



UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**ESCUELA ACADÉMICO PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA
ELÉCTRICA**

**Síntesis dimensional de mecanismo de cuatro barras para una prótesis
transhumeral**

**TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE
INGENIERO MECÁNICO ELECTRICISTA**

AUTOR:

César Kacely Sobrados Acuña

ASESOR:

Mg. Javier León Lescano

LINEA DE INVESTIGACION:

MODELAMIENTO Y SIMULACIÓN DE SISTEMAS ELECTROMECAÑICOS.

TRUJILLO –PERÚ

2018

PAGINA DEL JURADO

Dr. Jorge Antonio Inciso Vásquez
(Presidente)

Mg. Javier León Lescano
(Secretario)

Dr. Jorge Eduardo Lujan López
(Vocal)

DEDICATORIA

“Agradezco a Dios, y a mis padres por ayudarme e impulsarme a luchar por mis sueños, a ellos que siempre me brindan su apoyo incondicional para seguir dando un paso más a mis sueños, a mis amigos y a las personas que me ayudaron durante mi carrera universitaria”.

AGRADECIMIENTO

A los profesores, que gracias a su experiencia contribuyeron a poder mejorar cada día, de manera muy especial a mi asesor el Ing. Javier León Lescano y al Ing. Jorge Lujan que con paciencia han sabido guiarme en el desarrollo de mi tesis.

A la empresa carrocías Fernández por brindarme las facilidades de labora y estudiar, de entro de ella especialmente al Ing. Víctor Fernández Arce que me brindó todo su apoyo para crecer como profesional.

DECLARACION DE AUTENTICIDAD

Yo CÉSAR KACELY SOBRADOS ACUÑA con DNI N° 44039183, a efecto de cumplir con las disposiciones vigentes consideradas en el reglamento de grados y títulos de la universidad Cesar Vallejo, Facultad de ingeniería, Escuela de Mecánica eléctrica, declaro bajo juramento que toda la documentación es veraz y autentica.

Así mismo, declaro también bajo juramento que toda información es auténtica y veraz.

En este sentido asumo la responsabilidad que corresponda ante cualquier falsedad, ocultamiento u omisión tanto de los documentos como de información aportada por lo cual me someto a lo dispuesto en las normas académicas de la Universidad.

Trujillo, 16 de Junio del 2018.

CÉSAR KACELY SOBRADOS ACUÑA

PRESENTACION

Sr. Miembros del Jurado

De confirmación con las normas estipuladas en el reglamento de grados y títulos de la escuela académico profesional de ingeniería mecánica eléctrica de la Universidad Cesar Vallejo, elevo a vuestra distinguida consideración el presente trabajo titulado: "Síntesis dimensional de mecanismo de cuatro barras para una prótesis transhumeral".

Con la finalidad de obtener el título de Ingeniero Mecánico Eléctrico.

Trujillo, 16 de Junio del 2018.

INDICE

Página del jurado	i
Dedicatoria	ii
Agradecimientos.....	iii
Declaración de autenticidad	iv
Presentación	v
Índice	vi
Resumen	vii
Abstract	viii
I. Introducción	pg 1
1.1 Realidad problemática.....	pg 1
1.2 Trabajos previos	pg 4
1.3 Teorías relacionadas al tema	pg 7
Biomecánica del brazo	pg 7
Aspectos fisiológicos del brazo	pg 8
Análisis grafico de mecanismo articulado	pg 10
Condición de Grashof.....	pg 12
Síntesis analítica de movimiento de tres posiciones	pg 15
Síntesis con pivote fijo especificado	pg 20
Síntesis de un generador de función	pg 24
Condición limite	pg 25
1.4 Formulación del problema.....	pg29
1.5 Justificación	pg 29
1.6. Hipótesis	pg 30
1.7. Objetivos	pg 30
II. Marco metodológico	pg 31
2.1. Diseño de investigación.....	pg 31
2.1.2. Variables	pg 31
a. V. independientes.....	pg 31
b. V. dependientes.....	pg 31
2.3. Población y muestra	pg 34
2.4. Técnicas de recolección de datos	pg 34
2.5. Método de análisis de datos.....	pg 34

III. Resultados.....	pg 36
3.1. Movimientos naturales de la extremidad superior	pg 36
3.2. Posición del mecanismo de cuatro barras.....	pg 38
3.3. Síntesis analítica	pg 41
3.3. Condiciones.....	pg 64
IV. Discusión	pg 69
V. Conclusiones	pg 70
VI. Recomendaciones	pg 71
VII. Referencias.....	pg 72
VIII. Anexos	pg 74

INDICE DE TABLAS

3.1 longitudes de los miembros respecto a la altura del paciente	pg 34
3.2 ángulos en la posición del hombro	pg 34
3.3 ángulos en la posición del codo	pg 34
3.4 medidas de los eslabones del mecanismo de cuatro barras	pg 59

INDICE DE FIGURAS

Teorías relacionadas:

1.1 Etiología de las amputaciones en México	pg 1
1.2 porcentaje de personas incapacitadas de moverse para caminar o usar los brazos de las personas con alguna discapacidad en el país	pg 2
1.3 Movimientos de extensión y flexión.....	pg 7
1.4 Planos que dividen el cuerpo humano	pg 7
1.5 Extremidad superior	pg 8
1.6 Posiciones del codo	pg 9
1.7 Longitud de segmentos de la extremidad superior respecto a la altura....	pg 9
1.8. Valor de los ángulos en el mecanismo de cuatro barras.....	pg 10
1.9. Posiciones graficas.....	pg 11
1.10 Eslabonamiento de cuatro barras a. Eslabonamiento de Grashof b. Eslabonamiento de no Grashof	pg 12
1.11 Representación vectorial unitaria.....	pg 13

1.12 Notación de un numero complejo en el plano	pg 13
1.13 Mecanismo de cuatro barras mediante síntesis	pg 14
1.14 Síntesis analítica de tres posiciones	pg 19
1.15 Síntesis de Generador de Función	pg 23
1.16 Izquierda: agarrotamiento de los eslabones b y c y derecha: agarrotamiento de los eslabones a y b.....	pg 24
1.17 Ángulo correspondiente a la posición de agarrotamiento.....	pg 25
1.18 estudio de movimiento de ensamble.....	pg 26
Metodología:	
2.1 Caja negra.....	pg 28
Resultados:	
3.1 medidas del cuerpo en relación con la altura del individuo.....	pg 33
3.2 Movimiento humano del miembro superior	pg 35
3.3 Posiciones deseadas del antebrazo respecto del brazo.....	pg 35
3.4 Radio de giro del antebrazo respecto del brazo.....	pg 36
3.5 Ángulos y distancias para cada posición.....	pg 36
3.6 Arreglo del mecanismo de 4 barras para prótesis transhumeral	pg 38
3.7 Posiciones prescritas del mecanismo de cuatro barras	pg 39
3.8 diagrama cinemático esquematizado sobre el miembro superior.....	pg 40
3.9 Longitud y dirección del balancín de salida.....	pg 41
3.10 Vectores posición, formados por los puntos prescritos	pg 42
3.11 Vectores posición de la diada formada por W y Z	pg 43
3.12 Vectores posición R1, R2, y R3.....	pg 44
3.13 Vectores posición respecto el punto O ₄	pg 48
3.14. Representación gráfica de los ángulos β y γ	pg 53
3.15 Componentes de los vectores del mecanismo.....	pg 58
3.16 Esquema final de las longitudes del mecanismo	pg 60
3.17 Estudio de movimiento del mecanismo de cuatro barras triple balancín.....	pg 61
3.18 Ángulos de agarrotamiento	pg 62

3.19 Ángulo correspondiente a la posición de agarrotamiento	pg 63
3.20 se reconoce el ángulo formado de los eslabones colineales.....	pg 64
3.21 Propuesta de articulación para brazo y antebrazo	pg 65

RESUMEN

En el presente trabajo titulado: "síntesis dimensional de mecanismo de cuatro barras para una prótesis transhumeral". Tiene como objetivo calcular la longitud de los elementos del mecanismo de cuatro barras usado en una prótesis transhumeral usada como articulación del antebrazo respecto al brazo mediante síntesis de movimiento para tres posiciones prescritas.

Con el método analítico posiciones y generador de función, se determina los puntos fijos O2 y O4 gráficamente y comprobando que estos estén en el rango de la longitud designada para el eslabón G (tierra), los ángulos de las posiciones prescrita 0°, 90° y 140°, los puntos pre-escritos P1, P2 y P3. Los ángulos de posicionamiento y los puntos de precisión son cambiantes debido a que son definidas por el usuario.

De acuerdo a los resultados obtenidos del trabajo de tesis podemos decir que la metodología de cálculo empleada permitió encontrar una solución adecuada al problema de dimensionamiento de los eslabones, los cuales fueron analizados bajo condiciones de Grashof y agarrotamiento para ver si existe algún inconveniente en el movimiento del mecanismo de cuatro barras no Grashof clase II triple balancín, los eslabones tuvieron las siguientes dimensiones: $W = 3.38$ cm, $Z = 4.07$ cm, $U = 5.01$ cm teniendo como puntos fijos O2 (2.5, -7) y O4 (3.2, -3.8).

Los cálculos se realizaron mediante el software Microsoft Excel donde se escribieron las ecuaciones de síntesis partiendo de los puntos fijos y las posiciones deseadas, luego los resultados se comprobaron con la simulación del mecanismo en el software Solidworks.

Palabras claves: cadena cinemática, mecanismo articulado, generador de función.

ABSTRACT

In the present work entitled: "dimensional synthesis of four-bar mechanism for a transhumeral prosthesis". Its objective is to calculate the length of the elements of the four-bar mechanism used in a transhumeral prosthesis used as a forearm articulation with respect to the arm by means of movement synthesis for three prescribed positions.

With the analytical method positions and function generator, the fixed points O2 and O4 are determined graphically and checking that they are in the range of the designated length for link G (earth), the angles of the positions prescribed 0° , 90° and 140° , the pre-written points P1, P2 and P3. The positioning angles and the precision points are changing because they are defined by the user.

According to the results obtained from the thesis work we can say that the calculation methodology used allowed to find an adequate solution to the dimensioning problem of the links, which were analyzed under Grashof conditions and seizure to see if there is any inconvenience in the movement of the mechanism of four non-Grashof class II triple rocker rods, the links had the following dimensions: $W = 3.38$ cm, $Z = 4.07$ cm, $U = 5.01$ cm having as fixed points O2 (2.5, -7) and O4 (3.2, - 3.8).

The calculations were made using Microsoft Excel software where the synthesis equations were written starting from the fixed points and the desired positions, then the results were verified with the simulation of the mechanism in the Solidworks software.

Keywords: kinematic chain, articulated mechanism, function generator.

I. Introducción.

1.1 Realidad problemática:

En el mundo los casos de amputaciones son frecuentes y generalizados, por ejemplo en un estudio realizado en México se determinó que la principal causa de amputación es de tipo vascular a causa de enfermedades como la diabetes según la gráfica 1.1, ya que es una enfermedad en la que se presentan complicaciones tardías que afectan los vasos sanguíneos pequeños, grandes nervios craneales y periféricos, piel y cristalino. (Instituto Mexicano del seguro social 2005)

Estas lesiones originan hipertensión, insuficiencia renal, ceguera, neuropatía y periférica amputaciones de extremidades y accidentes cerebrovasculares. (Instituto Mexicano del seguro social 2005)

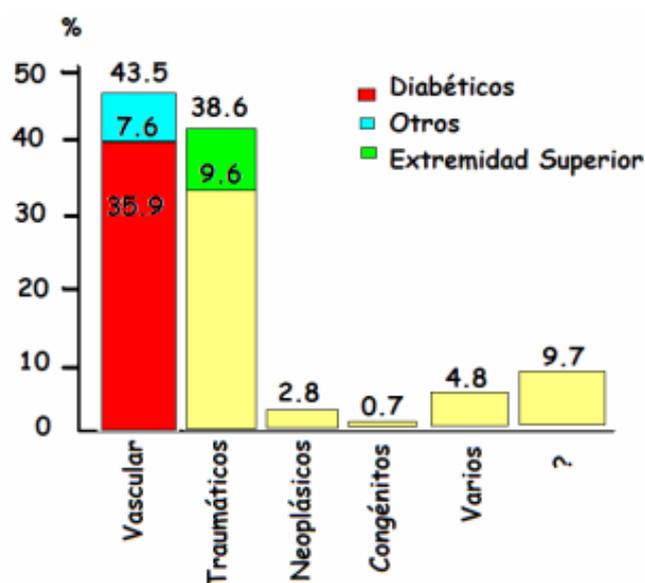


Figura 1.1 Etiología de las amputaciones en México. (Fuente ISM)

El problema social de los amputados en el Perú es un tema preocupante en los últimos años, el mayor porcentaje lo sufren los adultos. Según INEI; la mayor población de discapacitados por amputación se encuentra en la ciudad de Lima, luego Chiclayo, Arequipa, y los índices más bajos en las regiones de la selva y la sierra peruana. Todos estos casos son por accidente vehicular y por diabetes. Donde, en algunos datos informativos precisan que el 23% de la

población del Perú es discapacitada por las amputaciones de algún miembro. (E. González 2013).

La pérdida de algún miembro del cuerpo causa daños psicológicos en las personas que lo sufren. Mayormente los problemas de amputación generan baja autoestima en las personas que la sufren y los que más la padecen son las familias de escasos recursos ya que estos no alcanzan a adquirir los productos proteicos, esto hace que sean cargas para su familia ya que no pueden desplazarse ni trabajar con normalidad.

Los problemas por carencias de miembro hacen que las personas tengan pérdida de confianza para realizar sus actividades con normalidad y a esto se suma las medicinas que deben tomar para aliviar los dolores post amputación. (E. González 2013)

La población que sufre amputaciones, de alguna manera ve su interacción social reducida, (excepto aquellos debidos a factores no permanentes), han sido llamados de muchas formas a lo largo de la historia: parálíticos, tullidos, cojos, mancos, ciegos, mudos, sordomudos, minusválidos, inválidos, impedidos físicos, discapacitados, etc. En la actualidad, no solo las personas adultas sufren de las amputaciones sino que se van convirtiéndose en generalidad que afecta también a los niños. Para ello, si buscamos culpables, culpables somos nosotros, la sociedad, el estado porque no tenemos una política de lucha o combate frente a toda esta epidemia, que carcome la humanidad. (E. González 2013)

En países Latinoamericanos como Perú existe una variedad de prótesis disponibles en el mercado nacional. Sin embargo, en su gran mayoría son productos de importación y poseen un alto costo, lo cual limita el acceso a las mismas por parte de la población afectada. Esta situación pone en evidencia la necesidad de desarrollar este campo en nuestros países. (B. Amador 2012)

En la encuesta nacional especializada sobre discapacidad 2012 realizada por el INEI, el estudio mostró que la discapacidad motora (dificultad para moverse o caminar y/o para usar brazos o piernas), es la que más afecta, alcanzando 932 mil personas (59,2%), dificultad para ver (50,9%), para oír (33,8). (INEI 2012)



Figura 1.2 porcentaje de personas incapacitadas de moverse para caminar o usar los brazos de las personas con alguna discapacidad en el país (fuente: INEI)

Así como en el resto del mundo se encuentran problemas por discapacidad de miembro superior del tipo transhumeral.

Por años se ha trabajado en diferentes configuraciones para prótesis con los mecanismos de cuatro y seis barras de eje simple y eje policentrico para simular el movimiento del miembro superior con distintas características de acuerdo a la estatura de cada persona o población nacional y esta sea de su alcance económico.

1.2 Trabajos previos.

Brazo artificial adaptable como prótesis mioeléctrica. Bravo Castillo L. (2003) Universidad Politécnica nacional de México.

Para el proyecto se abordó el trabajo en base a un estudio anatómico y biomecánico del miembro superior con el fin de plantear los datos de diseño morfológico de piezas y desplazamientos permisibles que tendrán las articulaciones de los dedos y las piezas a nivel del antebrazo.

El objetivo principal del proyecto es la realización de un brazo artificial con los movimientos de prensión y de prono-supinación, podemos decir primeramente que la mecánica bajo la que se comporta la mano humana es bastante compleja.

En virtud de la flexión y la extensión que puede realizar el dedo, puede llevar acabo varios grados de descenso y ascenso del primer metacarpo.

En lo que se refiere al movimiento del pulgar nos favorece que este se extienda cuando lo hagan los dedos para que la apertura de la mano sea suficiente para sujetar objetivos de hasta 80 mm de diámetro. La importancia del ensamble del mecanismo permite un movimiento sin fricciones o fricciones muy bajas. (Bravo Castillo L. 2003)

Síntesis de un mecanismo articulado de cuatro barras para una bicicleta elíptica con una zancada de 32 cm. Eder S. Herrera (2013) Universidad Cesar Vallejo.

El utiliza el método de síntesis grafica de generación de movimiento de tres posiciones prescritas.

Dio como resultado las longitudes de cada uno de los eslabones. Las dimensiones encontradas son: manivela: 14.51cm, acoplador: 75.13cm, oscilar: 32.65cm. Y eslabón fijo: 73.10cm. La síntesis grafica se realizó en Geogebra y la simulación del mecanismo se realizó en el software de diseño Solidworks.

El método de síntesis gráfica de tres posiciones con pivotes fijos especificados dio como resultado las longitudes de cada uno de los eslabones, manivela: 14.56cm, acoplador: 86.57cm, oscilador: 25.38cm. Y eslabón fijo: 94.18cm.

El método de síntesis analítica de diadas estándar aplicado a la generación de movimiento y el método de síntesis analítica de diadas estándar aplicado a la

síntesis de tres posiciones con pivotes fijos especificado comprueba los resultados obtenidos mediante la síntesis gráfica y se comprobó que estas cumplen la condición de Grashof. (Herrera 2013)

Síntesis de movimiento para tres posiciones prescritas del mecanismo levadizo basculante de dos muelles con proyección al exterior para una puerta de garaje. Bazán C. ANDY P. (2013) Universidad Cesar Vallejo.

En esta tesis se realizó el dimensionamiento de un mecanismo para elevar una puerta de garaje, el cual se realizó mediante el método de diadas estándar para tres posiciones definidas.

Se usó el método de síntesis para la localización de un pivote fijo especificado donde se determinó las coordenadas de los puntos fijos para diferentes posiciones. Los resultados para los eslabones fueron: $g = 34.21\text{cm}$; $w = 98.82062869\text{ cm}$; $v = 58.72188152\text{ cm}$; $u = 116.1842276\text{ cm}$ y los ángulos de rotación de los eslabones con pivote en tierra (w y u), estas rotaciones fueron: $\beta_3 = 165.6272126^\circ$ y $\beta_2 = 64.30950522^\circ$ para el eslabón (w) y $\gamma_3 = 161.65410^\circ$; $\gamma_2 = 73.4239206^\circ$ para el eslabón (u).

También se determinó el resorte a tensión seleccionado tienen las siguientes características: $D=1.75''$, $d=0.25''$, $k=6.1\text{ lbf/pulg}$, $L_0=38''$ y fue estudiado para garantizar el equilibrio en las posiciones abierta y cerrada de la puerta. (Bazán C. 2013)

Generación de movimiento de un mecanismo de seis barras Watt I para obtener las posiciones prescritas de agarre similar a las falanges de la mano de una persona. Pesantes L. Daniel (2016) Universidad Nacional de Trujillo.

En esta tesis se desarrolló el método de síntesis analítica mediante diada estándar para un mecanismo de seis barras definida por tres posiciones prescritas correspondientes al agarre cilíndrico del dedo, de las cuales destacan dos posiciones; la inicial y la final del movimiento natural mientras que la tercera posición será una posición intermedia arbitraria.

Esta nos permitió hallar la dimensión de los eslabones 49.98 mm , 30.01 mm , 25.77 mm para una prótesis de dedo con agarre cilíndrico. Y se determinó la ubicación de los puntos fijos de apoyo para el mecanismo de seis barras Watt.

El método de diadas estándar permitió realizar la síntesis dimensional del mecanismo Watt para una prótesis de dedo adecuándose a la forma tamaños y ergonomía del miembro. (Pesantes D. 2016)

1.3 Teorías relacionadas al tema.

1.3.1 El brazo:

Los movimientos del brazo están determinados por las condiciones externas, ya que esta ejecuta incontables tareas, los movimientos se encuentran acotados por la geometría ósea y por el movimiento de los ligamentos. La extensión y flexión alcanza unos rangos entre 0° y 150° respectivamente debido a que los músculos se encuentran en contacto. Y también se debe las limitaciones a interferencia espacial entre los huesos como se muestra en la figura 1.3. (A. Avila, C. tapia y J. Tirado 2011).

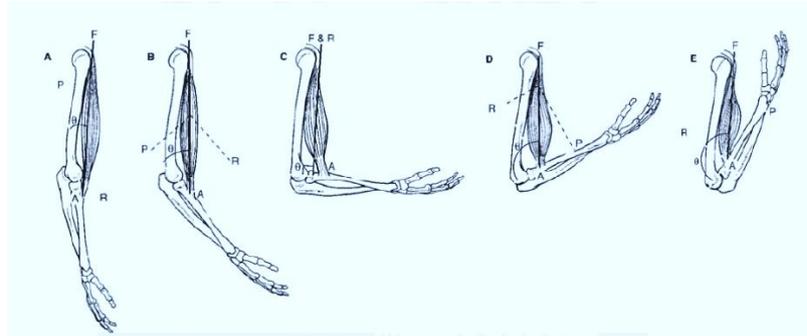


Figura 1.3 Movimientos de extensión y flexión.

1.3.2 Planos:

Los planos sagital, al igual que el plano coronal, se orientan verticalmente: estos son ortogonales entre si y de esta manera dividimos el cuerpo en dos partes, izquierda y derecha. (V. Benedetti P. 2009).

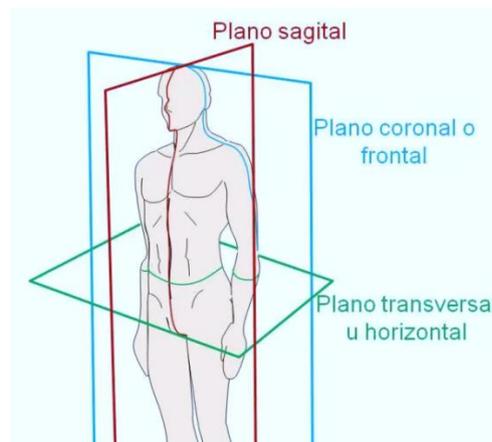


Figura 1.4 Planos del cuerpo humano.

