



**ESCUELA DE POSGRADO**  
UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

Estrategias didácticas en el aprendizaje de los productos  
notables en los estudiantes del tercer grado de educación  
secundaria de la institución educativa República Federal de  
Alemania, Lima 2016

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:**

Maestro en educación

**AUTOR:**

Br. Jorge Walter Capcha Llacta

**ASESOR:**

Mg. Santiago Gallarday Morales

**SECCIÓN:**

Educación e idiomas

**LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:**

Evaluación y Aprendizaje

**PERÚ 2017**

**Página del jurado**

Dra. Lidia Neyra Huamani.

**Presidente**

Dr. Héctor Raúl Santa María Realiza

**Secretario**

Mg. Santiago Gallarday Morales

**Vocal**

**Dedicatoria**

A nuestro divino creador, quien con su infinito amor cada día me protege.

A mis padres que son el tesoro más valioso de mi vida.

### **Agradecimientos**

A la universidad cesar vallejo por los valiosos esfuerzos que hace por mejorar la educación en nuestro país.

### Declaración jurada

Yo, Jorge Walter Capcha Llacta estudiante del programa de titulación de la escuela de postgrado de la Universidad César Vallejo, identificado con DNI 09595107 con la tesis titulada Estrategias didácticas en el aprendizaje de productos notables.

Declaro bajo juramento que:

- 1) La presente “tesis” es de mi autoría.
- 2) He respetado las normas internacionales de citas y referencias para las fuentes consultadas. Por tanto, la tesis no ha sido plagiada ni total ni parcialmente.
- 3) La tesis no ha sido auto plagiado; es decir, no ha sido publicada ni presentada anteriormente para obtener algún grado académico previo o título profesional.
- 4) Los datos presentados en los resultados son reales, no han sido falseados, ni duplicados, ni copiados y por tanto los resultados que se presenten en la tesis se constituirán en aportes a la realidad investigada.

De identificarse la falta de fraude (datos falsos), plagio (información sin citar a autores), auto plagio (presentar como nuevo algún trabajo de investigación propio que ya ha sido publicado), piratería (uso ilegal de información ajena) o falsificación (representar falsamente las ideas de otros), asumo las consecuencias y sanciones que de mi acción se deriven, sometiéndome a la normatividad vigente de la Universidad César Vallejo.

Lima 25 de Noviembre de 2017

-----  
Jorge Walter Capcha LLacta

## Presentación

El presente trabajo de investigación trata sobre estrategias didácticas en el aprendizaje de los productos notables en estudiantes del nivel secundario en la I. E. 1021 República Federal de Alemania del cercado de Lima. Estas dos variables tienen un valor importante en el proceso de aprendizaje y éxito académico, por ello, conocer su relación es fundamental para el logro de las sesiones de aprendizaje.

A pesar de que se han realizado diversos estudios sobre este tema en grupos o poblaciones similares a la de esta investigación, los resultados no son concluyentes ni definitivos ellos son muy pocos a comparación de la complejidad y abstracción de las matemáticas. Por lo tanto, es necesario ahondar más en el asunto con nuevos estudios que permitan una aproximación real y actual al problema de investigación.

El presente trabajo consta de seis capítulos que a continuación se describen:

Primero: La introducción, la cual está conformada por los antecedentes, fundamentación, justificación, problema, hipótesis y objetivos.

Segundo: El marco metodológico que describe las variables de estudio de la presente investigación, la operacionalización de las mismas, el tipo de estudio, diseño de la investigación, la población, la muestra y los instrumentos que se han utilizados para la recolección de datos.

Tercero: Los resultados muestran a partir de los gráficos y tablas el análisis estadístico y la confrontación de la hipótesis.

Cuarto: La discusión relaciona los resultados hallados en la presente investigación con otros estudios que se señalaron en los antecedentes.

Quinto: Las conclusiones nos muestran los resultados examinados de la investigación.

Sexto: Las recomendaciones nos dan algunas sugerencias sobre el tema.

**Índice de contenidos**

Dedicatoria	iii
Índice	Pág.
Agradecimientos	iv
Presentación	vi
Índice de contenidos	vii
Índice de tablas	ix
Índice de gráficos	x
Índice de figuras	xi
Resumen	xii
Abstract	xiii
I. Introducción	14
1.1 Antecedentes	15
1.2 Teorías relacionadas al tema	19
1.3 Aprendizaje de productos notables	30
1.4 Realidad problemática	46
1.5 Justificación del estudio	49
1.6 Hipótesis	50
II. Método	52
2.1 Diseño de investigación	53
2.4 Técnicas e instrumentos de recolección de datos, validez y confiabilidad	57
2.5 Métodos de análisis de datos	58
III. Resultados	59
IV. Discusión	70
VI. Recomendaciones	76

Referencias	79
ANEXO 1: MATRIZ DE CONSISTENCIA	84
ANEXO 2: PRUEBA DE CONFIABILIDAD	86
ANEXO 3: EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA	87
ANEXO 4: BASE DE DATOS - NOTAS OBTENIDAS GRUPO EXPERIMENTAL GRUPO CONTROL	89
ANEXO 6: MÓDULO DE APRENDIZAJE	90
ANEXO 7: ACTIVIDADES	125
ANEXO 8: FICHAS DE VALIDACION DEL INSTRUMENTO	132

**Índice de tablas**

Tabla 1	Medidas de las piezas del Algeplano	43
Tabla 2	Variable 1. Estrategias didácticas	55
Tabla 3	Variable 2. Aprendizaje de los productos notables	56
Tabla 4	Frecuencia del género de los estudiantes	60
Tabla 5	Promedios del post test del grupo experimental y control	61
Tabla 6	Cantidad de estudiantes en los niveles de logro, grupo experimental y control	62
Tabla 7	Prueba de normalidad de las variables de estudio	63
Tabla 8	Supuesto de igualdad de varianzas prueba de Levene	64
Tabla 9	Estadísticos de contraste, Prueba T de Student para el pre test y post test del grupo experimental y grupo control del aprendizaje de productos notables.	65
Tabla 10	Estadísticos de contraste, Prueba T de Student para el pre test y post test del grupo experimental y grupo control del aprendizaje algorítmico de productos notables.	66
Tabla 11	Estadísticos de contraste, Prueba T de Student para el pre test y post test del grupo experimental y grupo control del aprendizaje gráfico de productos notables.	67
Tabla 12	Estadísticos de contraste, Prueba T de Student para el pre test y post test del grupo experimental y grupo control del aprendizaje aplicativo de productos notables.	68

## Índice de gráficos

Gráfico 1	Piezas del algeplano caso 1	41
Gráfico 2	Piezas del algeplano caso 2	42
Gráfico 3	Frecuencia de género de los estudiantes	60
Gráfico 4	Promedio de puntaje en el pre test y post test obtenido del grupo experimental y grupo control	61
Gráfico 5	Porcentaje de los puntajes obtenido por los estudiantes del grupo experimental y control en el pre test y post test	62

**Índice de figuras**

Figura 1	Construyendo el cuadrado de la suma de dos cantidades	37
Figura 2	Suma de un binomio al cuadrado	37
Figura 3	Construyendo el cuadrado de la diferencia de dos cantidades	38
Figura 4	Cuadrado de la diferencia de dos cantidades	38
Figura 5	Construyendo el binomio suma por su diferencia	39
Figura 6	Binomio suma por su diferencia	39
Figura 7	Construyendo el producto de dos binomios con un término común	40
Figura 8	Producto de dos binomios con un término común	40
Figura 9	El principio del cero	43
Figura 10	Adición de polinomios	44
Figura 11	Adición de polinomios	44
Figura 12	Adición con principio de cero	45
Figura 13	Multiplicación de polinomios	46

## Resumen

La presente investigación estrategias didácticas en el aprendizaje de los productos notables tuvo como propósito diseñar y aplicar estrategias que buscan mejorar aprendizajes en la matemática referidos al acápite de los productos notables trabajados con los estudiantes del tercer grado de educación secundaria y describir los resultados de los mismos.

La muestra con la que se trabajó fue no probabilística estratificada conformada por 60 estudiantes, pertenecientes al tercer grado de educación secundaria. Los datos de este cuestionario fueron analizados a través del paquete de análisis estadístico SPSS 22.0 y la hoja de cálculo excel, esta investigación, se ubica en el paradigma positivista, es de tipo cuantitativo, transversal y descriptivo se utilizó el pre test y post test en el grupo control y el grupo experimental, para el cual se utilizó una evaluación escrita cuya validez de contenido de este instrumento se realizó a través de la metodología de juicio de expertos que alcanzó un alto coeficiente de validez. Para verificar la fiabilidad se aplicó una evaluación escrita piloto a un grupo de 20 estudiantes que no conformaban la muestra pero si la población, calculándose con Kr20 el cual dio como resultado 0,96 indicando una fiabilidad alta, no hubo necesidad de modificar ningún ítem.

De los resultados descriptivos se halló en la investigación que el grupo control después del post test se logró 7 estudiantes que se ubicaron en el nivel inicio (0-10), 18 estudiantes aprobados en el nivel proceso (11-13) y 5 estudiantes en el nivel satisfactorio (14-17) que comparado con el grupo experimental éste alcanza niveles más positivos como son 4 estudiantes aprobados en niveles proceso (11-13), 24 estudiantes en el nivel satisfactorio (14-17) y 2 estudiantes en el nivel sobresaliente (18-20), de la aplicación de prueba de hipótesis se evidencia la verificación de la hipótesis: Las estrategias didácticas influyen significativamente en el aprendizaje de los productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundaria de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

*Palabras Clave. Didáctica, Estrategia, Aprendizaje, Matemática, Productos Notables.*

## Abstract

The present research educational strategies didactics in the learning of notable products was designed to design and implement a strategies didactics that seeks to improve learning in mathematics referred to the heading of notable products worked with third grade student's secondary education and describe the results.

The sample with which it was worked was non-probabilistic stratified conformed by 60 students, belonging to the third degree of secondary education. The data of this questionnaire were analyzed through the statistical analysis package SPSS 22.0 and the EXCEL spreadsheet, this research, is located in the positivist paradigm, is of quantitative, transverse and descriptive type was used the pretest and posttest in the control group and the experimental group, for which a written evaluation was used, whose content validity of this instrument was made through the expert judgment methodology that reached a high coefficient of validity. To verify reliability, a pilot written evaluation was applied to a group of 20 students who did not conform the sample but if the population, calculated with Kr20 which resulted in 0.96 indicating a high reliability, there was no need to modify any item.

From the descriptive results it was found in the research that the control group after the posttest achieved 7 students who were at the beginning level (0-10), 18 students approved at the process level (11-13) and 5 students at the satisfactory level (14-17) compared to the experimental group reaches a more positive level, such as 4 students approved in process levels (11-13), 24 students in the satisfactory level (14-17) and 2 students in the level (18-20), hypothesis testing is hypothesized: The strategies didactics influences the learning of the remarkable products in the third-level secondary students of EI 1021 Federal Republic of Germany Lima 2016.

Keywords: Didactics, Strategy, Learning, Mathematics, Notable Products

## **I. Introducción**

## 1.1 Antecedentes

### Antecedentes internacionales

Valencia (2012) en su trabajo de investigación para obtener el grado de magister en la Universidad Técnica de Ambato- Ecuador: *Aplicación de la estrategia didáctica de organizadores gráficos en el aprendizaje de productos notables y factorización de los estudiantes del noveno año de educación general básica del colegio nacional Veracruz del cantón Pastaza*, desarrollada en la universidad técnica de Ambato, en el Ecuador, planteó el siguiente objetivo de investigación: Determinar si la aplicación de la estrategia didáctica de organizadores gráficos influye en el aprendizaje de productos notables y factorización en los estudiantes de noveno año mediante el diseño de una guía didáctica, la investigación fue de tipo experimental porque se manipularon variables, la muestra fueron 72 estudiantes y cuatro instrumentos que se utilizaron fueron cuestionarios estructurados, en la investigación se llegaron a las siguientes conclusiones: Se observó que no hay ninguna categorización respecto a las estrategias didácticas, puesto que la única es la clase magistral, en la que no hay participación activa de los estudiantes. No se puede elegir el “mejor” organizador gráfico, simplemente es conveniente que el docente y los estudiantes, estructuren los contenidos de acuerdo a una comprensión firme del contenido. Se verificó la aceptación de los estudiantes con respecto al uso de los organizadores gráficos para estudiar y comprender los temas de factorización y productos notables.

López (2008) en su investigación: *Productos notables, factorización y ecuaciones de segundo grado con una incógnita una propuesta didáctica para el bachillerato de ciencias y humanidades*. Tesis desarrollada para sustentar el grado de magister en la Universidad Nacional Autónoma de México. La investigación tuvo como objetivo mejorar el aprendizaje de los estudiantes en un tema crucial como son los productos notables y la solución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, la muestra fue de 25 estudiantes del primer semestre del colegio de ciencias y humanidades plantel Azcapotzalco, el instrumento utilizado fue un examen diagnóstico con 15 diferentes reactivos, uno de los hallazgos de la investigación fue con respecto a las actividades de enseñanza- aprendizaje y específicamente en el tema relacionado a productos

notables, se buscó la vinculación entre el álgebra y la geometría, representando geoméricamente la parte algebraica, las conclusiones del trabajo fueron las siguientes: Es importante resaltar el ambiente de trabajo del salón de clases ya que la relación alumno-profesor trajo una excelente interacción, permitiendo comprender que hay que romper barreras que de alguna manera todavía se tienen en el salón de clases tradicional, por lo que se debe dejar a un lado la rigidez y el autoritarismo, es decir enseñar las matemáticas de una manera flexible y pedagógica para tener una educación de calidad, y respecto del tema de los productos notables fue uno de los que más les agrado a los estudiantes por la vinculación entre el álgebra y la geometría, ya que por lo general solo se enseña el procedimiento algebraico y no se complementa la enseñanza con una representación geométrica, en los resultados obtenidos se observó que esto ayuda al alumno a comprender mejor las reglas de los productos notables.

Acevedo (2014) en su trabajo de investigación desarrollado para obtener el grado de magister, desarrollado en la universidad de Caldas Colombia titulada: La investigación tuvo como objetivo utilizar el artefacto “El álgebra es un juego” que permite como mediador instrumental hacer la transición entre las estructuras del pensamiento concreto a las del pensamiento abstracto, para realizar ejercicios sobre diferentes tópicos algebraicos, partiendo del lenguaje geométrico, para luego hacer la conversión al lenguaje simbólico y que al resolverlos los hagan comprendiendo el concepto y en forma correcta. El tipo de investigación descriptiva, donde el autor realiza una aplicación de la propuesta y evalúa los hallazgos. Entre las conclusiones se tiene la siguiente. El objetivo general de este trabajo se cumple plenamente porque se utiliza el artefacto, “El álgebra es un juego”, que permite como mediador instrumental hacer la transición entre las estructuras del pensamiento concreto a las del pensamiento abstracto para realizar ejercicios sobre diferentes tópicos algebraicos, partiendo del lenguaje geométrico para luego hacer la conversión al lenguaje simbólico, y que al resolverlos los hacen comprendiendo el concepto y en forma correcta. Así mismo el investigador hace notar que el principal mérito de “El álgebra es un juego”, comparado con todos los manipulativos analizados, es que todas las operaciones, especialmente la factorización están ligadas al plano cartesiano.

## Antecedentes nacionales

Lázaro (2012) en su tesis para optar el grado de doctor en educación en la universidad San Martín de Porras: *Estrategias didácticas y aprendizaje de la matemática en el programa de estudios por experiencia laboral*. La investigación de tipo descriptiva, comparativa tuvo como muestra a 150 estudiantes del programa de estudios por experiencia laboral EPEL de la universidad Ricardo Palma en el periodo 2,005 – 2,008. Donde plantea que la estrategia didáctica es: La implantación de estrategias didácticas en el proceso de enseñanza para un mejor aprendizaje en un programa de formación profesional, para alumnos mayores de 25 años con experiencia laboral, debe definir las ventajas o aspectos favorables y a su vez las desventajas que puedan presentar, por tal motivo se deben plantear los propósitos que llevan a su implantación. Cuyo objetivo fue determinar la relación entre las estrategias didácticas y el proceso de aprendizaje de matemática en los estudiantes del programa de estudios por experiencia laboral EPEL en la universidad Ricardo Palma. Así mismo la investigación arribó a las siguientes conclusiones: que la relación entre la estrategia didáctica y el aprendizaje de matemática de los estudiantes del programa de estudios por experiencia laboral EPEL en la universidad Ricardo Palma en el periodo 2005 – 2008, existen y presenta un nivel muy alto de asociación entre ellas. También que: que la relación entre la estrategia de ejecución de la didáctica y el proceso de aprendizaje de la matemática de los estudiantes del programa de estudios por experiencia laboral existen y presenta un nivel muy alto de asociación entre ellas y que la relación entre la estrategia de evaluación de la didáctica y el proceso de aprendizaje de matemática de los estudiantes del programa de estudios por experiencia laboral, existen y presenta un nivel muy alto de asociación entre ellas.

Azareño (2013) en su trabajo de investigación desarrollado en la pontificia Universidad Católica del Perú, para obtener el grado de magister: *Errores que presentan los estudiantes de primer grado de secundaria en la resolución de problemas con ecuaciones lineales y productos notables*. Planteó como uno de sus objetivos: Identificar los errores que cometen los estudiantes del primer grado de educación secundaria al resolver problemas con ecuaciones lineales, este tema está directamente relacionado con el trabajo algebraico, lo que nos sirve de

fundamento para nuestra investigación, la hipótesis de trabajo planteada es: Las dificultades de los estudiantes de primer grado de secundaria al resolver problemas relacionados con ecuaciones lineales son mayores al realizar conversiones del registro algebraico al registro verbal. La investigación fue desarrollada en la institución educativa Parroquial “Reina de la Paz de San Isidro-Lima”, así mismo la muestra estuvo conformada por 29 estudiantes, en el trabajo se diseñó secuencias de actividades con graduada dificultad relacionadas con las ecuaciones lineales, se tuvo como marco teórico la teoría de registros de representación semiótica de Duval el cual permitió estimular tratamientos y conversiones entre los diferentes registros de la representación semiótica. Entre las conclusiones halladas tenemos las siguientes: -Los estudiantes al resolver las ecuaciones lineales tienen dificultades al trasponer términos en las operaciones básicas y al efectuar la adición en expresiones algebraicas racionales, lo que evidencia dificultades al realizar tratamientos dentro del registro algebraico.- Los estudiantes en su mayoría son capaces de realizar conversiones del registro verbal al algebraico, sin embargo tienen dificultades para realizar conversiones del registro algebraico al verbal, lo cual confirmo la hipótesis de trabajo de la investigación. Como se puede observar los estudiantes presentan dificultades en el tratamiento algebraico siendo ello un punto de partida para no lograr los aprendizajes con los productos notables porque estos son solo las multiplicaciones sucesivas.

Figuroa (2013) en su trabajo de investigación para obtener el grado de magister desarrollado en la Pontificia Universidad Católica del Perú titulado: *Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables*. Enfatiza el trabajo con el álgebra haciendo hincapié a los productos notables, la autora, planteó una propuesta didáctica para fortalecer las habilidades de resolución de problemas de los estudiantes, utilizando la teoría de situaciones didácticas (TSD) desarrollada por Brousseau, en los diseños de la secuencias didácticas se utilizó a el GeoGebra, un software altamente didáctico en la resolución de problemas y en la creación de problemas haciendo uso del algebra. En el trabajo se utilizaron variadas situaciones didácticas y se llegó a las siguientes conclusiones: Las situaciones didácticas diseñadas contribuyeron a consolidar los aprendizajes relacionados con la resolución de problemas que

involucran a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, haciendo uso del conocimiento algebraico para ello. Así mismo el uso del instrumento contribuyó a tener una visión más clara y dinámica de las representaciones gráficas de los sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, situación que contribuyó a su vez a resolver adecuadamente los problemas y sobre todo a recrear y crear problemas, teniendo en cuenta la utilización del álgebra. También la autora propone la siguiente recomendación que es válido para nuestro trabajo de investigación: Estimular el desarrollo de la capacidad de crear problemas a partir de un registro algebraico.

## **1.2 Teorías relacionadas al tema**

### **Estrategias didácticas.**

La educación ha sufrido transformaciones a causa de diferentes factores socioeconómicos, diversas posturas científicas y pedagógicas de cada momento histórico, en tiempos actuales ante una sociedad cambiante, creciente y cada vez más exigente, las instituciones educativas enfrentan retos que indudablemente implican innovaciones, estos se deben enfocar en una profesionalización del docente como principal y gran protagonista de dicho cambio que la educación requiere.

Así mismo las estrategias son consideradas como una guía de acciones que hay que seguir por lo que su uso debe ser consciente e intencional, dirigidas a alcanzar un objetivo específico (Castillo y Perez, 1998)

En el foro mundial sobre educación (UNESCO 2000) se pronunciaron sobre políticas, legislación y administración escolar, definiendo a las estrategias didácticas como la combinación y organización del conjunto de métodos y materiales escogidos para alcanzar logros académicos, con la finalidad de desarrollar en los estudiantes un aprendizaje significativo.

La estrategia también es definida como los procedimientos que un estudiante adquiere y emplea de forma consciente e intencional con el objetivo de aprender significativamente a solucionar problemas (Díaz y Hernández)

Por lo tanto podemos concluir que las estrategias didácticas son los procedimientos o conjunto de ellos (métodos, técnicas, actividades) por los cuales el docente y los estudiantes, organizan acciones de manera consciente e intencional para construir y lograr metas previstas en el proceso enseñanza y aprendizaje, adaptándose a las necesidades de los participantes de manera significativa.

### **Estrategias didácticas para el aprendizaje**

Las estrategias didácticas que se propone incluyen un conjunto de acciones a ejecutar por el docente durante la planificación, ejecución y evaluación del proceso de enseñanza – aprendizaje en una clase. Las mismas que interactúan con los recursos didácticos elegidos para la investigación es decir el algeplano y considerando a los productos notables como el pretexto de esta organización didáctica para lo cual consideramos las etapas de Ramírez (2007).

Chamorro (1991) las estrategias han sido consideradas como una guía de acciones que hay que seguir. Por lo tanto, su aplicación debe ser consciente e intencional, dirigidas a alcanzar un objetivo específico.

Así mismo, la UNESCO (2000) en su pronunciamiento sobre políticas, legislación y administración escolar define las estrategias didácticas como la combinación y organización del conjunto de métodos y materiales escogidos para alcanzar logros académicos, con la finalidad de desarrollar en los estudiantes un aprendizaje significativo.

### **Tipos de estrategias didácticas**

#### **A. Estrategias de enseñanza**

Mayer (1993) indica que las estrategias de enseñanza son procedimientos que el docente utiliza de modo reflexivo y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los estudiantes citado por (Díaz, F; Hernández, G, 1999).

Las estrategias encuentran su potencial en el diseño, programación, elaboración y realización de los contenidos por ello las estrategias de enseñanza deben ser trabajadas de manera que estimulen a los estudiantes a observar, formular hipótesis, analizar, opinar, buscar soluciones y descubrir el conocimiento

por ellos mismos( Díaz y Hernandez,1999) del mismo modo manifiestan que las estrategias de enseñanza son aquellas delineadas por el docente quien lo proporciona al estudiante para facilitar el proceso de información.

Las estrategias visto desde el aprendizaje cooperativo están relacionadas a todos los procedimientos y/o recursos utilizados por el docente para promover aprendizajes significativos, incluidas las actividades físicas y mentales para facilitar la relación entre el estudiante y el objeto de conocimiento (Ferreiro, 2004).

En ese sentido e plantea la necesidad de contar con aspectos esenciales como que tipo de estrategia es la indicada para utilizar en determinados momentos de la enseñanza, en una sesión de aprendizaje o una secuencia didáctica, obedeciendo a su funcionalidad y significancia, que potencien el rendimiento en las tareas panificadas haciendo uso adecuado del tiempo y esfuerzo (Valle y Otros 1999).

A continuación presentamos la clasificación de las estrategias que nos ayudarán en el presente trabajo de investigación.

### **Clasificación de las estrategias de enseñanza:**

De acuerdo con (Díaz y Hernández, 2002) entre otros, las estrategias se clasifican de acuerdo a las actividades educativas y es que a continuación se presentan algunas de ellas, como posibles objeto de estudio y de aplicación en el presente trabajo.

**Objetivos:** Son enunciados que parten de condiciones, tipo de actividad y tipo de evaluación del aprendizaje del estudiante. Generando expectativas en el estudiante.

**Resúmenes:** Es la síntesis de la información relevante de un discurso oral o escrito. Se destaca conceptos claves, principios y argumento central.

**Organizadores previos:** Es la Información introductoria que tienden un nexo entre lo cognitivo y la información nueva y la previa.

**Ilustraciones:** Son las representaciones visuales de objetos teoría o tema específico, estas se representan con fotografías, dibujos, dramatizaciones, etc.

**Organizadores gráficos:** Estos están ligados a las representaciones visuales de: definiciones, conceptos, explicaciones o patrones de información, los mismos proporcionan una estructura global de una temática y sus relaciones. Estas relaciones pueden ser de forma horizontal, vertical o jerárquica.

**Analogías:** Son las proposiciones que indican que una situación o evento (concreto y familiar) es semejante a otra situación (desconocido y abstracto o complejo).

**Preguntas intercaladas:** Las preguntas que se plantean a lo largo de un texto o situación de enseñanza favorecen la práctica, retención y trabajo de información relevante. insertadas en la situación de enseñanza o en un texto. Mantienen la atención y favorecen la práctica, la retención y la obtención de información relevante.

**Señalizaciones:** La señalizaciones son relevantes en el contenido por aprender.

**Mapas y redes conceptuales:** Las representaciones gráficas consistentes en esquemas que indican definiciones, proposiciones y teorías.

**Organizadores textuales:** Son los organizadores de un discurso que influyen en la comprensión y el recuerdo.

Las estrategias de enseñanza se clasifican en relación con los procesos cognitivos, tales como: estrategias para activar saberes previos, estrategias para guiar y orientar los contenidos a aprendizaje, estrategias para la mejora de la codificación, estrategias para organizar la información que se va aprender, estrategias para promover el enlace entre los saberes previos y la nueva información a aprender (Díaz y Hernández, 1999).

Según afirmaciones de Díaz y Hernández (2002), las estrategias más importantes para la enseñanza que se evidencian en una secuencia didáctica o son:

**Las estrategias pre instruccionales,** las cuales preparan y alertan y generan expectativas del estudiante en relación con qué y cómo se va a aprender entre éstas tenemos a: los objetivos, organizadores previos, agendas de trabajo, también sirven ubicarse en el contexto conceptual.

**Las estrategias constructivas**, estas estrategias apoyan los contenidos durante el proceso de enseñanza, cumplen funciones tales como: La detección de la información principal; conceptualización de contenidos y mantenimiento de la atención y motivación. De acuerdo con Shuell (1988) podemos incluir las ilustraciones, redes semánticas, mapas conceptuales y analogías citado por Díaz y Hernández (1999).

**Estrategias pos instruccionales**, Su nombre lo indica éstas se presentan después del contenido a aprendido, busca que el estudiante elabore una visión global, sintética, integradora y crítica de lo que aprendió, es decir el estudiante valora su aprendizaje éstas estrategias están relacionadas con los resúmenes, cuadros comparativos cuadros sinópticos, redes semánticas, mesas redonda, foros, debates, entre otras.

### **Estrategias en el aprendizaje de los estudiantes**

**Estrategias para activar conocimientos previos:** Se realizan las siguientes actividades:

#### **Estrategias para iniciar la actividad**

**Actividad de exploración:** El propósito es conocer sobre los conocimientos previos que tiene el estudiante sobre productos notables, basados en la necesidad que el contenido requiere para que el estudiante pueda hacer suyo el aprendizaje.

**Actividad de introducción:** Motivar al estudiante con el uso de material concreto en este caso el uso del algeplano, respecto de los productos notables, nuestra intención es presentar una forma didáctica que permitan hacer más concretos los productos notables y de esta forma los estudiantes puedan trabajar sus algoritmos pudiendo ser asumido y reconocido de manera más sencilla.

#### **Estrategias para el desarrollo de la actividad:**

**Actividad de estructuración:** A partir de la manipulación de los materiales, el algeplano y las actividades asignadas se aspira que el estudiante, al identificar como se desarrolla un producto notable pueda realizar una demostración

aplicando el conocimiento adquirido en las operaciones algebraicas y utilizando el material.

