ESCUELA DE POSGRADO
UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016

TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE:
DOCTOR EN EDUCACIÓN

AUTOR:

Mg. Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco

ASESOR:
Dra: Flor María Sánchez Aguirre

SECCIÓN:
Educación e Idiomas

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:
Innovaciones pedagógicas

PERÚ - 2017

Presidente

Secretario

Vocal

Dedicatoria

A Samuel y Esmilda, mis adorables
padres, a mis hermanos y Mariela

Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco

Agradecimiento

A Dios, a mis padres por esa inspiración y fortaleza para seguir adelante mi tarea académica, a Mariela por su incondicional apoyo y por ser la motivación en la obtención de este grado académico, a mis hermanos por su apoyo en este trajinado camino, a la UCV por la oportunidad que me brinda y de manera especial a la Dra: Flor María Sánchez Aguirre, por su asesoría y asistencia puntual.

Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco

Declaratoria de autenticidad

En calidad de autor de la tesis de investigación titulada: Influencia del Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016 y como estudiante del doctorado en educación declaro:

Que soy la única responsable de su formulación y como tal constituye su propiedad intelectual

Que fueron construidos los elementos del proyecto empleados durante su desarrollo, citando adecuadamente la autoría de los referentes teóricos, métodos, técnicas e instrumentos empleados ya sea directamente o adaptados en la tesis.
Que los datos obtenidos fueron fidedignamente proporcionados por los integrantes de la muestra y en el contexto geográfico establecido.

Que la descripción que se presenta de los datos así como el tratamiento estadístico al que fueron sometidos, son veraces y se deja a disposición la base de datos para su comprobación cuando se considere necesario.

Que el desarrollo del trabajo fue realizado dentro del marco ético que corresponde a la Investigación social, con respeto a las normas y derechos de la persona.

Por tanto, la tesis elaborada y presentada constituye una investigación auténtica e inédita, la cual quedará debidamente registrada en la Escuela de Post grado de la Universidad César Vallejo.

Lima diciembre del 2016

Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco
DNI: 10312636

Presentación

En cumplimiento a las normas establecidas en el Reglamento de Grados y Títulos para optar el grado de Doctor en educación en la Universidad Privada "César Vallejo", pongo a disposición de los miembros del jurado la tesis Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016.

La investigación consta de siete capítulos estructuralmente interrelacionados en forma secuencial determinados por la Universidad César Vallejo, los cuales se detallan a continuación: el capítulo I trata sobre la introducción los antecedentes, la realidad problemática, formulación del problema, objetivos e hipótesis; el segundo capítulo corresponde al Marco metodológico, donde se han tomado conceptos sobre las variables en estudio, así como la operacionalización de las mismas, la metodología, tipo de estudio, población y muestra, técnicas y métodos de análisis de datos; capítulo III resultados muestra los resultados descriptivos e inferenciales, el capítulo IV se refiere la discusión de resultados frente a otros hallazgos y marco teórico; el V capítulo conclusiones resalta las conclusiones más importantes del estudio, el penúltimo capítulo VI es referente a la recomendación en base a los resultados, finalmente el capítulo VII muestra todas las referencias bibliográficas utilizadas en el desarrollo del trabajo de investigación, así mismo en anexos se presentan los instrumentos, la base de datos utilizada, la matriz de consistencia y la validez del instrumento.

Esperamos señores miembros del jurado que esta investigación se ajuste a las exigencias establecidas por la universidad y merezca su aprobación

El autor.

Índice

Contenido | Pág.

Índice de tablas

Índice de figuras

Resumen

La presente investigación del Software Geogebra y el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016. Es importante porque nos permite determinar la influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales y tomar decisiones sobre los futuros usos del programa y mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el nivel universitario.

La investigación fue de enfoque cuantitativo, diseño de estudio pre experimental, de pre prueba pos prueba con una sola medición, para el estudio se contó con una población censal de 127 estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería.

Los resultados generales se observan la diferencia de los rangos del post test menos el pre tes de estos resultados se muestra que después de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en 26 estudiantes no mostró diferencia en cuanto a la puntuación de pre y post test, sin embargo, a 95 estudiantes surgió el efecto de la aplicación del software y en 6 estudiantes la puntuación del pre es igual a la del post test. Para la contratación de la hipótesis se asumió el estadístico de Wilcoxon, frente al resultado de tiene Zc < que la Zt (-6.305 < -1,96) con tendencia de cola izquierda, lo que significa rechazar la hipótesis nula, así mismo $p<\alpha$ (0,00 < 0,05) confirmando la decisión, la aplicación del software geogebra influye significativamente en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima – 2016

Palabras clave: Software Geogebra, aprendizaje, grafica de funciones reales

Abstract

The present investigation of the Geogebra Software and the learning to graph real functions in students of the first cycle of the National University of Engineering - 2016. It is important because it allows us to determine the influence of the Geogebra Software in the learning to graph real functions and to make decisions on the Future uses of the program and improve student learning at the university level.

The research was a quantitative approach, a pre-experimental study design, a pre-test test with a single measurement, and a census population of 127 students from the first cycle of the National Engineering University.