1.3.3 Fisiología del brazo:

a) El esqueleto del brazo:

Es un miembro primario del cuerpo humano complejo, y constituye un elemento importante que cumple la función de manipular objetos y acercarse a ellos, desarrollando movimientos libres según su capacidad de desarrollo. Lo componen tres huesos desde el hombro hasta la muñeca: el humero, el radio y el cubito y está compuesto por 30 músculos. La estructura ósea del brazo, cuya función es la ejecución de todos los movimientos de la extremidad (A. Avila, C. tapia y J. Tirado 2011).

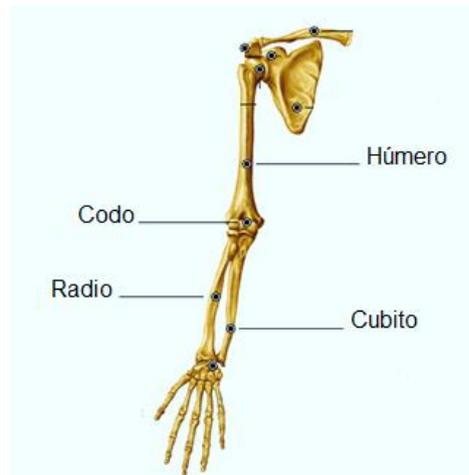


Figura 1.5 Extremidad superior (Fuente Ciencias Biológicas)

b) El codo:

El codo es una articulación formada por la tróclea humeral y el cóndilo humeral que se comportan como una junta esférica y permite los movimientos de flexión y extensión además de la rotación de los miembros brazo y antebrazo, esta articulación se puede asociar a un mecanismo de un solo grado de libertad referente a su movimiento tipo bisagra entre el brazo y antebrazo la figura 1.6 muestra los detalles de la articulación. (Kapandji, 2006).

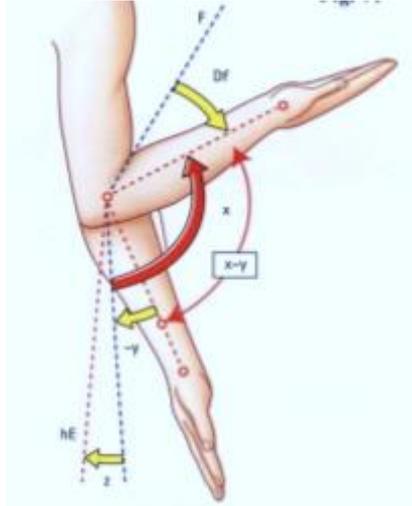


Figura 1.6 Posiciones del codo (fuente: Pineda C. Biomecánica del codo)

1.3.4 Longitud de segmentos del cuerpo respecto a la altura:

Drillis y Contini (Winter 2009) plantea medidas aproximadas del cuerpo humano en porcentajes, para tener una medida aproximada de las longitudes del cuerpo relacionando lo a la altura del individuo.

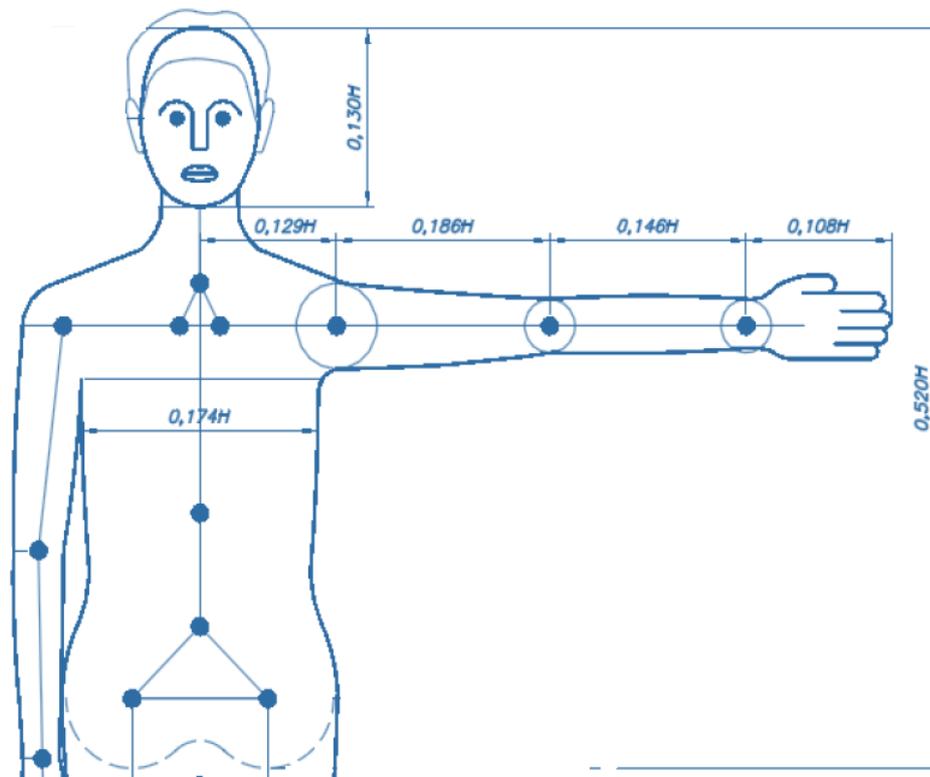


Figura 1.7 Longitudes del cuerpo respecto a la altura. (Fuente: Drillis y Contini, Winter 2009)

1.3.5 Análisis gráfico del mecanismo de cuatro barras.

Para un mecanismo de un grado de libertad, como lo es el mecanismo de cuatro barras, es necesario de un dato de entrada conocer la posición de los otros componentes. Usualmente se requiere de la dirección del eslabón de entrada. Este se denota por θ_2 como se observa en la figura 1.8. Para encontrar los ángulos que determinan las direcciones de los eslabones 3 y 4 es necesario conocer sus longitudes. El eslabón tierra se denotara con el número uno y el eslabón de entrada con el numero dos.

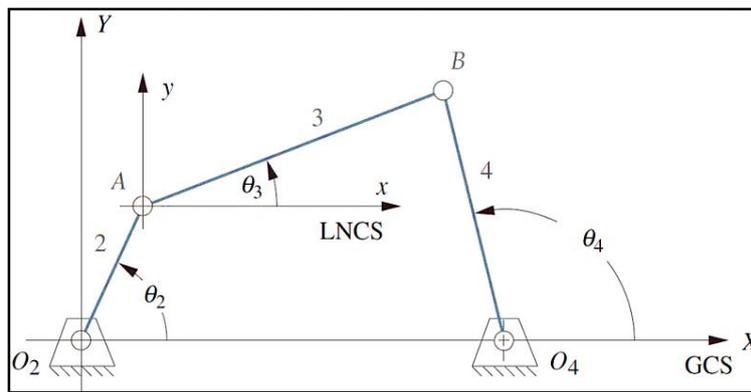


Figura 1.8. Medición de ángulos en el mecanismo de cuatro barras

La resolución de este ejemplo será realizado con geometría superior. Dibujando el mecanismo de cuatro barras de forma cuidadosa a escala con una regla y compas en una dirección específica θ_2 , basta solo usar el transportador para conocer las direcciones del eslabón acoplador y de salida θ_3 y θ_4 . Los ángulos se miden desde el eje de las ordenadas como vemos en la figura 1.8 usamos un nuevo sistema xy paralelo al sistema general XY , con origen en el punto A para medir la dirección del eslabón 2. La aproximación a la solución ideal está dada por la precisión del transportador, pero es una buena opción para encontrar una solución de inmediata para cualquier posición.

En la figura 1.9 determinamos la solución grafica mediante las posiciones del mecanismo. Donde denotamos la dimensión de cada eslabón con una letra a , b , c y d y la dirección del balancín de entrada con θ_2 .

Para ello primero dibujamos la tierra que siempre será denominada con el número 1, luego el eslabón de entrada denominado como 2 a una determinada escala.

El eslabón tierra será graficado sobre el eje de las ordenadas. Trazamos la trayectoria de giro del eslabón tres con un compás hasta dibujar un arco con origen en el punto P, luego abrimos el compás para trazar otro arco a la longitud del eslabón de salida con origen en el punto O_4 .

Las intersecciones de los arcos se denotan como B y B' que serán las dos posibles soluciones del problema, el cual puede ser representado de cualquiera de esas dos maneras.

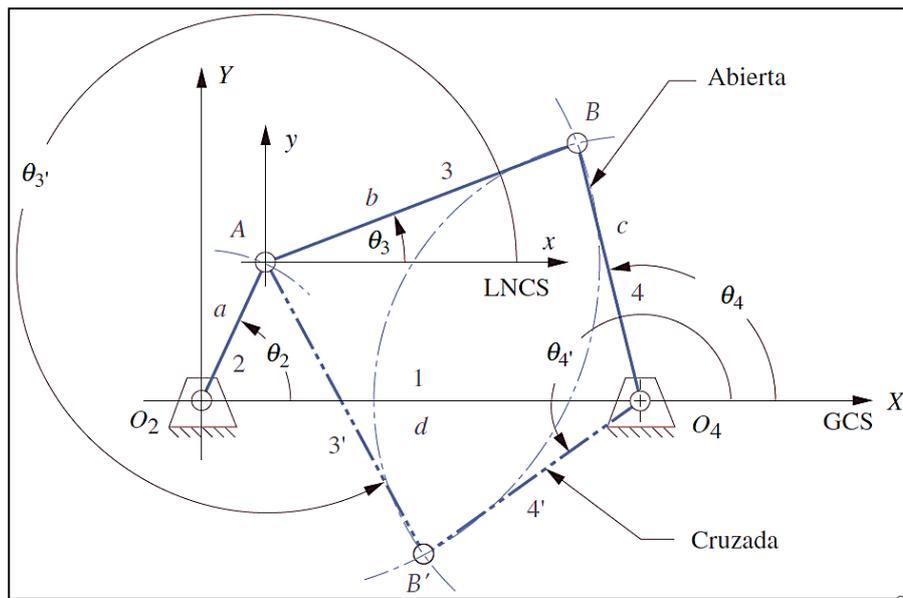


Figura 1.9. Solución grafica de las posiciones del mecanismo de cuatro barras

Los ángulos que determinan la dirección de los eslabones 3 y 4 se miden con un transportador los cuales serán θ_3 y θ_4 respectivamente. Cada solución es válida para un ángulo determinado en el eslabón de entrada.

Para otra posición asignada debemos realizar el procedimiento nuevamente de la misma manera. Pero si queremos realizar varios análisis se requerirá de un software computacional para iterar distintas soluciones para cada posición. Geogebra (L. Norton 1995).

1.3.6 Grashof

El mecanismo de cuatro barras es el mecanismo más simple de un solo grado de libertad que se puede tener y esto lo hace muy útil y óptimo para diseñar mecanismo ya que tiene un bajo costo por tener pocos componentes.

La función del mecanismo de cuatro barras es muy útil en el diseño de mecanismos por lo que es un mecanismo solicitado. La condición de Grashof es una condición sencilla que nos muestra cómo será el comportamiento del mecanismo y verificar si sus componentes tendrán libre rotación en sus inversiones en función de la longitud de los eslabones que la componen.

Para esto se denota a:

S = longitud del eslabón más corto.

L = longitud del eslabón más largo.

P = longitud de un eslabón restante.

Q = longitud de otro eslabón restante.

$$S + L \leq P + Q \quad \dots 1.1$$

Para ser un eslabonamiento de Grashof deberá cumplirse la ecuación 1.1 y gráficamente de los eslabones por lo menos uno deberá realizar una vuelta completa con respecto a el plano de la tierra. Esta se llamara cadena cinemática de clase I.

Mientras si la desigualdad no se cumple y es todo lo contrario entonces el eslabonamiento es del tipo no Grashof y no habrá un eslabón capaz de realizar un giro completo respecto al plano, este será una cadena cinemática de clase II. (L. Norton 1995).

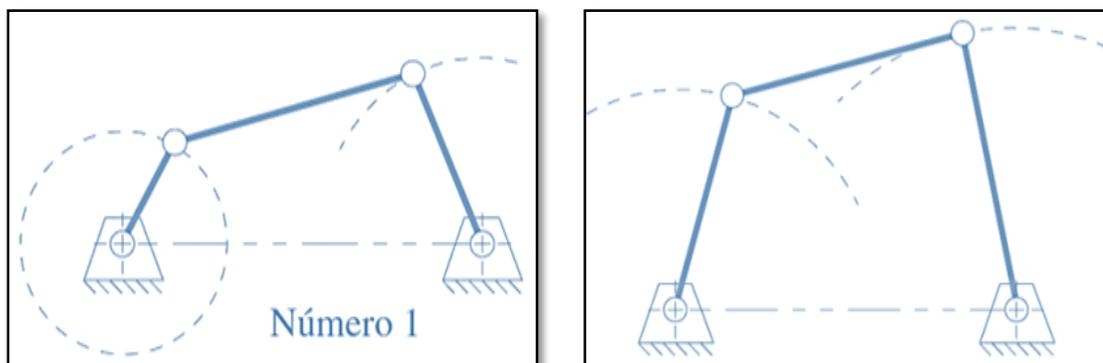


Figura 1.10 Eslabonamiento de cuatro barras a. Eslabonamiento de Grashof b. Eslabonamiento de no Grashof

1.3.7 Números complejos como vectores:

Los vectores pueden ser representados de diferentes maneras, pueden escribirse en coordenadas polares por su módulo y ángulo o también en coordenadas cartesianas. (L. Norton 1995).

Se pueden representar como se muestra en la figura 1.11:

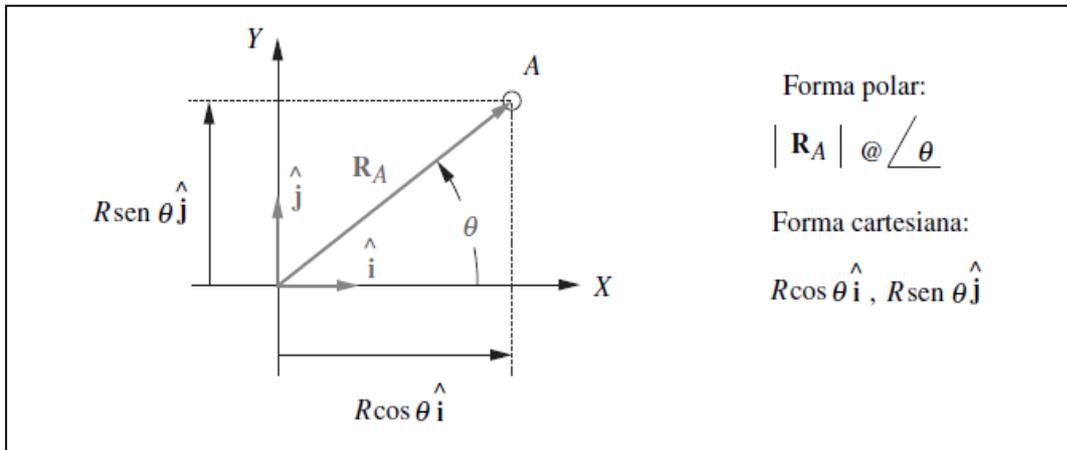


Figura 1.11 Notación vectorial unitaria para vectores de posición

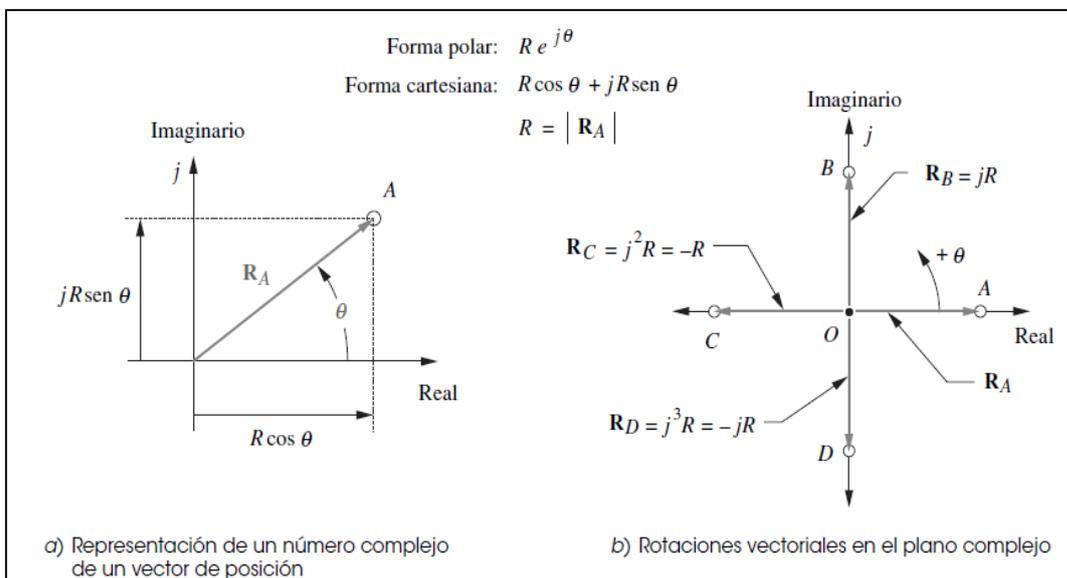


Figura 1.12 vectores como números complejos

La notación utilizada será la identidad de Euler para representar números complejos:

$$e^{\pm j\theta} = r \cos \theta \pm jr \sin \theta$$

1.3.8 Síntesis:

a. Síntesis analítica de tres posiciones.

Para este método situamos el sistema de coordenadas general XY en el primer punto especificado P_1 . Luego se definen las dos posiciones restantes en función del sistema XY. Como se ve en la figura 1.13. Entonces el vector desplazamiento ρ_{21} tiene como origen el punto P_1 y final el punto P_2 como el vector desplazamiento ρ_{31} tiene como origen el punto P_1 y final el punto P_3 y tienen como ángulos δ_2 y δ_3 respectivamente. Estos vectores definen el cambio de posición 1 al 2 y de 1 a 3. (L. Norton 1995)

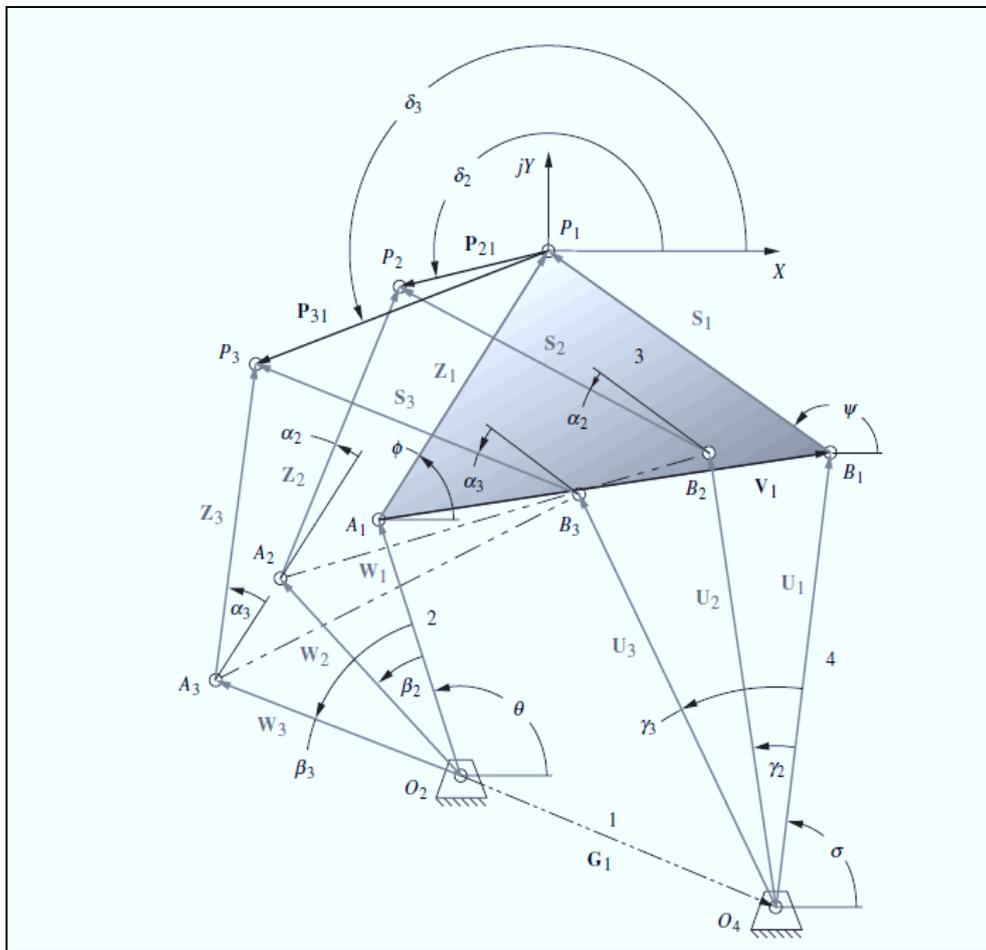


Figura 1.13. Mecanismo de cuatro barras mediante síntesis

La diada conformada por WZ está en tres posiciones diferentes del mecanismo la primera será denotada como W_1Z_1 , la segunda W_2Z_2 y la tercera W_3Z_3 . La otra diada es conformada por US en tres posiciones diferentes también estas son U_1S_1 , el segundo U_2S_2 y el tercero como U_3S_3 . Existe un eslabón ternario en cuyos lados se

encuentran los vectores Z y S y ambos tendrán un mismo giro α_2 desde la posición a la 2 y un giro α_3 de la posición 1 hasta la 3. La longitud del vector V está definido respecto a los vectores Z y S. El eslabón tierra, primero se resolverá para la posición 1 de la diada WZ y luego se resolverá de la misma manera para la diada conformada por los vectores U y S.