**Actividad de aplicaciones:** Esta actividad cuenta con una serie de ejercicios cuya aplicación está basado en ejercicios en los cuales los estudiantes pueden visualizar las aplicaciones de las reglas de los productos notables.

**Actividades de apoyo:** Ofrecer niveles de ayuda a los alumnos que lo requieran, Utilizar la solución de ejercicios y problemas en grupo para propiciar el intercambio de ideas y opiniones en cuanto a las vías de solución.

**Estrategias de finalización:** Los estudiantes reflexionan sobre la valía de lo aprendido y lo relacionan con su puesta en práctica en situaciones de su contexto.

**Estrategias de evaluación del aprendizaje:** El desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje, requiere como toda actividad, el control de sus progresos y resultados para comprobar la correspondencia de los mismos con los objetivos planteados. Para lo cual los estudiantes trabajan de manera individual haciendo uso del material concreto con que se trabajó.

El uso de estrategias arriba mencionadas con el complemento del uso de material concreto en el trabajo de productos notables son los pilares para la propuesta educativa “Estrategias didácticas”.

### **Estrategias de aprendizaje**

Las definiciones para definir a las estrategias son variadas tomaremos los siguientes planteamientos de: (Monereo y Pérez 1999)

- Son procedimientos o secuencias de actividades o acciones.
- Son actividades que se desarrollan de modo voluntario y consciente.
- Incluyen varias técnicas, operaciones, actividades o acciones específicas.
- Establecen un propósito en el aprendizaje:

Involucra mucho más que los "hábitos de estudio" porque se voluntariamente y de modo flexible.

Pueden ser abiertas (públicas) u ocultas (privadas).

Son estructuras que potencian las actividades de aprendizaje y solución de problemas ( Kozulin, 2002).

Según Weinstein y Mayer “las estrategias de aprendizaje pueden ser definidas como conductas y pensamientos que un aprendiz utiliza durante el aprendizaje con la intención de influir en su proceso de codificación” citado por (Valle y otros, 1999).

Para Monereo (1994), las estrategias de aprendizaje involucra los procesos de toma de decisiones (conscientes e intencionales) por los cuales el estudiante elige, trabaja y recupera, de manera coordinada, los conocimientos que necesita para complementar una determinada necesidad, demanda u objetivo, relacionado con las características de la situación educativa en que se produce el aprendizaje.

De acuerdo con Díaz y Hernández (2002) “Son procedimientos (conjunto de pasos, operaciones o habilidades) que un aprendiz emplea en forma consciente, controlada e intencional como instrumentos flexibles para aprender significativamente y solucionar problemas”.

Al mismo tiempo se tienen los siguientes rasgos característicos:

- a) La aplicación de las estrategias no es automática definitivamente es controlada; requieren de la toma de decisiones, de una actividad previamente planificada y de control en su ejecución. Las estrategias de aprendizajes interactúan con el conocimiento meta cognitivo y el autorregulador.
- b) El uso de las estrategias de aprendizaje requieren de una reflexión profunda sobre cómo se emplean. El dominio de las secuencias de acciones, las técnicas que las constituyen y cómo y cuándo aplicarlas flexiblemente.
- c) La aplicación de las estrategias involucra que el estudiante seleccione inteligentemente de entre varios recursos y capacidades con los que cuentan, se utiliza una actividad estratégica en relación de demandas contextuales y la consecución de ciertas metas en el aprendizaje.

La ejecución de las estrategias de aprendizaje ocurre asociada con otros tipos de recursos y procesos cognitivos de que dispone el estudiante, es así que autores como (Flavell y Wellman, 1977) concuerdan con la necesidad de

distinguir entre varios tipos de conocimientos que se posee y se utiliza durante el aprendizaje:

- Procesos cognitivos básicos, referidas a las operaciones y procesos involucrados en el procesamiento de la información, como atención, percepción, codificación, almacenaje y recuperación.
- Conocimientos conceptuales específicos, conjunto de hechos, conceptos y principios que posee él estudiante sobre distintos temas de conocimientos, el cual está organizado jerárquicamente, al respecto (Brown, 1975), lo denominó “conocimientos previos”
- Conocimiento estratégico; son La estrategias de aprendizaje en sí.
- Conocimiento metacognitivo; se refiere al conocimiento que se posee sobre qué y cómo se aprendió, así como al reconocimiento que se tiene sobre los procesos trabajados por uno mismo y las operaciones cognitivas que se trabajan cuando se aprende como solucionar problemas .Referido a el conocimiento del conocimiento.

Estos cuatro tipos de conocimiento, interactúan en forma compleja cuando el estudiante utiliza las estrategias de aprendizaje.

### **Planificación de las estrategias.**

Las estrategias para que funcionen tienen que ser planificadas en ese sentido podemos notar debido a nuestra larga experiencia laboral Docente que no existe una única estrategia didáctica para la multiplicidad de necesidades de aprendizaje de la matemática y aún para las otras áreas, que generaran variadas situaciones de aprendizaje, debido a las siguientes condiciones: contexto, contenido, material, propósito que se quiere lograr. Cada uno de los docentes se convierte en un experto para trabajar las estrategias de acuerdo a lo requerido por el estudiante en cada situación de aprendizaje, teniendo en cuenta las condiciones arriba mencionadas.

Chacon (2000) manifestó que las estrategias son: “La combinación y organización ordenada de métodos y materiales elegidos para lograr determinados objetivos”, en cuanto a las estrategias concluye que existe una interrelación biunívoca entre los contenidos a procesar y la forma de hacerlos llegar, activando los conocimientos previos de los estudiantes e incluso a generándolos cuando estos no estén presentes.

Planificar es determinar procedimientos, estrategias con el fin de direccionar racionalmente la acción para lograr metas y objetivos. (Egg, 1995).

#### **D. Requisitos para ser una buena estrategia.**

Karlöf (1993) trabajó los siguientes requisitos:

Creatividad.

Desarrollo del pensamiento conceptual.

Implementar una visión holística.

Generar la capacidad de expresión.

Previsión.

#### **Aprender a aprender estrategias.**

Es una forma de guiar los aprendizajes de los estudiantes, esto manifiesta al logro de la autonomía y el dominio de las estrategias necesarias para aprender. Se trabajan las estrategias de acuerdo a las áreas curriculares, el dominio de los métodos de una enseñanza estratégica implica asumir progresivamente el control de las estrategias (Monereo y Pérez 1994).

#### **Estrategias de enseñanza – aprendizaje del álgebra.**

La didáctica de la matemática tiene como preocupación la enseñanza y aprendizaje del álgebra, pasar del pensamiento aritmético al pensamiento algebraico implica que el estudiante cambie su modo de pensar, actuar, representar y hablar, resultando un poco complicado para los estudiantes.

El Álgebra involucra una doble ruptura epistemológica: El desarrollo formal en el tratamiento de problemas habitualmente tratados intuitivamente, y el desarrollo de objetos matemáticos nuevos como las ecuaciones, funciones,

variables, monomios y polinomios que son bastante abstractos y poco fáciles de tratar de modo concreto (Socas y Fernandez,1999).

Es por ello la importancia del diseño de una nueva estrategia en la enseñanza y aprendizaje de la aritmética y el álgebra, basado en las teorías de aprendizaje que permitan un conocimiento significativo, donde se proponen diferentes actividades individuales, un ambiente diferente de trabajo, utilizando materiales concretos, escritos y de cómputo que representen buenos resultados en el aprendizaje (Salazar y Vega, 2007).

Para Martínez (2008), el “Álgebra es una rama de las matemáticas que estudia los números y sus propiedades en forma general”, (p.28). No se necesita el valor de un número para poder conocer sus propiedades y operarlo, éste es sustituido por un símbolo que generalmente es una letra, lo que facilita su procesamiento.

En la revisión de las investigaciones en álgebra de Kieran (1992), manifestó que sabemos muy poco sobre los diferentes acercamientos a la enseñanza del algebra o sobre cómo los maestros enseñan álgebra y sobre sus concepciones y creencias acerca del álgebra; la mayor parte de las investigaciones, hasta principio de los noventa, están orientadas a estudiar los fenómenos de aprendizaje. Sin embargo, en Kieran (2007), señala que hay signos de que las investigaciones en álgebra, en los últimos 15 años, han cambiado y existe un número creciente de trabajos sobre: el desarrollo profesional y la formación del profesorado (inicial y en activo) en el álgebra.

Kieran (2007), señala cuatro situaciones que necesitan de un esfuerzo en la investigación del álgebra.

Primero, la búsqueda de modelos apropiados para observar y analizar el desarrollo profesional y permanente de los docentes de álgebra.

Tercero, establecer interacciones entre el conocimiento del álgebra de los docentes, el conocimiento pedagógico y la comprensión de los estudiantes del conocimiento algebraico, es decir la relación entre la enseñanza y aprendizaje del Álgebra.

Cuarto, de acuerdo al progresivo incremento en el uso de la tecnología como herramienta para el aprendizaje del álgebra, se necesitan más investigaciones sobre el papel que juega el docente en maximizar estas herramientas.

### **Recurso didáctico**

Para Chacón (2000), en la búsqueda de opciones para mejorar la enseñanza de la matemática, debe usarse materiales manipulativos y algunos recursos didácticos que permitan al estudiante, mediante actividades, construir su propio aprendizaje. Uno de estos materiales son los Bloques de Dienes, con ellos podemos abordar diferentes contenidos matemáticos y son fáciles de elaborar, obtener y manipular.

Por un lado, es importante proponerles situaciones en las que tengan un papel activo, es decir, plantearles algo que tengan que hacer, por ejemplo: distribuir cosas entre..., buscar todos los que tengan..., construir una figura que sea..., y, a ser posible, que tengan una implicación personal en la propuesta, ya sea porque corresponda a alguna situación de la vida diaria o a algunas de sus aficiones; aunque esto último no siempre resulta fácil, cuando se consigue, el interés y la significatividad de la propuesta aumentan notablemente y se obtienen mejores resultados (Godino, 2003).

Igualmente, es importante ofrecer material que ayude a representar la propuesta: cubos, ábacos, instrumentos de medida, cuerpos geométricos o materiales para construirlos, regletas de Cuisenaire, tabletas algebraicas, etc., es decir, algo que permita que, al pensar maneras de resolver una determinada cuestión, se pueda materializar y comprobar los resultados de una manera física. Si, por ejemplo, les proponemos que busquen distintas maneras de dividir un cuadrado en partes iguales y disponen de un cuadrado de papel, podrán doblarlo o recortarlo y comprobar así algunas de las combinaciones que se les ocurran (Flores, 1998).

La manipulación, siempre que sea posible, no debería ser silenciosa; debemos intentar que describan lo que están haciendo, que evoquen lo que hicieron en otro momento, motivarles con preguntas para que hagan conjeturas, expresen lo que están considerando y que lo discutan con sus compañeros.

Obtendremos así varios efectos beneficiosos: uno de ellos es provocar la verbalización, cosa que influye de manera muy determinante en la clarificación de las propias ideas y en la elaboración de conceptos; otro es el establecimiento de un intercambio, una discusión entre iguales que fomenta la seguridad y la confianza en uno mismo, actitud que resulta fundamental en el aprendizaje de las matemáticas; además, en el transcurso de estas discusiones, podemos ayudar a considerar el error no como un fracaso, sino como una forma de aproximación a la solución adecuada. (Azarquié, 1991).

### **1.3 Aprendizaje de productos notables**

#### **Aprendizaje**

Consideramos al aprendizaje como un proceso de cambio relativamente permanente en el comportamiento de una persona generado por la experiencia (Feldman, 2005)

Rogers (1980) el aprendizaje implica también factores emotivos, destaca el valor de los sentimientos y la motivación, sintetizado en la actitud del estudiante ante los nuevos saberes. La confianza en los deseos y fuerza personal del estudiante para con el aprendizaje es el camino de la realización personal. Es el estudiante quien debe encontrar la solución a sus problemas, el docente es sólo un facilitador que colabora con material adecuado para que el estudiante logre aprendizajes citado por Pérez (2008, p.56).

El aprendizaje es mucho más que la acumulación de conocimientos, el aprendizaje es aquel lo que estimula un cambio en la conducta del estudiante, en sus acciones, en sus actitudes y en su personalidad y que para conseguir este aprendizaje es necesario permitir un contacto real con las situaciones problemáticas que desea aprender, sólo así producirá un aprendizaje experiencial, lo que conllevará al cambio de conductas, actitudes, fortalecimiento de conocimientos y permitirá la construcción del conocimiento personal, lo que no implica que deba hacerse de manera individual, al contrario el aprendizaje debe ser en experiencias grupales, con objetivos individuales y metas grupales, considerando las expresiones de sentimientos personales.

### **Aprendizaje significativo**

Ausubel (1963) indicó aprendizaje significativo es el proceso a través del cual una nueva información (un nuevo conocimiento) se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva (no-literal) con la estructura cognitiva de la persona que aprende. En el curso del aprendizaje significativo, el significado lógico del material de aprendizaje se transforma en significado psicológico para el sujeto, del mismo modo manifiesta que el aprendizaje significativo “es el mecanismo humano, por excelencia, para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e informaciones representadas en cualquier campo de conocimiento” (p. 58).

### **Aprendizaje cooperativo**

Jhonson y Jhonson (1999) indicó que el uso instructivo de grupos pequeños para que los estudiantes trabajen juntos y aprovechen al máximo el aprendizaje propio y el que se produce en la interrelación. Para lograr esta meta, se requiere planeación, habilidades y conocimiento de los efectos de la dinámica de grupo (p.78).

Kagan (1994) indicó que al aprendizaje cooperativo se refiere a una serie de estrategias instruccionales que incluyen a la interacción cooperativa de estudiante a estudiante, sobre algún tema, como una parte integral del proceso de aprendizaje”. Así mismo kagan sostiene que el aprendizaje colaborativo es un enfoque que se centra en la interacción y aporte de los integrantes de un grupo en la construcción del conocimiento, en otras palabras, es un aprendizaje que se logra con la participación de partes que forman un todo. (p. 47)

### **Estilos y técnicas de aprendizaje**

Keefe (1988) indicó que los estilos de aprendizaje son los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos que sirven como indicadores relativamente estables, de cómo los alumnos perciben interacciones y responden a sus ambientes de aprendizaje.

Flores (2001) indica los rasgos cognitivos tienen que ver con la forma en que los estudiantes estructuran los contenidos, forman y utilizan conceptos, interpretan la información, resuelven los problemas, seleccionan medios de representación (visual, auditivo, kinestésico), etc. Éstos se vinculan con las motivaciones y expectativas que influyen en el aprendizaje, mientras que los rasgos fisiológicos están relacionados con el biotipo y el biorritmo del estudiante. El estilo de aprendizaje es la manera en la que un aprendiz comienza a concentrarse sobre una información nueva y difícil, la trata y la retiene (p.12).

### **Dimensiones del aprendizaje de los productos notables**

**Algorítmico**, referido a la resolución de ejercicios utilizando las secuencias algorítmicas algebraicas, que se pueden trabajar a simple inspección.

Resnick y Ford (1991) indicó, el aprendizaje algorítmico como el aprendizaje acumulativo, en la cual las tareas más sencillas funcionaban como componentes de las tareas más complejas. En ese sentido según Gañe citado por (Resnick y Ford pag.60), una jerarquía se genera considerando la tarea – objetivo, a esta organización jerárquica Gañe los llama secuencia de instrucciones (algoritmo).

**Gráfico**, referido a que el estudiante para trabajar con los productos notables hace uso de la representación gráfica y opera de ese modo es decir matematiza y simboliza los gráficos en productos notables.

Ramírez (2007) quien estudia las estrategias didácticas para una enseñanza de la matemática centrada en la resolución de problemas. Ramírez señala que para resolver problemas es necesario; lectura y análisis del problema y la representación mental o gráfica del problema para establecer una relación lógica entre los datos y la incógnita y lograr una traducción simbólica adecuada en el lenguaje matemático la ejecución de las operaciones indicadas y la determinación y el análisis de la solución.

**Aplicación**, referido a que el estudiante hace uso de sus destrezas algebraicas y resuelve problemas que implican productos notables. Estas

dimensiones se relacionan cuando el estudiante es capaz de resolver problemas con productos notables de modo satisfactorio.

La disponibilidad de información y de conocimiento hace que las estrategias pedagógicas deban –hoy más que ayer– centrarse en “enseñar a aprender” y la de los estudiantes en “aprender a aprender”. Se necesita que el aprendizaje sea relevante, que tenga significado, que sea aplicable y que los medios que se utilicen sean atractivos para ellos, me gusta aprender, no estudiar...Al utilizarlas optimiza su capacidad de aprendizaje y, por ende, su capacidad de desenvolvimiento en la vida y, por consiguiente, se hace más autónomo. Para auto conocerse debe reflexionar, debe hacer consciente cuáles son esas “formas”. La vida actual obliga a estar adquiriendo permanentemente nuevos aprendizajes Para adquirir permanentemente nuevos aprendizajes es útil disponer de mecanismos que lo faciliten, esos mecanismos son bastantes personales; no todos aprendemos de igual forma. Para utilizar las “formas” más convenientes, cada uno debe auto conocerse, la importancia del aprender a aprender en la vida cotidiana, una vez conocidas debe utilizarlas (Pérez 2010).

## **Álgebra**

El creador del álgebra, (se dice) Diofanto (siglo III. D.C.), matemático alejandrino es autor de unos libros llamados “Arithmetica” en los cuales se encuentran ecuaciones algebraicas, éste siguió la forma Egipcia y babilónica también Arithmetica, es más completo y está por encima de los conceptos del otro. (Baldor, 1996).

Álgebra es un término que proveniente del árabe “Al-Jabr” traducido como “reducción” y “equilibrio”, desde donde se trata de que lo que se reste a un lado de una ecuación debe ser igual al otro lado de la ecuación para equilibrar y traducir en igualdad. (Baldor, 1996).

Estos últimos tiempos se ha venido investigando y fundamentando descubrimientos y transformaciones del conocimiento matemático, acontecimientos como la solución algebraica de las ecuaciones cúbicas y cuarticas, desarrollado a mediados del siglo XVI, desde donde se desprenden grandes adelantos en ese campo.

Algunos personajes que en los últimos tiempos han aportado al desarrollo del álgebra como son: KowaSeki, Leibniz, Cramer, entre otros.

El razonamiento algebraico involucra representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en diversas situaciones matemáticas, a medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo para apoyar y comunicar el pensamiento y procesamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones. Este tipo de razonamiento es lo principal de las matemáticas llamada ciencia de los patrones y el orden, ya que es difícil encontrar un área de las matemáticas en la que formalizar y generalizar no sea central. (Socas, y otros, 1989).

En el proceso de enseñanza y aprendizaje matemático se establecen relaciones con el álgebra, las cuales facilitan el aprendizaje, siendo que se propicia en el estudiante el sentido a lo aprendido considerando la utilidad de los contenidos.

De acuerdo con Aurelio Baldor (1997), “El álgebra es la rama de las matemáticas que estudia las cantidades del modo más general posible, no solamente con números, sino también con letras” (p. 12), lo que implica la importancia de la generalización, por ser el álgebra la generalización de la matemática.

Es prioridad abordar la generalización utilizando las propiedades aritméticas, mediante el álgebra, en el aprendizaje de números naturales, enteros y racionales, esta generalización tiene que dar importancia a las leyes de los exponentes, ya que la mayoría de los alumnos presenta dificultades en la representación exponencial de términos algebraicos. No siendo así con la aritmética, donde logran representar aspectos de generalización en las propiedades numéricas (Azarquiél, 1991 y Socas, 1989).

Otro aspecto que favorecería el establecer relaciones entre los contenidos aritméticos y algebraicos es considerar los algoritmos en diversas representaciones y efectuar cálculos de modo divergente, así como el uso de la incógnita en diferentes situaciones, no solo representándolo como encontrar el número perdido, sino representándolo como una proposición o sistema.

Socas (2011) en su libro: *Aprendizaje y enseñanza de las matemáticas*, en educación primaria, buenas prácticas. Considera que la matemática es una disciplina abstracta y compleja, la abstracción que el álgebra hace uso es la causa por la cual los estudiantes pierden el interés y se desmotivan fácilmente, los estudiantes no le encuentran la utilidad a la matemática en este punto, por lo que la práctica del álgebra se hace difícil y tediosa siendo que esta dificultad aumenta en los grados superiores, el rendimiento de los estudiantes baja por lo que desaprueban la materia por lo que llegan al facilismo y conformismo tratando de solo pasar la materia.

### **Productos notables**

Baldor (2009) definió, productos notables a ciertos productos que cumplen reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, es decir sin verificar la multiplicación. Los productos notables como su nombre lo indica, guardan relación entre las expresiones que se multiplican, por lo tanto se puede realizar la respectiva multiplicación siguiendo reglas que permiten hacerlo de una forma abreviada. También se puede decir que representan la factorización de polinomios como el Trinomio Cuadrado Perfecto o una Diferencia de Cuadrados. En los textos de álgebra un tema obligado a enseñarse antes de la factorización es el de productos notables por la relación directa entre estos dos temas, por ejemplo, Chamorro (1991) dice que los Productos notables, deberán aprenderse a fin de reconocer el proceso inverso a la factorización y ahorrar tiempo en la multiplicación.

Socas (2009) manifestó que en matemática se reconocen como “Productos Notables” a aquellos productos que responden a reglas fijas, es decir, son productos que pueden ser obtenidos sin efectuar la multiplicación término a término de modo algorítmico. La razón para escoger este tema específico radica en que es un tema que es muy abstracto y los docentes lo enseñan de una manera mecánica, proponiendo que los estudiantes memoricen las fórmulas, muchas veces sin trabajar la interpretación geométrica; desperdiciando la oportunidad que brinde este tema bajo el enfoque constructivista, en donde los mismos estudiantes son los que encuentran y descubren las fórmulas de cada

producto notable, así descubren el proceso lógico del algoritmo de los productos notables.

Baldor (2009) señaló que los productos notables obedecen a las multiplicaciones o potenciaciones cuyos resultados tienen una formación característica que las hace reconocibles, pueden compararse con algoritmos secuenciados.

Ciertamente los productos notables se pueden resolver por simple inspección haciendo uso de los algoritmos que se logran después de la demostración con ayuda de recursos gráficos y material didáctico.

### **Clasificación de los productos notables:**

En la presente investigación se han escogido cuatro productos notables importantes bidimensionales, los cuales se pueden trabajar con las piezas del algeplano:

- El cuadrado de la suma de dos cantidades.
- El cuadrado de la diferencia de dos cantidades.
- El producto de la Suma por su diferencia.
- El producto de dos binomios con un término común.

### **Binomio al Cuadrado.**

**Cuadrado de la suma de dos cantidades:** Es multiplicar dos veces el mismo binomio.

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= (a + b) (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

Literalmente el cuadrado de la suma de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, más el doble producto de la primera cantidad por la segunda cantidad, más el cuadrado de la segunda cantidad.

**Geoméricamente usando el algeplano:**  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Construimos un cuadrado de lado  $a$ , construimos dos rectángulos de largo " $a$ " y ancho " $b$ ". Construimos el cuadrado de lado  $b$ .

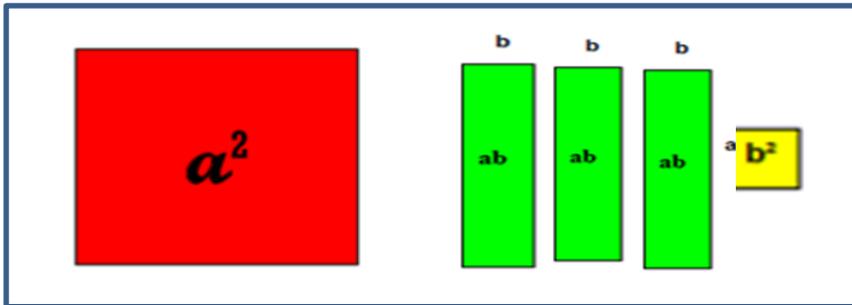


Figura 1: Construyendo el cuadrado de la suma de dos cantidades

Efectuando este binomio tenemos:  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

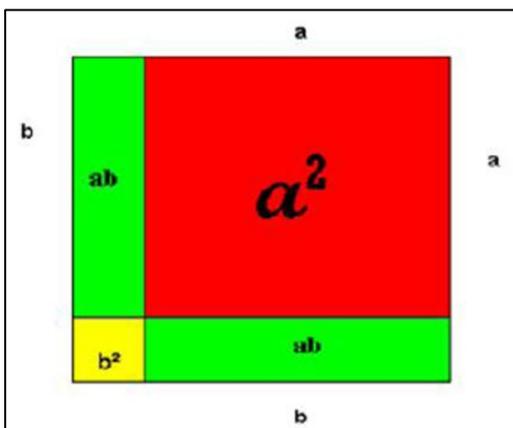


Figura 2: Suma de un binomio al cuadrado

**El Cuadrado de la diferencia de dos cantidades:** Es multiplicar dos veces el mismo binomio.

$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

Literalmente es igual a: el cuadrado de la primera cantidad, menos el doble producto de la primera cantidad por la segunda cantidad, más el cuadrado de la segunda cantidad.

**Geoméricamente usando el algeplano:**  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Geoméricamente se construye un cuadrado de lado  $a$ , luego construimos un cuadrado de lado  $b$ , y dos rectángulos de largo " $a$ " y ancho " $b$ "

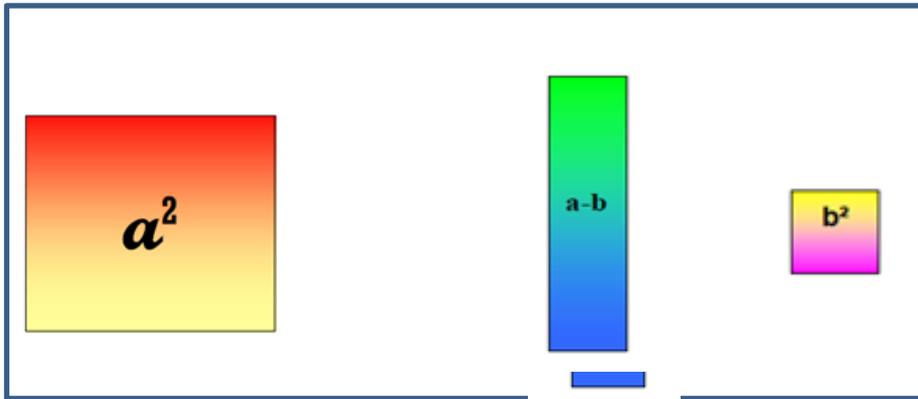


Figura 3: Construyendo el cuadrado de la diferencia de dos cantidades

Efectuando este binomio tenemos:  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

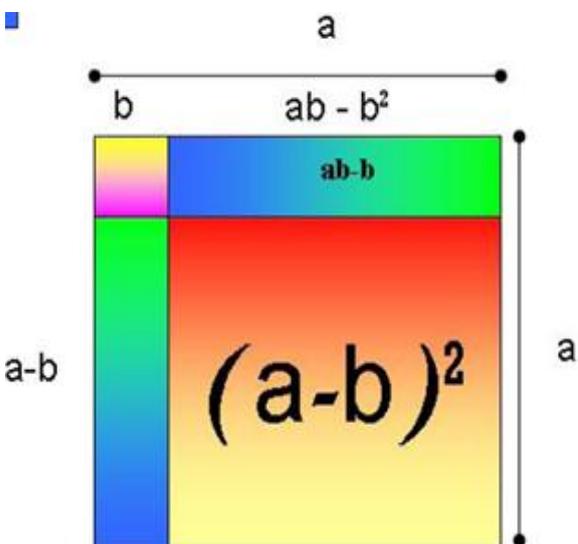


Figura 4: Cuadrado de la diferencia de dos cantidades

### b) El Binomio suma por su diferencia

El producto de la suma por la diferencia es igual la multiplicación de ambos binomios

$$\begin{aligned} (a + b)(a - b) &= a^2 - ab + ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

Literalmente el producto del binomio suma por su diferencia es igual al cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término.

**Geoméricamente usando el algeplano:  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$**

Construimos un cuadrado de lado “a”, luego un cuadrado de lado “b”, construimos dos rectángulos de largo “a” y ancho “b” o sea  $(a - b)$ , finalmente construimos un cuadrado  $(a + b)$  cantidades y un rectángulo  $(a - b)$ .

