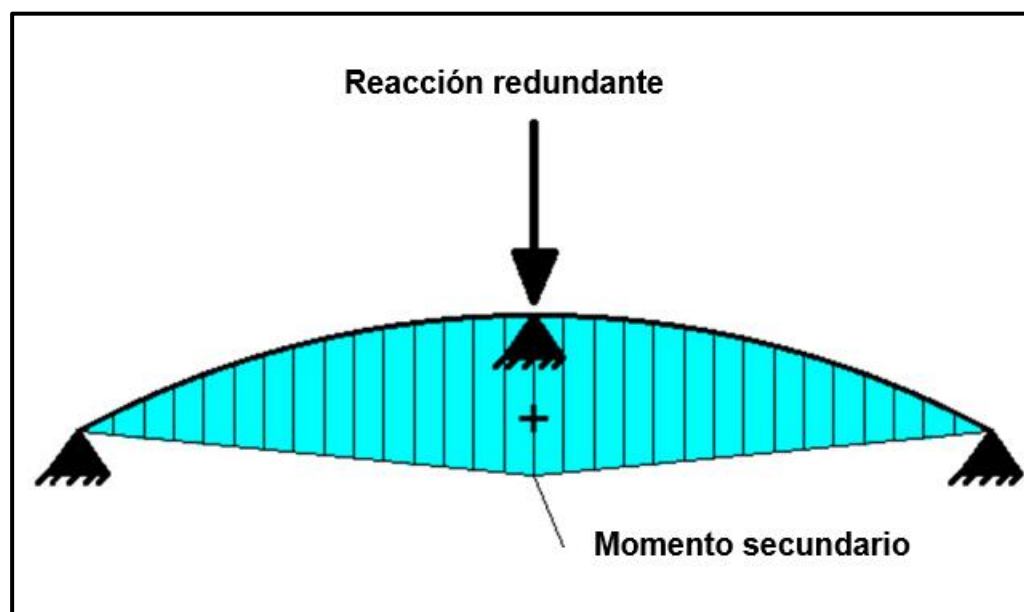


Figura 9: Efecto del momento secundario en viga curva.

Fuente: <https://www.scielo.br/j/riem/a/5s934KjmY793Cdgg8r4WpHt/?lang=en#>

IV. CONCLUSIONES

En el estudio del comportamiento dinámico de vigas curvas en edificaciones altas, se ha identificado que la geometría curva de estos elementos añade un nivel significativo de complejidad en la distribución de esfuerzos y en su comportamiento vibratorio ante fuerzas dinámicas, como viento y sismos. A pesar de la relevancia de este tema, se encontró una falta de profundización en la literatura científica existente sobre este aspecto específico.

Se ha comprobado que el uso del hormigón pretensado ofrece ventajas estructurales considerables, especialmente en la construcción de losas y vigas de puentes, debido a su capacidad para soportar grandes luces y reducir el peso propio de las estructuras. Sin embargo, el conocimiento sobre el impacto de los momentos secundarios en vigas curvas preesforzadas, particularmente en estructuras estáticamente indeterminadas, es aún limitado.

El artículo revisa varios métodos para la determinación precisa de los momentos secundarios, destacando enfoques como el método de carga distribuida equivalente y el análisis basado en cargas nodales equivalentes. Estos métodos son esenciales para un diseño más seguro y eficiente de estructuras complejas.

En general, la investigación resalta la necesidad de continuar explorando y mejorando los métodos de análisis y diseño de vigas curvas, especialmente aquellas preesforzadas y sometidas a fuerzas dinámicas. Se sugiere que futuras investigaciones se centren en ampliar la base de conocimientos existente, utilizando tanto modelamiento numérico como métodos experimentales, para abordar las lagunas actuales en la literatura y mejorar la seguridad y eficacia de las edificaciones de gran altura frente a cargas dinámicas.