Para resolver la primera diada (WZ) se forma dos ecuaciones de lazo vectorial que incluyen la primera y segunda posición. Y para la segunda diada US incluirá la primera y tercera posición. De lo cual obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} W_2 + Z_2 - P_{21} - Z_1 - W_1 &= 0 & \dots 1.2 \\ W_3 + Z_3 - P_{31} - Z_1 - W_1 &= 0 \end{aligned}$$

Sustituyendo los vectores equivalentes de número complejo de la forma Euleriana.

$$\begin{aligned} we^{j(\theta+\beta_2)} + ze^{j(\phi+\alpha_2)} - P_{21}e^{j\delta_2} - ze^{j\phi} - we^{j\theta} &= 0 \\ we^{j(\theta+\beta_3)} + ze^{j(\phi+\alpha_3)} - P_{31}e^{j\delta_3} - ze^{j\phi} - we^{j\theta} &= 0 \end{aligned} \quad \dots 1.3$$

Reescribimos la suma de los ángulos en los exponentes:

$$\begin{aligned} we^{j\theta}e^{j\beta_2} + ze^{j\phi}e^{j\alpha_2} - P_{21}e^{j\delta_2} - ze^{j\phi} - we^{j\theta} &= 0 \\ we^{j\theta}e^{j\beta_3} + ze^{j\phi}e^{j\alpha_3} - P_{31}e^{j\delta_3} - ze^{j\phi} - we^{j\theta} &= 0 \end{aligned} \quad \dots 1.4.a$$

Simplificando:

$$\begin{aligned} we^{j\theta}(e^{j\beta_2} - 1) + ze^{j\phi}(e^{j\alpha_2} - 1) &= P_{21}e^{j\delta_2} \\ we^{j\theta}(e^{j\beta_3} - 1) + ze^{j\phi}(e^{j\alpha_3} - 1) &= P_{31}e^{j\delta_3} \end{aligned} \quad \dots 1.4.b$$

La longitud de los vectores W_1 , W_2 y W_3 es igual en las distintas posiciones ya que representa la misma magnitud de un cuerpo rígido. Al igual que los vectores Z_1 , Z_2 y Z_3 su longitud será siempre la de Z. las ecuaciones 1.4 son un conjunto de dos ecuaciones vectoriales, las cuales tienen una parte escalar. Este sistema de cuatro ecuaciones nos permite resolver cuatro incógnitas.

La ecuación escalar puede resolverse al sustituir la identidad de Euler y separar los términos reales e imaginarios. (L. Norton 1995)

Parte real:

$$\begin{aligned}
& [w \cos \theta](\cos \beta_2 - 1) \\
& \quad - [w \sin \theta] \sin \beta_2 + [z \cos \emptyset](\cos \alpha_2 - 1) \quad \dots 1.5.a \\
& \quad - [z \sin \emptyset] \sin \alpha_2 = P_{21} \cos \delta_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [w \cos \theta](\cos \beta_3 - 1) \\
& \quad - [w \sin \theta] \sin \beta_3 + [z \cos \emptyset](\cos \alpha_3 - 1) \quad \dots 1.5.b \\
& \quad - [z \sin \emptyset] \sin \alpha_3 = P_{31} \cos \delta_3
\end{aligned}$$

Parte imaginaria (con el operador complejo “j” eliminado)

$$\begin{aligned}
& [w \sin \theta](\cos \beta_2 - 1) \\
& \quad + [w \cos \theta] \sin \beta_2 + [z \sin \emptyset](\cos \alpha_2 - 1) \quad \dots 1.5.c \\
& \quad + [z \cos \emptyset] \sin \alpha_2 = P_{21} \sin \delta_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [w \sin \theta](\cos \beta_3 - 1) \\
& \quad + [w \cos \theta] \sin \beta_3 + [z \sin \emptyset](\cos \alpha_3 - 1) \quad \dots 1.5.d \\
& \quad + [z \cos \emptyset] \sin \alpha_3 = P_{31} \sin \delta_3
\end{aligned}$$

De las doce variables $w, \theta, \beta_2, \beta_3, z, \emptyset, \alpha_2, \alpha_3, P_{21}, P_{31}, \delta_2, \delta_3$ en las ecuaciones podemos resolver solo cuatro de ellas. Seis de ella debemos definir las como datos del problema $\alpha_2, \alpha_3, P_{21}, P_{31}, \delta_2, \delta_3$ y las otras seis $w, \theta, \beta_2, \beta_3, z, \emptyset$ tenemos que suponer para poder quedarnos con solo cuatro.

Una manera es dar valores a los ángulos β_2, β_3 , como posiciones iniciales del eslabón de entrada para dar movimientos requeridos. De esta manera las incógnitas serán los vectores W y Z tanto sus módulos w y z como sus direcciones θ y \emptyset respectivamente.

Para simplificar podemos remplazar los vectores W y Z de la forma cartesiana en lugar de la forma polar.

$$\begin{aligned}
W_{1x} &= w \cos \theta; & Z_{1x} &= z \cos \emptyset \\
W_{1y} &= w \sin \theta; & Z_{1y} &= z \sin \emptyset \quad \dots 1.6
\end{aligned}$$

Al sustituir la ecuaciones anteriores 1.6 en 1.5 tenemos:

$$\begin{aligned}
W_{1x}(\cos \beta_2 - 1) - W_{1y} \sin \beta_2 + Z_{1x}(\cos \alpha_2 - 1) - Z_{1y} \sin \alpha_2 & \dots 1.7.a \\
= P_{21} \cos \delta_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_{1x}(\cos \beta_3 - 1) - W_{1y} \sin \beta_3 + Z_{1x}(\cos \alpha_3 - 1) - Z_{1y} \sin \alpha_3 & \dots 1.7.b \\
= P_{31} \cos \delta_3
\end{aligned}$$

$$W_{1y}(\cos \beta_2 - 1) + W_{1x} \sin \beta_2 + Z_{1y}(\cos \alpha_2 - 1) - Z_{1x} \sin \alpha_2 \quad \dots 1.7.c$$

$$= P_{21} \sin \delta_2$$

$$W_{1y}(\cos \beta_3 - 1) + W_{1x} \sin \beta_3 + Z_{1y}(\cos \alpha_3 - 1) - Z_{1x} \sin \alpha_3 \quad \dots 1.7.d$$

$$= P_{31} \sin \delta_3$$

Estas cuatro ecuaciones tendrán como incógnitas W_{1x} , W_{1y} , Z_{1x} , y Z_{1y} . Haciendo el cambio de variable de los coeficientes que se forman en la ecuación podemos simplificar el sistema de ecuaciones de la siguiente manera:

$$\begin{array}{lll} A = \cos \beta_2 - 1 & B = \sin \beta_2 & C = \cos \alpha_2 - 1 \\ D = \sin \alpha_2 & E = P_{21} \cos \delta_2 & F = \cos \beta_3 - 1 \\ G = \sin \beta_3 & H = \cos \alpha_3 - 1 & K = \sin \alpha_3 \\ L = P_{31} \cos \delta_3 & M = P_{21} \sin \delta_2 & N = P_{31} \sin \delta_3 \end{array} \quad \dots 1.8$$

Sustituimos la ecuación 1.8 en la ecuación 1.7 para factorizar.

$$AW_{1x} - BW_{1y} + CZ_{1x} - DZ_{1y} = E \quad \dots 1.9.a$$

$$FW_{1x} - GW_{1y} + HZ_{1x} - KZ_{1y} = L \quad \dots 1.9.b$$

$$BW_{1y} + AW_{1x} + DZ_{1x} + CZ_{1y} = M \quad \dots 1.9.c$$

$$GW_{1x} + FW_{1y} + KZ_{1x} + HZ_{1y} = N \quad \dots 1.9.d$$

El sistema puede expresarse en forma de matriz estándar:

$$\begin{bmatrix} A & -B & C & -D \\ F & -G & H & -K \\ B & A & D & C \\ G & F & K & H \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} W_{1x} \\ W_{1y} \\ Z_{1x} \\ Z_{1y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix} \quad \dots 1.10$$

Las ecuaciones 1.9 y 1.10 realizan la síntesis de posiciones para la posición uno del mecanismo con valores para β_2 y β_3 . Se debe repetir el proceso para la posición dos y tres para encontrar los vectores U y S. Se muestran también las tres posiciones para la diada conformada por los vectores US y las direcciones $\sigma, \gamma_2, \gamma_3, \varphi, \alpha_2, \alpha_3$ que son los ángulos de rotación de los eslabones del mecanismo. De la misma manera como se trabajó para la diada WZ se realizara el trabajo para la diada US en sus tres posiciones. Las ecuaciones de lazo vectorial son:

$$\begin{aligned}
U_2 + S_2 - P_{21} - S_1 - U_1 &= 0 \\
U_3 + S_3 - P_{31} - S_1 - U_1 &= 0
\end{aligned}
\tag{...1.11}$$

Al sustituir, simplificar y reacomodar:

$$\begin{aligned}
ue^{j\sigma}(e^{j\gamma_2} - 1) + se^{j\psi}(e^{j\alpha_2} - 1) &= P_{21} e^{j\delta_2} \\
ue^{j\sigma}(e^{j\gamma_3} - 1) + se^{j\psi}(e^{j\alpha_3} - 1) &= P_{31} e^{j\delta_3}
\end{aligned}
\tag{...1.12}$$

Para encontrar la solución debemos de elegir un par de datos libres, estos serán los ángulos γ_2, γ_3 . El procedimiento al igual que en la diada WZ por los tanto estos también tienen el mismo giro y los ángulos α_2, α_3 serán los mismos para ambas diadas entonces las ecuaciones se modelaran de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
A &= \cos \gamma_2 - 1 & B &= \text{sen } \gamma_2 & C &= \cos \alpha_2 - 1 \\
D &= \text{sen } \alpha_2 & E &= P_{21} \cos \delta_2 & F &= \cos \gamma_3 - 1 \\
G &= \text{sen } \gamma_3 & H &= \cos \alpha_3 - 1 & K &= \text{sen } \alpha_3 \\
L &= P_{31} \cos \delta_3 & M &= P_{21} \text{sen } \delta_2 & N &= P_{31} \text{sen } \delta_3
\end{aligned}
\tag{...1.13}$$

$$AU_{1x} - BU_{1y} + CS_{1x} - DS_{1y} = E \tag{...1.14.a}$$

$$FU_{1x} - GU_{1y} + HS_{1x} - KS_{1y} = L \tag{...1.14.b}$$

$$BU_{1y} + AU_{1y} + DS_{1x} + CS_{1y} = M \tag{...1.14.c}$$

$$GU_{1x} + FU_{1y} + KS_{1x} + HS_{1y} = N \tag{...1.14.d}$$

b. Síntesis de tres movimientos para la localización de un pivote fijo especificado:

En la figura 1.14 se puede observar el mismo análisis que para síntesis de movimiento para la diada WZ en sus tres posiciones para cada punto de precisión. De los puntos fijos a los puntos de precisión se trazan los vectores posición R_1, R_2 y R_3 , de esta manera definimos la ubicación del punto fijo y luego realizar la misma operación para la diada US del punto O_2 hasta los puntos de precisión y formar los otros vectores posición del sistema. (L. Norton 1995).

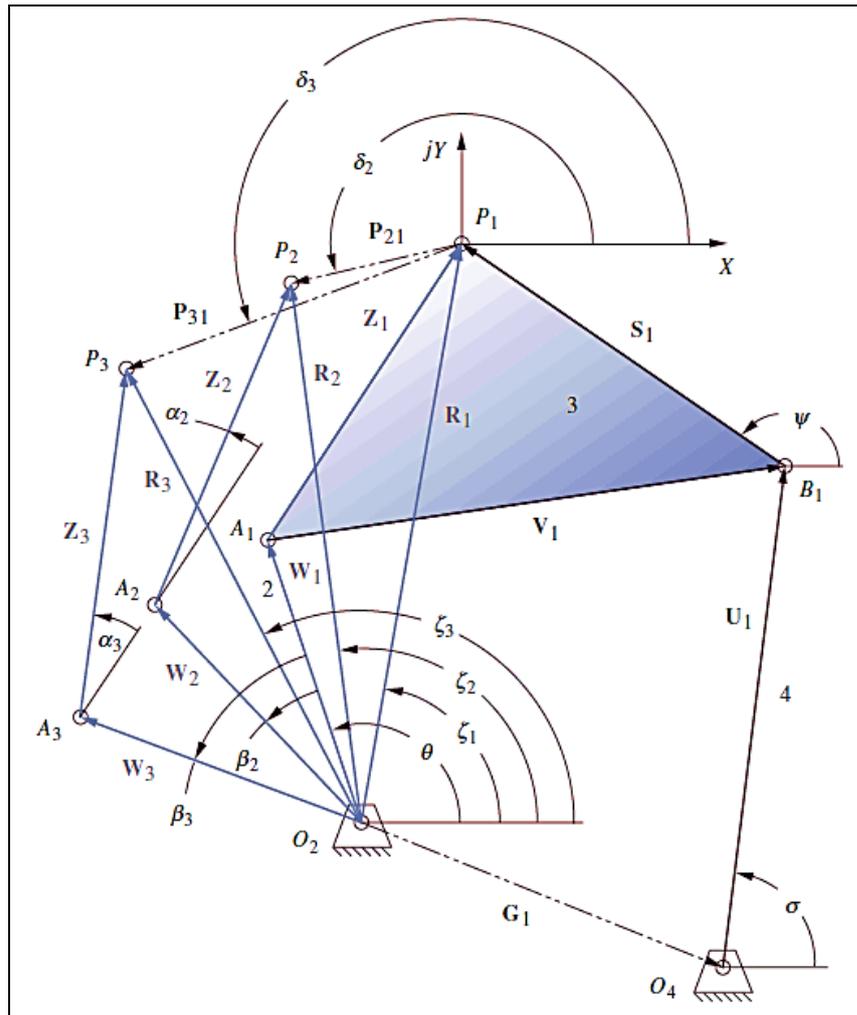


Figura 1.14 síntesis analítica de tres posiciones

$$W_1 + Z_1 = R_1$$

$$W_2 + Z_2 = R_2$$

$$W_3 + Z_3 = R_3$$

...1.15a

Reemplazando por los equivalentes de números complejos de los vectores **Wi** y **Zi**

$$We^{j\theta} + Ze^{j\theta} = R_1$$

$$We^{j(\theta+\beta_2)} + Ze^{j(\theta+\alpha_2)} = R_2$$

$$We^{j(\theta+\beta_3)} + Ze^{j(\theta+\alpha_3)} = R_3$$

...1.15b

Expandiendo:

$$We^{j\theta} + Ze^{j\theta} = R_1$$

$$We^{j\theta} e^{j\beta_2} + Ze^{j\theta} e^{j\alpha_2} = R_2$$

$$We^{j\theta} e^{j\beta_3} + Ze^{j\theta} e^{j\alpha_3} = R_3$$

...1.15c

Tenemos:

$$W = We^{j\theta} \qquad Z = Ze^{j\theta} \qquad \dots 1.15d$$

y:

$$\begin{aligned} W + Z &= R_1 \\ We^{j\beta_2} + Ze^{j\alpha_2} &= R_2 \\ We^{j\beta_3} + Ze^{j\alpha_3} &= R_3 \end{aligned} \qquad \dots 1.15e$$

Como se habían elegido los ángulos β_2 y β_3 para la diada WZ compuesta por los vectores W y Z se tiene que definir el punto O₂, los componentes del vector posición R serán los datos conocidos para hallar los ángulos de giro β_2 y β_3 . Entonces de este sistema de ecuaciones el determinante será igual a cero como se ve en la ecuación 1.16a

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & R_1 \\ e^{j\beta_2} & e^{j\alpha_2} & R_2 \\ e^{j\beta_3} & e^{j\alpha_3} & R_3 \end{bmatrix} = 0 \qquad \dots 1.16a$$

Se desarrolla esta determinante y obtenemos la ecuación 1.16b:

$$(R_3 e^{j\alpha_2} - R_2 e^{j\alpha_3}) + e^{j\beta_2} (R_1 e^{j\alpha_3} - R_3) + e^{j\beta_3} (R_2 - R_1 e^{j\alpha_2}) = 0 \qquad \dots 1.16b$$

Realizando un cambio de variable:

$$\begin{aligned} A &= R_3 e^{j\alpha_2} - R_2 e^{j\alpha_3} \\ B &= R_1 e^{j\alpha_3} - R_3 \\ C &= R_2 - R_1 e^{j\alpha_2} \end{aligned} \qquad \dots 1.16c$$

Entonces:

$$A + Be^{j\beta_2} + Ce^{j\beta_3} = 0 \qquad \dots 1.16d$$

De la ecuación anterior la podemos expresar como una sum de vectores de lazo cerrado.

Para hallar el valor de los ángulos β_2 y β_3 se nos hace complejo ya que las expresiones de las ecuaciones formadas son trascendentales es por eso que resolveremos de forma similar a la síntesis de tres posiciones.

Los vectores son cambiados por sus expresiones en números complejos y se expanden mediante la identidad de Euler, luego separamos la parte de real de la imaginaria para formar las ecuaciones del sistema. Y despejar las incógnitas β_2 y β_3 . Estas expresiones serán elevadas al cuadrado y sumadas para eliminar una de las incógnitas.

Finalmente se reducirá a una ecuación cuadrática en la tangente de la mitad del ángulo buscado, en este caso β_2 y β_3 pueden ser encontrados al volver a sustituir β_3 en las ecuaciones originales. Los resultados son:

$$\beta_3 = 2\arctan\left(\frac{K_2 \pm \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - K_3^2}}{K_1 + K_3}\right)$$

$$\beta_2 = \arctan\left(\frac{A_5 \sin\beta_3 + A_3 \cos\beta_3 + A_6}{A_1}\right) \quad \dots 1.17a$$

Dónde:

$$K_1 = A_2 A_4 + A_3 A_6$$

$$K_2 = A_3 A_4 + A_5 A_6$$

$$K_3 = \frac{A_1^2 - A_2^2 - A_3^2 - A_4^2 - A_6^2}{2} \quad \dots 1.17b$$

Y

$$\begin{aligned} A_1 &= -C_3^2 - C_4^2 & A_2 &= C_3 C_6 - C_4 C_5 \\ A_3 &= -C_4 C_6 - C_3 C_5 & A_4 &= C_2 C_3 + C_1 C_4 \\ A_5 &= C_4 C_5 - C_3 C_6 & A_6 &= C_1 C_3 - C_2 C_4 \end{aligned} \quad \dots 1.17c$$

$$\begin{aligned} C_1 &= R_3 \cos(\alpha_2 + \zeta_3) - R_2 \cos(\alpha_3 + \zeta_2) \\ C_2 &= R_3 \sin(\alpha_2 + \zeta_3) - R_2 \sin(\alpha_3 + \zeta_2) \\ C_3 &= R_1 \cos(\alpha_3 + \zeta_1) - R_3 \cos\zeta_3 \\ C_4 &= -R_1 \sin(\alpha_3 + \zeta_1) + R_3 \sin\zeta_3 \\ C_5 &= R_1 \cos(\alpha_2 + \zeta_1) - R_2 \cos\zeta_2 \\ C_6 &= -R_1 \sin(\alpha_2 + \zeta_1) + R_2 \sin\zeta_2 \end{aligned} \quad \dots 1.17d$$

Las variables en las ecuaciones anteriores serán: $\alpha_2, \alpha_3, \beta_2, \beta_3, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, R_1, R_2$ y R_3 . Y tenemos que las constantes formadas están en función de ocho de estas las cuales representan a los vectores posición R_1, R_2 y R_3 cuyos componentes son $R_1, R_2, R_3, \zeta_1, \zeta_2$ y ζ_3 , y los ángulos α_2 y α_3 ya definidos como los cambios de posición o giro del eslabón acoplador determinamos que una solución es trivial cuando llegamos a la igualdad de $\beta_2 = \alpha_2$ y $\beta_3 = \alpha_3$. La solución que tomaremos en cuenta será la no trivial de esta manera resolvemos para la siguiente diada respecto del otro punto fijo y de esta manera encontramos los valores para los ángulos de rotación del eslabón de entrada y de salida.

c. Generador de Función:

Para un mecanismo de cuatro barra con un eslabón de entrada y otro de salida unidos por un componente binario acoplador consideramos el método de generador de función, véase en la figura 1.15 donde también se consideran tres posiciones, y se designa un número para cada componente el eslabón tierra será 1 el eslabón de entrada 2 el eslabón acoplador 3 y finalmente el eslabón de salida como 4.

Los puntos de precisión o puntos asignados están ubicados en el punto de acoplamiento del eslabón acoplador con el eslabón de entrada. Como tal, tendrá movimiento de arco simple al pivotar entorno a O_4 . El acoplador cumple una función fundamental en el mecanismo de cuatro barras transmitiendo el movimiento entre el eslabón de entrada y de salida.

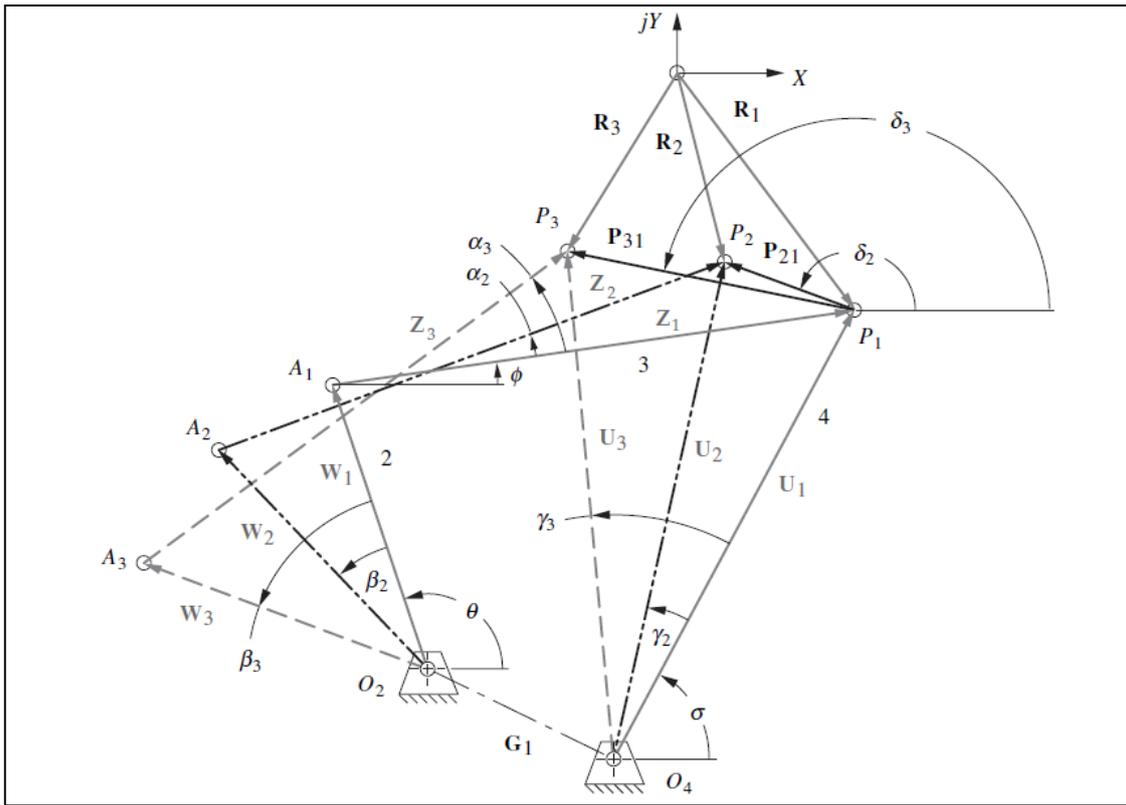


Figura 1.15 Generador de Función

Llamaremos al eslabón 2 como componentes de entrada y el eslabón 4 como componente de salida. La función que se genera durante el cambio de movimiento entre estos dos eslabones unidos por un eslabón acoplador se determina por los movimientos generados P_1, P_2 y P_3 y se miden con respecto de las coordenadas generales XY para los vectores posición R . (L. Norton 1995)

$$\gamma_k = f(\beta_k), \quad k = 1, 2, \dots, n; \quad n < 7 \quad 1.18$$

La relación es válida para los valores de k menores de 7

Como se logró en los casos de síntesis anteriores se escriben las ecuaciones de lazo vectorial conformadas por los vectores que representa a los eslabones del mecanismo de cuatro barras como se ve en la Figura 1.15. (L. Norton 1995)

d. Condiciones límite:

Posición de agarrotamiento.