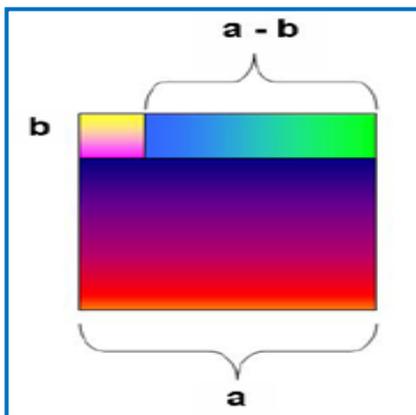


Figura 5: Construyendo el binomio suma por su diferencia

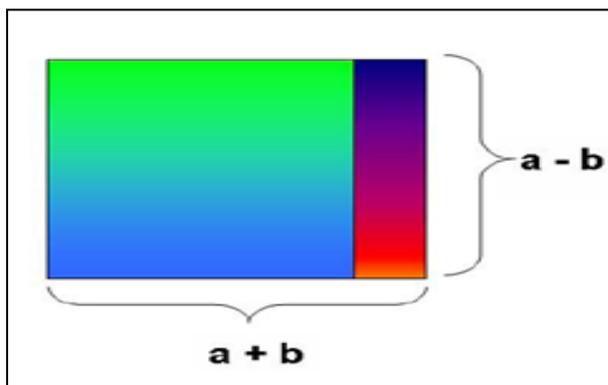


Figura 6: Binomio suma por su diferencia

Efectuando obtenemos:  $(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$

**Producto de dos binomios con un término común:**

Este tipo de multiplicaciones  $(x + a)(x + b)$  es igual al cuadrado del primer término, más el producto de la suma de los dos segundos términos por el primer término, más el producto de los segundos términos.

$$(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab$$

### Geoméricamente usando el algeplano: $(x + a)(x + b)$

Se construye un cuadrado de lado "x", un rectángulo de largo "x" y ancho "b" de lado es decir de "bx", luego un rectángulo de largo "a" y ancho "x" o sea "a", construimos un rectángulo de largo a y ancho b es decir de "ab".

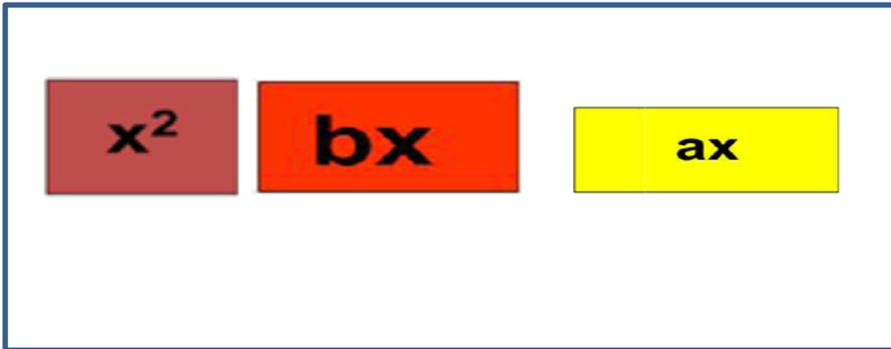


Figura 7: Construyendo el producto de dos binomios con un término común

Efectuando esta operación se obtiene:  $(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab$ .

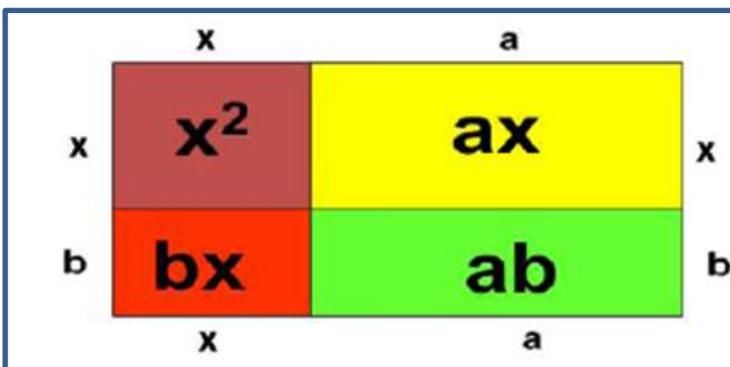


Figura 8: Producto de dos binomios con un término común

### El Algeplano

Es un material concreto que permite su manipulación, de fácil construcción y manejo. Su estructura puede ser de diferentes tipos de materiales y tamaños.

**Estructura:** El “algeplano” está confeccionado utilizando varios colores (azul, rojo, verde, y amarillo) ello para llamar la atención visual de los estudiantes. El juego del “algeplano” contiene un total de 70 piezas, puede haber de dos tipos de piezas según su forma (cuadrados y rectángulos) y tres tipos según su tamaño (cuadrado grande, cuadrado pequeño y rectángulo).

El algeplano permite la representación de monomios y polinomios de primer grado y polinomios de segundo grado, de dos variables y con coeficientes enteros, así mismo las operaciones algebraicas básicas como la adición, sustracción, multiplicación y división y la factorización incluida de trinomios se pueden realizar a partir de agrupar y organizar secuencias con las fichas, teniendo en cuenta su color, forma y valor asignado”.

### Analizando el algeplano:

**Primer caso:** en vez de las variables “a” y “b” podemos trabajar también con las variables “x” e “y”, sea éste el caso. Si el largo es “x” y el ancho es “y”

Azul, verde, amarillo				rojo			
Ca	color	S	Áreas	Ca	Color	S	Áreas
3		+	Si el lado es x su área es $x^2$	3		-	Si el lado es x su área es $x^2$ Se expresa $-x^2$
8		+	Si el largo es “x” y el ancho “y” su área es “xy”	8		-	Si el largo es “x” y el ancho “y” su área es “xy” Se expresa $-xy$
24		+	Si el lado es y su área es $y^2$	24		-	Si el lado es y su área es $y^2$ Se expresa $-y^2$

Gráfico 1: Piezas del algeplano caso 1

**Segundo caso:** Si el largo es “x” y el ancho es “y=1”

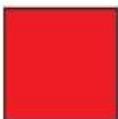
Azul, verde, amarillo				rojo			
Ca	color	S	Áreas	Ca	Color	S	Áreas
3		+	Si el lado es x su área es $x^2$	3		-	Si el lado es x su área es $x^2$ Se expres $-x^2$
8		+	Si el largo es “x” y el ancho “y=1” su área es “x”	8		-	Si el largo es “x” y el ancho “y=1” su área es “x” Se expresa $-x$
24		+	Si el lado es y=1 su área es 1	24		-	Si el lado es y=1 su área es 1 Se expresa $-1$

Gráfico 2: Piezas del algeplano caso 2

Los polinomios se modelan a partir de la representación de términos algebraicos de un polinomio, para lo cual se asignan valores simbólicos a las piezas del algeplano.

Es un juego educativo y está conformado de 70 piezas. El largo de todas las figuras son de igual medida y lo representamos por “x”, el ancho de las figuras se representan por “y”, la figuras de color rojo representan cantidades negativas. Con estas piezas se pueden trabajar operaciones con monomios y polinomios si como la suma, resta, multiplicación, factorización de polinomios, y en específico para la presente investigación se ha utilizado para trabajar los productos notables.

La siguiente tabla, nos muestra la cantidad, el color, signo y las áreas que se consideran para trabajar.

Tabla 1

*Medidas de las piezas del Algeplano*

NOMBRE PIEZA	COLOR Y FORMA	DIMENSIÓN	CANTIDAD
	FICHAS		
Cuadrado grande azul		6cm x 6cm	10
Cuadrado grande rojo		6cm x 6cm	10
Rectángulo verde		1.5cm x 6cm	15
Rectángulo rojo		1.5cm x 6cm	15
Cuadrado pequeño amarillo		1.5cm x 1.5cm	25
Cuadrado pequeño rojo		1.5cm x 1.5cm	25

**El principio del cero:** Este principio representa el cero, por la cual se plantea dos cantidades iguales de signos opuestos, es decir dos figuras de tamaños iguales y colores distintos, es decir:

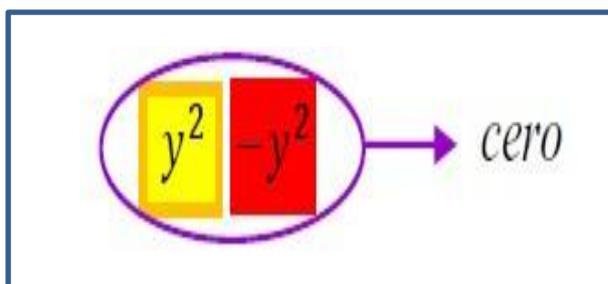


Figura 9: El principio del cero

Cuando dos cantidades se cancelan mutuamente obteniendo un cero, se llaman opuestos o inversos aditivos.

## Adición de polinomios

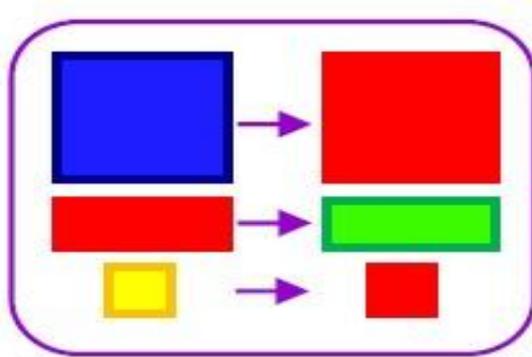


Figura 10: Adición de polinomios

En la adición se ordenan en columna los términos comunes o del mismo tipo de cada sumando, se efectúan las operaciones y si fuera el caso se retiran fichas con el principio del cero por eliminación.

Esta forma de trabajar con colores tamaños y el principio del cero refuerza el trabajo geométrico del estudiante, a partir del trabajo aritmético, conjugándose ambos en el proceso de algebrización, lo que ayuda mucho a luego llegar a los algoritmos con los cuales se puede trabajar los productos notables.

A continuación mostramos un ejemplo del trabajo de las fichas, colores y posicionamiento para las operaciones.

Ejemplo: Sumar  $(2x^2 + 3x + 4)(x^2 - 5x + 5)$

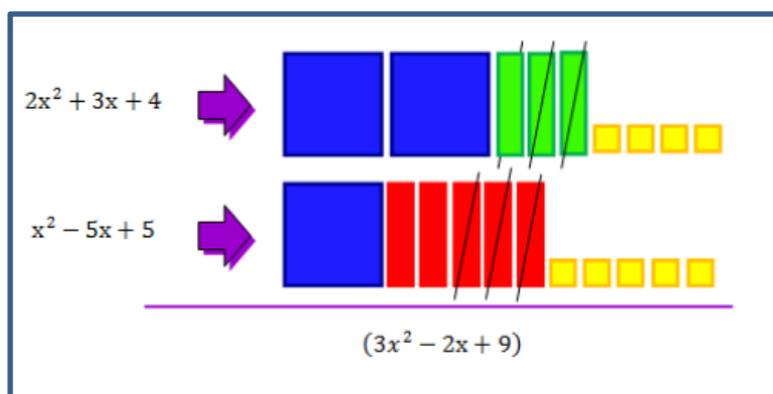


Figura 11: Adición de polinomios

## Sustracción de polinomios

**Primera forma: retirando fichas:** Si los términos del minuendo son del mismo tipo o signo del sustraendo. Se inicia ordenando el minuendo con las fichas del algeplano; el signo menos “-” señala retirar las fichas del minuendo tantas como nos indique el sustraendo.

**Segunda forma: aplicando el principio del cero:** Cuando los términos del minuendo y sustraendo son de diferente signo. Se eliminan las cantidades opuestas y se suman las cantidades con el mismo signo.

Por ejemplo: Efectuar:  $(3x^2+x-2)-(2x^2-2x+1)$

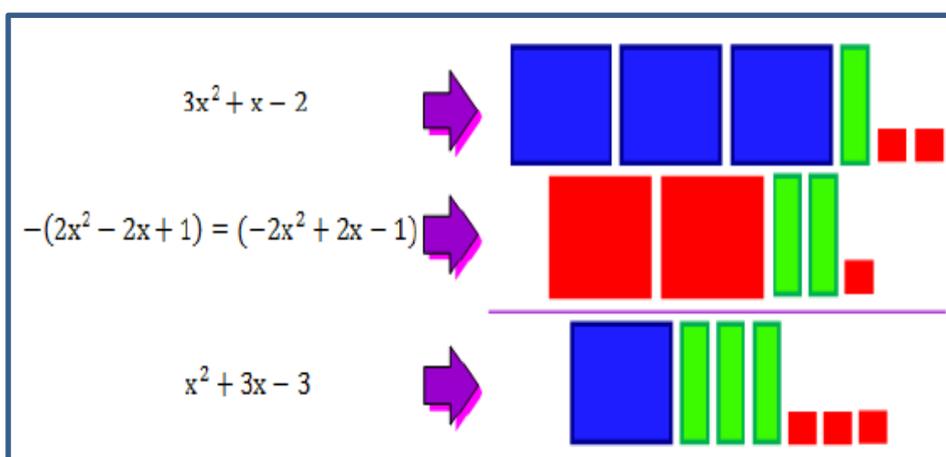


Figura 12: Adición con principio de cero

## Multiplicación de polinomios

La multiplicación de polinomios se representa a partir de la construcción del área de un rectángulo, como resultado del producto de sus lados. Esto una característica de las fichas del algeplano.

En una tabla de doble entrada, armar la multiplicación para ello se usa los lados de las fichas para marcar la distancia de las dimensiones “ $2x$ ” y “ $x+4y$ ”, luego retiramos las fichas y nos quedamos con las marcas en los lados del cuadro. La acción de marcar la longitud, ayuda a diferenciar entre medición lineal y medición de área.

Para “ $2x$ ” se refiere al lado mayor del rectángulo, que a su vez coincide con el lado del cuadrado grande, luego “ $y$ ” es el lado del cuadrado pequeño, que coincide con el lado menor del rectángulo.

Luego formar el arreglo rectangular de las fichas, luego contando el número de fichas “ $x^2$ ” y las fichas “ $xy$ ” en el arreglo se observa que “ $2x(x+4y)=2x^2+8xy$ ”

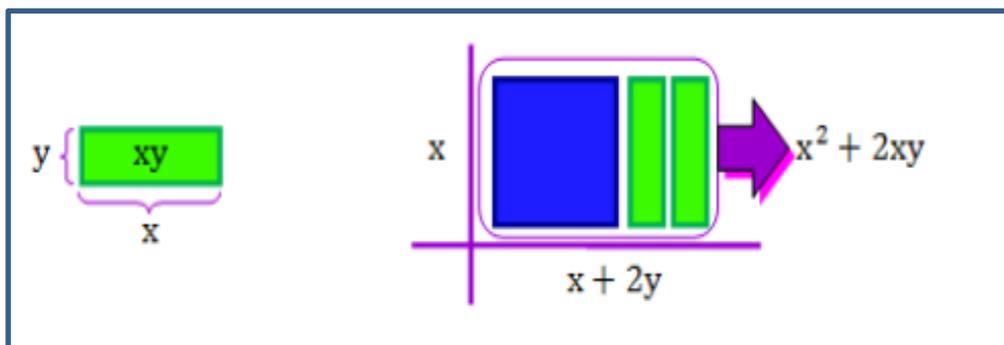


Figura 13: Multiplicación de polinomios

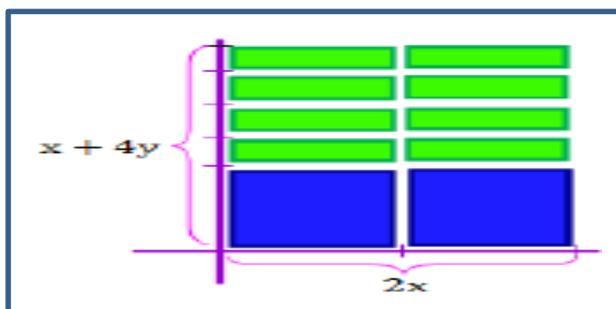


Figura 14: Representación para multiplicar de polinomios

#### 1.4 Realidad problemática

De acuerdo con la evaluación PISA aplicada el 2012 donde participaron 65 países, el Perú presenta un pésimo desempeño respecto del rendimiento escolar, así mismo el Perú participó en las evaluaciones PISA del año 2001, 2009 siendo que en la prueba del año 2009 el Perú ocupó el penúltimo lugar en ciencia y el antepenúltimo lugar en el área de matemática y comprensión lectora. En el marco de los resultados PISA 2012 éstos indican que América Latina se halla por debajo del estándar promedio de la OCDE (494 puntos en matemática, 501 en ciencia y 496 en lectura). Así mismo Los países que están mejor posicionados son Chile y

México, sin embargo en la evaluación PISA 2015 el Perú mejoró sus resultados, pero sigue en los últimos lugares respecto de este tipo de evaluaciones.

En vista de los resultados podemos manifestar que la educación se encuentra en crisis, demandando una urgente intervención del estado y de los agentes educativos.

Los docentes debemos plantear iniciativas creativas junto con estrategias que fomenten aprendizajes de calidad y por ende se generen procesos de cambio que impulsen el desarrollo de nuestro país.

Actualmente las metodologías, los currículos, las técnicas y los materiales no son los pertinentes se necesita mayor inversión en la educación, que implemente con tecnología, infraestructura, materiales, laboratorios si queremos una educación de calidad, actualmente la inversión en educación del Perú está por debajo del 3% del PBI.

En ese contexto nuestra institución educativa 1021 República Federal de Alemania ubicada en el cercado Lima no es ajena a esta realidad, la infraestructura es antigua, el aula de innovación carece de la implementación respectiva, las aulas tampoco están implementadas adecuadamente, lo que hace que los estudiantes no se sientan motivados para aprender, sobre todo en el área de matemática porque además de todas estas deficiencias, la matemática se les hace aburrida y complicada, no hay actitud de aprendizaje hacia esta materia porque el estudiante desconoce de la utilidad de la matemática, así como su aplicabilidad.

En estos últimos tiempos donde hablamos de constructivismo de aprendizaje significativo, de zonas de desarrollo y metodología activa, el proceso de enseñanza aprendizaje debe coincidir con estas teorías, de modo que su significancia e interacción en el aprendizaje sea realmente significativa, logrando que el estudiante sea una persona que resuelva problemas y sea ciudadano responsable en su actuar, por ello hemos elegido trabajar en el tema de los

aprendizajes de los estudiantes proponiendo un conjunto de estrategias y metodologías activas participativas en el desarrollo de la sesiones de aprendizaje que de modo que estas estrategias acompañado de la lúdica llamen la atención y motiven al estudiante para aprender matemática con actitud positiva, reflejándose ello en su desempeño.

#### **1. 4.1 Problema**

##### **1.4.1 Problema general**

¿De qué manera las estrategias didácticas influye en el aprendizaje de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016?

##### **1.4.2 Problemas específicos**

###### **Problemas específicos 1**

¿De qué manera estrategias didácticas influyen en el aprendizaje algorítmico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la IE 1021 República Federal de Alemania Lima 2016?

###### **Problemas específicos 2**

¿De qué manera las estrategias didácticas influyen en el aprendizaje gráfico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la IE 1021 República Federal de Alemania Lima 2016?

###### **Problemas específicos 3**

¿De qué manera las estrategias didácticas influyen en el aprendizaje aplicativo de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016?

## **1.5 Justificación del estudio**

### **Justificación teórica**

Esta investigación se desarrolla con el propósito de aportar al conocimiento pedagógico respecto del uso de las estrategias didácticas que ayudará al estudiante en la construcción de algoritmos y gráficas respecto de los productos notables, las constantes demandas de cambio en la educación Peruana y los requerimientos que la sociedad actual exige que es que los docentes implementen nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje, así como técnicas metodológicas y didácticas en este proceso para lograr un desarrollo integral de los estudiantes y siendo el objetivo la mejorara de la calidad de la educación en nuestro país.

### **Justificación práctica**

La presente investigación se desarrolla porque existe la necesidad de que los estudiantes trabajen con los productos notables de manera concreta, lúdica y entretenida, nos vemos en la necesidad de conseguir que los estudiantes se motiven y muestren actitud positiva hacia el aprendizaje generando el interés por aprender la matemática sabemos que es una tarea complicada pero no imposible

### **Justificación metodológica**

La aplicación de las estrategias didácticas que está apoyado en el uso del algeplano como recurso para el aprendizaje significativo de los productos notables significan una contribución en el que hacer pedagógico del docente del área de matemática por lo que el trabajo adquiere valía e importancia, siendo que el álgebra nos ayuda a realizar actividades de resolución de problemas de la vida diaria por ejemplo los relacionados con los hábitos de consumo y de compra, elaborando y verificando presupuestos sencillos, utilizando números y porcentajes; facilita el desarrollo del razonamiento (comprender, analizar, interpretar, formalizar) y abstracción poniendo en práctica los conceptos adquiridos para comprender mejor la cuantificación de fenómenos que se usan como procedimientos en otras áreas del conocimiento como en Geografía e Historia, ciencia, tecnología y ambiente o física.

## **1.6 Hipótesis**

### **1.6.1 Hipótesis general**

Las estrategias didácticas influyen significativamente en el aprendizaje de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

### **1.6.2 Hipótesis específicas**

#### **Hipótesis específicas 1**

Las estrategias didácticas influyen significativamente en el aprendizaje algorítmico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

#### **Hipótesis específicas 2**

Las estrategias didácticas influyen significativamente en el aprendizaje gráfico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

#### **Hipótesis específicas 3**

Las estrategias didácticas influyen significativamente en el aprendizaje aplicativo de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

## **1.7 Objetivos**

### **1.7.1 Objetivo General**

Determinar la influencia de las estrategias didácticas el aprendizaje de productos notables en estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

## **1.7.2 Objetivos específicos**

### **Objetivos específicos 1**

Determinar la influencia de las estrategias didácticas en el aprendizaje algorítmico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

### **Objetivos específicos 2**

Determinar la influencia de las estrategias didácticas en el aprendizaje gráfico de los productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

### **Objetivos específicos 3**

Determinar la influencia de las estrategias didácticas en el aprendizaje aplicativo de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

## **II. Método**

## 2.1 Diseño de investigación

El diseño de la presente investigación es cuasi-experimental, según Palella y Martins (2010), definieron: La investigación cuasi-experimental: es un método de control parcial, basado en la identificación de los factores que pueden intervenir en la validez interna y externa del mismo.

Incluye el uso de grupos intactos de sujetos para la realización del experimento, puesto que en un estudio no siempre es posible seleccionar objetos al azar.

Las estrategias didácticas se aplican al grupo experimental y la enseñanza tradicional al grupo control. El esquema es el siguiente:

$\begin{array}{l} \text{GE} : \underline{O_1} \quad X \quad \underline{O_2} \\ \text{GC} : O_3 - O_4 \end{array}$
---

Dónde:

GE: Grupo experimental

GC: Grupo Control

O1 y O3: Prueba de entrada o pre test

O2 y O4: Prueba de salida o post test.

X: Aplicación de las estrategias didácticas

\_\_\_\_\_ : Tratamiento.

El tipo de investigación es cuantitativo, según Hernández (2014) el enfoque cuantitativo utiliza la recolección y análisis de datos para responder preguntas de investigación y probar hipótesis establecidas previamente, con base en la medición numérica y el análisis estadístico. Población y la muestra se obtendrá con un conocimiento intencional no probabilístico disponible y que no depende de la probabilidad, sino de las causas relacionadas con las características de la Investigación (Hernández, 2014).

## **Variables operacionalización**

### **Variable independiente: Estrategias didácticas**

El docente tiene a su cargo la finalidad de encaminar, motivar y generar actitud positiva de sus estudiantes esto lo logrará mejorando su práctica educativa por ello la finalidad de elaborar actividades, guías y fichas de trabajo con ayuda de material educativo concreto en éste caso el algeplano, que permita la comprensión y aprehensión de los productos notables, para ello se han utilizado métodos y técnicas activas ya que estas se convierten en valiosas herramientas didácticas que facilitan el proceso enseñanza aprendizaje de la matemática, permitiendo que el estudiante construya y elabore por sí mismo el conocimiento matemático, de modo que su aprendizaje sea altamente significativo y por ende pueda resolver situaciones con alta demanda cognitiva.

La propuesta educativa “estrategias didácticas” está diseñada para trabajar los productos notables haciendo uso del algeplano, de manera planificada, para ello se hace uso de estrategias de inicio, desarrollo y cierre, resaltando el uso del algeplano en la construcción de los productos notables.

Su puesta en práctica no depende de otra variable. La variable independiente se desarrolló a través de las sesiones de aprendizaje en la institución educativa con la aplicación de estrategias metodológicas lúdicas, usando material concreto, planteando los algoritmos y las aplicaciones de manera muy sencilla.

Las dimensiones de la variable están comprendidas en:

**Estrategias didácticas:** Las estrategias didácticas tienen como indicadores a las estrategias de inicio, estrategias de desarrollo y estrategias de cierre, el cual son clasificadas de acuerdo al producto notable que se va a trabajar.

**Recursos educativos:** Los recursos educativos además de equipo multimedia, pizarras, colores, guías de práctica, se enfatiza el uso del algeplano, el cual consta de 70 piezas de colores constituidas por figuras de colores entre cuadrados y rectángulos.

**Variable dependiente: aprendizaje de productos notables (álgebra).**

El aprendizaje de los productos notables en el contexto de la investigación se produce cuando el estudiante de modo intencional y mostrando actitud de aprendizaje se integra en las actividades propuestas y logra trabajar los productos notables de manera lúdica, concreta y divertida a partir de la manipulación del material, su gráfica, procedimientos y elaboración de algoritmos.

Esta variable se sustenta en tres dimensiones las cuales son:

**Aprendizaje algorítmico:** El uso de una secuencia algorítmica se usa en este caso para hallar rápidamente por simple inspección los resultados de los productos notables y solucionar problemas y demandas académicas (Socas 2009, p.27).

El aprendizaje algorítmico es el aprendizaje de procesos, secuencias que van jerarquizadas una a continuación de la otra. El algoritmo es una secuencia de órdenes.

**Aprendizaje gráfico:** A través de una gráfica o manipulación de algún material por el cual reconocemos las partes algebraicas (matematización) y realizamos simbolizaciones y las operaciones que nos indican y damos solución a los problemas de una manera lúdica. (Godino, 2003).

En el aprendizaje gráfico se verifica la destreza de los estudiantes en el reconocimiento de procesos y operaciones en este caso algebraicas.

**Aprendizaje de aplicación:** Es resolver problemas relacionado con contenidos matemáticos en este caso productos notables. Cuan real y formal puede darse aplicando de manera transversal en casos cotidianos y prácticos de la vida (Chacón 2009, p.87)

Los estudiantes al resolver problemas aplican lo aprendido en situaciones diversas.

**Operacionalización**

Tabla 2

*Variable 1. Estrategias didácticas*

Dimensiones	Indicadores	Ítems
Estrategias didácticas	Inicio	Sesiones de aprendizaje
	Desarrollo	
	Cierre	
Recurso educativos	Algeplano	Sesiones de aprendizaje

Tabla 3

*Variable 2. Aprendizaje de los productos notables*

Dimensiones	Indicadores	Ítems	Escalas valores
Algorítmico	El uso de una secuencia algorítmica se usa en este caso para hallar rápidamente por simple inspección los resultados de los productos notables y solucionar problemas y demandas académicas (Socas 2009, p.27).	4, 5, 7, 8	Sobresaliente (18-20)
			satisfactorio (14-17)
Gráfico	A través de una gráfica o manipulación de algún material reconocemos las partes algebraicas (matematización) y realizamos simbolizaciones y las operaciones.	1, 2, 3, 6	Proceso (11-13)
Aplicativo	Es resolver problemas relacionados con productos notables.	9, 10	Inicio (00-10)

### **Población**

Para este estudio se tuvo en cuenta a los estudiantes de la Institución educativa estatal “República Federal Alemana”, la población estuvo constituida por 128 estudiantes de ambos sexos del tercer grado de educación secundaria, de

acuerdo con Hernández (2016) “Una población es el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones” (p.65).

### **Muestra**

Se trabajó con una muestra no probabilística intencionada estratificada es decir la muestra no dependió de la probabilidad, sino de las causas relacionadas con las características de la Investigación (Hernández, 2016), en este caso fue de 60 estudiantes agrupados en grupos de 30 estudiantes del grupo control y 30 estudiantes del grupo experimental.

## **2.4 Técnicas e instrumentos de recolección de datos, validez y confiabilidad**

### **El cuestionario**

En los instrumentos para la variable dependiente se consideró la aplicación de una prueba de rendimiento de productos notables, el cual constó de dos etapas un examen Pre-test y post-test, a el grupo control y a el grupo experimental el cual responde a los indicadores respecto del aprendizaje de productos notables.