REFERENCIAS

Silva, T. C., & Sánchez Filho, E. S. (2021). Análisis del efecto del momento secundario en vigas curvas de sección transversal completa. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, 14(2), e14207. Disponible en: <https://doi.org/10.1590/S1983-41952021000200007>

Juarez Luna, G. y Tenorio Montero, E. (2017). Formulación de elementos finitos viga-columna con discontinuidades embebidas para modelar daño en elementos prismáticos de concreto reforzado. *Ingeniería sísmica* [en línea], n.º 96, pp. 39-65. Disponible en: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185092X2017000100039&lng=es&nrm=iso. ISSN 0185-092X.

Ruiz, D., Silva, M., Cerón, L., López, C., "Seismic performance of rammed earth town halls reinforced with confinement wooden elements," *Revista Ingeniería de Construcción*, vol. 32, no. 2, 2017. Disponible en: <https://revistaingenieriaconstruccion.uc.cl/index.php/ric/article/view/49313>

Dominguez-Santos, D., "Rendimiento estructural de bloques de hormigón con agregados de madera para la construcción de edificios de mediana y gran altura," *Informes de la Construcción*, vol. 73, no. 564, p. e414, 2021. <https://doi.org/10.3989/ic.81319>.

Pinto-Vega, F. J., y Ledezma, C., "Interacción suelo-estructura en edificios de gran altura con subterráneos en Santiago, Chile," *Obras y Proyectos*, no. 25, pp. 66-75, 2019. Disponible en: http://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-28132019000100066&lng=es&nrm=iso. ISSN 0718-2813. <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-28132019000100066>.

RUEDA ROMERO, Rodrigo. Estudio paramétrico del comportamiento sísmico de diafragmas en edificaciones [en línea]. Uniandes, 2016. 57 hojas. Disponible en: <https://repositorio.uniandes.edu.co/entities/publication/87f3a134-2516-4087-9152->

a19d7b54b5d1 .[Fecha de consulta: 14 de julio 2024].

DELGADO, María; RIVERO, Pedro; LOBO, William. Respuesta de edificios aporticados acoplados torsionalmente con simetría diagonal. *Ciencia e Ingeniería* [en línea]. 2009, vol. 30, no. 2, pp. 105-114. ISSN 1316-7081. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=507550785002>. [Fecha de consulta: 14 de julio de 2024].

POLIT, O.; ANANT, C.; ANIRUDH, B.; GANAPATHI, M. Functionally graded graphene reinforced porous nanocomposite curved beams: Bending and elastic stability using a higher-order model with thickness stretch effect. *Composites Part B: Engineering*, vol. 166, 2019, pp. 310-327. ISSN 1359-8368. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.11.074>. [Fecha de consulta: 14 de julio de 2024].

KAGERMANOV, Alexander. Análisis por elementos finitos de la rotura por cortante en vigas de hormigón armado y pretensado. *Hormigón y Acero*, 2019. ISSN 0439-5689. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.hya.2018.10.002>. [Fecha de consulta: 14 de julio de 2024].

GARCÍA GARCÍA, Ismael; LÓPEZ-AENLLE, Manuel; FERNÁNDEZ FERNÁNDEZ, Pelayo. Cálculo simplificado de vidrio laminado: determinación de desplazamientos en vigas y placas ante cargas estáticas utilizando modelos monolíticos. *Boletín de la Sociedad Española de Cerámica y Vidrio*, vol. 58, no. 5, 2019, pp. 226-236. ISSN 0366-3175. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.bsecv.2019.03.003>.

LING, M.; ZHOU, H.; CHEN, L. Dynamic Stiffness Matrix With Timoshenko Beam Theory and Linear Frequency Solution for Use in Compliant Mechanisms. *ASME. J. Mechanisms Robotics*, diciembre de 2023; 15(6): 061002. Publicado en línea el 17 de enero de 2023. <https://doi.org/10.1115/1.4056236>.

SANTOS, H.A.F.A. A new finite element formulation for the dynamic analysis of beams under moving loads. *Computers & Structures*, vol. 298, 2024, artículo 107347. ISSN 0045-7949. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2024.107347>.