Las configuraciones de los mecanismos se elegirán después de un análisis minucioso y una de las condiciones que este debe de cumplir es que los eslabones de este no obstaculicen alguna posición deseada, para los mecanismos no Grashof son los más propensos a auto frenarse ya que su movimiento es limitado y no realizan una revolución completa, esto se analiza con trigonometría. La figura 1.16 muestra un mecanismo de cuatro barras de no Grashof en una posición general. Se traza una línea constructiva denotada por la letra h diagonal entre los puntos de acoplamiento de la inversión.

La línea constructiva divide al mecanismo de cuatro barras como dos triángulos esto nos permite usar la ley de cosenos para despejar el ángulo de agarrotamiento en función de la longitud de cada componente.

$$h^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cos \theta_2 \quad \dots 1.19$$

Entonces,

$$h^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \mu \quad \dots 1.20$$

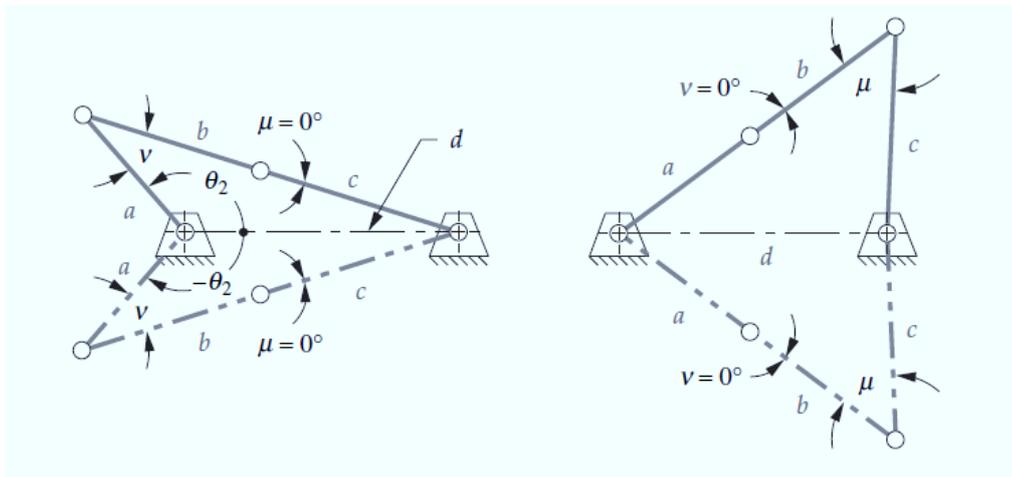


Figura 1.16 Izquierda: posición de autofrenado de los eslabones b y c y derecha: posición de autofrenado de los eslabones a y b.

Entonces:

$$a^2 + d^2 - 2ad \cos \theta_2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \mu$$

Y

$$\cos \mu = \frac{a^2 + d^2 - b^2 - c^2}{2bc} + \frac{ad}{bc} \cos \theta_2 \quad \dots 1.21$$

Entonces el valor que tendrá el ángulo de entrada Θ_2 máximo y mínimo, se puede diferenciar la ecuación 2.20, al derivar Θ_2 con respecto a μ e igualar a cero.

$$\frac{d\theta_2}{d\mu} = \frac{bc \sin \mu}{ad \sin \theta_2} \quad \dots 1.22$$

Los lados a,b,c y d nunca serán menores que o igual a cero, por ello el cociente siempre será cero cuando $\sin \mu$ es cero. Si y solo si el ángulo μ sea 0 o 180° esto será igual a la definición de autofrenado. Si μ es cero o 180°, entonces $\cos \mu$ será ± 1 . Al sustituir estos dos valores de $\cos \mu$ en la ecuación 1.16 se obtendrá un valor de Θ_2 entre cero y 180° el cual corresponde a la posición de agarrotamiento de un mecanismo de triple balancín cuando es impulsado por un balancín.

$$\cos \mu = \frac{a^2 + d^2 - b^2 - c^2}{2bc} + \frac{ad}{bc} \cos \theta_2 = \pm 1$$

$$\cos \theta_2 = \frac{a^2 + d^2 - b^2 - c^2}{2bc} \pm \frac{ad}{bc} \quad \dots 1.23$$

Y

$$\theta_{2\text{agarrotamiento}} = \arccos \left(\frac{a^2 + d^2 - b^2 - c^2}{2bc} \pm \frac{ad}{bc} \right); 0 \leq \theta_{2\text{agarrotamiento}} \leq \pi$$

El ángulo de agarrotamiento se encontrara en un intervalo entre los ángulos 0 y π (expresado en radianes). (L. Norton 1995).

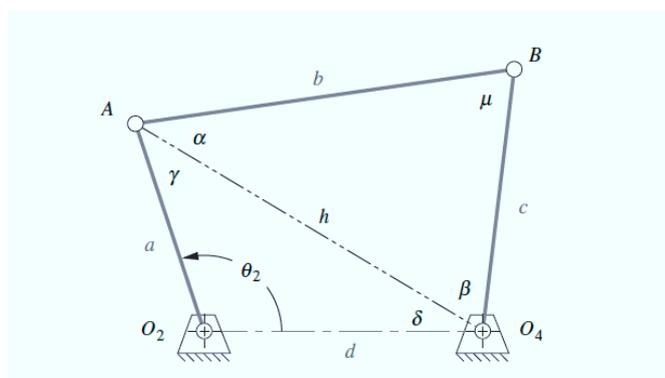


Figura 1.17 ángulo correspondiente a la posición de agarrotamiento.

1.3.9 Software de diseño y simulación Solidworks:

Solidworks es un modula piezas y mecanismos. Realiza también análisis de movimiento mediante su herramienta de interacción Solidworks motion. El análisis de movimiento sirve para encontrar las trayectorias que realizara el mecanismo modelado. (Solidworks.es 2010)

El programa Solidworks proporciona un análisis completo de movimiento y estructural del mecanismo modelado para una mayor comprensión del estudiante y así acercarnos más a la realidad.

Existen dos tipos de análisis de movimiento: cinemático y dinámico.

- El análisis cinemático estudia cómo se mueve el diseño debido a las fuerzas y movimientos que los controladores aplican al ensamblaje. Los resultados clave de interés son el intervalo de movimiento del ensamblaje, y la determinación de desplazamientos de piezas, velocidades y aceleraciones.
- El análisis de movimiento dinámico evalúa las fuerzas generadas por el movimiento, así como el propio movimiento.

Existen dos análisis:

- En un análisis basado en el tiempo, las acciones externas se producen en un momento previsto, con independencia del movimiento del ensamblaje.
- En un análisis del movimiento basado en eventos, el movimiento del ensamblaje activa la acción externa. (Solidworks.es 2010)

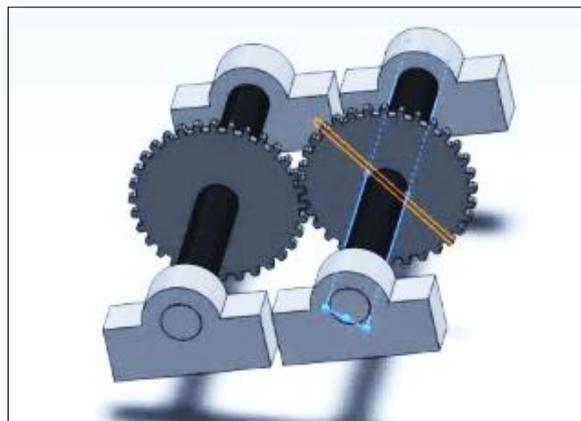


Figura 1.18 estudio de movimiento de ensamblaje.

1.4 Formulación del problema.

¿Cuáles serán las dimensiones de los componentes de un mecanismo de cuatro barras para una prótesis transhumeral?

1.5 Justificación del estudio.

Relevancia tecnológica:

Da paso a nuevas tecnologías y coloca a nuestro país en la vanguardia tecnológica en biomecánica.

Relevancia Social:

Permite dar una solución a aquellas personas que sufren de incapacidad por miembro superior con el fin ayudar a estas personas a desempeñar una vida normal.

Relevancia económica:

Realizado la síntesis se espera dimensionar un mecanismo al alcance de la población y que tanto como ellos y nosotros alcancemos un beneficio mutuo.

Relevancia institucional:

Los alumnos pertenecientes a la universidad Cesar Vallejo demostraran que son capaces de entrar a nuevas teorías para contribuir en la innovación de tecnología que ayude a la ciudadanía a mejorar su calidad de vida

1.6 Hipótesis.

Mediante la teoría de diadas estándar el mecanismo articulado de cuatro barras conociendo las posiciones más importantes del humero se puede conocer las dimensiones del mecanismo usado como prótesis.

1.7 Objetivos.

1.7.1. Objetivo General

Usar el método de diadas estándar para hacer la síntesis dimensional del mecanismo para una prótesis transhumeral de una persona de estatura promedio (1.64 metros).

1.7.2. Objetivos específicos

- Estudiar y analizar los movimientos naturales de la extremidad superior.
- Determinar tres posiciones importantes del humero para una persona de talla promedio.
- Determinar las coordenadas de los pivotes fijos.
- Determinar la dimensión de los eslabones para puntos de precisión asignados.
- Modelar el prototipo en software Solidworks para realizar el estudio de movimiento del mecanismo dimensionado.

II. Marco metodológico.

2.1 Diseño de investigación.

2.1.1 Tipo de investigación

Nivel de profundidad:

Descriptivo

Según la variable:

Cuantitativo

Según grado de abstracción:

Investigación aplicada

Diseño de investigación

No experimental

2.2 Variables, operacionalización

2.2.1 VARIABLES INDEPENDIENTES:

- Posiciones del antebrazo
- Coordenadas de los puntos fijos

2.2.2 VARIABLES DEPENDIENTES:

- Dimensiones de los eslabones

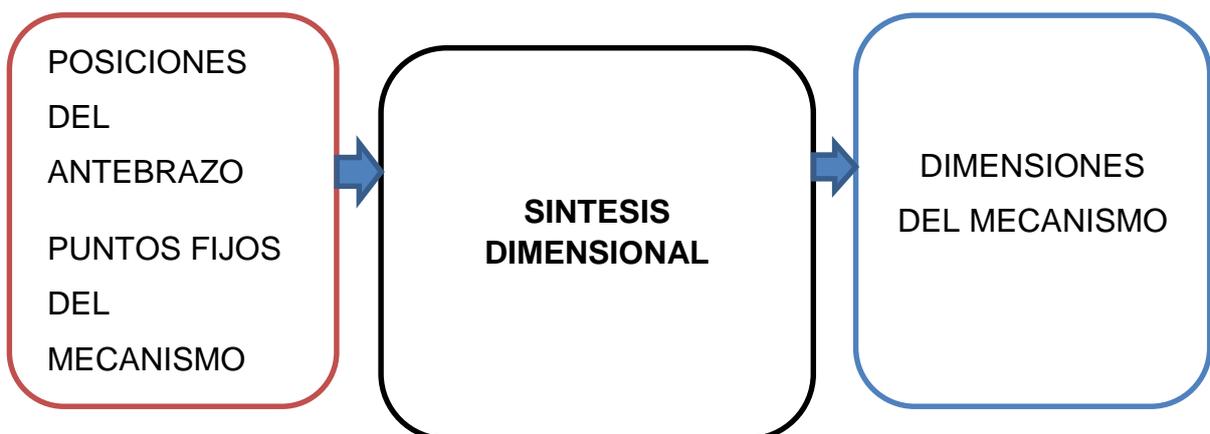
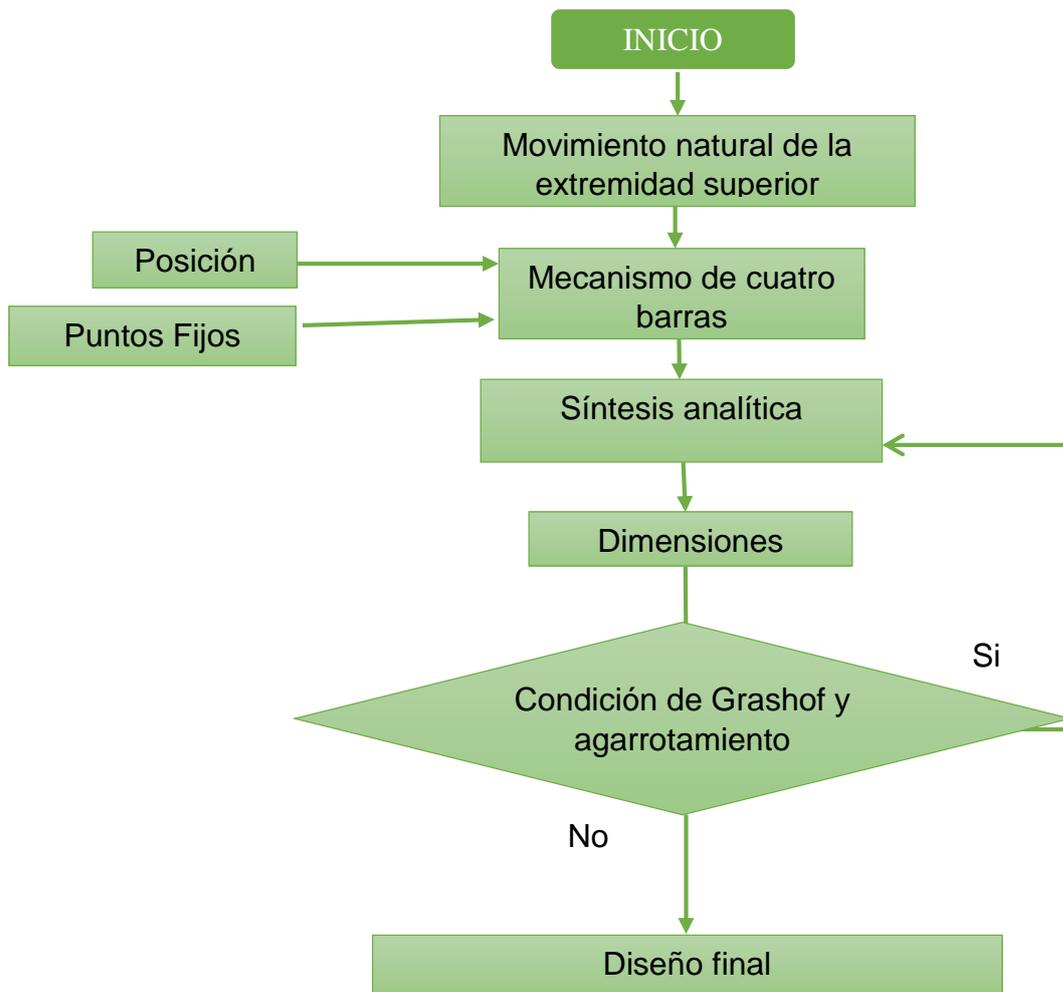


Figura 2.1 Caja negra

Diagrama de Flujo.



Variables de operacionalización:

Variables independientes	Definición conceptual	Definición operacional	Indicadores	Escala de medición
POSICIONES	Se refiere a las posiciones naturales del miembro superior	Posiciones definidas por los movimientos naturales del brazo	Coordenadas en el plano sagital (cm)	[0-6] Intervalo
PUNTOS FIJOS	Son los puntos iniciales de referencia para el mecanismo y representa al eslabón tierra	Ubicación de los extremos del eslabón tierra	Coordenada en el plano sagital (cm)	[0-6] Intervalo
Variables dependientes	Definición conceptual	Definición operacional	Indicadores	Escala de medición
DIMENSIONES	Es la longitud para que cada eslabón realice los movimientos deseados	Longitudes determinadas mediante la síntesis de movimiento del mecanismo	Longitud (cm)	[0-6] Intervalo
MOVIMIENTO DE LOS MECANISMOS	Es el movimiento que el mecanismo realizara semejante a la articulación del brazo	Son las tres posiciones prescritas, posición inicial intermedia y final	Angulo (grados)	[0°-270°] Intervalo

2.3 Población y muestra.

2.3.1 Población

Todos los mecanismos de cuatro barras usados para distintos tipos de prótesis transhumeral:

2.3.2 Muestra

Mecanismo para prótesis transhumeral para una persona de altura promedio en el Perú (1.64 metros).

2.4 Técnicas e instrumentos de recolección de datos.

Técnica	Instrumento
Análisis de documentos	Guía de análisis de documentos (anexo IV)

2.5 Método de análisis de datos.

Primero, se realizara la recolección de datos requeridos para establecer los puntos fijos y las posiciones naturales del miembro superior y escoger una posición inicial final e intermedia.

Segundo, determinar los ángulos para las posiciones dadas y los puntos de referencia del mecanismo.

Tercero, utilizar la síntesis las ecuaciones de síntesis analítica e introducirlas en una herramienta como Excel para realizar los cálculos de dimensionamiento para el mecanismo de cuatro barras.

Cuarto, seleccionar la forma de los eslabones con características adecuadas para realizar el movimiento de flexión y extensión del brazo.

Quinto, modelar el mecanismo resultante y analizar las condiciones limites necesarias para realizar el movimiento del brazo establecido, condición de agarrotamiento del mecanismo.

2.6 Aspectos éticos.

La información mostrada se recaudó de informes y proyectos de investigación los cuales fueron respectivamente referenciados.

III. Resultados

3.1 Movimientos naturales de la extremidad superior.

Parámetros del movimiento del miembro superior, según Drillis y Contini nos dan aproximaciones de las longitudes del cuerpo humano en relación a la altura del individuo, nos basamos en la información dada por la figura 3.1

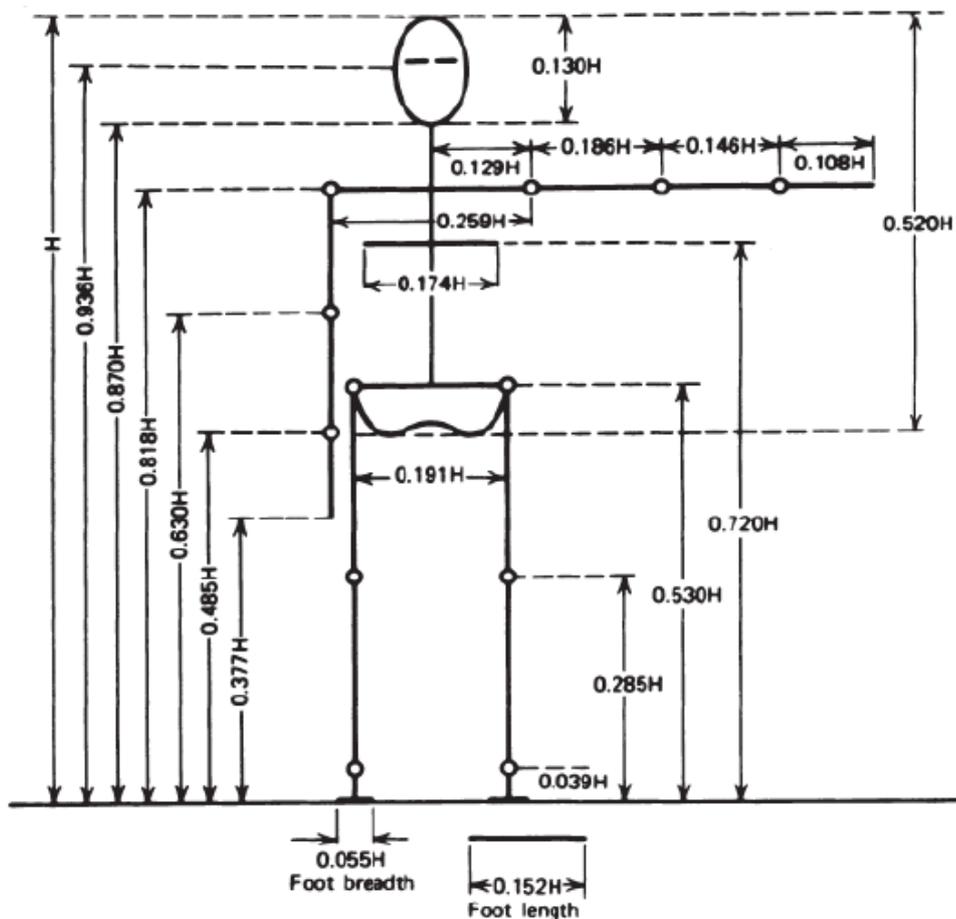


Figura 3.1 segmentos del cuerpo en relación a la altura

Referente a la altura promedio del ciudadano peruano es aproximadamente de 1.64 y un peso de 60 Kg según el instituto nacional de salud. Los datos para el informe de tesis son extraídos de las tablas siguientes y el alcance de los movimientos del miembro superior en movimiento flexo-extensión con el rango de ángulos de las tablas 3.2 y 3.3 delimitados por la fisiología del miembro.