### **Validación y confiabilidad**

La validación del cuestionario se desarrolló por juicio de tres expertos, quienes analizaron, el examen y plantearon algunas correcciones en el instrumento, el cual se levantó para la aplicación del mismo.

La fiabilidad se verifico con la aplicación de una prueba piloto a veinte estudiantes verificándose con el alfa de cronbach

### **Procedimientos de recolección de datos**

La recolección de datos se desarrolló en tres fases, la primera correspondiente a la toma del cuestionario para validar los datos, la segunda fase la aplicación del pre test es decir aplicación del cuestionario al grupo A y B y la tercera fase, la aplicación del post test a los mismos grupos

## **2.5 Métodos de análisis de datos**

El método usado es cuantitativo, se utilizó la estadística descriptiva, la media, mediana, desviación estándar y rango, , para demostrar la diferencia de ambos grupos. Además se usó tablas y gráficos y para demostrar la hipótesis será a través de la estadística inferencial, todo ello con el programa SPSS. Ver 23 y el Excel.

## **2.6. Aspectos éticos**

La investigación se desarrolló en la institución educativa “República de Alemania” del cercado de Lima, para lo cual e conto con el permiso respectivo de las autoridades educativas, contando con su apoyo desinteresado en todo mom Los estudiantes apoyaron activamente en el trabajo de investigación.

### **III. Resultados**

### 3.1 Contexto y sujetos de investigación.

#### 3.1.1 Resultados descriptivos

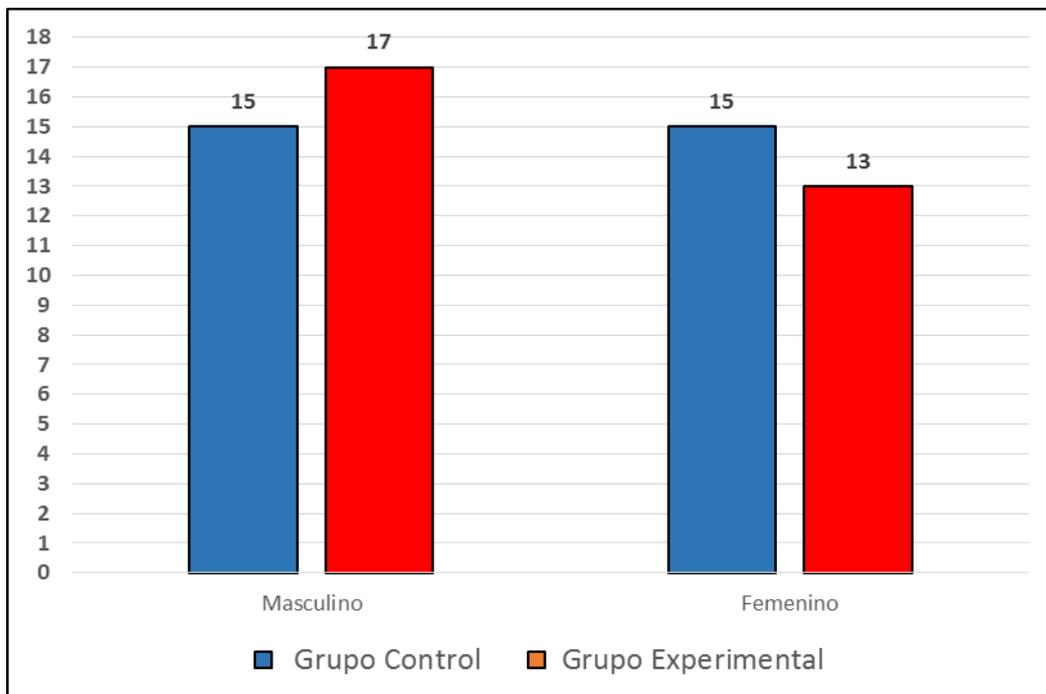
##### Análisis descriptivo de las características de la muestra

Tabla 4

*Frecuencia del género de los estudiantes*

Grupo	Género	
	Masculino	Femenino
Control	15	15
Experimental	17	13
Total	30	30

**Gráfico 3: Frecuencia de género de los estudiantes**



Del gráfico presentado podemos manifestar que tanto el grupo control como experimental están conformados por varones y mujeres.

## Análisis descriptivo del aprendizaje de productos notables

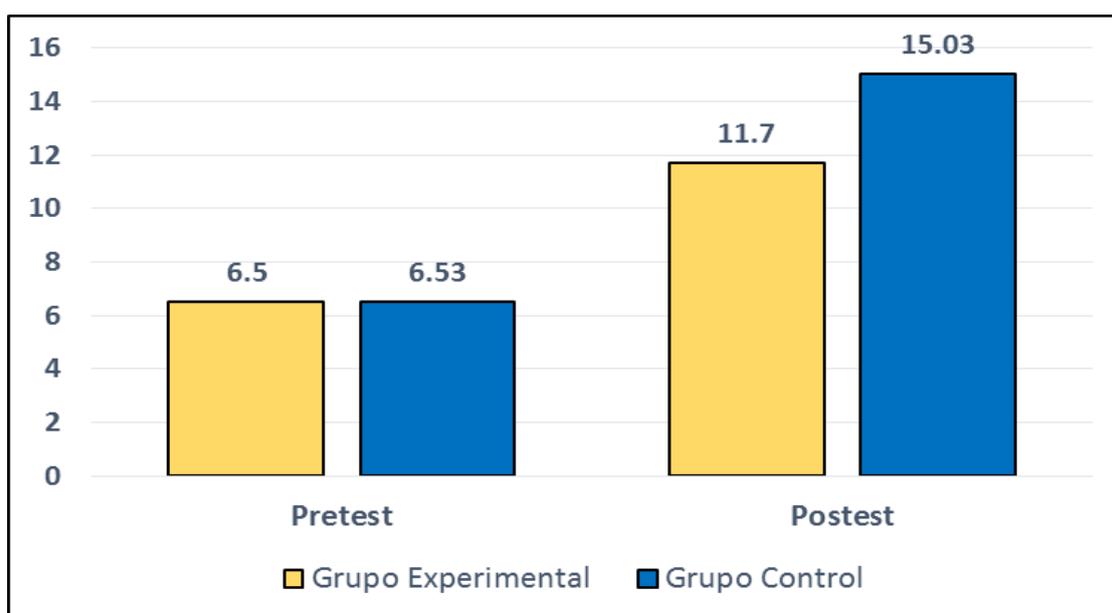
Tabla 5

*Promedios del post test del grupo experimental y control*

	Evaluación	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
puntaje	Postest GC	30	11,70	1,803	,329
	Postest GE	30	15,10	1,626	,297

Fuente: Elaboración propia.

**Gráfico 4: Promedio de puntaje en el pre test y post test obtenido del grupo experimental y grupo control**



Del gráfico podemos observar que en la prueba del pre test en ambos grupos de control y experimental los resultados coinciden en los promedios en cambio en la prueba de post test los resultados son positivos para ambos grupos sin embargo se puede observar que el promedio del grupo experimental es mucho más significativo.

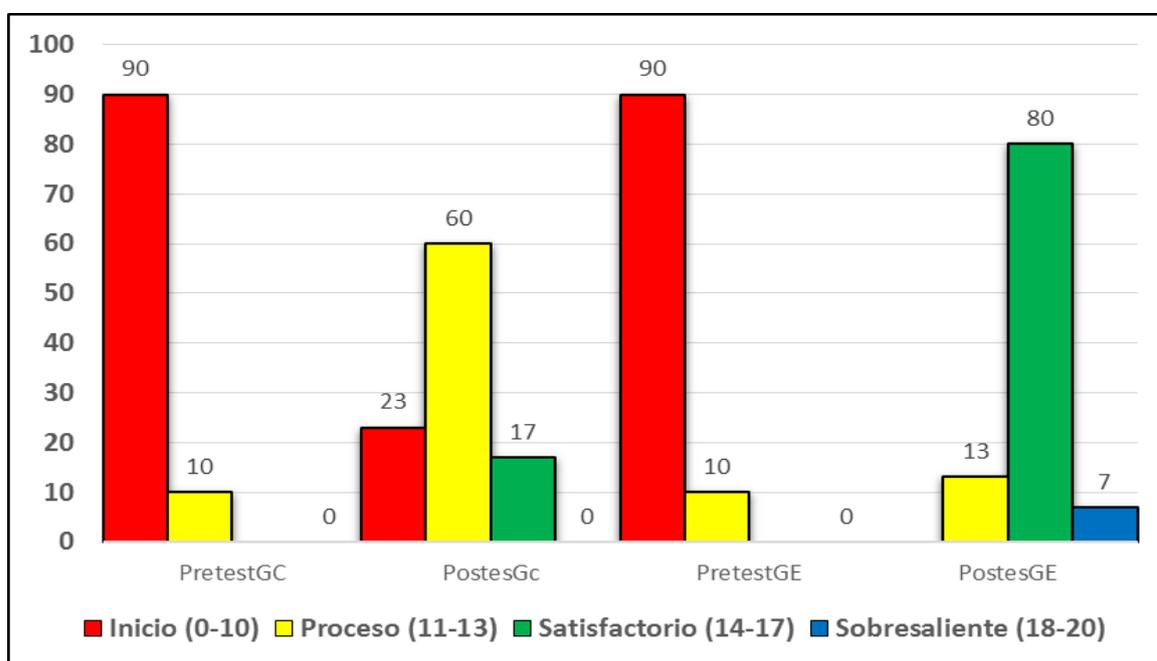
Tabla 6

*Cantidad de estudiantes en los niveles de logro, grupo experimental y control*

	Pretest GC	Postest GC	Pretest GE	Postest GE
<b>Inicio (0-10)</b>	27	7	27	0
<b>Proceso (11-13)</b>	3	18	3	4
<b>Satisfactorio (14-17)</b>	0	5		24
<b>Sobresaliente (18-20)</b>	0	0		2

Fuente: Elaboración propia.

**Gráfico 5: Porcentaje de los puntajes obtenido por los estudiantes del grupo experimental y control en el pre test y post test**



Podemos observar que los dos grupos de control y experimental en el pre test tienen el mismo porcentaje de logro en inicio (0-10) con 90% y en proceso (11-13) con 10%, lo que nos hace afirmar que los grupos inician en igualdad de condiciones. Sin embargo se puede observar en el post test se logró 4 aprobados con niveles proceso (11-13) siendo un 13% y en el nivel satisfactorio 24 estudiantes lograron obtener puntajes entre (14-17) significando un 80% y 2 estudiantes lograron el nivel sobresaliente (18-20) siendo un 7% que comparado con el grupo control, el grupo experimental alcanza niveles más positivos de puntajes logrados.

De lo analizado podemos concluir que de acuerdo a los puntajes obtenidos el grupo experimental muestra mejores resultados que el grupo control.

### 3.1.2 Análisis de los resultados

Para la verificación de la hipótesis debemos hallar si los datos tienen distribución normal o no, luego se debe de corroborar el supuesto de igualdad de varianza entre los dos grupos.

#### Prueba de normalidad

La prueba de normalidad a la variable en estudio es necesario para poder tomar la decisión de utilizar una prueba paramétrica o no paramétrica en la verificación de la hipótesis. En este caso utilizaremos la prueba de Shapiro-Wilk que es recomendada cuando se tiene una muestra menor a 50. Para realizar la prueba de normalidad se ha tomado un nivel de confianza de 95% para lo cual se planteo las siguientes hipótesis:

$H_1$ : El conjunto de datos tienen una distribución normal.

$H_0$ : El conjunto de datos no tiene una distribución normal.

Tabla 7

*Prueba de normalidad de las variables de estudio*

	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
Postest Grupo control	,945	30	,121
Postest Grupo experimental	,926	30	,065

De la tabla podemos observar que los valores de significancia de la prueba de Shapiro-Wilk es mayor que 0.05, por lo que debe rechazarse  $H_0$ , es decir el conjunto de datos tiene una distribución normal.

Para la prueba de varianza se ha tomado el nivel de confianza de 95% y se ha planteado las siguientes hipótesis:

$H_1$ : Las varianzas son iguales.

$H_0$ : Existe diferencia significativa entre las varianzas.

Tabla 8

*Supuesto de igualdad de varianzas prueba de Levene*

	Prueba de Levene de calidad de varianzas	
	F	Sig.
varianzas		
puntaje	.337	.564

De la prueba de Levene para la igualdad de varianzas que nos muestra la tabla podemos asumir que las varianzas son iguales por que el nivel de significancia es mayor que el nivel de error ( $0,564 \geq 0,05$ ) por lo cual se acepta la hipótesis de que las varianzas son iguales y se rechaza  $H_0$ .

Luego de haber pasado estos dos requisitos exigidos para la aplicación de la prueba T de Student, es decir que los datos tienen una distribución normal y que las varianzas son iguales planteamos las siguientes hipótesis para contrastar la hipótesis:

$H_a$ : Las estrategias didácticas influye significativamente en el aprendizaje de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

$H_0$ : Las estrategias didácticas no influye significativamente en el aprendizaje de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

## Prueba de hipótesis

Trabajaremos la prueba de hipótesis con la t de student para grupos independientes, el cual nos ayudará a verificar la hipótesis de trabajo de la investigación.

### a) Hipótesis general

Tabla 9

*Estadísticos de contraste, Prueba T de Student para el pre test y post test del grupo experimental y grupo control del aprendizaje de productos notables.*

	tipodeprueba	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
puntaje	PostestGC	30	11,70	1,803	,329
	postestGE	30	15,10	1,626	,297

prueba t para la igualdad de medias						
T	GI	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
					Inferior	Superior
-7.669	58	.0000	-3.400	.443	-4.287	-2.513

De la tabla se observa que el promedio del grupo control es menor que el grupo experimental, el nivel de significancia es 0,000 de la prueba T de Student es menor que el nivel de error 0,05 de la prueba ( $P\text{-valor} = 0,000 \leq 0,05$ ) con el nivel de confianza del 95% por lo que se acepta la hipótesis de trabajo  $H_a$  y se rechaza la hipótesis nula  $H_0$ .

De acuerdo con los resultados hallados podemos concluir las estrategias didácticas influye significativamente en el aprendizaje de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

## b) Hipótesis específicas

### Primera Hipótesis

**H<sub>a</sub>:** Las estrategias didácticas influyen significativamente en el aprendizaje algorítmico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

**H<sub>o</sub>:** Las estrategias didácticas no influyen significativamente en el aprendizaje algorítmico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

Tabla 10

*Estadísticos de contraste, Prueba T de Student para el pre test y post test del grupo experimental y grupo control del aprendizaje algorítmico de productos notables.*

	Tipodeprueba	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar						
Algorítmico	grupo control	30	1,062	,3796	,0693						
	grupo experimental	30	1,597	,3211	,0586						
Prueba de Levene de calidad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias								95% de intervalo de confianza de la diferencia	
Algorítmico	F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	Inferior	Superior		
Se asumen varianzas iguales	,009	,925	-5,894	58	,000	-,5350	,0908	-,7167	-,3533		
No se asumen varianzas iguales			-5,894	56,448	,000	-,5350	,0908	-,7168	-,3532		

De la tabla se observa que la media del grupo control es menor que el grupo experimental, así mismo el nivel de significancia de la prueba t de student para la dimensión aprendizaje algorítmico de productos notables es menor que el nivel de error de la prueba ( $P\text{-valor}=0.000 \leq 0,05$ ) con el nivel de confianza del 95% por lo que se acepta la hipótesis de trabajo H<sub>a</sub> y se rechaza la hipótesis nula H<sub>o</sub>.

De lo descrito podemos concluir las estrategias didácticas influyen significativamente en el aprendizaje algorítmico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

### Segunda hipótesis

**Ha:** Las estrategias didácticas influyen significativamente en el aprendizaje gráfico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

**Ho:** Las estrategias didácticas no influyen significativamente en el aprendizaje gráfico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

Tabla 11

*Estadísticos de contraste, Prueba T de Student para el pre test y post test del grupo experimental y grupo control del aprendizaje gráfico de productos notables.*

	Tipodeprueba	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar				
Gráfico	grupo control	30	1,793	,2612	,0477				
	grupo experimental	30	1,960	,1037	,0189				
<b>prueba t para la igualdad de medias</b>									
					95% de intervalo de confianza de la diferencia				
Gráfico			Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	Inferior	Superior		
Se asumen varianzas iguales	F	Sig.	t	gl					
	28,851	,000	-3,248	58	,002	-,1667	,0513	-,2694	-,0640
No se asumen varianzas iguales			-3,248	37,924	,002	-,1667	,0513	-,2705	-,0628

Fuente: elaboración propia.

De la tabla se observa que la media del grupo experimental es mayor que el grupo control, así mismo el nivel de significancia de la prueba t de student para la dimensión aprendizaje gráfico de productos notables es menor que el nivel de error de la prueba ( $P\text{-valor}=0.000 \leq 0,05$ ) con el nivel de confianza del 95% por lo que se acepta la hipótesis de trabajo  $H_a$  y se rechaza la hipótesis nula  $H_o$ .

Se concluye que las estrategias didácticas influye significativamente en el aprendizaje gráfico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

### Tercera hipótesis

Ha: Las estrategias didácticas influyen significativamente en el aprendizaje aplicativo productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

Ho: Las estrategias didácticas no influyen significativamente en el aprendizaje aplicativo productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

Tabla 12

*Estadísticos de contraste, Prueba T de Student para el pre test y post test del grupo experimental y grupo control del aprendizaje aplicativo de productos notables.*

Tipodeprueba		N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar				
Aplicación	grupo control	30	,067	,3651	,0667				
	grupo experimental	30	,283	,4857	,0887				
Prueba de Levene de calidad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias							
Aplicación	F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
								Inferior	Superior
Se asumen varianzas iguales	11,364	,001	-1,953	58	,046	-,2167	,1109	-,4387	,0054
No se asumen varianzas iguales			-1,953	53,844	,046	-,2167	,1109	-,4391	,0058

Fuente: elaboración propia.

De la tabla se observa que la media del grupo experimental es mayor que del grupo control, así mismo el nivel de significancia de la prueba t de student para la dimensión aprendizaje aplicativo de productos notables es menor que el nivel de error de la prueba ( $P\text{-valor}=0.000 \leq 0,05$ ) con el nivel de confianza del

95% por lo que se acepta la hipótesis de trabajo  $H_a$  y se rechaza la hipótesis nula  $H_o$ .

De lo hallado se concluye que Las estrategias didácticas influye significativamente en el aprendizaje aplicativo de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

## **IV. Discusión**

#### **4.1 Discusión de resultados**

Luego de haber desarrollado el proceso de análisis de los datos de la investigación y haber descrito los mismos se observa lo siguiente:

Lo hallado en la investigación siendo que en el grupo control después de aplicar el post test es: 7 estudiantes se ubicaron en el nivel inicio (0-10), 18 estudiantes aprobados en el nivel proceso (11-13) y 5 estudiantes en el nivel satisfactorio (14-17) que comparado con el grupo experimental éste alcanza niveles más positivos como son 4 estudiantes aprobados en niveles proceso (11-13), 24 estudiantes en el nivel satisfactorio (14-17) y 2 estudiantes en el nivel sobresaliente (18-20) estos resultados coinciden con los estudios de Valencia (2012) quien manifiesta que: La incorporación de organizadores gráficos en la enseñanza de productos notables y factorización fue realmente positiva, porque se logró motivar a los estudiantes, logrando un aprendizaje efectivo, siendo que en caso similar las estrategias diseñadas para el aprendizaje de productos notables fueron también significativos.

Estos resultados se complementan con lo manifestado por Díaz y Hernández (2007), las estrategias de enseñanza se definen como “los procedimientos o recursos utilizados por el docente para promover aprendizajes significativos”, esto indica que el docente debe enfatizar el diseño, programación, elaboración y desarrollo de los contenidos a aprender, éstas pueden emplearse como procedimientos flexibles a distintas situaciones de aprendizaje.

En la actualidad el problema principal en el desempeño docente, no es el desconocimiento de los métodos, las técnicas y las estrategias de enseñanza, sino su inadecuada aplicación según el tipo y estilo de aprendizaje de los alumnos.

La innovación de las estrategias que he aplicado respecto del uso de materiales manipulativos, han permitido despertar el interés en los estudiantes, la motivación, el entusiasmo y la integración de los equipos compartiendo lo que aprenden.

Estas manifestaciones están respaldados en los siguientes hallazgos en el grupo experimental de la investigación en el pre test solo se lograron dos niveles de aprendizaje el de inicio y proceso sin embargo en el post test se logró tres niveles en proceso, satisfactorio y sobresaliente, haciendo notar que ningún estudiante se ubicó en el nivel de inicio, ello debido al uso de materiales en proceso de aprendizaje, este hallazgo se refuerza con lo trabajado por Acevedo (2014) quien manifiesta que “El álgebra es un juego”, que permite como mediador instrumental hacer la transición entre las estructuras del pensamiento concreto a las del pensamiento abstracto para realizar ejercicios sobre diferentes tópicos algebraicos, partiendo del lenguaje geométrico para luego hacer la conversión al lenguaje simbólico, y que al resolverlos los hacen comprendiendo el concepto y en forma correcta.

Así mismo de la tabla 5 y 9 podemos manifestar que la media del post test del grupo control es menor que del grupo experimental y dado que el nivel de significancia de la prueba t de student fue menor que el nivel de error ( $P\text{-valor} = 0,000 \leq 0,05$ ), se concluye que las estrategias didácticas influyen significativamente en el aprendizaje de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016. Este resultado además está reforzado por las pruebas en las hipótesis específicas que tienen resultado similar a la hipótesis general, lo que verifica el resultado obtenido a partir del tratamiento estadístico en la investigación, estos resultados coinciden con los hallazgos de Lázaro (2012) que la relación entre la estrategia de la planificación de la didáctica y el proceso de aprendizaje de matemática de los estudiantes, existen y presenta un nivel muy alto de asociación entre ellas. Tomamos en cuenta también lo trabajado.

En este sentido también coincidimos con Díaz y Hernández (2007) quienes manifiestan que “la aplicación de estrategias de didácticas en el desarrollo de la enseñanza-aprendizaje de matemática, permitirá mejorar la asimilación de conocimientos con lo cual se espera alcanzar un éxito total en los estudiantes porque se va a romper con el aprendizaje mecánico y sin ninguna clase de motivación”.

De acuerdo con la tabla 8, Tabla 9 y Tabla 10 se concluye que las estrategias didácticas influyen significativamente en el aprendizaje algorítmico, gráfico y práctico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.

De lo descrito podemos concluir que las estrategias didácticas influyen significativamente en el aprendizaje algorítmico, en el aprendizaje gráfico y en el aprendizaje aplicativo de productos notables, resultados que se complementan con los resultados hallados por López (2008) quien sustenta que la vinculación entre el álgebra y la geometría, se complementan con una representación geométrica ayudando a comprender mejor a los estudiantes las reglas (algoritmos) de los productos notables y Azareño (2013) quien confirma que los estudiantes en su mayoría son capaces de realizar conversiones del registro verbal al algebraico.

Figuroa (2013), quien manifiesta que las situaciones didácticas diseñadas en su investigación contribuyeron a consolidar los aprendizajes relacionados con la resolución de problemas que involucran a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, haciendo uso del conocimiento algebraico para ello. Ofreciendo una visión más clara y dinámica de las representaciones gráficas, situación que contribuyó a su vez a resolver adecuadamente los problemas y sobre todo a recrear y crear problemas, teniendo en cuenta la utilización del álgebra.

Lo hallado concuerda con lo planteado por Gómez (2005) quien manifiesta que la presencia de materiales didácticos en el aula ejerce una influencia positiva en los aprendizajes de los estudiantes porque permite que el profesor ofrezca situaciones de aprendizaje entretenidas y significativas para los estudiantes dado su carácter lúdico, desafiante asociado a su entono, asimismo contribuye a la participación activa y autónoma de los alumnos en sus propios procesos de aprendizaje, dado que los desafía a plantearse interrogantes, a descubrir, a crear y anticipar situaciones, a efectuar nuevas exploraciones y abstracciones.

## **V. Conclusiones**

Los hallazgos derivados de la investigación con los estudiantes del tercer grado de la Institución educativa 1021 “República Federal de Alemania Lima 2016” son los siguientes:

**Primera:** Las estrategias didácticas influyen significativamente el aprendizaje de los productos notables en los alumnos del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016. Podemos decir entonces que acepta la hipótesis.

**Segunda:** Las estrategias didácticas influyen significativamente en el aprendizaje gráfico de los productos notables en los alumnos del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016. Dado que el nivel de significancia fue menor que el nivel de error de acuerdo a la prueba T de student para la dimensión aprendizaje algorítmico.

**Tercera:** Las estrategias didácticas influye significativamente el aprendizaje algorítmico de los productos notables en los alumnos del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016, de acuerdo con la prueba T de student para la dimensión gráfica, el nivel de significancia fue menor que el nivel de error lo que ratifica la hipótesis de trabajo.

**Cuarta:** Las estrategias didácticas influye significativamente el aprendizaje práctico de los productos notables en los alumnos del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016, de igual modo que las conclusiones anteriores el nivel de significancia es menor que el nivel de error en la prueba t de student para la dimensión aprendizaje práctico, lo que refuerza la hipótesis de trabajo de la investigación.

## **VI. Recomendaciones**

- Primera:** A las autoridades educativas de educación tanto primaria como secundaria se les recomienda implementar de materiales manipulativos para los estudiantes de modo que todos puedan acceder al uso de los mismos.
- Segunda:** Fomentar en los docentes el uso de materiales concretos en la enseñanza del álgebra en los estudiantes de la educación secundaria, siendo que estos representan la parte lúdica del aprendizaje fomentando que la matemática sea entretenida, logrando que el estudiante muestre actitud positiva en el aprendizaje.
- Tercera:** Considerar programas de formación continua para los docentes respecto del uso de estrategias orientadas al uso de materiales manipulativos para los estudiantes.
- Cuarta:** Trabajar el área de matemática sobre todo la parte del álgebra de modo concreto, entretenido y significativo, rescatando la valía y utilidad a la matemática.

## Referencias

## Referencias

- Acevedo, H. (2007) "Enseñanza de los productos notables por medio del aprendizaje cooperativo". tesis. universidad industrial de santander.
- Arestegui, L. (2016). *Estrategia Didáctica para facilitar la construcción de los productos notables algebraicos en el tercer grado de educación secundaria*. Mexico: (Tesis de Maestría, Universidad Nacional Pedagógica). Recuperado el 2017, de <http://200.23.113.51/pdf/23634.pdf>
- Ausubel, D. (1963). *The psychology of meaningful verbal learning*. New York, Grune and Stratton
- Azareño, L. (2013). *Errores que presentan los estudiantes de primer grado de secundaria en la resolución de problemas con ecuaciones lineales*. Lima, Perú: (Tesis Maestría, PUCP). Recuperado el 2017, de [http://tesis.pucp.edu.pe:8080/repositorio/bitstream/handle/123456789/5064/AZANERO\\_TAVARA\\_LUZ\\_ERRORES\\_LINEALES.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://tesis.pucp.edu.pe:8080/repositorio/bitstream/handle/123456789/5064/AZANERO_TAVARA_LUZ_ERRORES_LINEALES.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Azarquiel, G. (1991). *Ideas y actividades para enseñar el álgebra*. Madrid: Síntesis
- Baldor, A. (2009). *Álgebra*. México. Obtenido de <http://biblioteca.udgvirtual.udg.mx/eureka/pudgvirtual/Baldor.pdf>
- Beltran, J. (1993). *Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje*. Madrid: Síntesis.
- Bernad, J. (1999). *Estrategias de aprendizaje*. Madrid: Bruño.
- Brown, J. (1975). *La evolución del comportamiento*. New York: Norton
- Carolyn, K. (2007). *Segundo manual de investigación de enseñanza aprendizaje de matemáticas: Un proyecto del Concejo Nacional de Maestros de Matemáticas*. Montreal, Canada: IAP.
- Castillo, S; Perez, M. (1998). *Enseñar a estudiar. Procedimientos y técnicas de estudio*. Madrid, España. Obtenido de <http://200.35.84.131/portal/bases/marc/texto/9218-09-03673.pdf>
- Chacon, C. (2000). *Estrategias didácticas*. España: Escuela Española.