RANJI, A.R.; NAGESH, G.; SUN, F.; AHAMED, M.J. Diseño, fabricación y análisis dinámico de un resonador de anillo MEMS soportado por vigas de curva circular gemelas. *Sensors*, 2024, vol. 24, p. 4499. <https://doi.org/10.3390/s24144499>.

SEYEDEBRAHIMI, S.; MIRJALILI, A.; SADEGHIAN, A. Evaluating the function of prefabrication in high-rise buildings. *Revista Ingeniería De Construcción*, 2023, vol. 37, no. 1, págs. 14-25. <https://doi.org/10.7764/ric.00012.21>.

UMER, M.; OLEJNIK, P. Symmetry-Optimized Dynamical Analysis of Optical Soliton Patterns in the Flexibly Supported Euler–Bernoulli Beam Equation: A Semi-Analytical Solution Approach. *Symmetry*, 2024, vol. 16, p. 849. <https://doi.org/10.3390/sym16070849>.

WU, L.-C.; ZENG, M.-L.; YAN, K.-Z. Point Estimation-Based Dynamic Reliability Analysis of Beam Bridges under Seismic Excitation Considering Uncertain Parameters. *Buildings*, vol. 14, 2024, p. 2003. <https://doi.org/10.3390/buildings14072003>.

SERVEREN, M.M.; DEMIR, O.; ARIKOGLU, A. Nonlinear Dynamic Analysis of a Curved Sandwich Beam with a Time-Dependent Viscoelastic Core Using the Generalized Differential Quadrature Method (GDQM). *Symmetry*, vol. 16, 2024, p. 238. <https://doi.org/10.3390/sym16020238>.

LI, X.; PAN, Z.; ZHAI, H.; ZHAO, D. Free vibration analysis of in-plane circular curved beams with crack damage: a semi analytical solution. *Lat Am j solids struct* [Internet]. 2022;19(6). Disponible en: <https://doi.org/10.1590/1679-78257144>.

JOHNSON, BGC; RAMASAMY, M; NARAYANAN, A. Estudio experimental y evaluación del desempeño estructural de vigas de hormigón armado con refuerzos de refuerzo frente a cargas cíclicas inversas. *Matéria (Rio J)* [Internet]. 2024;29(1). Disponible en: <https://doi.org/10.1590/1517-7076-RMAT-2024-0001>.

ESEN, İ.; KOÇ, MA; ÇAY, Y. Formulación y análisis de elementos finitos de una viga Timoshenko funcionalmente graduada sometida a una masa acelerada, incluidos los efectos inerciales de la masa. *Revista Latinoamericana de Sólidos y Estructuras*, 2018, vol. 15, no. 10, e119. <https://doi.org/10.1590/1679-78255102>.

ANEXOS

Anexo1: <https://asmedigitalcollection.asme.org/> - ASME

The screenshot shows the ASME Digital Collection website interface. At the top, there is the ASME logo and 'DIGITAL COLLECTION' text. Below that, the 'Journal of Mechanisms and Robotics' is displayed. A search bar contains the text 'Dynamic analysis of BEAMS'. The search results show 1-20 of 267 results. The first result is a journal article titled 'Dynamic Stiffness Matrix With Timoshenko Beam Theory and Linear Frequency Solution for Use in Compliant Mechanisms' by Mingxiang Ling, Hao Zhou, and Ligu Chen. The article is published in the Journal of Mechanisms and Robotics, December 2023, volume 15(6), page 061002. The DOI is https://doi.org/10.1115/1.4056236. The article type is Research Papers. A cookie notice is visible at the bottom of the page.