Tabla 3.1 longitudes de los miembros respecto a la altura del paciente (Fuente INS)

Miembro	Proporción de longitud	Longitud (m)	Proporción de masa	Masa (kg)	C.M. proximal	C.M. (m)
Brazo	0.186 x H	0.305	0.028 x M	1.686	0.322 x L	0.098
Antebrazo	0.146 x H	0.239	0.016 x M	0.963	0.303 x L	0.072
Mano	0.108 x H	0.17	0.006 x M	0.361	0.297 x L	0.051

Tabla 3.2 ángulos en la posición del hombro (Fuente INS)

HOMBRO	Abducción	Aducción	Antepulsión	Retropulsión	Rotación Externa	Rotación Interna
Confort	30	0	35	15	100	20
Máximo	150 (180*)	30	180	40	150	0

Tabla 3.3 ángulos en la posición del codo (Fuente INS)

CODO	Flexión	Extensión	Pronación	Supinación
Confort	100	20	90	90
Máximo	140	0	180	135

Codo	Flexión Y Extensión.	Ángulo entre los huesos del antebrazo y el brazo.	θ_4 ~140°	
------	----------------------	---	---------------------	--

Figura 3.2 Movimiento humano del miembro superior

3.2. Posiciones del mecanismo de cuatro barras.

Según los datos para la investigación, los movimientos naturales del miembro superior determinan posibles posiciones del mecanismo de salida para obtener el movimiento final del brazo (figura 3.3). Utilizando un croquis se grafica la forma posible del mecanismo, obtendremos la ubicación de las coordenadas de los puntos fijos y la forma según nuestro criterio.

Donde se muestra los dos ángulos extremos según la tabla 3.3 de 0° y 140° y un ángulo intermedio de 90° .

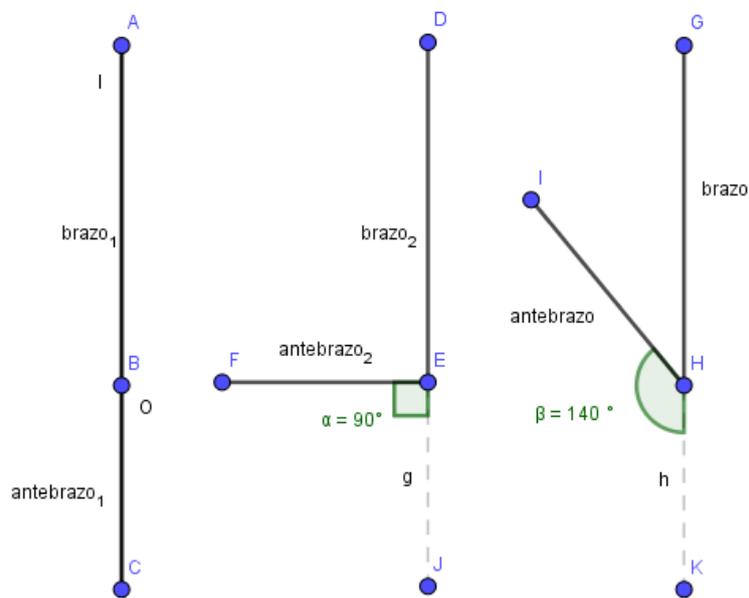


Figura 3.3 Posiciones deseadas del antebrazo respecto del brazo

Para encontrar la dirección correcta del brazo y antebrazo, tomamos la relación de las medidas del brazo y antebrazo de la figura 3.1. Respecto a la altura del paciente con altura promedio de una persona en el Perú según el instituto nacional de salud $H = 1.64$ m.

Las medidas del brazo y antebrazo serán:

Brazo:

$$L_{brazo} = 0.818H - 0.630H$$

$$L_{brazo} = 0.818(1.64) - 0.630(1.64)$$

$$L_{brazo} = 1.342 - 1.033$$

$$L_{brazo} = 0.31 \text{ m}$$

Antebrazo:

$$L_{antebrazo} = 0.630H - 0.485H$$

$$L_{antebrazo} = 0.630(1.64) - 0.485(1.64)$$

$$L_{antebrazo} = 1.033 - 0.795$$

$$L_{antebrazo} = 0.24 \text{ m}$$

En la figura 3.4 se plantean las posiciones del antebrazo de longitud 24 cm respecto del brazo de longitud 31 cm y de las posiciones requeridas de 0°, 90° y 140° que están en el rango de 0° a 140° en el movimiento de extensión y flexión del miembro superior (tabla 3.3).

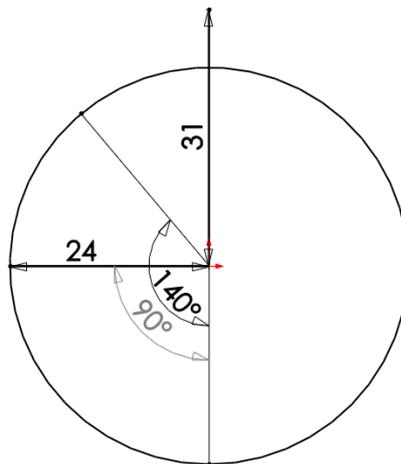


Figura 3.4 Radio de giro del antebrazo respecto del brazo.

De los esquemas anteriores podemos plantear el modelo del mecanismo de cuatro barras que pueda realizar estos movimientos. En la figura 3.5 se muestran las tres

posiciones finales del antebrazo respecto al brazo, de donde definimos la tierra o eslabón 1 de bancada a $\overline{O_4O_2}$, las posiciones arbitrarias que tomara el punto P en las tres posiciones (P_1, P_2, P_3) para alcanzar las posiciones de 0° a 140° .

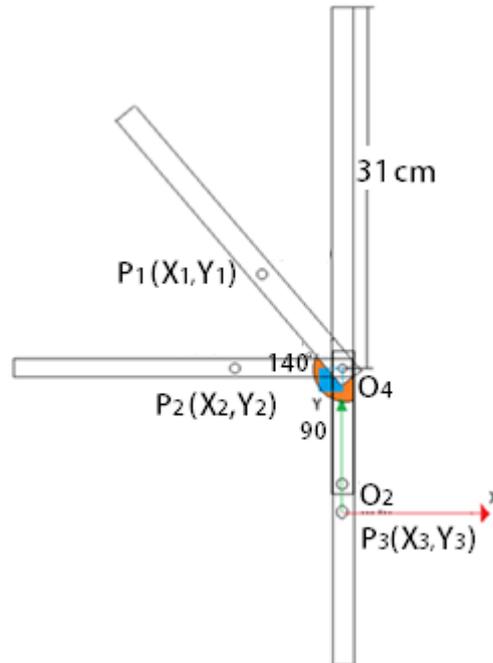


Figura 3.5 Ángulos y distancias para cada posición

El mecanismo planteado de cuatro barras para nuestro modelo de codo, está compuesto como se observa en la figura 3.6. Donde se ubican las tres posiciones deseadas y se determinaran las diadas a estudiar. Este mecanismo cumple la función de codo y ocupa un espacio similar a uno natural.

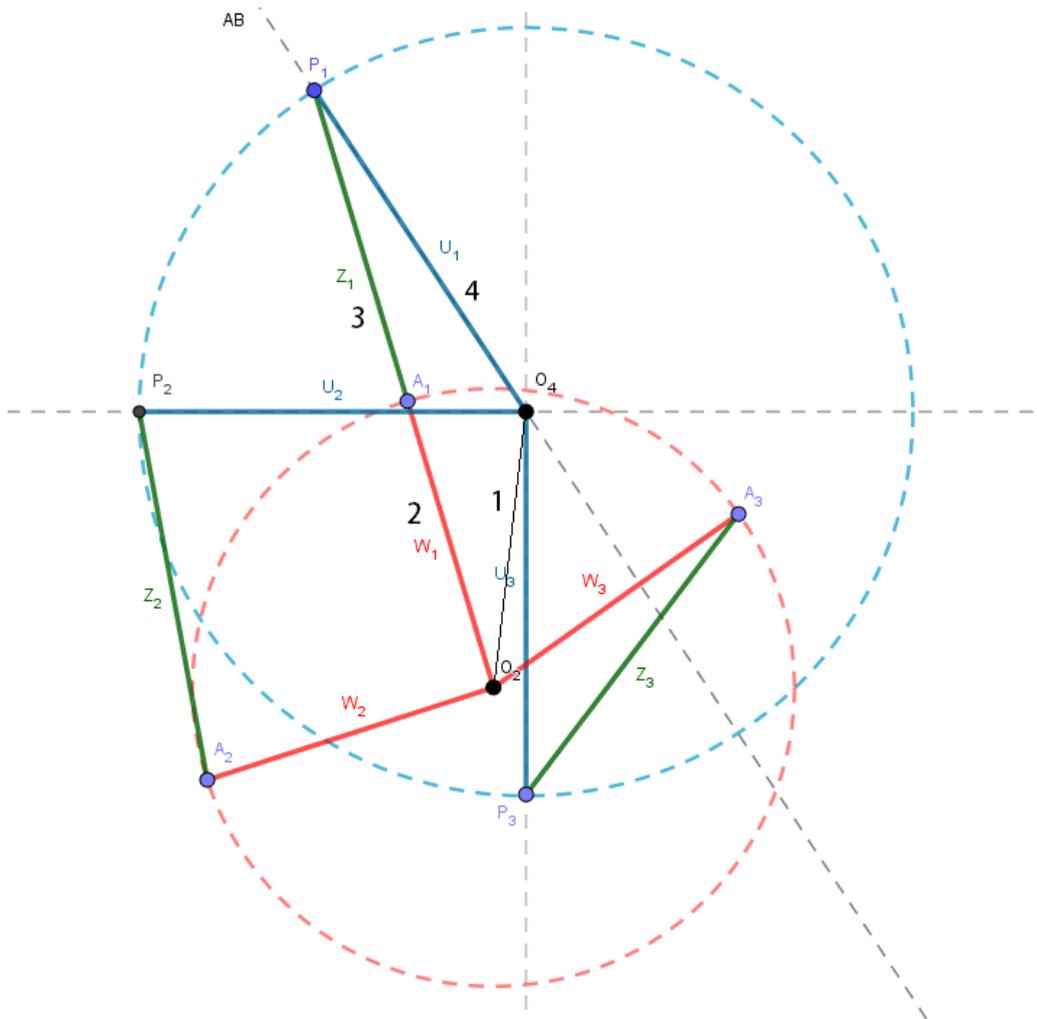


Figura 3.6 Arreglo del mecanismo de 4 barras para prótesis transhumeral.

Los elementos del mecanismo:

O_2 y O_4 Pivotes fijos del mecanismo, juntos conforman el eslabón 1 (Tierra).

W y Z Vectores de la primera diada

W Corresponderá al eslabón 2 de entrada y Z al eslabón 3 acoplador.

U Corresponde al eslabón 4 de salida.

A Punto acoplador de los eslabones 2 y 3.

P_1 , P_2 y P_3 Puntos de precisión para las tres posiciones requeridas por el mecanismo.

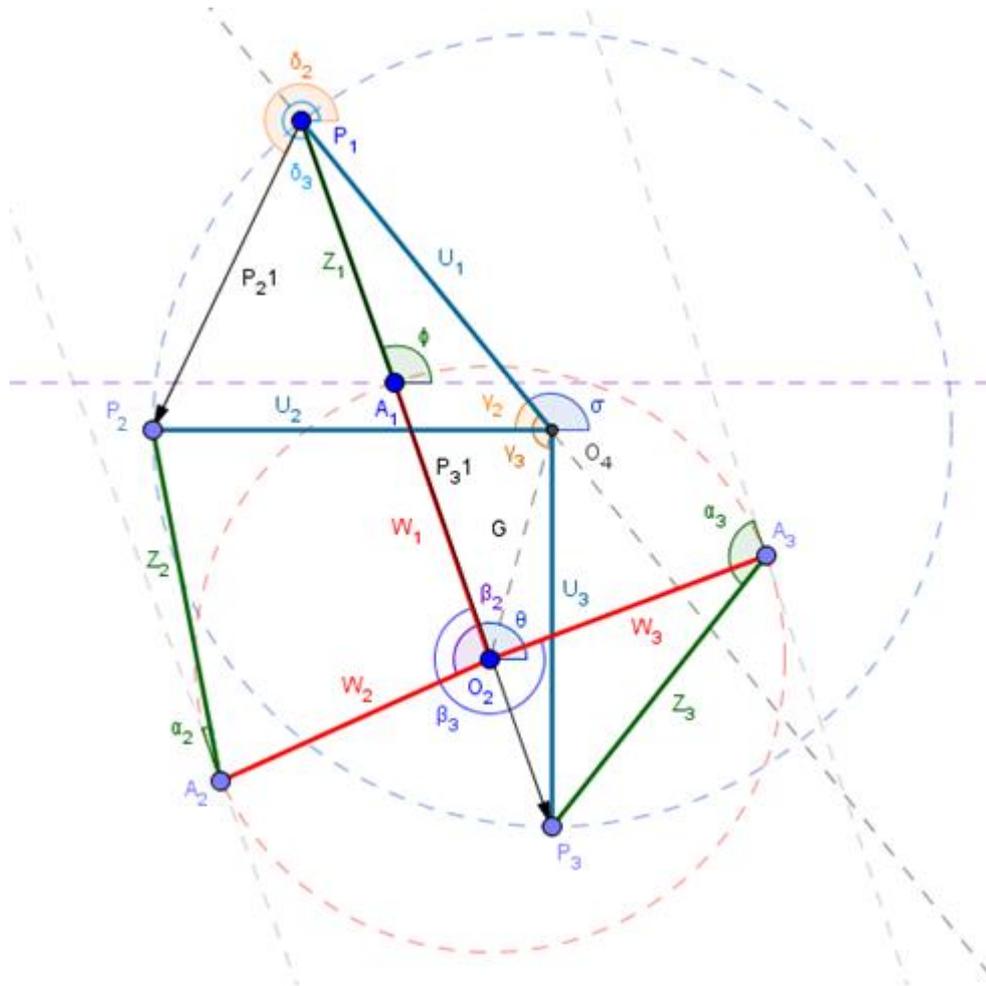


Figura 3.7 Posiciones prescritas del mecanismo de cuatro barras

Las restricciones que se plantean para el mecanismo de cuatro barras constan del ángulo de giro en flexión y extensión de los movimientos naturales que se desea alcanzar entre el brazo y el antebrazo respecto al plano sagital, además el espacio que este ocupara tiene que tener una medida aceptable para los eslabones como pivotes fijos, puesto que debe encontrarse de una manera accesible. Se determina la ubicación de los puntos fijos y se asignan los puntos de precisión para el eslabón de entrada.

Los puntos de precisión "P"; P_1 , P_2 , P_3 es el punto de acople entre el eslabón de entrada y el eslabón acoplador, como tal tendrá movimiento de arco simple al pivotear alrededor del punto O_4 , entonces este caso se trata de un generador de función el cual utiliza el eslabón 2 como eslabón de entrada y toma la salida del

eslabón 4. La función generada es la relación entre los ángulos del eslabón 2 y el eslabón 4 en las posiciones de tres posiciones especificadas.

Para sintetizar las longitudes de los eslabones es necesario escribir las ecuaciones de lazo vectorial alrededor del mecanismo en pares de posiciones.

El modelo planteado para el mecanismo de cuatro barras se muestra en la figura 3.8 donde se muestra el diagrama cinemático del mecanismo.

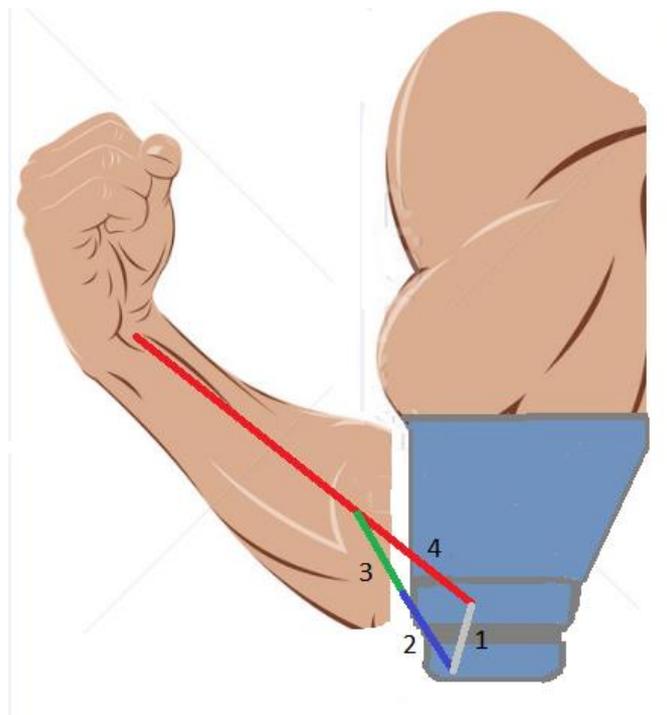


Figura 3.8 diagrama cinemático esquematizado sobre el miembro superior

Para resolver las dimensiones de los eslabones pertenecientes al mecanismo de cuatro barras tenemos que definimos la longitud y dirección inicial del balancín de salida de conformidad con las restricciones que daremos.

El eslabón 4 es un elemento que se prolonga como estructura para el antebrazo y el cual le da la posición final, es por eso que para su dimensión pondremos como restricción que este no sea mayor a la cuarta parte de la longitud del ante brazo (24 cm), por lo tanto este será

$$u \leq 6 \text{ cm}$$

Y su dirección está relacionada a los ángulos del balancín de salida; 140° , 90° y 0° entonces suponiendo una longitud para eslabón de salida igual a 5, tenemos:

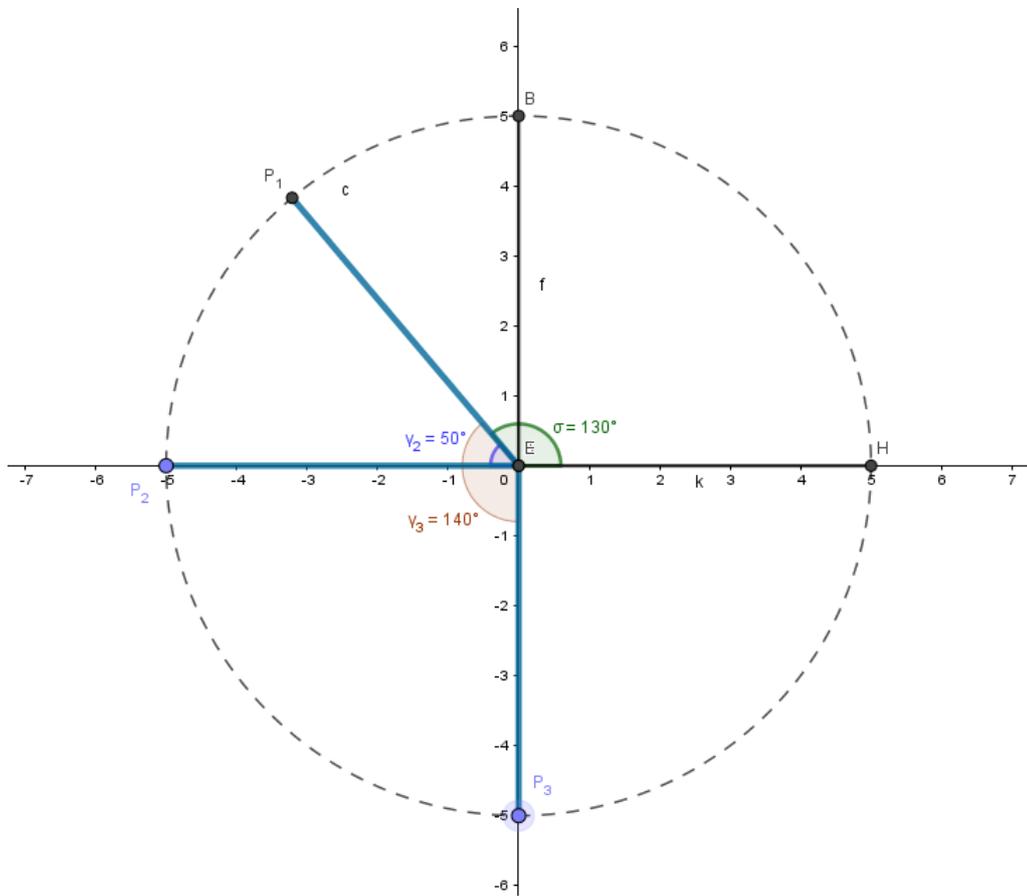


Figura 3.9 Longitud y dirección del balancín de salida

De esta forma definimos la longitud del eslabón de salida $u = 5$ cm. Su dirección inicial $\sigma = 130^\circ$, los ángulos de rotación, de la posición 1 a la posición 2 $\gamma_2 = 50^\circ$ y de la posición 1 a la posición 3 $\gamma_3 = 140^\circ$.

El punto de referencia será el punto P_1 definido como el punto (0,0) como se muestra en la figura 3.10a. Con la ayuda del programa Geogebra esquematizamos las direcciones del eslabón de salida y la coordenada de los puntos definidos.

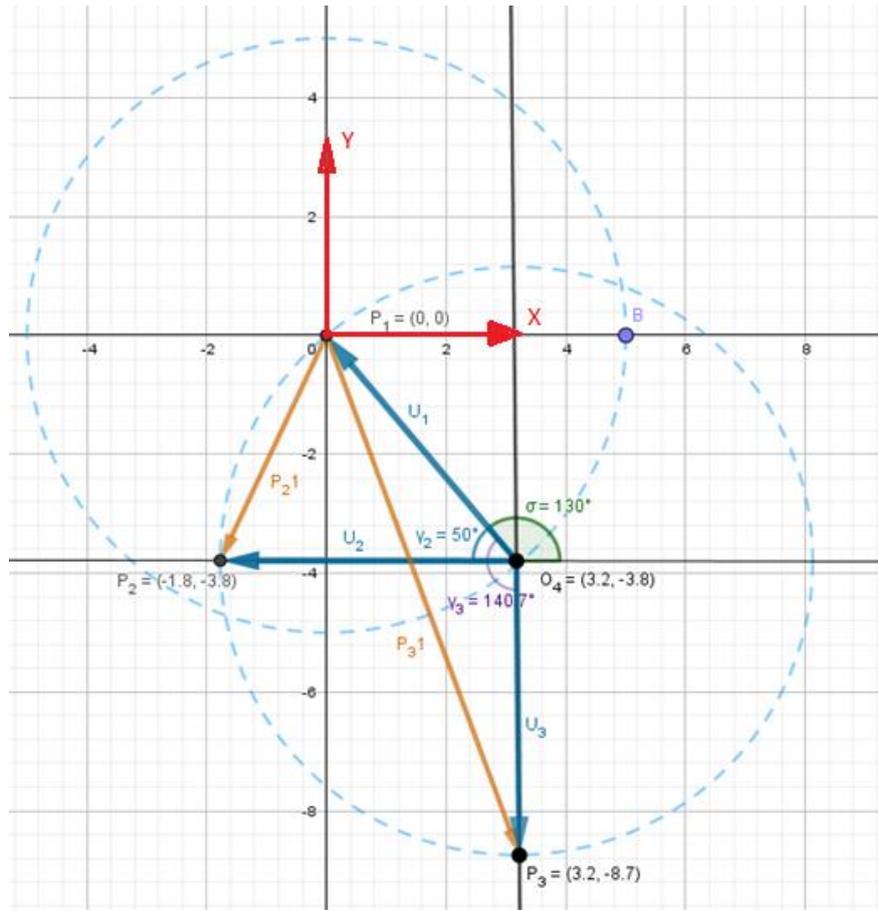


Figura 3.10a Vectores posición, formados por los puntos prescritos

En la figura 3.11 esquematizamos la ubicación de los puntos prescritos respecto a la diada conformada por los vectores W y Z con origen en el punto O_2 y los vectores desplazamiento y las direcciones respectivas.