- Chamorro, C. (1991). *El aprendizaje significativo en el área de las matemáticas*. Madrid: Alambra Longman
- Chevallard, Y; Bosch, M; Gascón, J;. (2005). *Estudiar matemáticas*. México: Alfaomega grupo editor.
- Del Valle, M; Curotto, M. (2008). La resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 7(2). Recuperado el 2017, de [http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen7/ART11\\_Vol7\\_N2.pdf](http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen7/ART11_Vol7_N2.pdf)
- Diaz, F; Hernandez, G. (1999). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. Mexico: McGraw-Hill.
- Diaz, F; Hernandez, G. (2002). *Estrategias para el aprendizaje significativo fundamentos, adquisición y modelos de intervención*. Mexico: McGraw-Hill.
- Egg, A. (1995). *Introducción a la planificación*. Buenos Aires, Argentina: Lumen.
- Feldman. (2005). *Psicología: con aplicaciones en países de habla hispana* (6ta ed.). México: McGrawHill.
- Ferreiro, R. (2004). *Estrategias didácticas del aprendizaje cooperativo. El constructivismo social:Una nueva forma de enseñar y aprender*. Mexico: Trillas.
- Figuroa (2013) *Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales* <http://www.bdigital.unal.edu.co/51476/1/98709992.2016.pdf>.
- Flavell, J. H. y Wellman, H. (1977): Metamemory. En R. Kail y J. Hagen (Eds.), *Perspectives on the development of memory and cognition*. Hillsdale: LEA
- Flores, P. (2001). Aprendizaje y evaluación. En Castro, E. (Ed.), *Didáctica de la Matemática en Educación Primaria Madrid*, Síntesis. Pp. 41-60. Disponible en <http://www.ugr.es/local/pflores/>.
- Gitart, R. 1992. El juego en la escuela. *Aula, juego y currículo escolar*. No. 5-10
- Godino, J. (2003). *Matemáticas y su didáctica para maestros: Manual para el estudiante*. Granada: reprodigital

- Gómez, J. (2005). *Pautas y estrategias para atender la diversidad en el aula*. Madrid: Universidad de Alcalá.
- Gómez, M. (2000). *Matemática emocional*. Madrid: Narcea.
- Gómez, M; Pozo, J. (1998). *Aprender a enseñar ciencia*. Madrid: Morat.
- Gómez-Chacon, I. (1988). *Matemáticas contextos enfoques y estrategias para el aula*. Madrid: Narcea.
- Hernandez, R. (2016). Metodología de la investigación. México. Obtenido de <https://metodologiaecs.wordpress.com/2016/01/31/libro-metodologia-de-la-investigacion-6ta-edicion-sampieri-pdf/>
- Johnson, D., & Johnson, R. (1999). *Aprender juntos y solos: Aprendizaje cooperativo, competitivo e individualista*. Buenos Aires: Aique S.A.
- Kagan, S. (1994). *Cooperative Learning*. San Clemente, CA. Kagan Publishing
- Karlöf, B. (1993). *Práctica de la estrategia. El desarrollo de la capacidad estratégica en esta década*. Barcelona: Granica
- Keefe J. (1988). *Profiling and utilizing style*. Virginia: NASSP.
- Kieran, C. (1992). *El aprendizaje y la enseñanza (La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos, 1991) del álgebra escolar*. New York: Grouws.
- Kieran, C. (2007). *Aprendizaje y enseñanza del álgebra en la escuela media a través de niveles universitarios: Construcción de significado para los símbolos y su manipulación*. New York. Obtenido de <http://www.infoagepub.com/products/Second-Handbook-Research-Mathematics-Teaching-Learning>.
- Kozulin, A. (2002). *Instrumentos psicológicos. La educación desde una perspectiva sociocultural*. Barcelona: Paidós.
- Lazaro, B. (2012). *Estrategias didácticas y aprendizaje de la matemática en el programa de estudios por experiencia laboral*. Peru: (Tesis de Maestría, USMP). Recuperado el 2017, de [http://www.repositorioacademico.usmp.edu.pe/bitstream/usmp/613/3/lazaro\\_db.pdf](http://www.repositorioacademico.usmp.edu.pe/bitstream/usmp/613/3/lazaro_db.pdf)

- López, E. (2008). *Productos notables, factorización y ecuaciones de segundo grado con una incógnita una propuesta didáctica para el bachillerato de ciencias y humanidades*. México: (tesis maestría, Universidad Nacional Autónoma). Obtenido de <http://univirtual.utp.edu.co/pandora/recursos/1000/1966/1966.pdf>
- Martínez, C. (2008). *Proceso de simbolización del concepto de potencia*. España. Obtenido de <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/75832/96336>
- Monereo, C., Castelló, M., Clariana, M., Palma, M., & Pérez, M. (1999). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y la aplicación en la escuela* (sexta ed.). Barcelona: Graó.
- Muñera, J. (enero-abril de 2011). Una estrategia didáctica para las. 23(59). Obtenido de <file:///C:/Users/hp/Downloads/Dialnet-UnaEstrategiaDidacticaParaLasMatematicasEscolaresD-4156671.pdf>
- Pérez, P. Pérez, A. (2010). Aprender a educar. *Nuevos desafíos para la formación docente*. 2(24), 37-60. Obtenido de [http://www.w.aufop.com/aufop/uploaded\\_files/articulos/1279235548.pdf](http://www.w.aufop.com/aufop/uploaded_files/articulos/1279235548.pdf)
- . (2008). *Psicología Educativa*. Piura: San Marcos.
- Pozo, J. (1996). *Aprendices y Maestros*. Madrid: Alianza editorial.
- Ramírez, M. (2007) *Estrategias didácticas para una enseñanza de la matemática centrada en la resolución de problemas*. (Tesis Doctoral). Lima, Perú: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Rasnick, L., & Ford, W. (1998). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos Psicológicos*. España: Ediciones Prados.
- Rivas, M. (2008). *Proceso cognitivo y aprendizaje significativo*. Madrid: Comunidad de Madrid Consejería de Educación.
- Sanchez, R. (2011). *La comprensión matemática de los productos notables, cocientes notables y descomposición factorial en el décimo año de los colegios "Victor Mideros y "Daniel Reyes" de la parroquia San Antonio de Ibarra. Propuesta metodológica lúdica a través de software*. Ecuador:

- (Tesis, Universidad Técnica del Norte). Recuperado el 2017, de ( Tesis,Universidad Técnica del Norte) Ecuador: <http://repositorio.utn.edu.ec/handle/123456789/428>
- Salazar, B. y Otros (2007). Competencias y educación superior. *Horizontes educacionales*, 12(02), 23-35.
- Socas, M. (2011). Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Primaria. Buenas Prácticas. *Educación Siglo XXI*, 29(2), 199-224.
- Socas, M; Camacho, M; Palarea, M; Fernández, J. (1989). *Iniciación al álgebra*. Madrid: síntesis.
- Socas, M; Palarea, M. (1997). Las fuentes de significado. Los sistemas de representación y errores en el álgebra escolar. (UNO, Ed.) *Didáctica de las matemáticas*, 14, 7-4.
- UNESCO. (2000). *Foro mundial sobre Educación*. Recuperado el 2017, de <https://www.google.com.pe/search?q=unesco+2000&oq=unesco+2000&aqs=chrome..69i57j0l5.3596j0j8&sourceid=chrome&ie=UTF-8>
- Valencia, M. (2012). *Aplicación de la estrategia didáctica de organizadores gráficos en el aprendizaje de productos notables y factorización de los estudiantes del noveno año de educación general básica del Colegio Nacional Veracruz del cantón Pastaza*. (U. T. Ambato, Ed.) Recuperado el 2017, de <http://repositorio.uta.edu.ec/handle/123456789/6018>
- Valle, A. y otros (1999). Las estrategias de aprendizaje revisión teórica y conceptual. (31, Ed.) *Revista Latinoamericana de Psicología*(3), 425-461. Obtenido de <http://www.redalyc.org/pdf/805/80531302.pdf>

## ANEXO 1: MATRIZ DE CONSISTENCIA

<b>Matriz de consistència</b>							
<b>Título:</b> Programa educativo “Roma” en el aprendizaje de los productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundaria de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.							
<b>Autor:</b> Jorge Walter Capcha Llacta							
Problema	Objetivos	Hipótesis	Variables e indicadores				
<p><b>Problema General:</b> ¿De qué manera las estrategias didácticas influyen en el aprendizaje de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016?</p> <p><b>Problemas Específicos:</b> P.E.01. ¿De qué manera las estrategias didácticas influyen en el aprendizaje algorítmico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016?</p> <p>P.E.02. ¿De qué manera las estrategias didácticas influyen en el aprendizaje gráfico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016?</p> <p>P.E.03. ¿De qué manera las estrategias didácticas influye en el aprendizaje aplicativo de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016?</p>	<p><b>Objetivo general:</b> Determinar la influencia de las estrategias didácticas el aprendizaje de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.</p> <p><b>Objetivos específicos:</b> O.E.01. Determinar la influencia de las estrategias didácticas en el aprendizaje algorítmico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.</p> <p>O.E.02. Determinar la influencia de las estrategias didácticas en el aprendizaje gráfico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.</p> <p>O.E.03. Determinar la influencia de las estrategias didácticas en el aprendizaje aplicativo de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.</p>	<p><b>Hipótesis general</b> Estrategias didácticas influye significativamente en el aprendizaje de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.</p> <p><b>Hipótesis específicas:</b> H.E.01 Las estrategias didácticas influye significativamente en el aprendizaje algorítmico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.</p> <p>H.E.02 .Las estrategias didácticas influye significativamente en el aprendizaje gráfico de productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.</p> <p>H.E.03. Las estrategias didácticas influye significativamente en el aprendizaje aplicativo productos notables en los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la I.E 1021 República Federal de Alemania Lima 2016.</p>	<b>Variable 2:</b> Variable dependiente: Aprendizaje de productos notables				
			Dimensiones	Indicadores	Ítems	Escala de medición	Niveles y rangos
			<b>ALGORÍTMICO</b>	Resuelve ejercicios que implican productos notables haciendo uso de los algoritmos respectivos	<b>4,5,7,8</b>	<b>0-2</b>  <b>puntaje total 20</b>	Sobresaliente (18-20)  satisfactorio (14-17)  Proceso (11-13)  Inicio (00-10)
<b>GRAFICO</b>	Matematiza y simboliza los gráficos en productos notables.	<b>1,2,3,6</b>					
<b>APLICACIÓN</b>	Resuelve problemas que implican productos notables.	<b>9,10</b>					

Nivel - diseño de investigación	Población y muestra	Técnicas e instrumentos	Estadística a utilizar
<p><b>Nivel:</b> Explicativo  <b>Diseño:</b>  <b>Cuasi experimental</b></p> <p><b>Método:</b> Científico</p>	<p><b>Población:</b>  128 estudiantes</p> <p><b>Tipo de muestreo:</b> <b>No probabilístico</b>  Intencionado, estratificado.</p> <p><b>Tamaño de muestra:</b>  <b>60</b> estudiantes</p>	<p><b>Variable 1:</b> Aprendizaje de Productos Notables  <b>Técnicas:</b> De Inicio, De desarrollo, De cierre: De elaboración, de agrupación, de control, de sistematización, de resolución de problemas.  <b>Instrumentos:</b> Evaluación escrita, encuesta.  Autor: Milagros Muñoz tuesta  Año: 2015  Monitoreo:  Ámbito de Aplicación:  Forma de Administración:</p> <hr/> <p><b>Variable 2:</b> Estrategias didácticas  <b>Técnicas:</b> Lúdica  <b>Instrumentos:</b> algeplano  Autor: Varios  Año: 2017</p>	<p><b>DESCRIPTIVA:</b></p> <p>Se utilizó la estadística descriptiva en tablas para demostrar la hipótesis</p>

## ANEXO 2: PRUEBA DE CONFIABILIDAD

### KUDER RICHARDSON KR<sub>20</sub>

ENCUESTADO	PREGUNTAS										PUNTAJE TOTAL	
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10		
1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	6	
2	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	6	
3	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	9	
4	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	3	
5	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	5	
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	
7	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	9	
8	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	3	
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	
10	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	3	
11	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	9	
12	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	5	
13	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	3	
TOTAL	8	9	9	7	8	9	9	8	5	8	8.025641026	VAR
P	0.62	0.69	0.69	0.54	0.62	0.69	0.69	0.62	0.38	0.62		
Q	0.38	0.31	0.31	0.46	0.40	0.31	0.30	0.38	0.62	0.40		
p.q	0.237	0.213	0.213	0.249	0.246	0.213	0.208	0.237	0.237	0.246	2.298	Σp*q

DESVIACION ESTANDAR SUMATORIA P\*Q

$$KR(20) = \frac{n}{n-1} \frac{(VAR) - \sum p \cdot q}{VAR} = 0.79301494$$

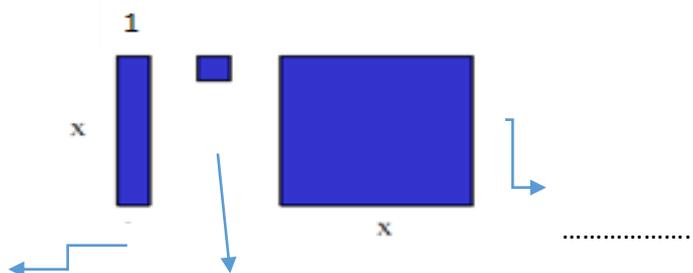
### ANEXO 3: EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA

ESTUDIANTE: .....

GRADO : ..... SECCIÓN: .....

**INDICACIONES** : Resuelve considerando los procesos, sin borrones ni enmendaduras.

1. Determina el área de las siguientes figuras:



.....

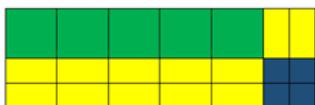
2. Determina el volumen de las siguientes figuras:



.....

.....

3. Dada las siguientes figuras, escribir su expresión algebraica:



Verde es cuadrado de lado  $x$

Amarillo es rectángulo de lados:  $x$  y  $1$

Encuentra el resultado de los siguientes productos notables y luego representa geoméricamente dicho resultado (con ayuda de un rectángulo y pinta cada área con un color diferente)

4. La solución de la expresión  $(x + 4)^2$  es:  
gráficamente

Representa

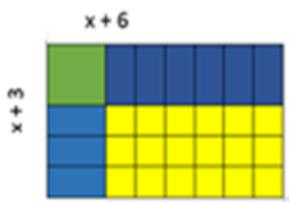
a.  $X^2 + 16$

b.  $X^2 + 8x$

- c.  $X^2 + 8x + 16$       d.  $8x^2$   
 5. La solución de la expresión  $(x - 2)^2$  es:  
 a.  $X^2 - 4$       b.  $X^2 - 4x$   
 c.  $X^2 - 4x + 4$       d.  $4x^2$

Representa gráficamente

6. Expresa el área de las siguiente figura geométricas:



.....

7. La solución de la expresión  $(x + 5)^3$  es:

- a)  $x^3 + 125$   
 b)  $x^3 + 10x + 125$   
 c)  $x^3 + 15x^2 + 75x + 125$   
 d)  $x^3 + 15x + 15$

8. Completa el desarrollo de los siguientes productos notables:

- a)  $(x + \dots)^2 = x^2 + \dots + 49$   
 b)  $(\dots - \dots)^2 = 9x^2 - 72x + 144$   
 c)  $(\dots - \dots)^3 = 8m^3n^3 - \dots + \dots - 1$   
 d)  $(2x + \dots)^3 = \dots + \dots + \dots + 27y^3$

9. Coquito tiene una cartulina de forma cuadrada y desea formar un rectángulo con dicha cartulina, cortando en una esquina un cuadradito de 5 cm de lado. ¿De qué forma obtendrá el rectángulo y cómo se expresa el área de esta figura?

10. La suma de las edades de Santiago y Nancy es 9 y el producto de edades es 14. Indicar la suma de cuadrados de las edades.

**ANEXO 4: BASE DE DATOS - NOTAS OBTENIDAS GRUPO  
EXPERIMENTAL GRUPO CONTROL**

	Grupo control		Grupo experimental	
	Pre test A	Postest A	Pre test B	Postest B
1	7	12	5	14
2	5	12	5	12
3	7	11	8	14
4	6	10	8	15
5	10	14	5	13
6	6	12	13	17
7	11	14	5	14
8	5	10	7	15
9	6	15	5	13
10	5	11	6	14
11	7	12	8	15
12	5	12	9	16
13	6	13	10	17
14	5	13	7	15
15	8	11	6	15
16	7	12	5	15
17	5	12	6	15
18	5	11	5	12
19	12	16	5	11
20	5	9	5	14
21	5	11	5	15
22	12	15	5	14
23	5	10	5	13
24	7	10	13	19
25	8	11	6	15
26	5	10	8	17
27	5	11	5	15
28	5	11	5	19
29	5	12	5	14
30	5	8	6	14

## ANEXO 6: MÓDULO DE APRENDIZAJE

- **DATOS INFORMATIVOS:**
- **I.E.: 1021 REPUBLICA FEDERAL DE ALEMANIA**
- **GRADO** : TERCERO
- **SECCIÓN** : A
- **DURACIÓN** : 20 HORAS
- **DOCENTE** : JORGE CAPCHA LLACTA

I. TÍTULO DE LA UNIDAD		
<b>“Uso de Material Manipulativo para demostrar los productos notables”</b>		
II. SITUACIÓN SIGNIFICATIVA		
<p>Los nuevos medios de comunicación, tecnología y trabajo demandan conocimiento de medidas, espacio, y razonamiento ante problemas con fuente abstracta, es allí que planteamos soluciones prácticas mediante figuras geométricas formular y resolver estos retos, y el aprendizaje que los estudiantes puedan desarrollar sean significativos, queden en ellos como una herramienta de desarrollo y aplicación ante problemas de espacio, dimensión, localización, formas, factorización y multiplicación.</p>		
III. APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
<b>ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO</b>	Matematiza situaciones	Organiza datos y expresiones a partir de operaciones con polinomios, al expresar un modelo referido a la demostración de los productos notables.
	Comunica y representa ideas matemáticas	Emplea expresiones y conceptos respecto a los diferentes productos notables. Representa gráficamente la demostración de los productos notables.
	Elabora y usa estrategias	Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas. Ejecuta demostraciones de productos notables, utilizando material didáctico. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan al resolver el problema.
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Determina perímetros y áreas de figuras geométricas usando productos notables.
IV. CAMPO TEMÁTICO		
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Operaciones con polinomios</li> <li>▪ Productos notables</li> <li>▪ Demostración geométrica de los productos notables:</li> <li>▪ Cuadrado de un binomio suma</li> <li>▪ Cuadrado de un binomio diferencia</li> <li>▪ Producto de un factor binomio suma por su factor diferencia</li> <li>▪ Producto de 2 factores binomios con un término común</li> </ul>		
V. PRODUCTO (S) MÁS IMPORTANTE		
Trabajo de investigación sobre estrategias para desarrollar los productos notables .		
VI. SECUENCIA DE LAS SESIONES		
<b>SESIÓN Nº 01 (2 horas)</b> <b>título:</b> operando con polinomios	<b>SESIÓN Nº 02 (2 horas)</b> <b>título:</b> demostrando el cuadrado de la suma de un binomio	
<b>Indicadores:</b> Organiza datos y expresiones a partir de operaciones con polinomios Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de	<b>Indicadores:</b> Organiza datos y expresiones a partir de operaciones con polinomios, al expresar un modelo referido a la demostración de los productos notables.	

<p>problemas.  <b>Campo Temático:</b>  Operaciones con polinomios.  <b>Actividades:</b>  Se resuelven operaciones con polinomios sin utilizar el material manipulativo.  La docente entrega una ficha guía a las estudiantes.  El docente motiva mediante la presentación de los materiales manipulativos a utilizar durante las sesiones de clase.  Los estudiantes organizados en grupos de trabajo, efectúan los ejercicios planteados en la ficha guía.</p>	<p>Emplea expresiones y conceptos respecto a los diferentes productos notables  Ejecuta demostraciones de productos notables, utilizando material didáctico.  <b>Campo temático:</b>  Cuadrado de la suma y diferencia de un binomio.  <b>Actividades:</b>  Representan polinomios de segundo y tercer grado usando el algeplano  Demuestran geoméricamente el cuadrado de un binomio y luego generalizan la regla.  Desarrollan una ficha con ejercicios y problemas.  Comparten las estrategias de solución con sus compañeros.</p>
<p><b>Sesión 03</b> (:2 horas)  <b>título:</b> demostrando el cuadrado de la diferencia de un binomio</p>	<p><b>sesión 04</b> :2 horas  <b>título:</b> demostrando el cuadrado la suma por la diferencia de un binomio</p>
<p><b>Indicadores</b>  Organiza datos y expresiones a partir de operaciones con polinomios, al expresar un modelo referido a la demostración de los productos notables.  Emplea expresiones y conceptos respecto a los diferentes productos notables  Ejecuta demostraciones de productos notables, utilizando material didáctico.  <b>Campo temático:</b>  Cuadrado de la diferencia de un binomio  <b>Actividades:</b>  Representan polinomios de segundo y tercer grado usando el algeplano y las tabletas algebraicas.  Demuestran geoméricamente el Cuadrado de la diferencia de un binomio y luego generalizan la regla.</p>	<p><b>Indicadores</b>  Organiza datos y expresiones a partir de operaciones con polinomios, al expresar un modelo referido a la demostración de los productos notables.  Emplea expresiones y conceptos respecto a los diferentes productos notables  Ejecuta demostraciones de productos notables, utilizando material didáctico.  <b>Campo temático:</b>  Cuadrado de la suma por la diferencia de un binomio.  <b>Actividades:</b>  Representan polinomios de segundo y tercer grado usando el algeplano.  Demuestran geoméricamente Cuadrado de la suma por la diferencia de un binomio y luego generalizan la regla.  Desarrollan una ficha con ejercicios y problemas.</p>
<p>sesión 05 (2 horas)  <b>título:</b> demostrando el producto de dos binomios con termino común</p>	<p><b>sesión 06</b> (:2 horas)  <b>título:</b> demostrando el cuadrado de un trinomio</p>
<p>Organiza datos y expresiones a partir de operaciones con polinomios, al expresar un modelo referido a la demostración de los productos notables.  Emplea expresiones y conceptos respecto a los diferentes productos notables  Ejecuta demostraciones de productos notables, utilizando material didáctico.  <b>Campo temático:</b>  Producto de dos binomios con término común.  <b>Actividades:</b>  Representan polinomios de segundo y tercer grado usando el algeplano  Demuestran geoméricamente producto de dos binomios con término común y luego generalizan la regla.</p>	<p>Organiza datos y expresiones a partir de operaciones con polinomios, al expresar un modelo referido a la demostración de los productos notables.  Emplea expresiones y conceptos respecto a los diferentes productos notables  Ejecuta demostraciones de productos notables, utilizando material didáctico.  <b>Campo temático:</b>  Cuadrado de un trinomio.  <b>Actividades:</b>  Representan polinomios de segundo y tercer grado usando el algeplano Demuestran geoméricamente el cuadrado de un trinomio y luego generalizan la regla.  Desarrollan una ficha con ejercicios y problemas.</p>

Desarrollan una ficha con ejercicios y problemas.	Comparten las estrategias de solución con sus compañeros.
---	---

**Sesión 07** ( 3 horas)**Título:** aplicando lo aprendido**Indicadores:**

Emplea expresiones y conceptos respecto a los diferentes productos notables.

Ejecuta demostraciones de productos notables, utilizando material didáctico.

Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas.

**Campo temático:**

Producto de un factor binomio suma por su factor diferencia, producto de 2 factores binomios con un término común y cuadrado de un trinomio.

**Actividades:**

Se plantean problemas del contexto para hacer recoger los saberes previos.

Los estudiantes demuestran utilizando las tabletas algebraicas y el algeplano el producto de 2 factores binomios con un término común y producto de un factor binomio suma por su factor diferencia, y el cuadrado de un trinomio.

Generalizan los productos demostrados.

Resuelven ejercicios y problemas planteados en una ficha.

Comparten las estrategias de solución con sus compañeras.

**VI. EVALUACIÓN**

SITUACIÓN DE EVALUACIÓN	COMETENCIAS	CAPACIDADES	INDICADORES
Resolviendo ejercicios y problemas sobre productos notables: cuadrado de la suma y diferencia de un binomio y un trinomio; producto de la suma por la diferencia de un binomio, producto de dos binomios con un término común..	actúa y piensa matemáticamente e en situaciones de regularidad equivalencia y cambio	matematiza situaciones	Deduce las reglas de los productos notables. Generaliza las reglas de los productos notables
		comunica y representa ideas matemáticas	Representa los productos notables usando el material manipulativo e informático. Demuestra geoméricamente el desarrollo de los productos notables.
		elabora y usa estrategias	Resuelve de manera adecuada los ejercicios de productos notables. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas sobre productos notables.
		razona y argumenta generando ideas matemáticas	Determina perímetros, áreas y de figuras geométricas usando material manipulable e informático. Participa activamente en el desarrollo de los ejercicios en la pizarra Expresa rigurosidad y precisión al argumentar sus resultados.
Resolviendo ejercicios y problemas sobre productos	actúa y piensa matemáticamente e en situaciones de regularidad equivalencia y	matematiza situaciones	Deduce las reglas de los productos notables. Generaliza las reglas de los productos notables
		comunica y	Representa los productos notables

notables: cuadrado de la suma y diferencia de un binomio y un trinomio; producto de la suma por la diferencia de un binomio, producto de dos binomios con un término común..	cambio	representa ideas matemáticas	usando el material manipulativo e informático. Demuestra geoméricamente el desarrollo de los productos notables.
		elabora y usa estrategias	Resuelve de manera adecuada los ejercicios de productos notables. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas sobre productos notables.
		razona y argumenta generando ideas matemáticas	Determina perímetros, áreas y de figuras geométricas usando material manipulable e informático. Participa activamente en el desarrollo de los ejercicios en la pizarra Expresa rigurosidad y precisión al argumentar sus resultados.

#### VII. MATERIALES BÁSICOS QUE SE USA EN LA UNIDAD

- Fichas de actividades.
- Regla, tizas, pizarra, colores,
- Papelotes,
- Hojas de colores.
- Fichas del algeplano; tabletas algebraicas y regletas de Cuisenaire.
- Recursos TIC (EdLLIM y Geogebra)

#### VIII. BIBLIOGRAFIA

- Minedu (2013) *rutas de aprendizaje (nº vi)*. Lima: ministerio de educación
- Minedu (2014) *marco del sistema curricular nacional*
- Algebra. Editores RACSO
- Juegos y matemáticas <https://anagarciaazcarate.wordpress.com/>
- López, e. (2008) "productos notables, factorización y ecuaciones de segundo grado con una incógnita, una propuesta didáctica para el bachillerado del colegio de ciencias y humanidades" tesis. universidad nacional autónoma de México.
- Flores, w. Y olivar, s. (2008) unidad didáctica con el enfoque por competencia para la enseñanza de los productos notables. Disponible en: <http://www.monografias.com/trabajos-pdf4/unidad-didactica-ensenanza-productos-notables/unidad-didactica-ensenanza-productos-notables.pdf>
- Textos de matemática para el tercer grado de:
- Ministerio de educación: editorial norma
- Manuel Coveñas Naquiche
- Alfonso Rojas Puémape
- Corefo

## PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

### DATOS INFORMATIVOS:

I.E.1021 REPUBLICA FEDERAL DE ALEMANIA  
**GRADO** : TERCERO  
**DURACIÓN** : 2 HORAS  
**DOCENTE** : JORGE CAPCHA LLACTA

<b>UNIDAD 1</b>
<b>NÚMERO DE SESIÓN</b>
1/7

### I. TÍTULO DE LA SESIÓN

**“OPERANDO CON POLINOMIOS”**

### II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Matematiza situaciones	Organiza datos y expresiones a partir de operaciones con polinomios.
	Elabora y usa estrategias	Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas.
ACTITUD DE COMPORTAMIENTO		Muestra orden y claridad en su proceso de resolución. Participa activamente en clase. Valora aprendizajes desarrollados en el área como parte de su proceso formativo.

### III. SECUENCIA DIDÁCTICA

#### Inicio: (15 minutos) ESTRATEGIAS Y/O ACTIVIDADES

El docente da la bienvenida a los estudiantes.

El docente comenta con los estudiantes y recoge los saberes previos; dando a conocer el propósito de la sesión de clase. (Actividad generadora de información previa y objetivos)

Luego, se forma los grupos a través de la dinámica DEL ROMPECABEZAS. (Discusión Guiada)

Para continuar, plantea las siguientes pautas de trabajo Cooperativo que serán consensuadas con los estudiantes:

El docente escribe en la pizarra las siguientes operaciones y solicita a los alumnos que las efectúen:

- a)  $(2x + 1) + (3x - 4)$
- b)  $(x - 2) - (2x - 3)$
- c)  $(x + 2)(2x + 1)$

A continuación las alumnas escriben sus resultados en la pizarra, la docente escucha atentamente las opiniones de los estudiantes y consensuan sus respuestas.