Titulo	Autores	DOI
<i>Dynamic analysis of BEAMS</i>	Mingxiang Ling, Hao Zhou, Ligu Chen	https://doi.org/10.1115/1.4056236

Anexo 2: <https://www.scielo.org/es/> - SCIELO

The screenshot shows the SCIELO website interface for the article 'Análisis del efecto del momento secundario en vigas curvas de sección transversal completa'. The article is published in the journal 'Revista IBRACON de Estructuras y Materiales'. The abstract discusses the analysis of the secondary moment effect in curved beams with massive sections using an equivalent nodal load method. The results show that the angle of opening of the beam reduces the secondary moment effect and that a larger angle leads to a greater reduction in the secondary moment compared to its equivalent straight beam. The keywords are: hormigón preesforzado; momento secundario; viga continua; viga curva; elemento finito curvo.

Titulo	Autores	DOI
<i>Análisis del efecto del momento secundario en vigas curvas de sección transversal completa</i>	Silva TC da, Sánchez Filho E de S	https://doi.org/10.1590/S1983-41952021000200007

Anexo 3: <https://www.sciencedirect.com/> - SCIENCEDIRECT

The screenshot shows the ScienceDirect interface for the article. The title is 'Vigas curvas de nanocompuestos porosos reforzados con grafeno con gradación funcional: estabilidad elástica y de flexión utilizando un modelo de orden superior con efecto de estiramiento de espesor'. The authors listed are C. Anant, B. Anirudh, and M. Ganapathi. The article is from the journal 'Materiales compuestos Parte B: Ingeniería', Volume 1661, June 2019, pages 310-327. The DOI is <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.11.074>. The page also features a sidebar with recommended articles and a 'Reflejos' section.

Titulo	Autores	DOI
<i>Vigas curvas de nanocompuestos porosos reforzados con grafeno con gradación funcional: estabilidad elástica y de flexión utilizando un modelo de orden superior con efecto de estiramiento de espesor</i>	C. Anant ,B. Anirudh , M. Ganapathi	https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.11.074

Anexo 4: <https://www.mdpi.com/> - MDPI

The screenshot shows the MDPI interface for the article. The title is 'Diseño, fabricación y análisis dinámico de un resonador de anillo MEMS soportado por vigas curvas circulares gemelas'. The authors listed are Ahmad Rahbar Ranji, Gnanesh Nagesh, and Sol Fangyany Mohamed Jalal Ahamed. The article is from the journal 'Sensors', Volume 24, Number 14, 2024. The DOI is <https://doi.org/10.3390/s24144499>. The page also features a sidebar with navigation options and a 'Menú de artículos' section.

Titulo	Autores	DOI
<i>Diseño, fabricación y análisis dinámico de un resonador de anillo MEMS soportado por vigas curvas circulares gemelas</i>	Ranji, AR; Nagesh, G.; Sun, F.; Ahamed	https://doi.org/10.3390/s24144499

Anexo 5: <https://revistaingenieriaconstruccion.uc.cl/index.php/ric> - REVISTA INGENIERIA DE LA CONSTRUCCION


[Register](#) [Login](#)

Revista
Ingeniería
de Construcción



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA
DE CHILE

ABOUT ▾
NÚMERO ACTUAL
ARCHIVES
NEWS AND ANNOUNCEMENTS
INDEXED AT
SUBMISSIONS
🔍 Search

Home / Archives / Vol. 36 No. 2 (2021) / Original Research

Nonlinear dynamic analysis of steel buildings subjected to earthquakes

F. Núñez
Pontificia Universidad Javeriana

D. Ruiz
Pontificia Universidad Javeriana

J. Cortés
Universidad la Gran Colombia

Keywords: Nonlinear dynamic analysis, seismic behavior, steel buildings, seismic soil response, resistant steel moment frames

Abstract

Non-linear dynamic analyses methods generally provide a more adjusted modeling of the structural response for strong seismic events. Such a dynamic seismic non-linear evaluation took place for six buildings: two 5-story-height, two 12-story-height and two



PDF

Titulo	Autores	DOI
<i>Nonlinear dynamic analysis of steel buildings subjected to earthquakes</i>	Núñez, F., Ruiz, D., & Cortés, J	https://revistaingenieriaconstruccion.uc.cl/index.php/ric/article/view/49313