Otro dato importante es el punto O_2 que como vemos en la figura 3.11 está en punto arbitrario del mecanismo le damos un valor establecido por la geometría del miembro superior dándole un valor aproximado en la forma gráfica que será corroborado al final de la síntesis.

Área de movimiento de mecanismo articulado para prótesis transhumeral, este debe tener un determinado espacio en función del tamaño de los miembros brazo y antebrazo. El tamaño usado para el codo debe ser proporcional al tamaño de los miembros brazo y antebrazo y no sobre pasarlos, luego de realizar una análisis antropométrico de varios individuos promedio que colaboraron con el trabajo se

llegó a determinar un área asignada para el mecanismo articulable de cuatro barras como prótesis. De 5 centímetros de lado menor a la cuarta parte del antebrazo determinado como se ve en la figura 3.10b

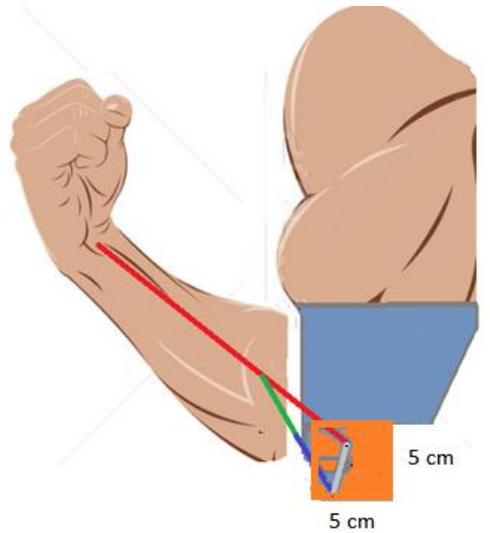


Figura 3.10b. Área asignada para fijación de puntos fijos

Luego de algunos ensayos estimamos el punto como: $O_2 = (2.5, -7)$

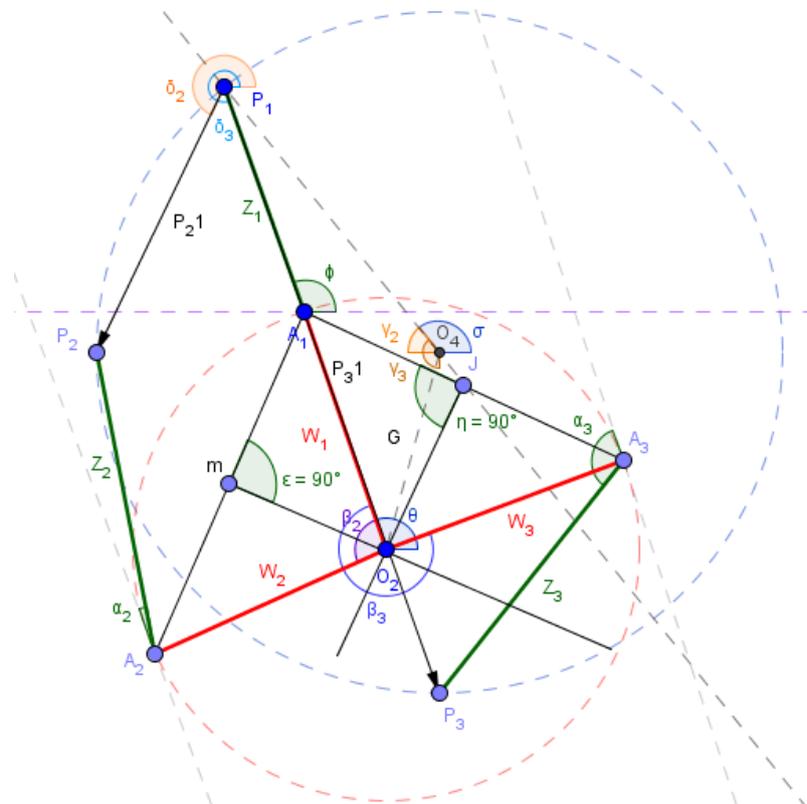


Figura 3.11. Vectores posición de la diada formada por W y Z

$$R_{1x} = -2.5R_{1y} = 7$$

$$R_{2x} = -2.5 + (-1.8) = 4.3$$

$$R_{2y} = R_{1y} + P_{21y}$$

$$R_{2y} = 7 + (-3.8)$$

$$R_{2y} = 3.2$$

$$R_{3x} = R_{1x} + P_{31x}$$

$$R_{3x} = -2.5 + 3.2$$

$$R_{3x} = 0.7$$

$$R_{3y} = R_{1y} + P_{31y}$$

$$R_{3y} = 7 + (-8.7)$$

$$R_{3y} = -1.7$$

El módulo de los vectores posición será:

$$R_1 = \sqrt{R_{1x}^2 + R_{1y}^2} \quad R_2 = \sqrt{R_{2x}^2 + R_{2y}^2} \quad R_3 = \sqrt{R_{3x}^2 + R_{3y}^2}$$

$$R_1 = \sqrt{2.5^2 + 7^2} \quad R_2 = \sqrt{4.3^2 + 3.2^2} \quad R_3 = \sqrt{0.7^2 + 1.7^2}$$

$$R_1 = 7.43 \quad R_2 = 5.36 \quad R_3 = 1.84$$

Se procede a determinar los ángulos de los vectores posición R1, R2, y R3 con respecto al eje x, dichos ángulos se encuentran en radianes, se recomienda realizar la conversión correspondiente (*180/π).

$$\zeta_1 = \text{atang}(R_{1x}, R_{1y}) \quad \zeta_2 = \text{atang}(R_{2x}, R_{2y}) \quad \zeta_3 = \text{atang}(R_{3x}, R_{3y})$$

$$\zeta_1 = \text{atang}(2.5, 7) \quad \zeta_2 = \text{atang}(4.3, 3.2) \quad \zeta_3 = \text{atang}(0.7, 1.7)$$

$$\zeta_1 = 109.65^\circ \quad \zeta_2 = 143.34^\circ \quad \zeta_3 = -67.62^\circ$$

Para determinar los ángulos β_2 y β_3 haciendo uso de las ecuaciones. Hallamos las constantes "C" en función de las variables representadas por los vectores posición y los ángulos que describen el giro del eslabón acoplador.

Los ángulos α_2 y α_3 para el caso del eslabón de salida serán igual a cero.

$$\alpha_2 = -9^\circ \text{ y } \alpha_3 = 124^\circ$$

Usando la ecuación 1.17:

$$C_1 = R_3 \cos(\alpha_2 + \zeta_3) - R_2 \cos(\alpha_3 + \zeta_2)$$

$$C_1 = 0.67$$

$$C_2 = R_3 \sin(\alpha_2 + \zeta_3) - R_2 \sin(\alpha_3 + \zeta_2)$$

$$C_2 = 3.56$$

$$C_3 = R_1 \cos(\alpha_3 + \zeta_1) - R_3 \cos(\zeta_3)$$

$$C_3 = -5.10$$

$$C_4 = -R_1 \sin(\alpha_3 + \zeta_1) + R_3 \sin(\zeta_3)$$

$$C_4 = 4.28$$

$$C_5 = R_1 \cos(\alpha_2 + \zeta_1) - R_2 \cos(\zeta_2)$$

$$C_5 = 2.93$$

$$C_6 = -R_1 \sin(\alpha_2 + \zeta_1) + R_2 \sin(\zeta_2)$$

$$C_6 = -4.10$$

Usando la ecuación 1.17-c, hallamos los valores de A:

$$A_1 = -C_3^2 - C_4^2 A_2 = C_3 \cdot C_6 - C_4 \cdot C_5$$

$$A_1 = -44.39A_2 = 8.40$$

$$A_3 = -C_4 \cdot C_6 - C_3 \cdot C_5 A_4 = C_2 \cdot C_3 + C_1 \cdot C_4$$

$$A_3 = 32.51A_4 = -15.30$$

$$A_5 = C_4 \cdot C_5 - C_3 \cdot C_6 A_6 = C_1 \cdot C_3 - C_2 \cdot C_4$$

$$A_5 = -8.40 \quad A_6 = -18.71$$

Usamos la ecuación 1.17-b hallamos los valores de "K", los cuales servirán para el reemplazo en la ecuación de los ángulos beta.

$$K_1 = A_2 \cdot A_4 + A_3 \cdot A_6$$

$$K_1 = -736.71$$

$$K_2 = A_3 \cdot A_4 + A_5 \cdot A_6$$

$$K_2 = -340.27$$

$$K_3 = \frac{A_1^2 - A_2^2 - A_3^2 - A_4^2 - A_6^2}{2}$$

$$K_3 = 129.87$$

Usando la ecuación 1.17-a determinamos los ángulos (β):

$$\beta_{31} = 2\arctan\left(\frac{K_2 + \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - K_3^2}}{K_1 + K_3}\right)$$

$$\beta_{31} = -74.42^\circ$$

$$\beta_{32} = 2\arctan\left(\frac{K_2 - \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - K_3^2}}{K_1 + K_3}\right)$$

$$\beta_{32} = 124^\circ$$

El valor de beta es una solución trivial por ser igual al alfa, por eso la solución escogida será:

$$\beta_3 = \beta_{31}$$

$$\beta_3 = -74.42^\circ$$

$$\beta_{21} = \arctan\left(\frac{-(A_3 \sin\beta_{31} + A_2 \cos\beta_{31} + A_4)}{-(A_5 \sin\beta_{31} + A_3 \cos\beta_{31} + A_6)}\right)$$

$$\beta_{21} = 87.57$$

$$\beta_{22} = \arctan\left(\frac{-(A_3 \sin\beta_{32} + A_2 \cos\beta_{32} + A_4)}{-(A_5 \sin\beta_{32} + A_3 \cos\beta_{32} + A_6)}\right)$$

$$\beta_{22} = -9$$

El valor de beta es el mismo que alfa por eso se considera como solución trivial y la obviamos de nuestra solución, por ello el valor que usaremos será:

$$\beta_2 = \beta_{21}$$

$$\beta_2 = 87.57$$

Determinar las magnitudes de R1, R2, y R3 y sus componentes x e y, en esta segunda parte solo se analizaran las magnitudes, que tienen como origen el punto fijo O4 de la figura 3.13

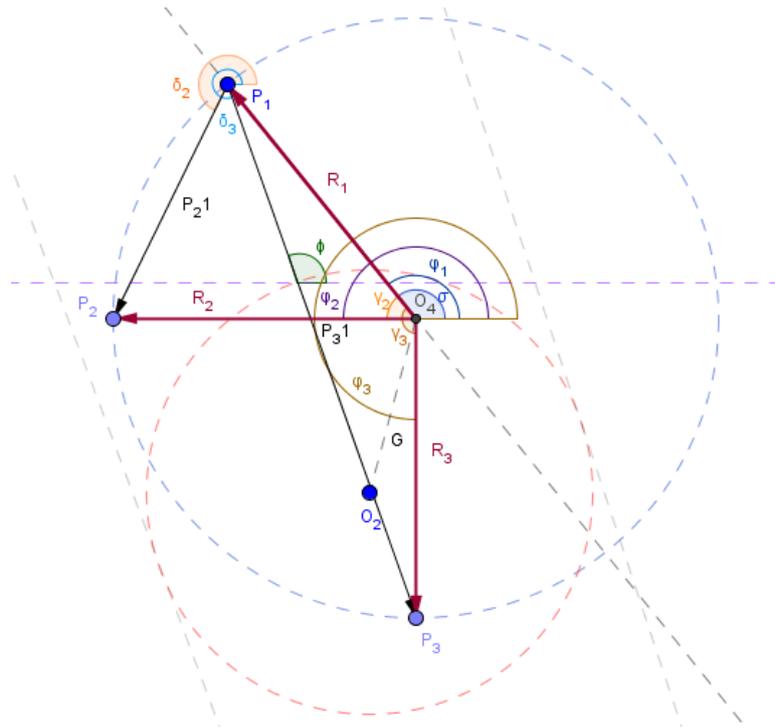


Figura 3.13 Vectores posición respecto el punto O₄

$$R_{1x} = -O_{4x}R_{1y} = -O_{4y}$$

$$R_{1x} = -3.2R_{1y} = 3.8$$

$$R_{2x} = R_{1x} + P_{21x}$$

$$R_{2x} = -3.2 + (-1.8)$$

$$R_{2x} = -5$$

$$R_{1x} = -3.2R_{1y} = 3.8R_{2x} = 5$$

$$R_{2y} = R_{1y} + P_{21y}$$

$$R_{2y} = 3.8 + (-3.8)$$

$$R_{2y} = 0$$

$$R_{3x} = R_{1x} + P_{31x}$$

$$R_{3x} = -3.2 + 3.2$$

$$R_{3x} = 0$$

$$R_{3y} = R_{1y} + P_{31y}$$

$$R_{3y} = 3.8 + (-8.7)$$

$$R_{3y} = -4.9$$

$$R_{2y} = 0R_{3x} = 0R_{3y} = -4.9$$

$$R_1 = \sqrt{R_{1x}^2 + R_{1y}^2}$$

$$R_2 = \sqrt{R_{2x}^2 + R_{2y}^2}$$

$$R_3 = \sqrt{R_{3x}^2 + R_{3y}^2}$$

$$R_1 = \sqrt{3.2^2 + 3.8^2}$$

$$R_2 = \sqrt{5^2 + 0^2}$$

$$R_3 = \sqrt{0^2 + 5^2}$$

$$R_1 = 5$$

$$R_2 = 5$$

$$R_3 = 5$$

Se procede a determinar los ángulos de R1, R2, y R3 con respecto al eje x, dichos ángulos se encuentran en radianes, se recomienda realizar la conversión correspondiente (*180/π).

$$\zeta_1 = \text{atang}(R_{1x}, R_{1y}) \quad \zeta_2 = \text{atang}(R_{2x}, R_{2y}) \quad \zeta_3 = \text{atang}(R_{3x}, R_{3y})$$

$$\zeta_1 = \text{atang}(3.2, 3.8) \quad \zeta_2 = \text{atang}(5, 0) \quad \zeta_3 = \text{atang}(0, 5)$$

$$\zeta_1 = 130^\circ \quad \zeta_2 = 180^\circ \quad \zeta_3 = 270^\circ$$

Para determinar los ángulos γ_2 y γ_3 haciendo uso de las ecuaciones. Hallamos las constantes "C" en función de las variables representadas por los vectores posición y los ángulos que describen el giro del eslabón acoplador.

Los ángulos α_2 y α_3 para el caso del eslabón de salida serán igual a cero.

Usando las ecuaciones 1.17-d:

$$C_1 = R_3 \cos(\alpha_2 + \zeta_3) - R_2 \cos(\alpha_3 + \zeta_2)$$

$$C_1 = 5$$

$$C_2 = R_3 \text{sen}(\alpha_2 + \zeta_3) - R_2 \text{sen}(\alpha_3 + \zeta_2)$$

$$C_2 = -5.21$$

$$C_3 = R_1 \text{cos}(\alpha_3 + \zeta_1) - R_3 \text{cos}(\zeta_3)$$

$$C_3 = -3.21$$

$$C_4 = -R_1 \text{sen}(\alpha_3 + \zeta_1) + R_3 \text{sen}(\zeta_3)$$

$$C_4 = -8.84$$

$$C_5 = R_1 \text{cos}(\alpha_2 + \zeta_1) - R_2 \text{cos}(\zeta_2)$$

$$C_5 = 1.78$$

$$C_6 = -R_1 \text{sen}(\alpha_2 + \zeta_1) + R_2 \text{sen}(\zeta_2)$$

$$C_6 = -3.83$$

Haciendo uso de las ecuaciones 1.17-c, hallamos los valores de "A":

$$A_1 = -C_3^2 - C_4^2 A_2 = C_3 \cdot C_6 - C_4 \cdot C_5$$

$$A_1 = -88.30 A_2 = 28.08$$

$$A_3 = -C_4 \cdot C_6 - C_3 \cdot C_5 A_4 = C_2 \cdot C_3 + C_1 \cdot C_4$$

$$A_3 = -28.08 A_4 = -28.08$$

$$A_5 = C_4 \cdot C_5 - C_3 \cdot C_6 A_6 = C_1 \cdot C_3 - C_2 \cdot C_4$$

$$A_5 = -28.08 A_6 = -60.22$$

Hallamos los valores K para determinar los ángulos γ :

$$K_1 = A_2 \cdot A_4 + A_3 \cdot A_6$$

$$K_1 = 902.52$$

$$K_2 = A_3 \cdot A_4 + A_5 \cdot A_6$$

$$K_2 = 2479.65$$

$$K_3 = \frac{A_1^2 - A_2^2 - A_3^2 - A_4^2 - A_6^2}{2}$$

$$K_3 = 902.52$$

Haciendo uso de las ecuaciones 1.17-a determinamos los ángulos (γ):

$$\gamma_{31} = 2 \arctan \left(\frac{K_2 + \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - K_3^2}}{K_1 + K_3} \right)$$

$$\gamma_{31} = 50^\circ$$

$$\gamma_{32} = 2 \arctan \left(\frac{K_2 - \sqrt{K_1^2 + K_2^2 - K_3^2}}{K_1 + K_3} \right)$$

$$\gamma_{32} = 0^\circ$$

El segundo valor es el mismo que α_3 (solución trivial), así que se debe hacer uso del primer valor.

$$\gamma_2 = \gamma_{32}$$

$$\gamma_2 = 50^\circ$$

$$\gamma_{21} = \arctan \left(\frac{-(A_3 \operatorname{sen} \gamma_{31} + A_2 \operatorname{cos} \gamma_{31} + A_4)}{-(A_5 \operatorname{sen} \gamma_{31} + A_3 \operatorname{cos} \gamma_{31} + A_6)} \right)$$

$$\gamma_{21} = 140^\circ$$

$$\gamma_{22} = \arctan \left(\frac{-(A_3 \text{sen} \gamma_{32} + A_2 \text{cos} \gamma_{32} + A_4)}{-(A_5 \text{sen} \gamma_{32} + A_3 \text{cos} \gamma_{32} + A_6)} \right)$$

$$\gamma_{22} = 0^\circ$$

El segundo valor es el mismo que α_2 (solución trivial), así que se debe hacer uso del primer valor.

$$\gamma_3 = \gamma_{22}$$

$$\gamma_3 = 140^\circ$$

En la figura 3.14 se observan los cuatro ángulos que se han hallado bajo el método analítico de síntesis para la localización de un pivote fijo especificado.

Entonces los ángulos correspondientes serán:

$$\beta_2 = 87.57 \quad \beta_3 = -74.42^\circ$$

$$\gamma_2 = 50^\circ \quad \gamma_3 = 140^\circ$$

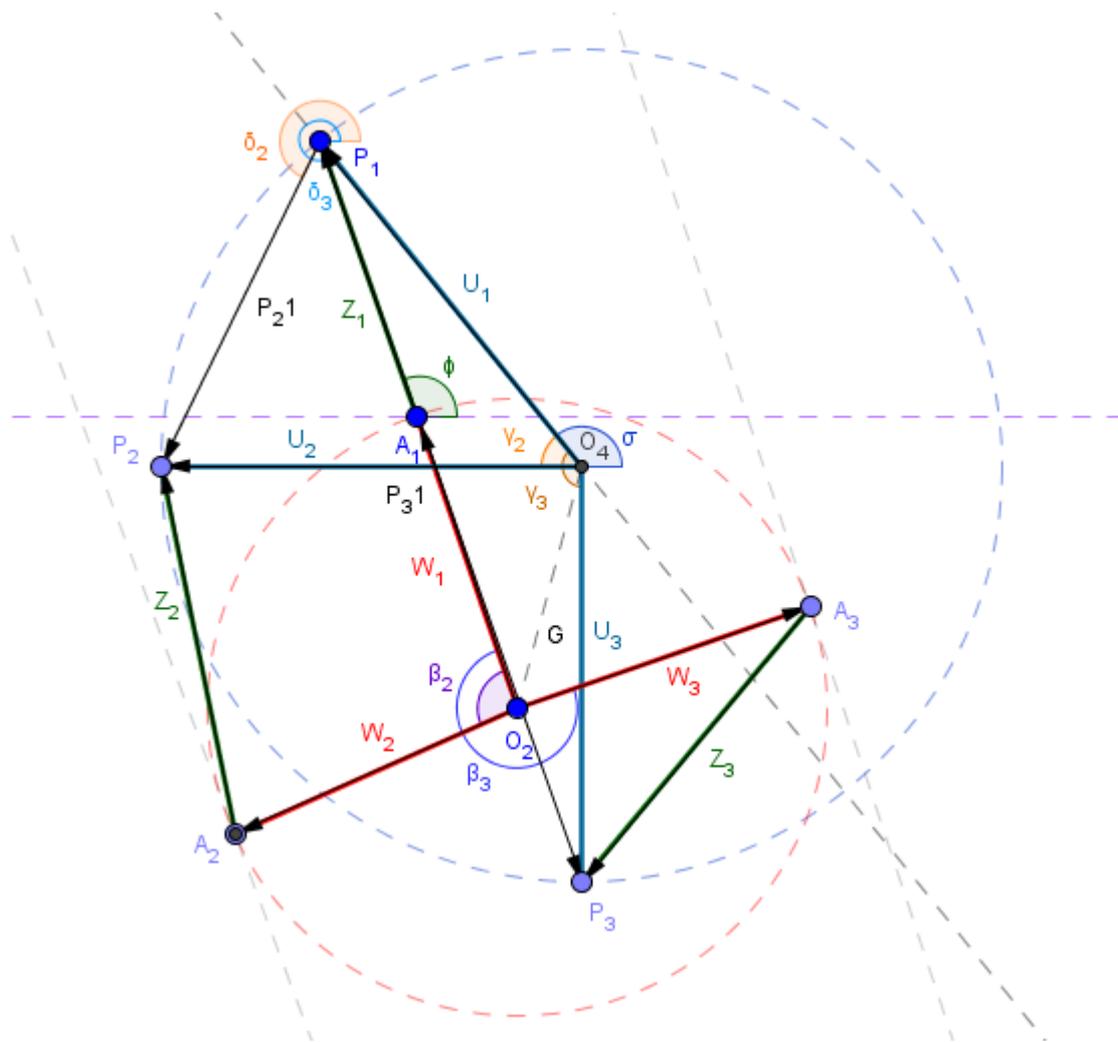


Figura 3.14. Representación gráfica de los ángulos β y γ

Determinación de las magnitudes de los vectores desplazamiento p_{21} y p_{31} y sus ángulos con respecto al eje x.