#### Desarrollo: (55 minutos)

Luego, la docente presenta a los estudiantes los materiales didácticos: el algeplano, las tabletas algebraica; pregunta cuál sería su utilidad, pregunta si es que han utilizado estos materiales en alguna sesión.

Se hará ver que los estudiantes siempre han representado directamente las variables en forma simbólica y literal, por lo que se les demostrará que se puede crear expresiones y operaciones algebraicas usando piezas de figuras geométricas como las del Algeplano o tabletas algebraicas. (Presentación de material manipulativo)

El docente hace entrega de una nota técnica a las alumnas, dando a conocer la utilidad de los materiales didácticos entregados.

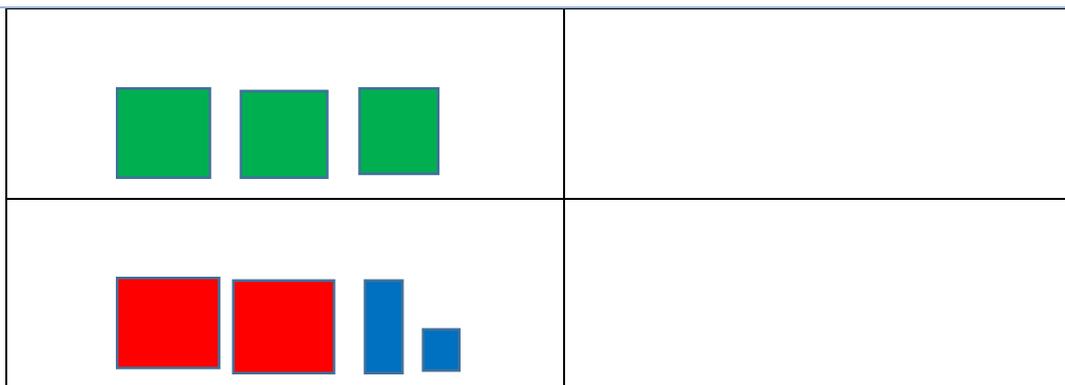
Luego se plantea en una hoja impresa los siguientes polinomios para ser representados por las estudiantes haciendo uso del algeplano. (Elaboración y organización)

#### Hoja de trabajo

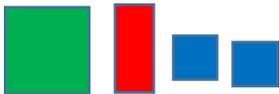
Escribe el polinomio que representa según el área de las siguientes figuras:

Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es 1.

REPRESENTACIÓN	POLINOMIO
----------------	-----------



1. Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es  $y$ .

REPRESENTACIÓN	POLINOMIO
	

Dibuja y pinta la representación del polinomio.

2. Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es 1.

POLINOMIO	REPRESENTACIÓN
$5x^2$	
$x^2 + 3x + 4$	

3. Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es  $y$ .

POLINOMIO	REPRESENTACIÓN
$5x^2 - y^2$	
$-3x^2 - xy + 4y^2$	

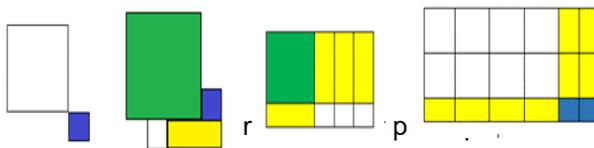
El docente hace notar que también existen otros materiales manipulativos que pueden ser elaborados por ellas mismas y les comenta que estos reciben el nombre de tabletas algebraicas o caja de polinomios, también da a conocer sus características y como se podría representar polinomios de primer y segundo grado.

Luego representan con las tabletas algebraicas los siguientes polinomios.

$$x^2 + 3x + 1$$

$$3x^2 - 4x - 2$$

También se presenta en la pizarra las siguientes figuras y se pregunta a las estudiantes si están representadas correctamente y como se expresaría en forma simbólica.



Se observa que las es  $3x + 5$   $-2x^2 + 4x - 1$  ante representando los polinomios con el material manipulativo.

Los estudiantes resuelven la siguiente hoja impresa: (Elaboración y organización)

En la tabla que presentamos a continuación, representa de manera gráfica los siguientes polinomios

REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA	MATERIAL MANIPULATIVO (CUADRADOS PEQUEÑOS)
$3x + 5$	
$-2x^2 + 4x - 1$	

Representa simbólicamente

los siguientes polinomios:

MATERIAL MANIPULATIVO (CUADRADOS PEQUEÑOS)	REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA

A continuación en grupos trabajan los ejercicios planteados en la nota técnica.

Se pregunta a las estudiantes si la representación de los polinomios en forma gráfica y simbólica ha sido comprendida, se procede a revisar la resolución de los ejercicios planteados. (Ilustraciones gráficas)

Luego se procede a revisar la información planteada en la nota técnica sobre las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de polinomios usando el algeplano y las tabletas algebraicas.

Las estudiantes efectúan las siguientes operaciones, usando el algeplano y las tabletas algebraicas: (Elaboración y organización)

Si:  $P(x) = x^2 + 4x - 3$  y  $Q(x) = 2x^2 - x + 2$ .

Determinar  $P(x) + Q(x)$

Si:  $P(x) = 2x^2 - x + 3$ , representa su opuesto.

Si:  $P(x) = 2x^2 - x + 2$  y  $Q(x) = 3x^2 + x - 1$ .

Determinar  $P(x) - Q(x)$

Si:  $P(x) = x + 3$  y  $Q(x) = 2x - 1$ . Determinar  $P(x) \cdot Q(x)$

Lo representan el resultado gráficamente usando el algeplano y las tabletas algebraicas, luego lo representan gráficamente en su cuaderno y la representación simbólica lo realizan en la pizarra.

A continuación los alumnos resuelven las operaciones planteadas en la nota técnica. (Ilustraciones gráficas)

El docente, entrega a los estudiantes la Ficha Trabajo y solicita que sea resuelta en forma ordenada y correcta. (Ilustraciones gráficas y resúmenes)

Luego esta ficha será corregida por los mismos alumnos.

El docente evaluará las actividades realizadas por los alumnos haciendo uso de una ficha de observación.

**FICHA DE COTEJO**

El docente planteará las siguientes actividades metacognitivas:

AL TERMINAR LA SESIÓN DE APRENDIZAJE LOS ALUMNOS RESPONDEN:

- ¿Qué te ha parecido el desarrollo de este tema?
- ¿Qué parte del tema te ha parecido más complicado?
- ¿Te has sentido motivado al desarrollar este tema? Fundamenta.

**CIERRE 5 minutos**

EL docente planteará las siguientes actividades metacognitivas:

AL TERMINAR LA SESIÓN DE APRENDIZAJE LOS ALUMNOS RESPONDEN:

- ¿Qué te ha parecido el desarrollo de este tema?
- ¿Qué parte del tema te ha parecido más complicado?
- ¿Te has sentido motivado al desarrollar este tema? Fundamenta.

**IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA**

El docente solicita a los estudiantes que busquen que otras formas aparte del algeplano ayudan a entender los productos notables.

**V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR**

Ficha de trabajo.

Papelógrafo, plumones rojo, azul y negro, tarjetas de cartulina (opcional), papeles, plumones, y pizarra.

Recursos web:

Recurso interactivo para comprobar si nuestro peso y talla está dentro del estándar.

<http://www.saluddealtura.com/todo-publico-salud/salud-nutricion-familia/calculadoras-salud/calculadora-crecimiento-ninos/>

Video que orienta la lectura de gráficos de crecimiento

<https://www.youtube.com/watch?v=u5QZcH9A14Y>

Video que explica qué representan los percentiles

<https://www.youtube.com/watch?v=FUtlYoL-4Pw>

**VI. EVALUACIÓN**

<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Matematiza situaciones</li> <li>➤ Comunica y representa ideas matemáticas</li> <li>➤ Elabora y usa estrategias</li> <li>➤ Razona y argumenta generando ideas matemáticas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa polinomios de primer y segundo grado usando el algeplano y las tabletas algebraicas.</li> <li>• Opera polinomios usando el algeplano y las tabletas algebraicas.</li> <li>• Resuelve los ejercicios planteados en la ficha guía entregada por la docente.</li> <li>• Participa activamente en el desarrollo de los ejercicios en la pizarra</li> <li>• Expresa rigurosidad y precisión al argumentar sus resultados.</li> </ul>	<p>Ficha de cotejo</p>
--	---	------------------------

## PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

### DATOS INFORMATIVOS:

I.E. 1021 REPUBLICA FEDERAL DE ALEMANIA

GRADO : TERCERO

DURACIÓN : 2 HORAS

DOCENTE : JORGE CAPCHA LLACTA

UNIDAD 1

NÚMERO DE SESIÓN

2/7

### I. TÍTULO DE LA SESIÓN

**“DEMOSTRANDO EL CUADRADO DEL BINOMIO”**

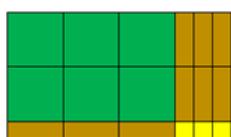
### II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Matematiza situaciones	Organiza datos y expresiones a partir de operaciones con polinomios, al expresar un modelo referido a la demostración de los productos notables.
	Comunica y representa ideas matemáticas	Emplea expresiones y conceptos respecto a los diferentes productos notables.
	Elabora y usa estrategias	Ejecuta demostraciones de productos notables, utilizando material didáctico.
	Razona y argumenta generando ideas matemáticas	Determina áreas de figuras geométricas usando productos notables.

### III. SECUENCIA DIDÁCTICA

#### Inicio: (15 minutos) ESTRATEGIAS Y/O ACTIVIDADES

- El docente da la bienvenida a los estudiantes.
- El docente comenta con los estudiantes y recoge los saberes previos; dando a conocer el propósito de la sesión de clase. (Actividad generadora de información previa y objetivos)
- Luego, la docente forma 10 grupos de trabajo de tres integrantes cada uno mediante la dinámica del rey manda.
- A continuación se hace entrega a los estudiantes las tabletas algebraicas; y se plantea en la pizarra las siguientes expresiones algebraicas:
  - $5x^2 + 3x - 1$
  - $x^2 - 2x + 3$
- El docente solicita que lo representen en su mesa de trabajo haciendo uso de las tabletas algebraicas.
- Luego se hace entrega de una hoja impresa con las siguientes figuras y se solicita que representen simbólicamente en los puntos suspensivos:



• D , (s)

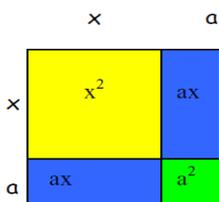
#### DEMOSTRANDO EL CUADRADO DE LA SUMA DE UN BINOMIO

El docente entrega a los estudiantes una ficha de trabajo N° 01 y les pide que resuelvan la

pregunta N° 1.

- Esta actividad está orientada a que los estudiantes determinen el perímetro y el área de las figuras dadas.

En la pizarra el docente presenta un algeplano de tamaño que pueda ser visualizado por los alumnos. (Señalizaciones y estrategias discursivas)



- A continuación, Binomio, para
- la suma de un
- Consideremos que  $(x + a)$  es el lado de un cuadrado.
- El área del cuadrado de lado  $(x + a)$  corresponde a las sumas de las áreas que se forman:  

$$(x + a)^2 = (x + a)(x + a) = x^2 + ax + ax + a^2$$

$$= x^2 + 2ax + a^2$$
- Los alumnos formulan la regla del producto demostrado y lo representan gráficamente en su cuaderno, usando papeles de colores. (Cualquier gama de información gráfica: ilustraciones y resúmenes)

analizamos geoméricamente el Cuadrado de un binomio: esto se demostrará el cuadrado de binomio:

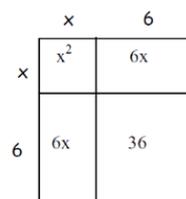
El cuadrado de la Suma del Binomio es igual a:

El docente que al el cuadrado de

hace notar desarrollar

- la suma del binomio se ha obtenido 3 términos, luego les comenta que este resultado se llama "TRINOMIO CUADRADO PERFECTO"
- Los alumnos con ayuda de la docente resuelven el siguiente ejemplo usando el material didáctico. (Ilustraciones: construccional, funcional y algorítmica)

Ejemplo:  
 $(x + 6)^2 =$



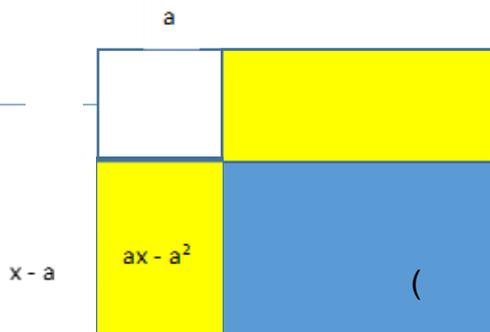
- Los alumnos completan la siguiente tabla:

PRODUCTOS NOTABLES	GRAFICA	DESARROLLO
$(x + 1)^2$		
$(x + 2)^2$		

- Los alumnos resuelven la pregunta N° 2 de la ficha con ayuda del material didáctico, luego lo plasman en un papelote y lo pegan en la pizarra para luego comparar los resultados. (Exposiciones libres, elaboración y organización)

**DEMOSTRANDO EL CUADRADO DE LA DIFERENCIA DE UN BINOMIO**

- En la pizarra la docente pega un algeplano del tamaño que los alumnos lo puedan visualizar, para realizar la demostración geométrica del cuadrado de la diferencia de un binomio. (Señalización y estrategias discursivas)



- A continuación, analizamos geoméricamente el Cuadrado de un Binomio, para esto se demostrará el cuadrado de la diferencia de un binomio:  
Consideremos que x es el lado de un cuadrado.  
El área del cuadrado sombreado corresponde a  $(x - a)^2$ , que es equivalente a:  

$$(x - a)^2 = (x - a)(x - a) = x^2 - \{a^2 + (ax - a^2) + (ax - a^2)\}$$

$$= x^2 - \{a^2 + ax - a^2 + ax - a^2\}$$

$$= x^2 - a^2 - ax + a^2 - ax + a^2$$

$$= x^2 - 2ax + a^2$$

- Los alumnos generalizan la regla del producto demostrado y lo representan gráficamente en su cuaderno, haciendo uso de hojas de colores.

El cuadrado de la diferencia de un

- (Ilustraciones gráficas y resúmenes)
- Los alumnos con ayuda de la docente resuelven el siguiente ejemplo usando el material didáctico. (Elaboración y organización)  
EJEMPLO:  
Desarrollar:  $(x - 7)^2 =$
- El docente hace notar que al desarrollar el cuadrado de la diferencia del binomio se ha obtenido 3 términos, luego les comenta que este resultado se llama "TRINOMIO CUADRADO PERFECTO"
- Las alumnas completan la siguiente tabla:

PRODUCTOS NOTABLES	GRAFICA	DESARROLLO
$(x - 1)^2$		
$(x - 2)^2$		

- Los alumnos resuelven la pregunta N° 3 de la ficha con ayuda del material didáctico, luego lo plasman en un papelote y lo pegan en la pizarra para luego comparar los resultados. (Ilustraciones descriptivas, expresivas, construccional, funcional y algorítmica)

- El docente, conduce a que los estudiantes a que lleguen a las siguientes conclusiones: (Resúmenes)

- Productos Notables son:
- Cuadrado de la suma y diferencia de un binomio:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- Los resultados reciben el nombre de:

- El docente evaluará las actividades realizadas por los alumnos haciendo uso de una ficha de observación.
- FICHA DE OCOTEJO:

**CIERRE 5 minutos**

- El docente planteará las siguientes actividades metacognitivas:

• AL TERMINAR LA SESIÓN DE APRENDIZAJE LAS ALUMNAS RESPONDEN:

- ¿Qué te ha parecido el desarrollo de este tema?
- ¿Qué parte del tema te ha parecido más complicado?
- ¿Te has sentido motivado al desarrollar este tema? Fundamenta.

**IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA**

- El docente solicita a los estudiantes que busquen que otras formas aparte del algeplano ayudan a entender los productos notables..

**V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR**

- Ficha de trabajo.
- Papelógrafo, plumones rojo, azul y negro, tarjetas de cartulina (opcional), papeles, tiza o plumones, y pizarra.
- Recursos web:  
 Recurso interactivo para comprobar si nuestro peso y talla está dentro del estándar.  
<http://www.saluddealtura.com/todo-publico-salud/salud-nutricion-familia/calculadoras-salud/calculadora-crecimiento-ninos/>  
 Video que orienta la lectura de gráficos de crecimiento  
<https://www.youtube.com/watch?v=u5QZcH9Al4Y>  
 Video que explica qué representan los percentiles  
<https://www.youtube.com/watch?v=FUtlYoL-4Pw>

**VI. EVALUACIÓN**

<ul style="list-style-type: none"> <li>➤</li> <li>➤ Matematiza situaciones</li> <li>➤ Comunica y representa ideas matemáticas</li> <li>➤ Elabora y usa estrategias</li> <li>➤ Razona y argumenta generando ideas matemáticas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Deduce y generaliza las reglas del cuadrado de un binomio.           <ul style="list-style-type: none"> <li>• Demuestra geoméricamente el desarrollo del cuadrado del binomio.</li> </ul> </li> <li>• Representa los productos notables usando el material manipulativo.</li> <li>• Resuelve de manera adecuada los ejercicios del cuadrado de un binomio.</li> <li>• Participa activamente en el desarrollo de los ejercicios en la pizarra</li> <li>• Expresa rigurosidad y precisión al argumentar sus resultados.</li> </ul>	<p>Ficha de cotejo</p>
---	---	------------------------

## PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

### DATOS INFORMATIVOS:

I.E. 1021 REPUBLICA FEDERAL DE ALEMANIA  
**GRADO** : TERCERO  
**DURACIÓN** : 2 HORAS  
**DOCENTE** : JORGE CAPCHA LLACTA

<b>UNIDAD 1</b>
<b>NÚMERO DE SESIÓN</b>
3/7

### I. TÍTULO DE LA SESIÓN

**“DEMOSTRANDO EL PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA DE UN BINOMIO”**

### II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Matematiza situaciones	Organiza datos y expresiones a partir de operaciones con polinomios, al expresar un modelo referido a la demostración de los productos notables.
	Comunica y representa ideas matemáticas	Emplea expresiones y conceptos respecto a los diferentes productos notables.
	Elabora y usa estrategias	Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas.

### III. SECUENCIA DIDÁCTICA

#### Inicio: (15 minutos)    **ESTRATEGIAS Y/O ACTIVIDADES**

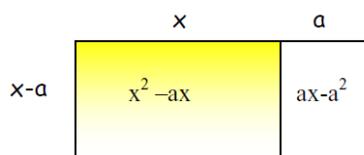
- El docente saluda y da la bienvenida a los estudiantes.
- El docente comenta con los estudiantes y recoge los saberes previos, solicitando a las estudiantes que resuelvan los siguientes productos notables en la pizarra: (Actividad generadora de información previa)  
 $(x + 3)^2 = \dots\dots\dots$   
 $(2x - 3y)^2 = \dots\dots\dots$
- A continuación, la docente escribe en la pizarra las expresiones:  
 $(a + b)^2$   
 $(a - b)^2$
- El docente hace entrega de las tabletas algebraicas usadas en la clase anterior para que realicen la demostración geométrica en la pizarra y solicita que generalicen las fórmulas a la derecha de las expresiones planteadas.
- El docente da a conocer el propósito de la sesión de clase y solicita a las estudiantes que formen equipo de trabajo integrado por dos estudiantes. (objetivos)
- Luego, la docente hace entrega a los estudiantes los materiales didácticos: las tabletas algebraica y solicita que demuestren en `parejas los productos  $(a + b)^2$  y  $(a - b)^2$ .
- A continuación las alumnas escriben sus resultados en la pizarra, la docente escucha atentamente las opiniones de los estudiantes y consensuan sus respuestas.

#### Desarrollo: (55 minutos)

##### DEMOSTRANDO EL PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA DE UN BINOMIO:

- En la pizarra la docente pega un algeplano del tamaño que los alumnos lo puedan visualizar, para realizar la demostración geométrica del producto de la suma por la diferencia de un binomio. (Señalizaciones y estrategias discursivas)
- A continuación, analizamos geoméricamente el Cuadrado de un Binomio, para esto se demostrará el cuadrado de la diferencia de un binomio:
- Consideremos que  $(x + a)$  es un lado del rectángulo y  $(x - a)$  el otro lado, así: (Ilustraciones gráficas)

$$(x + a)(x - a) = x^2 - ax + ax - a^2 = x^2 - a^2$$



- Los alumnos generalizan la regla del producto demostrado y lo representan gráficamente en su

- cuaderno, usando hojas de colores: (Resúmenes)
- El docente hace notar que al determinar el producto de la suma por la diferencia de un binomio se obtienen dos términos, a los que llamamos “DIFERENCIA DE CUADRADOS”
- Los alumnos con ayuda de la docente resuelven el siguiente ejemplo usando el material didáctico. (Elaboración de inferencias)

Ejemplos:

PRODUCTO NOTABLE	GRAFICA	DESARROLLO
$(x + 1)(x - 1)$		
$(a - 5)(a + 5)$		

- Los alumnos resuelven la pregunta N° 4 de la ficha con ayuda del material didáctico, luego lo plasman en un papelote y lo pegan en la pizarra para luego comparar los resultados. (cualquier gama de información gráfica)

#### APLICANDO LA COMBINACIÓN DE LOS PRODUCTOS ANTERIORES

El docente con la participación de los alumnos pega en la pizarra las figuras de las demostraciones de los productos del cuadrado de un binomio.

- El docente solicita que sumen estos dos resultados, para deducir los siguientes productos: (cualquier gama de información gráfica)

$$\begin{aligned} (x + a)^2 + (x - a)^2 &= (x^2 + 2ax + a^2) + (x^2 - 2ax + a^2) \\ &= 2x^2 + 2a^2 \\ &= 2(x^2 + a^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x + a)^2 - (x - a)^2 &= (x^2 + 2ax + a^2) - (x^2 - 2ax + a^2) \\ &= x^2 + 2ax + a^2 - x^2 + 2ax - a^2 = 4ax \end{aligned}$$

- A continuación la docente da a conocer a los alumnos que a estos productos se les llama IDENTIDADES DE LEGENDRE y sirven para simplificar la solución de ejercicios.
- Luego, con participación de los alumnos, la docente resuelve el ejercicio N° 5 de la ficha en la pizarra.
- El docente plantea los siguientes ejercicios en la pizarra:

1. Efectuar:  $(x+5)^2 + (x-5)^2 - 50$

2. Reducir:  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

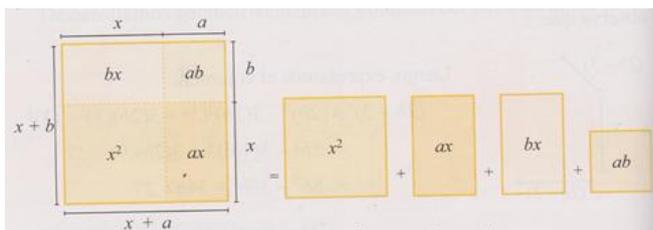
3. Efectuar:

$$(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{5} + \sqrt{20})^2 + (\sqrt{7} - \sqrt{3})^2 - (\sqrt{20} - \sqrt{5})^2$$

4. Reducir:  $\frac{(\sqrt{5} + 1)^2 - (\sqrt{5} - 1)^2}{(\sqrt{5} + 1)^2 + (\sqrt{5} - 1)^2}$

- Los alumnos resuelven los ejercicios planteados con facilidad y se dan cuenta que aplicando las identidades de Legendre es más fácil y rápido determinar los resultados.
- Finalmente, los alumnos plasman en sus cuadernos los resultados obtenidos. (Elaboración de inferencias) (analogías)
  - Nuevamente, el docente pega en la pizarra el siguiente esquema:
- Analicemos la interpretación geométrica de este producto, consideremos que  $(x + a)$  y  $(x + b)$  los lados de la figura:

$$\begin{aligned} (x + a)(x + b) &= x^2 + ax + bx + ab \\ &= x^2 + (a + b)x + ab \end{aligned}$$



- Se hace

notar a los alumnos que estos binomios tienen un término en

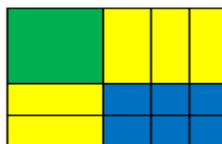
común. (cualquier gama de información gráfica)

- A continuación los alumnos con ayuda de la docente resuelve los siguientes ejemplos, usando el material manipulativo, luego lo representan en su cuaderno usando papeles de colores.

Ejemplos:

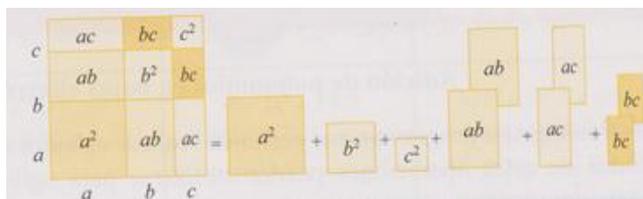
PRODUCTO NOTABLE	GRAFICA	DESARROLLO
$(x + 5)(x + 1)$		
$(m + 3)(m+4)$		

El docente representa en la pizarra la siguiente figura y solicita a las alumnas que expresen su área:



- Luego los alumnos resuelven el área, escriben sus resultados en la pizarra y luego comparan dichos resultados.

➤ La docente representa en la pizarra el siguiente esquema:



- Como de la figura

la ayuda de la docente deducen la fórmula:

$$\begin{aligned} (a + b + c)^2 &= (a+b+c)(a+b+c) \\ &= a^2+ab+ac+ab+b^2+bc+ac+bc+c^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \end{aligned}$$

podemos notar los lados son:  $(a + b + c)$ ; luego con

- A continuación la docente comunica a los alumnos que la fórmula deducida se denomina cuadrado de un trinomio.
- Los alumnos representan en su cuaderno usando papel de colores el esquema representado en la pizarra.
- El docente plantea el siguiente esquema en la pizarra y solicita a las estudiantes que determinen su área:



- Luego las alumnas resuelven la ficha, para después escribir con sus compañeros.

los ejercicios de la pregunta N° 7 de la los resultados en la pizarra y comparar

- En grupos resuelven todos los demás ejercicios y/o problemas de la ficha, a partir de la pregunta

Nº 8, luego exponen la solución de los ejercicios en papelotes para consensuar los resultados

**CIERRE 5 minutos**

- El docente planteará las siguientes actividades metacognitivas:
- AL TERMINAR LA SESIÓN DE APRENDIZAJE LOS ALUMNOS RESPONDEN:
  - ¿Qué te ha parecido el desarrollo de este tema?
  - ¿Qué parte del tema te ha parecido más complicado?
  - ¿Te has sentido motivado al desarrollar este tema? Fundamenta.

**IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA**

- El docente solicita a los estudiantes que busquen que otras formas aparte del algeplabno ayudan a entender los productos notables..