$$P_{21} = \sqrt{P_{21x}^2 + P_{21y}^2}$$

$$\delta_2 = \text{atang}(P_{21x}, P_{21y})$$

$$P_{21} = \sqrt{-1.8^2 + -3.8^2}$$

$$\delta_2 = \text{atang}(-1.8, -3.8)$$

$$\delta_2 = 244.65^\circ$$

$$P_{21} = 4.21$$

$$P_{31} = \sqrt{P_{31x}^2 + P_{31y}^2}$$

$$\delta_3 = \text{atang}(P_{31x}, P_{31y})$$

$$\delta_3 = \text{atang}(3.2, -8.7)$$

$$P_{31} = \sqrt{3.2^2 + -8.7^2}$$

$$\delta_3 = 290.19$$

$$P_{31} = 9.27$$

Se evalúan los términos (w; z) a partir de las ecuaciones 1.18

$$A = \cos \beta_2 - 1$$

$$B = \text{sen } \beta_2$$

$$C = \cos \alpha_2 - 1$$

$$D = \text{sen } \alpha_2$$

$$E = P_{21} \cos \delta_2$$

$$F = \cos \beta_3 - 1$$

$$G = \text{sen } \beta_3$$

$$H = \cos \alpha_3 - 1$$

$$K = \text{sen } \alpha_3$$

$$L = P_{31} \cos \delta_3$$

$$M = P_{21} \text{sen } \delta_2$$

$$N = P_{31} \text{sen } \delta_3$$

$$A = -0.96$$

$$B = 0.99$$

$$C = -0.01$$

$$D = -0.16$$

$$E = -1.80$$

$$F = -0.73$$

$$G = -0.96$$

$$H = -0.56$$

$$K = 0.83$$

$$L = 3.20$$

$$M = -3.81$$

$$N = -8.70$$

Haciendo uso de la ecuación 1.20 para el sistema expresado en forma de matriz estándar

$$\begin{bmatrix} A & -B & C & -D \\ F & -G & H & -K \\ B & A & D & C \\ G & F & K & H \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} W_{1x} \\ W_{1y} \\ Z_{1x} \\ Z_{1y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Matriz A} = \begin{bmatrix} A & -B & C & -D \\ F & -G & H & -K \\ B & A & D & C \\ G & F & K & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.96 & 0.99 & -0.01 & 0.16 \\ -0.73 & 0.96 & -0.56 & -0.83 \\ 0.99 & -0.96 & -0.16 & -0.01 \\ -0.96 & 0.73 & 0.83 & -0.56 \end{bmatrix}$$

Resolvemos la matriz inversa para (A)

$$\mathbf{Inversa de A} = \begin{bmatrix} -0.49 & -0.05 & 0.47 & -0.02 \\ -0.47 & 0.02 & -0.49 & -0.05 \\ -0.26 & -0.47 & -0.38 & 0.23 \\ 0.38 & -0.23 & -0.26 & -0.47 \end{bmatrix}$$

Reemplazamos los valores E, L, M, N obtenidos anteriormente:

$$CC = \begin{bmatrix} E \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1.80 \\ 3.20 \\ -3.80 \\ -8.70 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} * C = \begin{bmatrix} -0.49 & -0.05 & 0.47 & -0.02 \\ -0.47 & 0.02 & -0.49 & -0.05 \\ -0.26 & -0.47 & -0.38 & 0.23 \\ 0.38 & -0.23 & -0.26 & -0.47 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -1.80 \\ 3.20 \\ -3.80 \\ -8.70 \end{bmatrix}$$

Realizando la multiplicación de la matriz por el escalar obtenemos:

$$A^{-1} * C = \begin{bmatrix} W_{1x} \\ W_{1y} \\ Z_{1x} \\ Z_{1y} \end{bmatrix} \quad A^{-1} * C = \begin{bmatrix} -0.88 \\ 3.26 \\ -1.61 \\ 3.74 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{1x} \\ W_{1y} \\ Z_{1x} \\ Z_{1y} \end{bmatrix}$$

Los componentes de los vectores (W; Z) son:

$$W_{1x} = -0.88Z_{1x} = -1.61$$

$$W_{1y} = 3.26Z_{1y} = 3.74$$

La longitud del eslabón 2 es:

$$w = \sqrt{W_{1x}^2 + W_{1y}^2}$$

$$w = \sqrt{-0.88^2 + 3.26^2}$$

$$w = 3.38$$

La longitud del eslabón 3 acoplador es:

$$z = \sqrt{W_{1x}^2 + W_{1y}^2}$$

$$z = \sqrt{-1.61^2 + 3.74^2}$$

$$z = 4.07$$

Se evalúa el término u con las ecuaciones 1.8.

$$A = \cos \gamma_2 - 1 \quad B = \operatorname{sen} \gamma_2 \quad C = P_{21} \cos \delta_2$$

$$D = \cos \gamma_3 - 1 \quad E = \operatorname{sen} \gamma_3 \quad F = P_{31} \cos \delta_3$$

$$A = -0.36B = 0.77C = 1.80$$

$$D = -1.77E = 0.64F = -3.20$$

Haciendo uso de la ecuación 2.9 para el sistema expresado en forma de matriz estándar

$$\begin{bmatrix} A & -B \\ D & -E \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{1x} \\ U_{1y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ F \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Matriz A} = \begin{bmatrix} A & -B \\ D & -E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.36 & -0.77 \\ -1.77 & -0.64 \end{bmatrix}$$

Resolvemos la matriz inversa para (A)

$$\mathbf{Inversa de A} = \begin{bmatrix} 0.57 & -0.68 \\ -1.57 & 0.32 \end{bmatrix}$$

Reemplazamos los valores C y F obtenidos anteriormente:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C \\ F \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1.80 \\ -3.20 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}^{-1} * \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0.57 & -0.68 \\ -1.57 & 0.32 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1.80 \\ -3.20 \end{bmatrix}$$

Realizando la multiplicación de la matriz por el escalar obtenemos:

$$\mathbf{A}^{-1} * \mathbf{C} = \begin{bmatrix} U_{1x} \\ U_{1y} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}^{-1} * \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 3.21 \\ -3.85 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{1x} \\ U_{1y} \end{bmatrix}$$

El componente del vector U es:

$$U_{1x} = 3.21$$

$$U_{1y} = -3.85$$

La longitud del eslabón 4 es:

$$U = \sqrt{U_{1x}^2 + U_{1y}^2}$$

$$U = 5.01$$

De la figura 3.15 podemos constatar la suma vectorial para encontrar la distancia del eslabón tierra mediante la dimensión de los componentes de los eslabones ya encontrados.

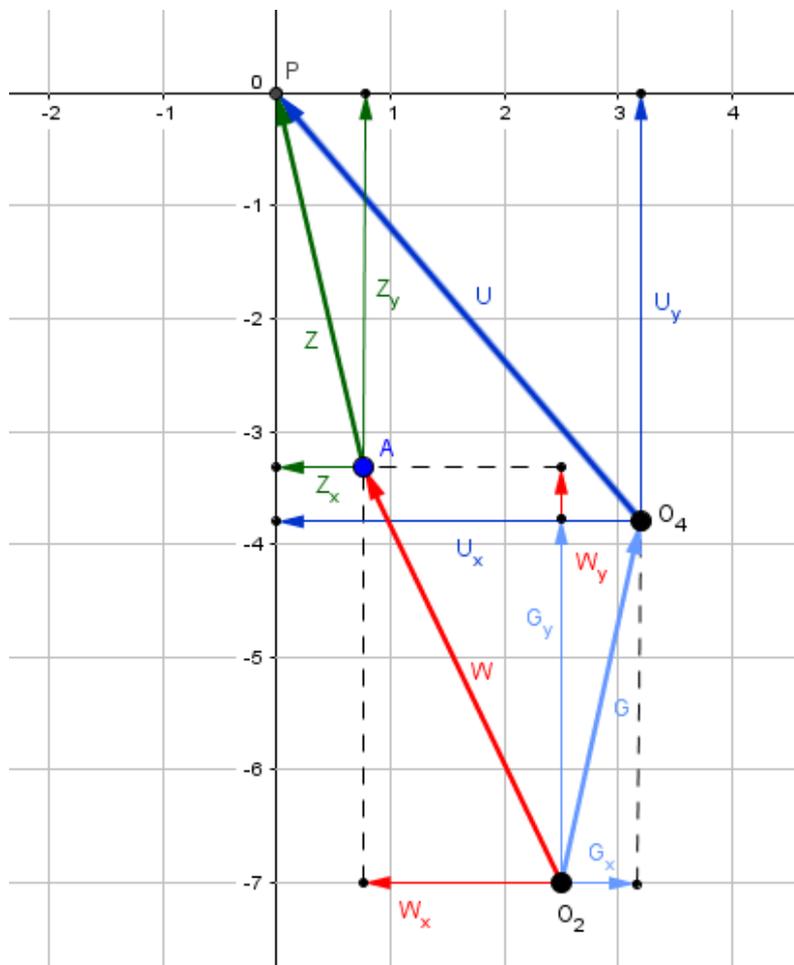


Figura 3.15 Componentes de los vectores del mecanismo

La longitud del eslabón 1 tierra será:

$$G_{1x} = W_{1x} + Z_{1x} - U_{1x}G_{1y} = W_{1y} + Z_{1y} - U_{1y}$$

$$G_{1x} = 0.88 + 1.61 - 3.21 G_{1x} = 3.26 + 3.74 - 3.85$$

$$G_{1x} = 0.72G_{1x} = 3.20$$

La longitud del eslabón 1 es:

$$G = \sqrt{G_{1x}^2 + G_{1y}^2}$$

$$G = \sqrt{0.72^2 + 3.20^2}$$

$$G = 3.28$$

Determinado los puntos fijos se comprueba las ubicaciones usando los vectores calculados: W1, Z1 y U1:

$$O_{2x} = -Z_{1x} - W_{1x}O_{2y} = -Z_{1y} - W_{1y}$$

$$O_{2x} = 0.88 + 1.61O_{2y} = -3.26 - 3.74$$

$$O_{2x} = 2.49O_{2y} = -7$$

$$O_{4x} = -U_{1x}O_{4y} = -U_{1y}$$

$$O_{4x} = 3.2O_{4y} = -3.8$$

A continuación se presentan en el siguiente cuadro, las longitudes de cada uno de los eslabones y su correspondiente punto de acople:

Medidas de los eslabones:

Tabla 3.4 medidas de los eslabones del mecanismo de cuatro barras

ESLABONES	DIMENSIONES
ESLABON 2 (ENTRADA)	$W = 3.38 \text{ cm.}$

ESLABON 3 (ACOPALDOR)

$Z = 4.07 \text{ cm.}$

ESLABON 4 (SALIDA)

$U = 5.01 \text{ cm.}$

ESLABON 1 (TIERRA)

$G = 3.28 \text{ cm.}$

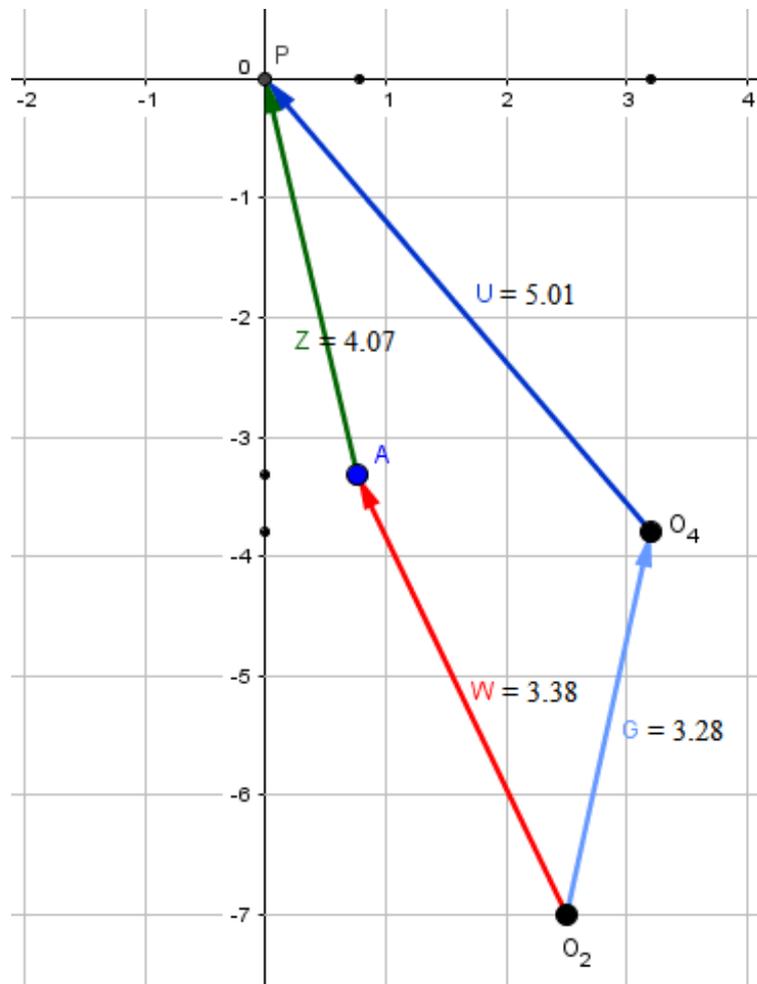


Figura 3.16 Esquema final de las longitudes del mecanismo

A continuación se analizamos los resultados obtenidos para verificar si el mecanismo es un mecanismo que cumple la condición de Grashof.

Se ha dimensionado el mecanismo de cuatro barras para el movimiento controlado de una prótesis transhumeral con grado de libertad 1, se evalúa si el mecanismo tendrá rotación o rotabilidad lo cual necesariamente trataremos de evitar ya que la articulación del codo realiza un giro restringido de 0° a 140° .

De la ecuación (1.1) tenemos:

$$S = 3.28 \text{ cm}$$

$$L = 5.01 \text{ cm}$$

$$P = 3.38 \text{ cm}$$

$$Q = 4.07 \text{ cm}$$

Entonces,

$$S + L \leq P + Q$$

$$3.28 + 5.01 \leq 3.38 + 4.07$$

$$8.29 \leq 7.45$$

La desigualdad no se cumple eso quiere decir que nuestro mecanismo de cuatro barras es del tipo no Grashof

$$S + L > P + Q$$

$$8.29 > 7.45$$

Verificamos y determinamos que se trata de un mecanismo de clase II, esto quiere decir que todas las inversiones del mecanismo serán balancines triples, en los que ningún eslabón puede girar por completo, y esta es una característica del movimiento natural del codo de una persona como se muestra en la figura 3.17.

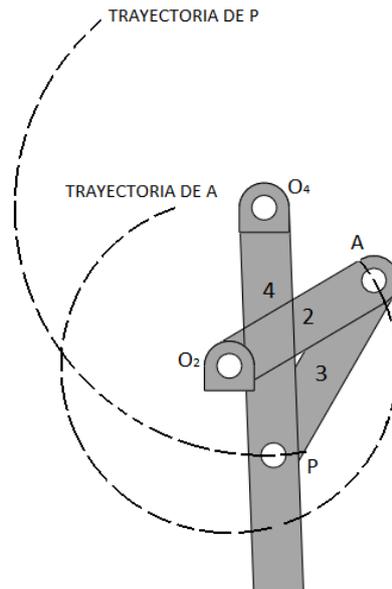
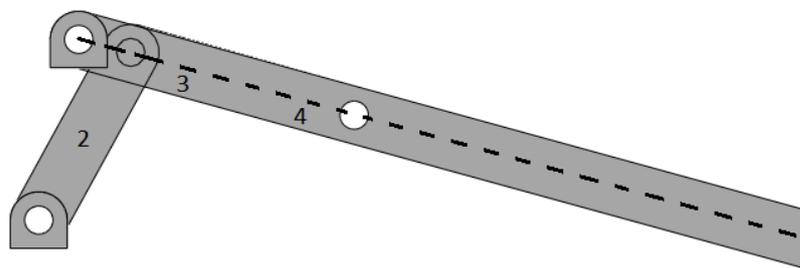


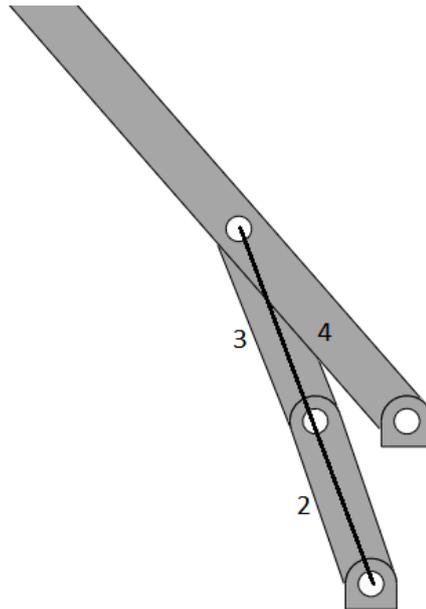
Figura 3.17 Estudio de movimiento del mecanismo de cuatro barras triple balancín

Otro análisis que se efectúa es la calidad del mecanismo resultante, para ello estudiamos las posiciones de agarrotamiento del mecanismo y poder verificar que el eslabonamiento puede alcanzar todas las posiciones de diseño especificadas.

La posición de agarrotamiento se determina por la colinealidad de dos de los eslabones móviles como se muestran en la figura 3.18. Las del tipo no Grashof clase II son mecanismos de triple balancín como es nuestro caso tendrá cuatro posiciones de agarrotamiento.



(A) Linealidad del eslabón 3 y 4 en posición no requerida



(B) Linealidad del eslabón 2 y 3 en posición requerida

Figura 3.18 Ángulos de agarrotamiento

La finalidad del agarrotamiento en nuestro diseño de múltiples posiciones es para analizar si existe alguna entre las posiciones deseadas, mientras que en las posiciones extremas es necesario que exista para generar una función autotrabante.

Calculamos el ángulo de agarrotamiento para nuestro mecanismo, de la figura 3.19 tenemos los lados a, b, c y d para cada valor de los eslabones del mecanismo de cuatro barras.

Entonces usando la ecuación 1.21 tenemos que:

$$\theta = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2 - c^2}{2ad} \pm \frac{bc}{ad}\right)$$

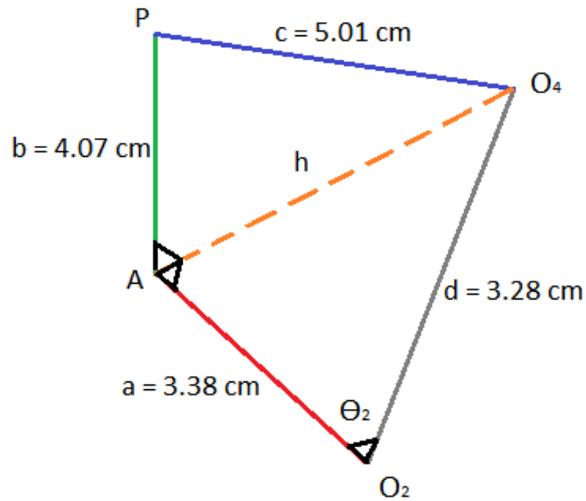


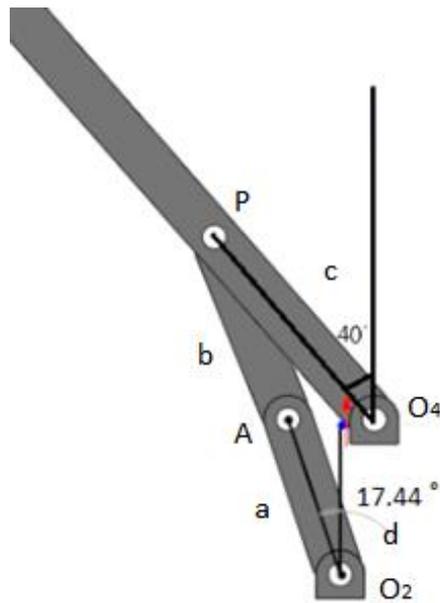
Figura 3.19 Ángulo correspondiente a la posición de agarrotamiento

$$\theta = \arccos\left(\frac{3.38^2 + 3.28^2 - 4.07^2 - 5.01^2}{2bc} \pm \frac{4.07 * 5.01}{3.38 * 3.28}\right)$$

$$\theta = \arccos(0.96)$$

$$\theta = 16.14^\circ$$

De forma analítica se llegó al ángulo 16.14°, ángulo de agarrotamiento el cual es muy cercano al ángulo que se obtiene mediante el software Solidworks el cual tiene un valor de 17.44° como se muestra en la figura 3.20.



En la figura 3.20 se reconoce el ángulo formado de los eslabones colineales respecto la vertical y los puntos O₄ y O₂ son los pivotes fijos designados anteriormente.