**V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR**

- Ficha de trabajo.
- Papelógrafos, plumones rojo, azul y negro, tarjetas de cartulina (opcional), papeles, tiza o plumones, y pizarra.
- Recursos web:
  - Recurso interactivo para comprobar si nuestro peso y talla está dentro del estándar.  
<http://www.saluddealtura.com/todo-publico-salud/salud-nutricion-familia/calculadoras-salud/calculadora-crecimiento-ninos/>
  - Video que orienta la lectura de gráficos de crecimiento  
<https://www.youtube.com/watch?v=u5QZcH9AI4Y>
  - Video que explica qué representan los percentiles  
<https://www.youtube.com/watch?v=FUtlYoL-4Pw>

**VI. EVALUACIÓN**

<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Matematiza situaciones</li> <li>➤ Comunica y representa ideas matemáticas</li> <li>➤ Elabora y usa estrategias</li> <li>➤ Razona y argumenta generando ideas matemáticas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa polinomios de primer y segundo grado usando el algeplano y las tabletas algebraicas.</li> <li>• Opera polinomios usando el algeplano y las tabletas algebraicas.</li> <li>• Resuelve los ejercicios planteados en la ficha guía entregada por la docente.</li> <li>• Participa activamente en el desarrollo de los ejercicios en la pizarra</li> <li>• Expresa rigurosidad y precisión al argumentar sus resultados.</li> </ul>	Ficha de cotejo
--	---	-----------------

**PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE**

**DATOS INFORMATIVOS:**  
**I.E. 1021 REPUBLICA FEDERAL DE ALEMANIA**  
**GRADO** : TERCERO  
**DURACIÓN** : 2 HORAS  
**DOCENTE** : JORGE CAPCHA LLACTA

NÚMERO DE SESIÓN
4/7

**I. TÍTULO DE LA SESIÓN**  
**“OPERANDO CON POLINOMIOS”**

II. APRENDIZAJES ESPERADOS		
COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO ACTITUD DE COMPORTAMIENTO	Matematiza situaciones	Organiza datos y expresiones a partir de operaciones con polinomios.
	Elabora y usa estrategias	Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas.
		Muestra orden y claridad en su proceso de resolución. Participa activamente en clase. Valora aprendizajes desarrollados en el área como parte de su proceso formativo.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA					
Inicio: (15 minutos)	ESTRATEGIAS Y/O ACTIVIDADES				
	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente da la bienvenida a los estudiantes.</li> <li>El docente comenta con los estudiantes y recoge los saberes previos; dando a conocer el propósito de la sesión de clase. (Actividad generadora de información previa y objetivos)</li> <li>Luego, se forma los grupos a través de la dinámica DEL ROMPECABEZAS. (Discusión Guiada)</li> <li>Para continuar, plantea las siguientes pautas de trabajo Cooperativo que serán consensuadas con los estudiantes:</li> <li>El docente escribe en la pizarra las siguientes operaciones y solicita a los alumnos que las efectúen:                      d) <math>(2x + 1) + (3x - 4)</math>                      e) <math>(x - 2) - (2x - 3)</math>                      f) <math>(x + 2)(2x + 1)</math></li> <li>A continuación las alumnas escriben sus resultados en la pizarra, la docente escucha atentamente las opiniones de los estudiantes y consensuan sus respuestas.</li> </ul>				
	<p><b>Desarrollo: (55 minutos)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>DEMOSTRANDO EL PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA DE UN BINOMIO:</li> <li>En la pizarra el docente pega un algeplano del tamaño que los alumnos lo puedan visualizar, para realizar la demostración geométrica del producto de la suma por la diferencia de un binomio. (Señalizaciones y estrategias discursivas)</li> <li>A continuación, analizamos geoméricamente el Cuadrado de un Binomio, para esto se demostrará el cuadrado de la diferencia de un binomio:</li> <li>Consideremos que <math>(x + a)</math> es un lado del rectángulo y <math>(x - a)</math> el otro lado, así: (Ilustraciones gráficas)</li> <li><math>(x + a)(x - a) = x^2 - ax + ax - a^2 = x^2 - a^2</math></li> </ul> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;"><math>x - a</math></div> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>a</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x^2 - ax</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>ax - a^2</math></td> </tr> </table> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>Los alumnos generalizan la regla del producto demostrado</li> </ul>	$x$	$a$	$x^2 - ax$	$ax - a^2$
$x$	$a$				
$x^2 - ax$	$ax - a^2$				

y lo representan gráficamente en su cuaderno, usando hojas de colores: (Resúmenes)

- El docente hace notar que al determinar el producto de la suma por la diferencia de un binomio se obtienen dos términos, a los que llamamos “DIFERENCIA DE CUADRADOS”
- Los alumnos con ayuda del docente resuelven el siguiente ejemplo usando el material didáctico. (Elaboración de inferencias)

• Ejemplos:

PRODUCTO NOTABLE	GRAFICA	DESARROLLO
$(x + 1)(x - 1)$		
$(a - 5)(a + 5)$		

- Los alumnos resuelven la pregunta N° 4 de la ficha con ayuda del material didáctico, luego lo plasman en un papelote y lo pegan en la pizarra para luego comparar los resultados. (cualquier gama de información gráfica)

• **APLICANDO LA COMBINACIÓN DE LOS PRODUCTOS ANTERIORES**

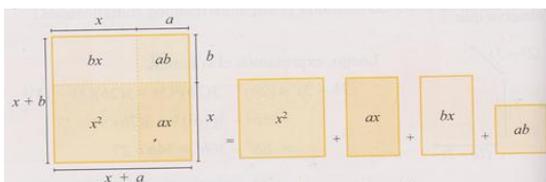
- El docente con la participación de los alumnos pega en la pizarra las figuras de las demostraciones de los productos del cuadrado de un binomio.
- El docente solicita que sumen estos dos resultados, para deducir los siguientes productos: (cualquier gama de información gráfica)

$$\begin{aligned} (x + a)^2 + (x - a)^2 &= (x^2 + 2ax + a^2) + (x^2 - 2ax + a^2) \\ &= 2x^2 + 2a^2 = 2(x^2 + a^2) \\ (x + a)^2 - (x - a)^2 &= (x^2 + 2ax + a^2) - (x^2 - 2ax + a^2) \\ &= x^2 + 2ax + a^2 - x^2 + 2ax - a^2 = 4ax \end{aligned}$$

• El docente plantea los siguientes ejercicios en la pizarra:

- Efectuar:  $(x+5)^2 + (x-5)^2 - 50$
- Reducir:  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$
- Efectuar:
- $(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{5} + \sqrt{20})^2 + (\sqrt{7} - \sqrt{3})^2 - (\sqrt{20} - \sqrt{5})^2$   
 $\frac{(\sqrt{5} + 1)^2 - (\sqrt{5} - 1)^2}{(\sqrt{5} + 1)^2 + (\sqrt{5} - 1)^2}$
- Reducir:

- Los alumnos resuelven los ejercicios planteados con facilidad
- Finalmente, los alumnos plasman en sus cuadernos los resultados obtenidos. (Elaboración de inferencias) (analogías)
- Nuevamente, el docente pega en la pizarra el siguiente esquema:
- Analicemos la interpretación geométrica de este producto, consideremos que  $(x + a)$  y  $(x + b)$  los lados de la figura:
- $(x + a)(x + b) = x^2 + ax + bx + ab = x^2 + (a + b)x + ab$

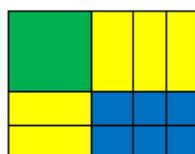


- Se hace binomios (cualquier gama de información gráfica)
- A continuación los alumnos con ayuda del docente resuelve los siguientes ejemplos, usando el material manipulativo, luego lo representan en su cuaderno usando papeles de colores.
- Ejemplos:

notar a los alumnos que estos tienen un término en común.

PRODUCTO NOTABLE	GRAFICA	DESARROLLO
$(x + 5)(x + 1)$		
$(m + 3)(m+4)$		

- El docente representa en la pizarra la siguiente figura y solicita a las alumnas que expresen su área:

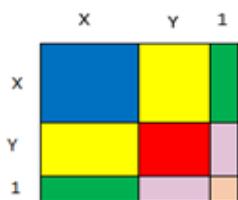


- Luego los alu luego comparan dic
- La docente represer
- Como podemos not... los rectángulos de la figura son:  $(a + b + c)$ ; luego con la ayuda de la docente deducen la fórmula:
- $(a + b + c)^2 = (a+b+c)(a+b+c)$   
 $= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2$   
 $= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

Nº 6 de la ficha, escriben sus resultados en la pizarra y

iguiente esquema:

- A continuación la docente comunica a los alumnos que la fórmula deducida se denomina cuadrado de un trinomio.
- Los alumnos representan en su cuaderno usando papel de colores el esquema representado en la pizarra.
- El docente plantea el siguiente esquema en la pizarra y solicita a las estudiantes que determinen su área:



- Luego ficha, con sus las alumnas resuelven los ejercicios de la pregunta Nº 7 de la para después escribir los resultados en la pizarra y comparar compañeros.
- En grupos resuelven todos los demás ejercicios y/o problemas de la ficha, a partir de la pregunta Nº 8, luego exponen la solución de los ejercicios en papelotes para consensuar los resultados

#### Cierre 15 minutos

- El docente, conduce a que los estudiantes a que lleguen a las siguientes conclusiones:  
(Resúmenes y uso de categorías)  
 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$   
 $(x + a)(x + b) = x^2 + (a+b)x + ab$   
 $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$   
 $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$   
 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
- El docente evaluará las actividades realizadas por los alumnos haciendo uso de una ficha de observación

#### FICHA DE COTEJO.

#### IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

El docente solicita a los estudiantes que busquen que otras formas aparte del algeplano ayudan a entender los productos notables.

#### V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR

Ficha de trabajo.

- Papelógrafos, plumones rojo, azul y negro, tarjetas de cartulina (opcional), papeles, tiza o plumones, y pizarra.

- Recursos web:  
 Recurso interactivo para comprobar si nuestro peso y talla está dentro del estándar.  
<http://www.saluddealtura.com/todo-publico-salud/salud-nutricion-familia/calculadoras-salud/calculadora-crecimiento-ninos/>  
 Video que orienta la lectura de gráficos de crecimiento  
<https://www.youtube.com/watch?v=u5QZcH9Al4Y>  
 Video que explica qué representan los percentiles  
<https://www.youtube.com/watch?v=FUtlyoL-4Pw>

## VI. EVALUACIÓN

<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Matematiza situaciones</li> <li>➤ Comunica y representa ideas matemáticas</li> <li>➤ Elabora y usa estrategias</li> <li>➤ Razona y argumenta generando ideas matemáticas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Deduce y generaliza las reglas del producto de la suma por la diferencia de un binomio, producto de dos binomios con un término común,</li> <li>• Representa los productos notables usando el material manipulativo.</li> <li>• Resuelve de manera adecuada los ejercicios planteados en la ficha N° 01.</li> <li>• Participa activamente en el desarrollo de los ejercicios en la pizarra</li> <li>• Expresa rigurosidad y precisión al argumentar sus resultados.</li> </ul>	<p style="text-align: center;">Ficha de cotejo</p>
--	---	--

**DATOS INFORMATIVOS:**

**I.E. 1021 REPUBLICA FEDERAL DE ALEMANIA**  
**GRADO** : TERCERO  
**DURACIÓN** : 2 HORAS  
**DOCENTE** : JORGE CAPCHA LLACTA

<b>UNIDAD 1</b>
<b>NÚMERO DE SESIÓN</b>
5/7

**I. TÍTULO DE LA SESIÓN****“OPERANDO CON POLINOMIOS”****II. APRENDIZAJES ESPERADOS**

<b>COMPETENCIA</b>	<b>CAPACIDADES</b>	<b>INDICADORES</b>
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO ACTITUD DE COMPORTAMIENTO	Matematiza situaciones	<ul style="list-style-type: none"> <li>Organiza datos y expresiones a partir de operaciones con polinomios.</li> </ul>
	Elabora y usa estrategias	Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas.
		<ul style="list-style-type: none"> <li>Muestra orden y claridad en su proceso de resolución.</li> <li>Participa activamente en clase.</li> <li>Valora aprendizajes desarrollados en el área como parte de su proceso formativo.</li> </ul>

**III. SECUENCIA DIDÁCTICA****Inicio: (15 minutos) ESTRATEGIAS Y/O ACTIVIDADES**

- El docente da la bienvenida a los estudiantes.
- El docente comenta con los estudiantes y recoge los saberes previos; dando a conocer el propósito de la sesión de clase. (Actividad generadora de información previa y objetivos)
- Luego, se forma los grupos a través de la dinámica DEL ROMPECABEZAS. (Discusión Guiada)
- Para continuar, plantea las siguientes pautas de trabajo Cooperativo que serán consensuadas con los estudiantes:
- El docente escribe en la pizarra las siguientes operaciones y solicita a los alumnos que las efectúen:
  - g)  $(2x + 1) + (3x - 4)$
  - h)  $(x - 2) - (2x - 3)$
  - i)  $(x + 2)(2x + 1)$
- A continuación los alumnos escriben sus resultados en la pizarra, el docente escucha atentamente las opiniones de los estudiantes y consensuan sus respuestas.

**Desarrollo: (55 minutos)**

- Luego, el docente presenta a los estudiantes los materiales didácticos: el algeplano, las tabletas algebraicas; pregunta cuál sería su utilidad, pregunta si es que han utilizado estos materiales en alguna sesión.
- Se hará ver que los estudiantes siempre han representado directamente las variables en forma simbólica y literal, por lo que se les demostrará que se puede crear expresiones y operaciones algebraicas usando piezas de figuras geométricas como las del Algeplano o tabletas algebraicas. (Presentación de material manipulativo)
- El docente hace entrega de una nota técnica a los alumnos, dando a conocer la utilidad de los materiales didácticos entregados.
- Luego se plantea en una hoja impresa los siguientes polinomios para ser representados por los estudiantes haciendo uso del algeplano. (Elaboración y organización)

**Hoja de trabajo**

Escribe el polinomio que representa según el área de las siguientes figuras:

1. Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es 1.

REPRESENTACIÓN	POLINOMIO
	
	

2. Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es  $y$ .

REPRESENTACIÓN	POLINOMIO
	

Dibuja y pinta la representación del polinomio.

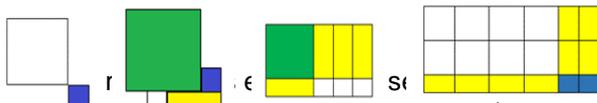
3. Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es 1.

POLINOMIO	REPRESENTACIÓN
$5x^2$	
$x^2 + 3x + 4$	

4. Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es  $y$ .

POLINOMIO	REPRESENTACIÓN
$5x^2 - y^2$	
$-3x^2 - xy + 4y^2$	

- El docente hace notar que también existen otros materiales manipulativos que pueden ser elaborados por ellos mismos y les comenta que estos reciben el nombre de tabletas algebraicas o caja de polinomios, también da a conocer sus características y como se podría representar polinomios de primer y segundo grado.
- Luego representan con las tabletas algebraicas los siguientes polinomios.
  - a)  $x^2 + 3x + 1$
  - b)  $3x^2 - 4x - 2$
- También se presenta en la pizarra las siguientes figuras y se pregunta a las estudiantes si están representadas correctamente y como se expresaría en forma simbólica.



- Las estudiantes resuelven la siguiente hoja impresa: (Elaboración y organización)
- 1. En la tabla que presentamos a continuación, representa de manera gráfica los siguientes polinomios

REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA	MATERIAL MANIPULATIVO (CUADRADOS PEQUEÑOS)
$3x + 5$	
$-2x^2 + 4x - 1$	

2. Representa simbólicamente los siguientes polinomios:

MATERIAL MANIPULATIVO (CUADRADOS PEQUEÑOS)	REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA

- A continuación en grupos trabajan los ejercicios planteados en la nota técnica.
- Se pregunta a las estudiantes si la representación de los polinomios en forma gráfica y simbólica ha sido comprendido, se procede a revisar la resolución de los ejercicios planteados. (Ilustraciones

<p>gráficas)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Luego se procede a revisar la información planteada en la nota técnica sobre las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de polinomios usando el algeplano y las tabletas algebraicas.</li> <li>• Las estudiantes efectúan las siguientes operaciones, usando el algeplano y las tabletas algebraicas: (Elaboración y organización)             <ul style="list-style-type: none"> <li>a) Si: <math>P(x) = x^2 + 4x - 3</math> y <math>Q(x) = 2x^2 - x + 2</math>. Determinar <math>P(x) + Q(x)</math></li> <li>b) Si: <math>P(x) = 2x^2 - x + 3</math>, representa su opuesto.</li> <li>c) Si: <math>P(x) = 2x^2 - x + 2</math> y <math>Q(x) = 3x^2 + x - 1</math>. Determinar <math>P(x) - Q(x)</math></li> <li>d) Si: <math>P(x) = x + 3</math> y <math>Q(x) = 2x - 1</math>. Determinar <math>P(x) \cdot Q(x)</math></li> </ul> </li> <li>• Lo representan el resultado gráficamente usando el algeplano y las tabletas algebraicas, luego lo representan gráficamente en su cuaderno y la representación simbólica lo realizan en la pizarra.</li> <li>• A continuación los alumnos resuelven las operaciones planteadas en la nota técnica. (Ilustraciones gráficas)</li> </ul>					
<ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente, entrega a las estudiantes la Ficha Trabajo y solicita que sea resuelta en forma ordenada y correcta. (Ilustraciones gráficas y resúmenes)</li> <li>• Luego esta ficha será corregida por los alumnos.</li> <li>• El docente evaluará las actividades realizadas por los alumnos haciendo uso de una ficha de observación.</li> <li>• FICHA DE COTEJO</li> <li>• El docente planteará las siguientes actividades metacognitivas:</li> </ul>					
<p><b>CIERRE 15 MINUTOS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• EL docente planteará las siguientes actividades metacognitivas:</li> <li>• AL TERMINAR LA SESIÓN DE APRENDIZAJE LOS ALUMNOS RESPONDEN:             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ ¿Qué te ha parecido el desarrollo de este tema?</li> <li>➤ ¿Qué parte del tema te ha parecido más complicado?</li> <li>➤ ¿Te has sentido motivado al desarrollar este tema? Fundamenta.</li> </ul> </li> </ul>					
<p><b>IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El docente solicita a los estudiantes que busquen que otras formas aparte del algeplano ayuden a entender los productos notables..</li> </ul>					
<p><b>V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ficha de trabajo.</li> <li>• Papelógrafos, plumones rojo, azul y negro, tarjetas de cartulina (opcional), papeles, tiza o plumones, y pizarra.</li> <li>• Recursos web:              Recurso interactivo para comprobar si nuestro peso y talla está dentro del estándar.  <a href="http://www.saluddealtura.com/todo-publico-salud/salud-nutricion-familia/calculadoras-salud/calculadora-crecimiento-ninos/">http://www.saluddealtura.com/todo-publico-salud/salud-nutricion-familia/calculadoras-salud/calculadora-crecimiento-ninos/</a>              Video que orienta la lectura de gráficos de crecimiento  <a href="https://www.youtube.com/watch?v=u5QZcH9AI4Y">https://www.youtube.com/watch?v=u5QZcH9AI4Y</a>              Video que explica qué representan los percentiles  <a href="https://www.youtube.com/watch?v=FUtlyoL-4Pw">https://www.youtube.com/watch?v=FUtlyoL-4Pw</a> </li> </ul>					
<p><b>VI. EVALUACIÓN</b></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 30%; vertical-align: top;"> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Matematiza situaciones</li> <li>➤ Comunica y representa ideas matemáticas</li> <li>➤ Elabora y usa</li> </ul> </td> <td style="width: 40%; vertical-align: top;"> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa polinomios de primer y segundo grado usando el algeplano y las tabletas algebraicas.</li> <li>• Opera polinomios usando el algeplano y las tabletas algebraicas.</li> </ul> </td> <td style="width: 30%; vertical-align: middle; text-align: center;">                 Ficha de cotejo             </td> </tr> </table>			<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Matematiza situaciones</li> <li>➤ Comunica y representa ideas matemáticas</li> <li>➤ Elabora y usa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa polinomios de primer y segundo grado usando el algeplano y las tabletas algebraicas.</li> <li>• Opera polinomios usando el algeplano y las tabletas algebraicas.</li> </ul>	Ficha de cotejo
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Matematiza situaciones</li> <li>➤ Comunica y representa ideas matemáticas</li> <li>➤ Elabora y usa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa polinomios de primer y segundo grado usando el algeplano y las tabletas algebraicas.</li> <li>• Opera polinomios usando el algeplano y las tabletas algebraicas.</li> </ul>	Ficha de cotejo			

	estrategias ➤ Razona y argumenta generando ideas matemáticas	<ul style="list-style-type: none"><li>• Resuelve los ejercicios planteados en la ficha guía entregada por la docente.</li><li>• Participa activamente en el desarrollo de los ejercicios en la pizarra</li><li>• Expresa rigurosidad y precisión al argumentar sus resultados.</li></ul>	
--	--	--	--

### PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

**DATOS INFORMATIVOS:**

**I.E. 1021 REPUBLICA FEDERAL DE ALEMANIA**  
**GRADO** : TERCERO  
**DURACIÓN** : **2 HORAS**  
**DOCENTE** : JORGE CAPCHA LLACTA

<b>UNIDAD 1</b>
<b>NÚMERO DE SESIÓN</b>
6/7

**I. TÍTULO DE LA SESIÓN**
**“OPERANDO CON POLINOMIOS”**
**II. APRENDIZAJES ESPERADOS**

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO ACTITUD DE COMPORTAMIENTO	Matematiza situaciones	Organiza datos y expresiones a partir de operaciones con polinomios.
	Elabora y usa estrategias	Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas.
		Muestra orden y claridad en su proceso de resolución. Participa activamente en clase. Valora aprendizajes desarrollados en el área como parte de su proceso formativo.

**III. SECUENCIA DIDÁCTICA**
**Inicio: (15 minutos) ESTRATEGIAS Y/O ACTIVIDADES**

- El docente da la bienvenida a los estudiantes.
- El docente comenta con los estudiantes y recoge los saberes previos; dando a conocer el propósito de la sesión de clase. (Actividad generadora de información previa y objetivos)
- Luego, se forma los grupos a través de la dinámica DEL ROMPECABEZAS. (Discusión Guiada)
- Para continuar, plantea las siguientes pautas de trabajo Cooperativo que serán consensuadas con los estudiantes:
- El docente escribe en la pizarra las siguientes operaciones y solicita a los alumnos que las efectúen:
  - j)  $(2x + 1) + (3x - 4)$
  - k)  $(x - 2) - (2x - 3)$
  - l)  $(x + 2)(2x + 1)$
- A continuación las alumnas escriben sus resultados en la pizarra, la docente escucha atentamente las opiniones de los estudiantes y consensuan sus respuestas.

**Desarrollo: (55 minutos)**

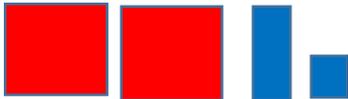
- Luego, el docente presenta a los estudiantes los materiales didácticos: el algeplano, las tabletas algebraicas; pregunta cuál sería su utilidad, pregunta si es que han utilizado estos materiales en alguna sesión.
- Se hará ver que los estudiantes siempre han representado directamente las variables en forma simbólica y literal, por lo que se les demostrará que se puede crear expresiones y operaciones algebraicas usando piezas de figuras geométricas como las del Algeplano o tabletas algebraicas. (Presentación de material manipulativo)

- El docente hace entrega de una nota técnica a los alumnos, dando a conocer la utilidad de los materiales didácticos entregados.
- Luego se plantea en una hoja impresa los siguientes polinomios para ser representados por las estudiantes haciendo uso del algeplano. (Elaboración y organización)

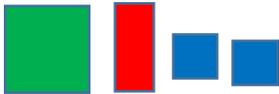
### Hoja de trabajo

Escribe el polinomio que representa según el área de las siguientes figuras:

1. Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es 1.

REPRESENTACIÓN	POLINOMIO
	
	

2. Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es  $y$ .

REPRESENTACIÓN	POLINOMIO
	

Dibuja y pinta la representación del polinomio.

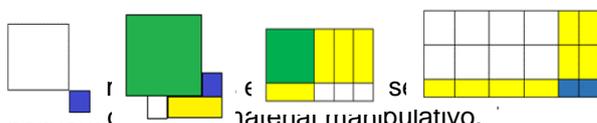
3. Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es 1.

POLINOMIO	REPRESENTACIÓN
$5x^2$	
$x^2 + 3x + 4$	

4. Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es  $y$ .

POLINOMIO	REPRESENTACIÓN
$5x^2 - y^2$	
$-3x^2 - xy + 4y^2$	

- El docente hace notar que también existen otros materiales manipulativos que pueden ser elaborados por ellas mismas y les comenta que estos reciben el nombre de tabletas algebraicas o caja de polinomios, también da a conocer sus características y como se podría representar polinomios de primer y segundo grado.
- Luego representan con las tabletas algebraicas los siguientes polinomios.
  - c)  $x^2 + 3x + 1$
  - d)  $3x^2 - 4x - 2$
- También se presenta en la pizarra las siguientes figuras y se pregunta a los estudiantes si están representadas correctamente y como se expresaría en forma simbólica.



- Los estudiantes utilizan el material manipulativo.

- Los estudiantes resuelven la siguiente hoja impresa: (Elaboración y organización)
3. En la tabla que presentamos a continuación, representa de manera gráfica los siguientes polinomios

REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA	MATERIAL MANIPULATIVO (CUADRADOS PEQUEÑOS)
$3x + 5$	
$-2x^2 + 4x - 1$	

4. Representa simbólicamente los siguientes polinomios:

MATERIAL MANIPULATIVO (CUADRADOS PEQUEÑOS)	REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA

- A continuación en grupos trabajan los ejercicios planteados en la nota técnica.
- Se pregunta a los estudiantes si la representación de los polinomios en forma gráfica y simbólica ha sido comprendido, se procede a revisar la resolución de los ejercicios planteados. (Ilustraciones gráficas)
- Luego se procede a revisar la información planteada en la nota técnica sobre las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de polinomios usando el algeplano y las tabletas algebraicas.
- Los estudiantes efectúan las siguientes operaciones, usando el algeplano y las tabletas algebraicas: (Elaboración y organización)
  - e) Si:  $P(x) = x^2 + 4x - 3$  y  $Q(x) = 2x^2 - x + 2$ .  
Determinar  $P(x) + Q(x)$
  - f) Si:  $P(x) = 2x^2 - x + 3$ , representa su opuesto.
  - g) Si:  $P(x) = 2x^2 - x + 2$  y  $Q(x) = 3x^2 + x - 1$ .  
Determinar  $P(x) - Q(x)$
  - h) Si:  $P(x) = x + 3$  y  $Q(x) = 2x - 1$ . Determinar  $P(x) \cdot Q(x)$
- Lo representan el resultado gráficamente usando el algeplano y las tabletas algebraicas, luego lo representan gráficamente en su cuaderno y la representación simbólica lo realizan en la pizarra.
- A continuación los alumnos resuelven las operaciones planteadas en la nota técnica. (Ilustraciones gráficas)

- El docente, entrega a las estudiantes la Ficha Trabajo y solicita que sea resuelta en forma ordenada y correcta. (Ilustraciones gráficas y resúmenes)
- Luego esta ficha será corregida por los mismos alumnos.
- El docente evaluará las actividades realizadas por los alumnos haciendo uso de una ficha de observación.
- FICHA DE COTEJO
- El docente planteará las siguientes actividades metacognitivas:
- AL TERMINAR LA SESIÓN DE APRENDIZAJE LOS ALUMNOS RESPONDEN:
  - ¿Qué te ha parecido el desarrollo de este tema?
  - ¿Qué parte del tema te ha parecido más complicado?
  - ¿Te has sentido motivado al desarrollar este tema? Fundamenta.

#### **CIERRE 5 minutos**

- El docente planteará las siguientes actividades metacognitivas:
- AL TERMINAR LA SESIÓN DE APRENDIZAJE LOS ALUMNOS RESPONDEN:
  - ¿Qué te ha parecido el desarrollo de este tema?
  - ¿Qué parte del tema te ha parecido más complicado?
  - ¿Te has sentido motivado al desarrollar este tema? Fundamenta.

#### **IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA**

- El docente solicita a los estudiantes que busquen que otras formas aparte del algeplano ayudan a entender los productos notables..

#### **V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR**

- Ficha de trabajo.
- Papelógrafos, plumones rojo, azul y negro, tarjetas de cartulina (opcional), papeles, tiza o plumones, y pizarra.
- Recursos web:
  - Recurso interactivo para comprobar si nuestro peso y talla está dentro del estándar.  
<http://www.saluddealtura.com/todo-publico-salud/salud-nutricion-familia/calculadoras-salud/calculadora-crecimiento-ninos/>
  - Video que orienta la lectura de gráficos de crecimiento  
<https://www.youtube.com/watch?v=u5QZcH9AI4Y>
  - Video que explica qué representan los percentiles  
<https://www.youtube.com/watch?v=FUtlYoL-4Pw>

#### **VI. EVALUACIÓN**

	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Matematiza situaciones</li> <li>➤ Comunica y representa ideas matemáticas</li> <li>➤ Elabora y usa estrategias</li> <li>➤ Razona y argumenta generando ideas matemáticas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa polinomios de primer y segundo grado usando el algeplano y las tabletas algebraicas.</li> <li>• Opera polinomios usando el algeplano y las tabletas algebraicas.</li> <li>• Resuelve los ejercicios planteados en la ficha guía entregada por la docente.</li> <li>• Participa activamente en el desarrollo de los ejercicios en la pizarra</li> <li>• Expresa rigurosidad y precisión al argumentar sus resultados.</li> </ul>	Ficha de cotejo
--	--	---	-----------------

## PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE

### I. DATOS INFORMATIVOS:

I.E. 1021 REPUBLICA FEDERAL DE ALEMANIA  
 GRADO : TERCERO  
 DURACIÓN : 2 HORAS  
 DOCENTE : JORGE CAPCHA LLACTA

<b>UNIDAD 1</b>
<b>NÚMERO DE SESIÓN</b>
7/7

### I. TÍTULO DE LA SESIÓN

**“OPERANDO CON POLINOMIOS”**

### II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD EQUIVALENCIA Y CAMBIO ACTITUD DE COMPORTAMIENTO	Matematiza situaciones	Organiza datos y expresiones a partir de operaciones con polinomios.
	Elabora y usa estrategias	Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas.
		Muestra orden y claridad en su proceso de resolución. Participa activamente en clase. Valora aprendizajes desarrollados en el área como parte de su proceso formativo.