Figura 3.20 Ángulo de posición de agarrotamiento mediante Solidworks

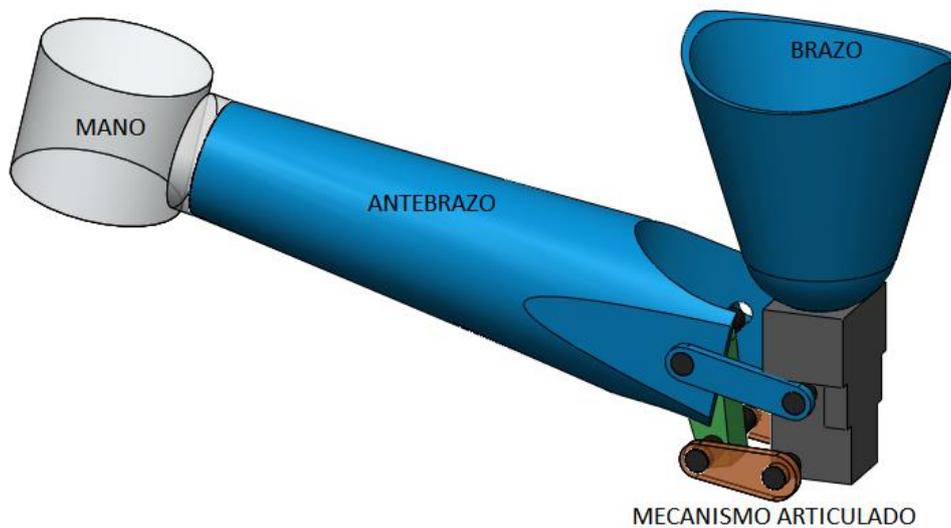


Figura 3.21 Propuesta de articulación para brazo y antebrazo

IV. Discusiones.

- De acuerdo a los cálculos obtenidos en este trabajo de investigación en el área de diseño de mecanismos se puede constatar que haciendo uso de la metodología de cálculo se pudo lograr el dimensionamiento al igual que en los otros trabajos de investigación mencionados en los antecedentes aplicados a otras necesidades.
- Mediante síntesis dimensional para tres posiciones prescritas del humero (brazo), se realizó la síntesis cinemática teniendo como variables para el mecanismo de cuatro barras G, W, Z, U ; $\alpha_2, \alpha_3, R_1, R_2, R_3, \Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \beta_2, \beta_3, \gamma_2, \gamma_3$, de las cuales ocho variables tuvieron que ser asumidas, para encontrar las dimensiones W y Z se usó la síntesis analítica por generación de función del cual se guarda una relación marcada eslabón de entrada a eslabón de salida.
- El problema fundamental recae en obtener la longitud de los componentes de los vectores W y Z y los ángulos que los direccionan a fin de dar el funcionamiento adecuado para simular las posiciones naturales del antebrazo respecto el brazo.
- A diferencia de los trabajos descritos en los antecedentes el caso de la prótesis tranhumeral para una persona de 1.64 metros de altura se utilizó el método de generación de función definido como la correlación del movimiento del eslabón dos de entrada (Γ) con el movimiento del eslabón cuatro de salida del mecanismo (β).
- Al igual que en los trabajos de diseño mencionados en los antecedentes tanto para mecanismos de n barras, está siempre presente el mecanismo de cuatro barras ya que la encontramos como la solución óptima porque es la menos cara y su resolución es sencilla.

V. Conclusiones.

- Mediante las teorías relacionadas al tema y el estado del arte de la biomecánica del cuerpo humano se logró analizar el comportamiento natural del miembro superior para determinar los movimientos que realiza, en los cuales consideramos los de flexión y extensión para una persona de altura 1.64 metros, teniendo como ángulos extremos a 0° y 140° respecto al eje vertical.
- Los parámetros de movimiento del miembro superior determinaron los ángulos y posiciones de entrada para el mecanismo que permita el movimiento entre el antebrazo y el brazo delimitados por la fisiología del cuerpo humano, estos ángulos para el eslabón de salida son 0° , 90° y 140° .
- Mediante el método gráfico ensayamos puntos y determinamos la ubicación de las coordenadas de los puntos fijos para que cumplan la función de llegar a los puntos prescritos designados y las longitudes asumidas para el eslabón de salida $U = 5$ cm. Los cuales son $O_4 = (3.2, -3.8)$ y $O_2 = (2.5, -7)$.
- Mediante el método de síntesis analítica se calculó cada una de las longitudes de los eslabones del mecanismo articulado de cuatro barras, los cuales son: $W = 3.38$ cm; $Z = 4.07$ cm; $U = 5.01$ cm y $G = 3.28$.
- Mediante el software Solidworks analizamos el comportamiento del mecanismo y la ruta de trazo que realiza, determinando que el mecanismo no presenta obstrucciones en su desplazamiento de extensión y flexión. Además que es un mecanismo no Grashof de clase II triple balancín.

VI. Recomendaciones.

- Realizar previamente un análisis gráfico de la inversión del mecanismo mediante un software geométrico para obtener los puntos y ángulos para especificar la función generada en el movimiento y posteriormente realizar la síntesis analítica.
- El mecanismo fue planteado de una manera que este no se trabe en el recorrido de generación de movimiento especificado, se recomienda trabajar con otras inversiones para comprobar si es posible realizar el mismo trabajo.
- Es necesario restringir el ángulo del eslabón de entrada (2) con un tope en la parte inferior de los apoyos ya que este logra autotrabarse en la primera posición extrema (flexión) más no en la última posición (extensión).
- El mecanismo propuesto es una idea de la forma que puede tomar la prótesis transhumeral de acuerdo al criterio del diseñador mas no necesariamente tendría que seguir de esa forma, así como el mecanismo en su esquema cinemático tiene cuatro inversiones diferentes las cuales pueden ser analizadas, para ello es necesario realizar los posteriores estudios de dinámica del mecanismo y la capacidad del material para resistir las fuerzas que actúan en él.
- La tecnología avanza rápidamente es por eso que deben investigarse nuevos temas como la de control automático de mecanismo mediante señales del cerebro convertidas en frecuencias para que el paciente pueda mover la prótesis a su voluntad.

VII. Referencias.

- Instituto Mexicano del Seguro Social, (2005), Etiología de las amputaciones en México.
- DR. José E. González (2013), Revista De Investigación Y Ciencia De La Facultad De Medicina Y Hospital Universitario.
- Belkys A. (2012) Metodología para dimensionamiento de mecanismo policentrico de rodilla utilizando análisis de marcha y algoritmo genético. México.
- INEI, (2012), Encuesta Nacional Especializada sobre Discapacidad. 2012.
- Bravo Castillo L. (2003). Brazo artificial adaptable como prótesis mioeléctrica. Universidad Politécnica nacional de México. México.
- Eder S. Herrera (2013). Síntesis de un mecanismo de cuatro barras para una bicicleta elíptica con una zancada de 32 cm. Universidad Cesar Vallejo. Trujillo-Perú.
- Bazán C. ANDY P. (2013). Síntesis de movimiento para tres posiciones prescritas del mecanismo levadizo basculante de dos muelles con proyección al exterior para una puerta de garaje. Universidad Cesar Vallejo. Perú.
- Pesantes L. Daniel (2016). Generación de movimiento de un mecanismo de seis barras Watt I para obtener las posiciones prescritas de agarre similar a las falanges de la mano de una persona. Universidad Nacional de Trujillo. Perú.
- A. Avila, C. tapia, J. Tirado. (2011) Biomecánica del miembro superior.
- V. Benedetti P. (2009), Anatomía: Miembro Superior: Resumen, Universidad de la frontera, Chile.
- Robert L. Norton (1995) Diseño de Maquinaria. Edit. McGraw Hill. México.
- Shigley (2008). "Diseño en Ingeniería Mecánica". Octava Edición. McGraw-Hill Interamericana, E.E.U.U.
- SolidworksCorp, Guia, (2010). del instructor para la enseñanza del software Solidworks. Concord, Massachusetts 01742, EE.UU.

O. Díaz H. (2014) Un análisis cinemático del brazo humano para biomecánica. Universidad autónoma de México, México.

DEVAN INS, (2005). Encuesta realizada monitoreo nacional de indicadores nutricionales. Perú.

ANEXOS

Anexo I. Tablas de las ecuaciones de síntesis analítica

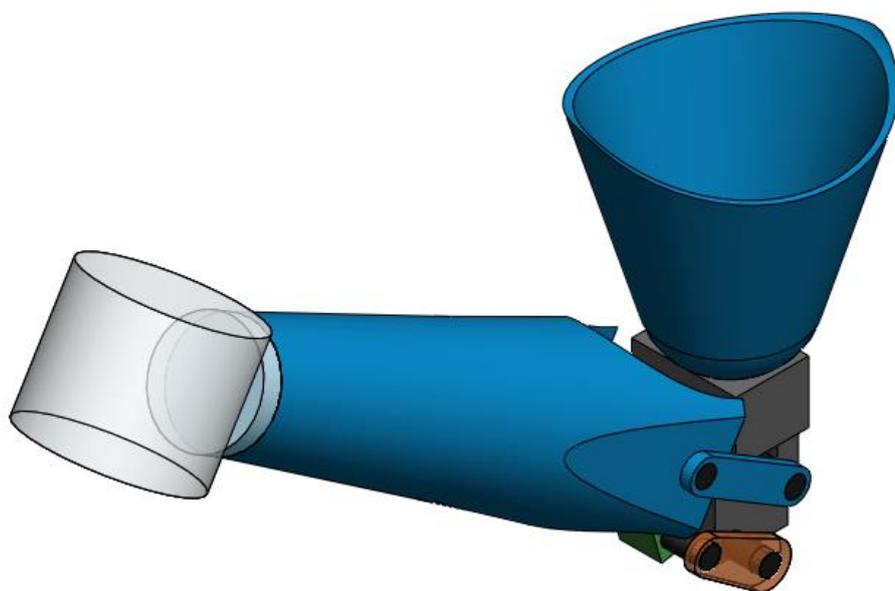
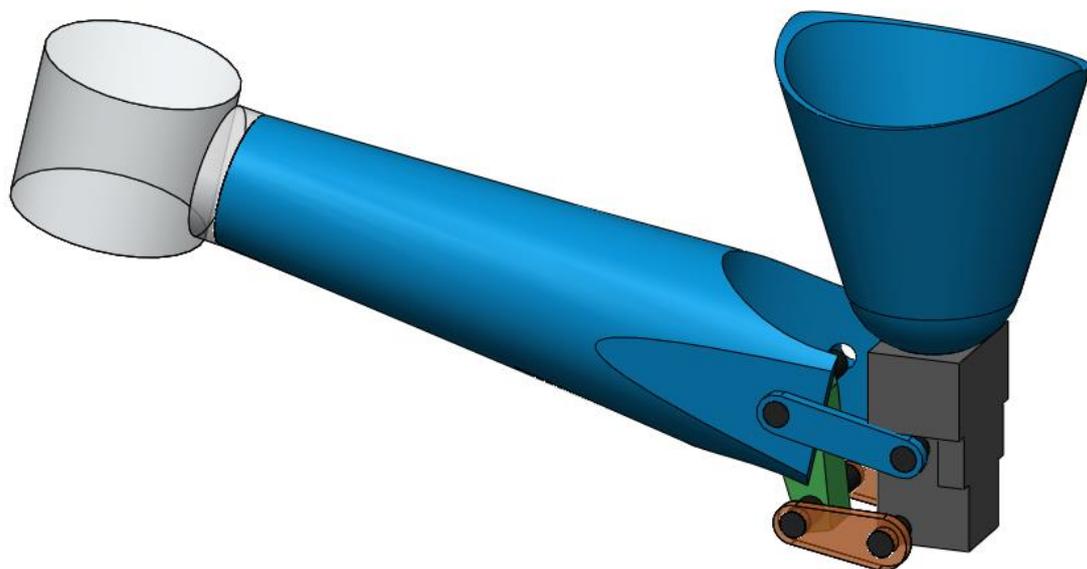
E38																
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
SISTEMA DE ECUACIONES PARA DETERMINAR LA DIMENSION DE LOS ESLABONES DEL MECANISMO DE CUATRO BARRAS																
ANGULOS DE ROTACION DEL ESLABON DE SALIDA EN MOVIMIENTO																
Ángulos de la posición 2 y 3 de los vectores U, teniendo como pivot fijo O4(3.2,-3.8) y puntos P1(0,0) P2(-1.8,-3.8) P3(3.2,-8.7)																
VARIABLES DE ENTRADA				VARIABLES DE SALIDA BETA 2 Y BETA 3												
R1		5		VALOR	γ2	γ3										
R2		5		RADIANES	+	0.87266	2.44346									
R3		5		RADIANES	-	-1.609E-16	-5.039E-16									
	RADIANES	GRADOS		GRADOS	+	50	140									
θ1	2.2689	130		GRADOS	-	-3.221E-15	-2.887E-14									
θ2	3.1416	180														
θ3	4.7124	270														
α2	0	0														
α3	0	0														
DETERMINACION DE CONSTANTES																
C1		5		K1	902.5195											
C2		-5		K2	2479.652											
C3		-3.21394		K3	902.5195											
C4		-8.83022														
C5		1.786062														
C6		-3.83022														
A1		-88.3022														
A2		28.08142														
A3		-28.0814														
A4		-28.0814														
A5		-28.0814														
A6		-60.2208														

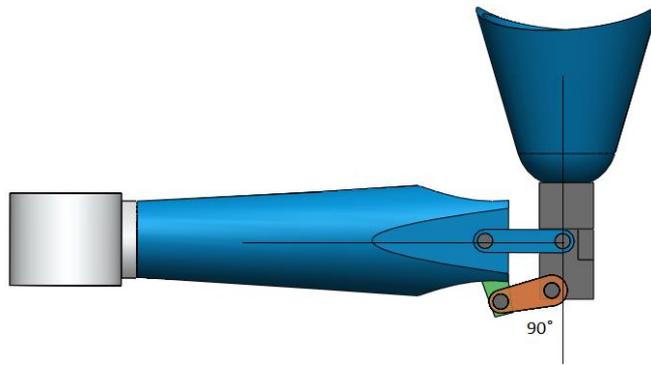
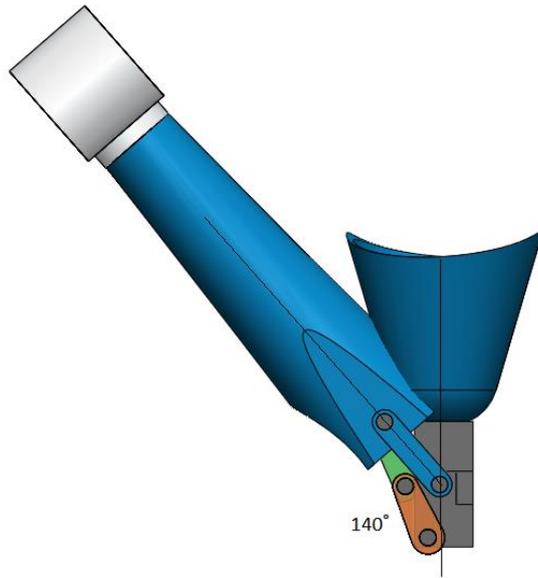
LONGITUD DEL ESLABÓN U															
VARIABLES CONOCIDAS				DEFINIMOS CONSTANTES PARA DETERMINACION DE LA MATRIZ 'A'											
	Grados	Radianes		A	-0.3572										
δ2	244.65	4.2693		B	0.7660										
δ3	290.19	5.0648		C	1.8025										
	DISTANCIA			D	-1.7660										
p21	4.21			E	0.6428										
p31	9.27			F	-3.1994										
VARIABLES OBTENIDAS				CONSTRUIMOS LA MATRIZ 'A'		CONSTRUIMOS LA MATRIZ INVERSA DE 'A'		MATRIZ D							
	Grados	Radianes		-0.35721	-0.76604	Ux	0.57225346	-0.68199	1.802497						
γ2	50	0.8727		-1.76604	-0.64279	Uy	-1.5722535	0.318015	-3.1994						
γ3	140	2.4435													
MULTPLICAMOS LA MATRIZ INVERSA DE A CON LA MATRIZ D															
				Ux	3.2134										
				Uy	-3.8514										
CALCULAMOS EL MODULO DEL VECTOR 'U'															
				U	5.015343										

W24																	
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	
SISTEMA DE ECUACIONES PARA DETERMINAR LA DIMENSION DE LOS ESLABONES DEL MECANISMO DE CUATRO BARRAS																	
Ángulos de la posición 2 y 3 de los vectores W y Z, teniendo como pivot fijo O2(2.5,-7) y puntos P1(0,0) P2(-1.8,-3.8) P3(3.2,-8.7)																	
VARIABLES CONOCIDAS								VARIABLES A ENCONTRAR									
R1	7.43							VALOR	β_2	β_3							
R2	5.36							RADIANES	+	1.5284	-1.2368						
R3	1.84							-	-	-0.1571	2.1642						
	RADIANES	GRADOS						GRADOS	+	87.57	-74.42						
ϕ_1	1.913753525	109.65						-	-	-9.00	124.00						
ϕ_2	2.50175495	143.34															
ϕ_3	5.102993667	292.38															
δ_2	-0.157079633	-9.00															
δ_3	2.164208272	124.00															
DETERMINACION DE CONSTANTES																	
C1	0.6745440							K1	-736.713								
C2	3.5641683							K2	-340.272								
C3	-5.1044574							K3	129.8661								
C4	4.2827970																
C5	2.9266214																
C6	-4.1017444																
A1	-44.39784																
A2	8.40305																
A3	32.50575																
A4	-15.3042106																
A5	-8.403054																
A6	-18.70779																

CON LOS VALORES DE BETA CALCULAMOS EL MODULO DE LOS VECTORES W Y Z MEDIANTE GENERACION DE FUNCION																	
OTRAS VARIABLES CONOCIDAS PARA ESTE METODO																	
p_21	4.21																
p_31	3.27																
	RADIANES	GRADOS															
δ_2	4.269948015	244.65															
δ_3	5.064770956	290.19															
DEFINIMOS LAS CONSTANTES				CONSTRUIMOS LA MATRIZ "A"				CONSTRUIMOS LA MATRIZ INVERSA DE "A"				CONSTRUIMOS LA MATRIZ "C"					
A	-0.9576164761							-0.95762	-0.999101	-0.01231	0.156434	w_x	-0.48769	-0.05562	0.470495	-0.02307	-1.8025
B	0.9991014147							-0.73138	0.9632449	-1.55919	-0.82904	w_y	-0.47049	0.023071	-0.48769	-0.05562	3.199396
C	-0.0123118594							0.999101	-0.957616	-0.15643	-0.01231	z_x	-0.26463	-0.47631	-0.38128	0.23078	-3.80462
D	-0.1564344650							-0.96324	-0.731375	0.829038	-1.55919	z_y	0.38128	-0.23078	-0.26463	-0.47631	-8.70039
E	-1.8024974446																
F	-0.7313750854																
G	-0.9632448574																
H	-1.5591929035																
K	0.8290375726																
L	3.1993958491																
M	-3.8046160072																
N	-8.7003888534																
MULTPLICAMOS LA MATRIZ INVERSA DE "A" POR LA MATRIZ "C", OBTENEMOS LOS VALORES DE Z3 Y Z6																	
w_x	-0.8882								RADIANES	GRADOS							
w_y	3.2613							σ	-1.90							-74.77	
z_x	-1.6105							ψ	-1.16							-66.72	
z_y	3.7427							DIRECCION DE LOS VECTORES W Y Z									
CALCULAMOS LOS MODULOS DE LOS ESLABONES W Y Z																	
W	3.3801																
Z	4.0745																

Anexo 2. MECANISMO PROPUESTO PARA LA ARTICULACION:





Datos antropométricos.

TABLE 4.1 Anthropometric Data

Segment	Definition	Segment Weight/Total		Center of Mass/Segment Length		Radius of Gyration/Segment Length		Density	
		Body	Weight	Proximal	Distal	C of G	Proximal		Distal
Hand	Wrist axis/knuckle II middle finger	0.006 M	0.506	0.494 P	0.297	0.587	0.577 M	1.16	
Forearm	Elbow axis/ulnar styloid	0.016 M	0.430	0.570 P	0.303	0.526	0.647 M	1.13	
Upper arm	Glenohumeral axis/elbow axis	0.028 M	0.436	0.564 P	0.322	0.542	0.645 M	1.07	
Forearm and hand	Elbow axis/ulnar styloid	0.022 M	0.682	0.318 P	0.468	0.827	0.565 P	1.14	
Total arm	Glenohumeral joint/ulnar styloid	0.050 M	0.530	0.470 P	0.368	0.645	0.596 P	1.11	
Foot	Lateral malleolus/head metatarsal II	0.0145 M	0.50	0.50 P	0.475	0.690	0.690 P	1.10	
Leg	Femoral condyles/medial malleolus	0.0465 M	0.433	0.567 P	0.302	0.528	0.643 M	1.09	
Thigh	Greater trochanter/femoral condyles	0.100 M	0.433	0.567 P	0.323	0.540	0.653 M	1.05	
Foot and leg	Femoral condyles/medial malleolus	0.061 M	0.606	0.394 P	0.416	0.735	0.572 P	1.09	
Total leg	Greater trochanter/medial malleolus	0.161 M	0.447	0.553 P	0.326	0.560	0.650 P	1.06	
Head and neck	C7-T1 and 1st rib/ear canal	0.081 M	1.000	— PC	0.495	0.116	— PC	1.11	
Shoulder mass	Stenoclavicular joint/glenohumeral axis	—	0.712	0.288	—	—	—	1.04	
Thorax	C7-T1/T12-L1 and diaphragm*	0.216 PC	0.82	0.18	—	—	—	0.92	
Abdomen	T12-L1/L4-L5*	0.139 LC	0.44	0.56	—	—	—	—	
Pelvis	L4-L5/greater trochanter*	0.142 LC	0.105	0.895	—	—	—	—	
Thorax and abdomen	C7-T1/L4-L5*	0.355 LC	0.63	0.37	—	—	—	—	
Abdomen and pelvis	T12-L1/greater trochanter*	0.281 PC	0.27	0.73	—	—	—	1.01	
Trunk	Greater trochanter/glenohumeral joint*	0.497 M	0.50	0.50	—	—	—	1.03	
Trunk head neck	Greater trochanter/glenohumeral joint*	0.578 MC	0.66	0.34 P	0.503	0.830	0.607 M	—	
Head, arms, and trunk (HAT)	Greater trochanter/glenohumeral joint*	0.678 MC	0.626	0.374 PC	0.496	0.798	0.621 PC	—	
HAT	Greater trochanter/mid rib	0.678	1.142	—	0.903	1.456	—	—	

*NOTE: These segments are presented relative to the length between the greater trochanter and the glenohumeral joint.
 Source Codes: M, Dempster via Miller and Nelson; *Biomechanics of Sport*, Lea and Febiger, Philadelphia, 1973. P, Dempster via Plageboef; *Patterns of Human Motion*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, NJ, 1971. L, Dempster via Plagenhoef from living subjects; *Patterns of Human Motion*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1971. C, Calculated

Anexo IV Datos Físicos.

Miembro	Proporción de longitud	Longitud (m)	Proporción de masa	Masa (kg)	C.M. proximal	C.M. (m)
Brazo	0.186 x H	0.305	0.028 x M	1.686	0.322 x L	0.098
Antebrazo	0.146 x H	0.239	0.016 x M	0.963	0.303 x L	0.072
Mano	0.108 x H	0.17	0.006 x M	0.361	0.297 x L	0.051

HOMBRO	Abducción	Aducción	Antepulsión	Retropulsión	Rotación Externa	Rotación Interna
Confort	30	0	35	15	100	20
Máximo	150 (180*)	30	180	40	150	0

*Se requiere de otros movimientos de giro en la articulación

CODO	Flexión	Extensión	Pronación	Supinación
Confort	100	20	90	90
Máximo	150	0	180	135