### III. SECUENCIA DIDÁCTICA

#### Inicio: (15 minutos) ESTRATEGIAS Y/O ACTIVIDADES

- El docente da la bienvenida a los estudiantes.
- El docente comenta con los estudiantes y recoge los saberes previos; dando a conocer el propósito de la sesión de clase. (Actividad generadora de información previa y objetivos)
- Luego, se forma los grupos a través de la dinámica DEL ROMPECABEZAS. (Discusión Guiada)
- Para continuar, plantea las siguientes pautas de trabajo Cooperativo que serán consensuadas con los estudiantes:
- El docente escribe en la pizarra las siguientes operaciones y solicita a los alumnos que las efectúen:
  - m)  $(2x + 1) + (3x - 4)$
  - n)  $(x - 2) - (2x - 3)$
  - o)  $(x + 2)(2x + 1)$
- A continuación las alumnas escriben sus resultados en la pizarra, el docente escucha atentamente las opiniones de los estudiantes y consensuan sus respuestas.

#### Desarrollo: (55 minutos)

- Luego, el docente presenta a los estudiantes los materiales didácticos: el algeplano, las tabletas algebraica; pregunta cuál sería su utilidad, pregunta si es que han utilizado estos materiales en alguna sesión.
- Se hará ver que los estudiantes siempre han representado directamente las variables en forma simbólica y literal, por lo que se les demostrará que se puede crear expresiones y operaciones algebraicas usando piezas de figuras geométricas como las del Algeplano o tabletas algebraicas. (Presentación de material manipulativo)
- El docente hace entrega de una nota técnica a los alumnos, dando a conocer la utilidad de los materiales didácticos entregados.
- Luego se plantea en una hoja impresa los siguientes polinomios para ser representados por las estudiantes haciendo uso del algeplano. (Elaboración y organización)

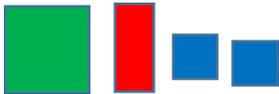
**Hoja de trabajo**

Escribe el polinomio que representa según el área de las siguientes figuras:

1. Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es 1.

REPRESENTACIÓN	POLINOMIO
	
	

2. Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es  $y$ .

REPRESENTACIÓN	POLINOMIO
	

Dibuja y pinta la representación del polinomio.

3. Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es 1.

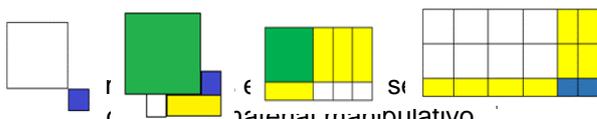
POLINOMIO	REPRESENTACIÓN
$5x^2$	
$x^2 + 3x + 4$	

4. Si el lado del cuadrado grande es  $x$  y el lado del cuadrado pequeño es  $y$ .

POLINOMIO	REPRESENTACIÓN
$5x^2 - y^2$	

$-3x^2 - xy + 4y^2$	
---------------------	--

- El docente hace notar que también existen otros materiales manipulativos que pueden ser elaborados por ellas mismas y les comenta que estos reciben el nombre de tabletas algebraicas o caja de polinomios, también da a conocer sus características y como se podría representar polinomios de primer y segundo grado.
- Luego representan con las tabletas algebraicas los siguientes polinomios.
  - e)  $x^2 + 3x + 1$
  - f)  $3x^2 - 4x - 2$
- También se presenta en la pizarra las siguientes figuras y se pregunta a las estudiantes si están representadas correctamente y como se expresaría en forma simbólica.



- Las estudiantes resuelven la siguiente hoja impresa: (Elaboración y organización)
- 5. En la tabla que presentamos a continuación, representa de manera gráfica los siguientes polinomios

REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA	MATERIAL MANIPULATIVO (CUADRADOS PEQUEÑOS)
$3x + 5$	
$-2x^2 + 4x - 1$	

6. Representa simbólicamente los siguientes polinomios:

MATERIAL MANIPULATIVO (CUADRADOS PEQUEÑOS)	REPRESENTACIÓN SIMBOLICA-ALGORITMICA

- A continuación en grupos trabajan los ejercicios planteados en la nota técnica.
- Se pregunta a los estudiantes si la representación de los polinomios en forma gráfica y simbólica ha sido comprendido, se procede a revisar la resolución de los ejercicios planteados. (Ilustraciones gráficas)
- Luego se procede a revisar la información planteada en la nota técnica sobre las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de polinomios usando el algeplano y las tabletas algebraicas.
- Los estudiantes efectúan las siguientes operaciones, usando el algeplano y las tabletas

algebraicas: (Elaboración y organización)

- i) Si:  $P(x) = x^2 + 4x - 3$  y  $Q(x) = 2x^2 - x + 2$ .  
Determinar  $P(x) + Q(x)$
- j) Si:  $P(x) = 2x^2 - x + 3$ , representa su opuesto.
- k) Si:  $P(x) = 2x^2 - x + 2$  y  $Q(x) = 3x^2 + x - 1$ .  
Determinar  $P(x) - Q(x)$
- l) Si:  $P(x) = x + 3$  y  $Q(x) = 2x - 1$ . Determinar  $P(x) \cdot Q(x)$

- Lo representan el resultado gráficamente usando el algeplano y las tabletas algebraicas, luego lo representan gráficamente en su cuaderno y la representación simbólica lo realizan en la pizarra.
- A continuación los alumnos resuelven las operaciones planteadas en la nota técnica. (Ilustraciones gráficas)

- El docente, entrega a las estudiantes la ficha trabajo y solicita que sea resuelta en forma ordenada y correcta. (Ilustraciones gráficas y resúmenes)
- Luego esta ficha será corregida por los mismos alumnos.
- El docente evaluará las actividades realizadas por los alumnos haciendo uso de una ficha de observación.
- FICHA DE COTEJO
- El docente planteará las siguientes actividades metacognitivas:
- AL TERMINAR LA SESIÓN DE APRENDIZAJE LOS ALUMNOS RESPONDEN:
  - ¿Qué te ha parecido el desarrollo de este tema?
  - ¿Qué parte del tema te ha parecido más complicado?
  - ¿Te has sentido motivado al desarrollar este tema? Fundamenta.

#### **CIERRE 5 minutos**

- El docente planteará las siguientes actividades metacognitivas:
- AL TERMINAR LA SESIÓN DE APRENDIZAJE LOS ALUMNOS RESPONDEN:
  - ¿Qué te ha parecido el desarrollo de este tema?
  - ¿Qué parte del tema te ha parecido más complicado?
  - ¿Te has sentido motivado al desarrollar este tema? Fundamenta.

#### **IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA**

- El docente solicita a los estudiantes que busquen que otras formas aparte del algeplano ayudan a entender los productos notables..

#### **V. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR**

- Ficha de trabajo.
- Papelógrafos, plumones rojo, azul y negro, tarjetas de cartulina (opcional), papeles, plumones, y pizarra.
- Recursos web:  
Recurso interactivo para comprobar si nuestro peso y talla está dentro del estándar.  
<http://www.saluddealtura.com/todo-publico-salud/salud-nutricion-familia/calculadoras-salud/calculadora-crecimiento-ninos/>  
Video que orienta la lectura de gráficos de crecimiento  
<https://www.youtube.com/watch?v=u5QZcH9AI4Y>  
Video que explica qué representan los percentiles  
<https://www.youtube.com/watch?v=FUtlYoL-4Pw>

#### **VI. EVALUACIÓN**

	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Matematiza situaciones</li> <li>➤ Comunica y representa ideas matemáticas</li> <li>➤ Elabora y usa estrategias</li> <li>➤ Razona y argumenta generando ideas matemáticas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representa polinomios de primer y segundo grado usando el algeplano y las tabletas algebraicas.</li> <li>• Opera polinomios usando el algeplano y las tabletas algebraicas.</li> <li>• Resuelve los ejercicios planteados en la ficha guía entregada por la docente.</li> <li>• Participa activamente en el desarrollo de los ejercicios en la pizarra</li> <li>• Expresa rigurosidad y precisión al argumentar sus resultados.</li> </ul>	<p>Ficha de cotejo</p>
--	--	---	------------------------

**ANEXO 7: ACTIVIDADES****Actividad N° 01:****Operando con polinomios: haciendo uso del material manipulativo**

Se pregunta a los estudiantes si la representación de los polinomios en forma gráfica y simbólica ha sido comprendida, se procede a revisar la resolución de los ejercicios planteados. **(Estrategia: Ilustraciones gráficas)**

Luego se procede a revisar la información planteada en la Nota Técnica N° 01 sobre las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de polinomios usando el algeplano y las tabletas algebraicas.

Los estudiantes efectúan las siguientes operaciones planteados en la pizarra, usando el algeplano y las tabletas algebraicas: **(Estrategia: Elaboración y organización)**

- a) Si:  $P(x) = x^2 + 4x - 3$  y  $Q(x) = 2x^2 - x + 2$ .  
Determinar  $P(x) + Q(x)$
- b) Si:  $P(x) = 2x^2 - x + 3$ , representa su opuesto.
- c) Si:  $P(x) = 2x^2 - x + 2$  y  $Q(x) = 3x^2 + x - 1$ .  
Determinar  $P(x) - Q(x)$
- d) Si:  $P(x) = x + 3$  y  $Q(x) = 2x - 1$ . Determinar  $P(x) \cdot Q(x)$

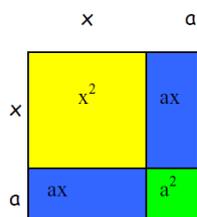
Lo representan el resultado gráficamente usando el algeplano y las tabletas algebraicas, luego lo representan gráficamente en su cuaderno y la representación simbólica lo realiza en la pizarra. . **(Estrategia: Ilustraciones gráficas).**

### Actividad N° 02:

#### Demostrando el cuadrado de la suma de un binomio

El docente entrega a los estudiantes una Ficha de trabajo N° 04 y les pide que resuelvan la pregunta N° 1. Esta actividad está orientada a que los estudiantes determinen el perímetro y el área de las figuras dadas.

En la pizarra el docente presenta un algeplano de tamaño que pueda ser visualizado por los alumnos. **(Estrategia: Señalizaciones y estrategias discursivas)**



A continuación, analizamos geoméricamente el Cuadrado de un Binomio, para esto se demostrará el cuadrado de la suma de un binomio:

Consideremos que  $(x + a)$  es el lado de un cuadrado. El área del cuadrado de lado  $(x + a)$  corresponde a las sumas de las áreas que se forman:

$$(x + a)^2 = (x + a)(x + a) = x^2 + ax + ax + a^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

Los alumnos formulan la regla del producto demostrado y lo representan gráficamente en su cuaderno, usando papeles de colores. **(Estrategia: Cualquier gama de información gráfica, ilustraciones y resúmenes)**

El cuadrado de la Suma del Binomio es igual

El docente hace notar que al desarrollar el cuadrado de la suma del binomio se ha obtenido 3 términos, luego les comenta que este resultado se llama **“trinomio cuadrado perfecto”**

Los alumnos con ayuda de la docente resuelven el siguiente ejemplo usando el material didáctico. **(Estrategia: Ilustraciones: construccional, funcional y algorítmica)**

Ejemplo:

$$(x + 6)^2 =$$

	x	6
x	$x^2$	$6x$
6	$6x$	36

Los alumnos completan la siguiente tabla, planteada en la pizarra.

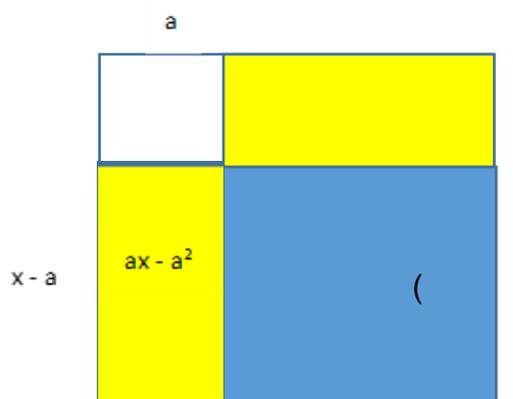
PRODUCTOS NOTABLES	REPRESENTACIÓN	DESARROLLO
$(x + 1)^2$		
$(x + 2)^2$		

Los alumnos resuelven la pregunta N° 2 de la Ficha de trabajo N° 04 con ayuda del material didáctico, luego lo plasman en un papelote y lo pegan en la pizarra para luego comparar los resultados. **(Estrategia: Exposiciones libres, elaboración y organización).**

### Actividad N° 03:

#### Demostrando el cuadrado de la diferencia de un binomio

En la pizarra el docente pega un algeplano del tamaño que los alumnos lo puedan visualizar, para realizar la demostración geométrica del cuadrado de la diferencia de un binomio. **(Estrategia: Señalización y estrategias discursivas)**



A continuación, analizamos geoméricamente el Cuadrado de un Binomio, para esto se demostrará el cuadrado de la diferencia de un binomio.

Consideremos que  $x$  es el lado de un cuadrado.

El área del cuadrado sombreado corresponde a  $(x - a)^2$ , que es equivalente a:

$$\begin{aligned} (x - a)^2 &= (x - a)(x - a) = x^2 - \{a^2 + (ax - a^2) + (ax - a^2)\} \\ &= x^2 - \{a^2 + ax - a^2 + ax - a^2\} \\ &= x^2 - a^2 - ax + a^2 - ax + a^2 \\ &= x^2 - 2ax + a^2 \end{aligned}$$

Los alumnos generalizan la regla del producto demostrado y lo representan gráficamente en su cuaderno, haciendo uso de hojas de colores. **(Estrategia: Ilustraciones gráficas y resúmenes)**

El cuadrado de la diferencia de un binomio

- Los alumnos con ayuda del docente resuelven el siguiente ejemplo usando el material didáctico. **(Estrategia: Elaboración y organización)**

Desarrollar:  $(x - 7)^2 =$

El docente hace notar que al desarrollar el cuadrado de la diferencia del binomio se ha obtenido 3 términos, luego les comenta que este resultado se llama “TRINOMIO CUADRADO PERFECTO”

Los alumnos completan la siguiente tabla, planteada en la pizarra:

PRODUCTOS NOTABLES	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	DESARROLLO
$(x - 1)^2$		
$(x - 2)^2$		

Los alumnos resuelven la pregunta N° 3 de la Ficha de Trabajo N° 04 con ayuda del material didáctico, luego lo plasman en un papelote y lo pegan en la pizarra para luego comparar los resultados. **(Estrategia: Ilustraciones descriptivas, expresivas, construccional, funcional y algorítmica)**

- Al finalizar las dos actividades el docente solicita que los estudiantes realicen las siguientes conclusiones:

- Productos Notables son:
- Cuadrado de la suma y diferencia de un binomio:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



- Resuelven los ejercicios y problemas planteados en la Ficha de Trabajo N° 05.

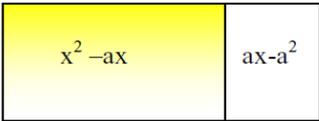
### Actividad N° 04:

#### Demostrando el producto de la suma por la diferencia de un binomio:

En la pizarra la docente pega un algeplano del tamaño que los alumnos lo puedan visualizar, para realizar la demostración geométrica del producto de la suma por la diferencia de un binomio. **(Estrategia: Señalizaciones y estrategias discursivas)**

A continuación, analizamos geoméricamente el Cuadrado de un Binomio, para esto se demostrará el cuadrado de la diferencia de un binomio:

Consideremos que  $(x + a)$  es un lado del rectángulo y  $(x - a)$  el otro lado, así: **(Estrategia: Ilustraciones gráficas)**

$$(x + a)(x - a) = x^2 - ax + ax - a^2 = x^2 - a^2$$


Los alumnos generalizan la regla del producto demostrado y lo representan gráficamente en su cuaderno, usando hojas de colores: **(Estrategia: Resu**

Resu

El producto de la suma por la diferencia de un binomio es igual a:

El docente hace notar que al determinar el producto de la suma por la diferencia de un binomio se obtienen dos términos, a los que llamamos “**Diferencia de cuadrados**”

Los alumnos con ayuda del docente resuelven el siguiente ejemplo planteado en la pizarra usando el material didáctico. **(Estrategia: Elaboración de**

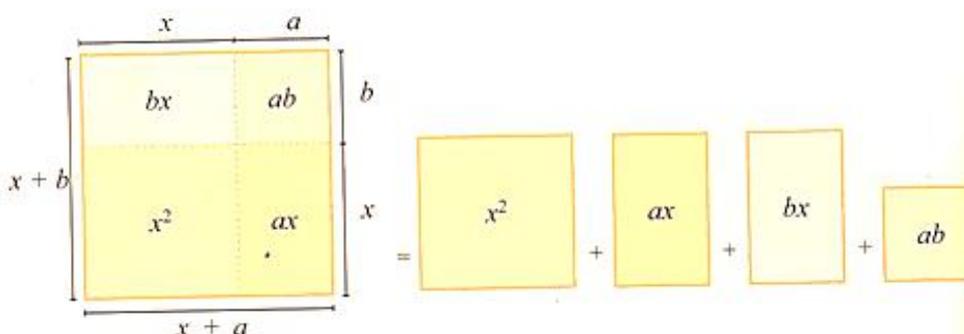
PRODUCTO NOTABLE	REPRESENTACIÓN GRÁFICA	DESARROLLO
$(x + 1)(x - 1)$		
$(a - 5)(a + 5)$		

inferencias)

### Actividad N° 05:

#### Demostrando el producto de dos binomios con un término común

El docente pega en la pizarra el siguiente esquema:



Analizamos la interpretación geométrica de este producto, consideremos que

$(x + a)$  y  $(x + b)$  los lados de la figura:

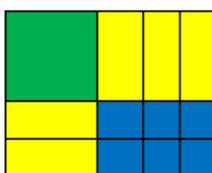
$$\begin{aligned}(x + a)(x + b) &= x^2 + ax + bx + ab \\ &= x^2 + (a + b)x + ab\end{aligned}$$

Se hace notar a los alumnos que estos binomios tienen un término en común.

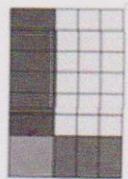
A continuación los alumnos con ayuda del docente resuelven los siguientes ejemplos planteados en la pizarra, usando el material manipulativo, luego lo representan en su cuaderno usando papeles de colores. **(Estrategia: cualquier gama de información gráfica)**

PRODUCTO NOTABLE	REPRESENTACIÓN	DESARROLLO
$(x + 5)(x + 1)$		
$(m + 3)(m + 4)$		

El docente representa en la pizarra la siguiente figura y solicita a las alumnas que expresen su área



ANEXO 8: FICHAS DE VALIDACION DEL INSTRUMENTO

7	<p>Dada las siguientes figuras, escribir su expresión algebraica:</p>  <p>• Verde es cuadrado de lado x • Amarillo es rectángulo de lados: x y 1</p>																				Asignar colores		
8	<p>Expresa el área de las siguiente figura geométrica:</p> 																						
9	<p><b>APLICACIÓN</b> Coquito tiene una cartulina de forma cuadrada y desea formar un rectángulo con dicha cartulina, cortando en una esquina un cuadrado de 5 cm de lado. ¿De qué forma obtendrá el rectángulo y cómo se expresa el área de esta figura?</p>	Si	No	Si	No																		
10	<p>La suma de las edades de Mario y Leyla es 9 y el producto de edades es 14. Indicar la suma de cuadrados de las edades.</p>	Si	No	Si	No																		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): El instrumento tiene suficiencia.

Opinión de aplicabilidad:   Aplicable    Aplicable después de corregir    No aplicable  .....de.....del 20.....

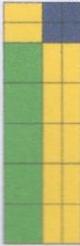
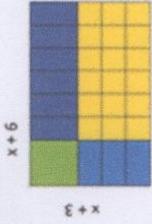
Apellidos y nombres del juez evaluador: Zulma Keyssi Surichagui Limaco ..... DNI: 02003740 .....

Especialidad del evaluador: Magister en Investigación y Docencia Universitario .....

<sup>1</sup> Claridad: Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo  
<sup>2</sup> Pertinencia: Si el ítem pertenece a la dimensión.  
<sup>3</sup> Relevancia: El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión



<p>algebraica:</p>  <p>Verde es cuadrado de lado <math>x</math> Amarillo es rectángulo de lados: <math>x</math> y <math>1</math></p>													
<p>8</p> <p>Expresa el área de las siguiente figura geométrica:</p> 	X		X		X		X						
<p>9</p> <p>Coquito tiene una cartulina de forma cuadrada y desea formar un rectángulo con dicha cartulina, cortando en una esquina un cuadrado de 5 cm de lado. ¿De qué forma obtendrá el rectángulo y cómo se expresa el área de esta figura?</p>	X		X		X		X						
<p>10</p> <p>La suma de las edades de Mario y Leyla es 9 y el producto de edades es 14. Indicar la suma de cuadrados de las edades.</p>	X		X		X		X						

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Los Items son Aplicables

Opinión de aplicabilidad:   Aplicable [X]   Aplicable después de corregir [ ]   No aplicable [ ]   01 de 08 del 2017

Apellidos y nombres del juez evaluador: SAAVEDRA CARRASCO Magali Teresa DNI: 25578305

Especialidad del evaluador: Mytr. Didáctica de la Matemática

<sup>1</sup> Claridad: Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo  
<sup>2</sup> Pertinencia: Si el ítem pertenece a la dimensión.  
<sup>3</sup> Relevancia: El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

<p>7 Dada las siguientes figuras, escribir su expresión algebraica:</p>  <p>Verde es cuadrado de lado <math>x</math> Amarillo es rectángulo de lados: <math>x</math> y <math>1</math></p>	X	X	X	X	X	X
<p>8 Expresa el área de las siguiente figura geométrica:</p>  <p><math>x \cdot 6</math></p>						
<p><b>9 APLICACIÓN</b> Coquito tiene una cartulina de forma cuadrada y desea formar un rectángulo con dicha cartulina, cortando en una esquina un cuadradito de 5 cm de lado. ¿De qué forma obtendrá el rectángulo y cómo se expresa el área de esta figura?</p>	X	X	X			
<p><b>10</b> La suma de las edades de Mario y Leyla es 9 y el producto de edades es 14. Indicar la suma de cuadrados de las edades.</p>	X	X	X	X	X	X

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Los items son claros y hay suficiencia.

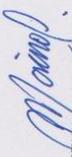
Opinión de aplicabilidad:    Aplicable [X]    Aplicable después de corregir [ ]    No aplicable [ ]    ...02...de...05...del 2017.

Apellidos y nombres del juez evaluador: Moreno Mayorca Martha María DNI: 19896446

Especialidad del evaluador: Mgtr. Didáctica de las Matemáticas

<sup>1</sup> Claridad: Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo  
<sup>2</sup> Pertinencia: Si el ítem pertenece a la dimensión.  
<sup>3</sup> Relevancia: El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

  
 C. M. 1019846446



### Acta de Aprobación de originalidad de Tesis

Yo, Santiago Aquiles Gallarday Morales, docente de la Escuela de Posgrado de la UCV y revisor del trabajo académico titulado: **ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN EL APRENDIZAJE DE LOS PRODUCTOS NOTABLES EN LOS ESTUDIANTES DEL TERCER GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA REPÚBLICA FEDERAL DE ALEMANIA, LIMA 2016**, del estudiante **Jorge Walter Capcha Llacta**; y habiendo sido capacitado e instruido en el uso de la herramienta Turnitin, he constatado lo siguiente:

Que el citado trabajo académico tiene un índice de similitud constato 24% verificable en el reporte de originalidad del programa turnitin, grado de coincidencia mínimo que convierte el trabajo en aceptable y no constituye plagio, en tanto cumple con todas las normas del uso de citas y referencias establecidas por la universidad César Vallejo.

Lima, 23 de setiembre del 2017



---

Santiago Aquiles Gallarday Morales

DNI: 25514954

Feedback Studio - Google Chrome  
Es seguro | https://ev.turnitin.com/app/carta/es/?s=1&lang=es&o=856554981&u=1049816763

feedback studio Estrategias didácticas en el aprendizaje de los productos nota -- /0

Estrategias didácticas en el aprendizaje de los productos notables en los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la institución educativa República Federal de Alemania, Lima 2016

**100**  
TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:  
Maestro en educación

**AUTOR:**  
Br. Jorge Walter Capcha Llacta

**ASESOR:**  
Mg. Santiago Gallarday Morales

**100**  
**SECCIÓN:**

Edici3n de M3nimo

**Resumen de coincidencias** ✕

**24 %**

Se est3n viendo fuentes est3ndar

[Ver fuentes en ingl3s \(Beta\)](#)

**Coincidencias**

1	Eingereicht an Universi... Trabajo del estudiante	1 %	>
2	_racialdemocracynow.... Fuente de internet	1 %	>
3	es.slideshare.net Fuente de internet	1 %	>
4	www.repositorioacade... Fuente de internet	1 %	>
5	www.bdigital.unaf.edu... Fuente de internet	1 %	>
6	www.sinewton.org Fuente de internet	1 %	>

P3gina: 1 de 136    N3mero de palabras: 28275

6:09 p. m. 7/10/2017

*Mitochond  
Alam*



# ESCUELA DE POSGRADO

UNIVERSIDAD CESAR VALLEJO

21 ENE 2013



## FORMATO DE SOLICITUD

**SOLICITA:**

..... Levantar observaciones de tesis .....

**ESCUELA DE POSGRADO**

..... Jorge Walter Cepcha Alaña ..... con DNI N° 09595107  
(Nombres y apellidos del solicitante) (Número de DNI)

domiciliado (a) en c/ Monteolivo # 20 Pedro Amos Hurtado S.J.M.  
(Calle Lote MZ Urb. Distrito Provincia Región)

ante Ud. con el debido respeto expongo lo siguiente:

Que en mi condición de alumno de la promoción: ..... del programa: Maestría .....  
(Promoción) (Nombre del programa)  
 en Educación ..... identificado con el código de matrícula N° 6000154923  
(Código de alumno)

de la Escuela de Posgrado, recorro a su honorable despacho para solicitarle lo siguiente:

Habiendo sustentado satisfactoriamente mi  
 proyecto (tesis), ruego dar solución a las observaciones  
 dadas, las cuales ya fueron sustentadas.

Por lo expuesto, agradeceré ordenar a quien corresponde se me atienda mi petición por ser de justicia.

Lima, 27 de Enero ..... de 2018

*J. Cepcha*

(Firma del solicitante)

**Documentos que adjunto:**

- a. (01) tesis
- b. Copia de Resolución
- c. Copia de Breve de sustentación
- d. Copia de Acta de aprobación y puntaje a turnista

**Cualquier consulta por favor comunicarse conmigo al:**

Teléfonos: 949 855356 / 3836658  
 Email: [jatavallgo@hotmail.com](mailto:jatavallgo@hotmail.com)



UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

Centro de Recursos para el Aprendizaje y la Investigación (CRAI)  
"César Acuña Peralta"

## FORMULARIO DE AUTORIZACIÓN PARA LA PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DE LAS TESIS

### 1. DATOS PERSONALES

Apellidos y Nombres: (solo los datos del que autoriza)

CAPCHA LLATA JORGE CAPCHA  
 D.N.I. : 09595107  
 Domicilio : C/ Monte Olivo #20 Urb. Pedro Laos S.J.M.  
 Teléfono : Fijo : 3836658 Móvil : 999855856  
 E-mail : jotavallejo@hotmail.com

### 2. IDENTIFICACIÓN DE LA TESIS

Modalidad:

Tesis de Pregrado

Facultad : .....  
 Escuela : .....  
 Carrera : .....  
 Título : .....

Tesis de Posgrado

Maestría

Doctorado

Grado : ..... maestro .....  
 Mención : ..... Educación .....

### 3. DATOS DE LA TESIS

Autor (es) Apellidos y Nombres:

CAPCHA LLATA JORGE WAIVER  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

Título de la tesis:

ESTRATEGIAS DIDACTICAS EN EL APRENDIZAJE  
 DE LOS PRODUCTOS NOTABLES.

Año de publicación : 2017

### 4. AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN DE LA TESIS EN VERSIÓN ELECTRÓNICA:

A través del presente documento,

Si autorizo a publicar en texto completo mi tesis.

No autorizo a publicar en texto completo mi tesis.

Firma :

Fecha : 29-09-2018