The overall results were observed the difference of the post test ranges less the pretes of these results it was shown that after the application of the software geogebra in the learning to plot real functions in 26 students did not show difference as far as the pre score And post test, however, to 95 students came the effect of the software application and in 6 students the score of the pre is equal to that of the post test. For the contracting of the hypothesis Wilcoxon statistic was assumed, compared to the result of Zc <than the Zt (-6.305 <-1.96) with left-tailed trend, which means rejecting the null hypothesis, also p < A (0.00 <0.05) confirming the decision, the application of geogebra software significantly influences the learning of graphing real functions in students of the first cycle of the faculty of industrial engineering, UNI. Lima 2016

Keywords: Geogebra software, learning, graph of real functions

Resumo

Esta pesquisa e aprendizagem software GeoGebra funções reais gráficas estudantes de graduação da Universidade Nacional de Engenharia - 2016 é importante porque nos permite determinar a influência de software Geogebra em aprender funções reais gráfico e tomar decisões sobre futuras utilizações do programa e melhorar a aprendizagem do aluno no nível universitário.

A pesquisa foi abordagem quantitativa, delineamento experimental pré, pós-teste pré-teste com uma única medida, para o estudo contou com uma população recenseada de 127 alunos do primeiro ciclo da Universidade Nacional de Engenharia.

Os resultados globais a diferença nas fileiras do pós-teste menos pré tes desses resultados mostra que, após aplicação de software GeoGebra em aprender funções reais gráfico em 26 estudantes não mostrou diferença nos escores de pré observados e pós teste, no entanto, 95 estudantes marcar pré surgiu o efeito da aplicação de software e 6 alunos é igual ao teste post. Para contratar a hipótese estatística Wilcoxon assumida, contra o resultado tem Zc <que Zt (6305 <-1,96) de esquerda da cauda, o que significa rejeitar a hipótese nula, de igual modo $p < \alpha$ (0,00 <0,05), confirmando a decisão, a aplicação de software GeoGebra significativamente influencia a aprendizagem funções reais representadas graficamente nos primeiros estudantes do segundo ciclo da Faculdade de Engenharia mecânica, UNI. Lima - 2016

Palavras-chave: Software GeoGebra, aprendizagem, funções reais gráficas

I: Introducción

I: Introducción

La presente investigación trata acerca del Software Geogebra y el aprendizaje de graficar funciones reales y tuvo como objetivo determinar la influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016**.**

La variable Software Geogebra se trabajó teniendo en cuenta el contenido del softwar y la variable referida al aprendizaje de graficar funciones en base a las evaluaciones de la asignatura respectiva, para lo cual se tuvo en cuenta las dimensiones como definición, dominio y rango de una función, intersección con ejes coordenados y asíntotas de una función real, intervalo de monotonía extremos relativos y absolutos de una función así como la concavidad y puntos de inflexión gráfica.

El desarrollo de la investigación se llevó a cabo, teniendo en cuenta los siete capítulos que considera el esquema protocolar de la universidad. El capítulo primero está referida a la introducción donde se exponen los antecedentes internacionales y nacionales, el marco teórico conteniendo las diferentes definiciones acerca de la variable así como la definición de los indicadores , se aborda en este apartado las respectivas justificaciones, el problema de investigación a partir de la realidad problemática, la formulación del problema general como los específicos, también se desarrolla los objetivos general y específicos, en el capítulo II se esboza el marco metodológico de la tesis, se desarrolla la definición conceptual y operacional de las variables en estudio; la metodología, el tipo de estudio y diseño, descripción de la población, muestra y muestreo y la forma del procesamiento de los datos obtenidos, que se utilizó para el desarrollo de la investigación, el capítulo III: está destinado al desarrollo de los resultados, el Capítulo IV permite exponer la discusión, a su vez las conclusiones se desarrollan en el capítulo V, mientras que en el capítulo VI se tratan las recomendaciones y en el capítulo VII las referencias bibliográficas, seguido de los respectivos anexos capitulo VIII.

1.1. Antecedentes

Antecedentes Internacionales

Barrazuera (2014), titula su investigación El aprendizaje de la línea recta y la circunferencia a través de secuencias didácticas de aprendizaje fundamentadas en la teoría social-cognitivo y desarrollada en GeoGebra. El objetivo de la investigación es generar secuencias didácticas de aprendizaje basadas en la teoría socio-cognitiva para el aprendizaje de la línea recta y la circunferencia mediante el software educativo libre GeoGebra. El estudio utiliza tanto el método cuantitativo como cualitativo. El estudió se llevó a cabo con estudiantes que cursan el 2° año de bachillerato y docentes del área de matemática; siendo en total 25 estudiantes y 2 profesores. Como instrumentos se usaron encuestas dirigidas. Se concluye de la investigación que la aplicación de nuevos recursos didácticos como lo son las secuencias didácticas dentro del proceso de aprendizaje, resultan atractivas e interesantes para los estudiantes. La utilización de un software educativo como lo es GeoGebra motiva e incentiva a los estudiantes, pues la utilización de GeoGebra genera el desarrollo de nuevas destrezas mentales y motrices, desarrollando de esta manera su creatividad.

Ruiz (2013) en su investigación acerca del Uso Integrado de Moodle y GeoGebra en la Enseñanza de la Geometría, la metodología fue cuasi experimental, se concluyó que GeoGebra favorece la adquisición de competencias geométricas y didácticas en los futuros maestros frente al recurso lápiz y papel. Además, tanto el grupo experimental como el control mejoraron significativamente sus resultados en el postest respecto del pretest (sig=0.000), lo que indica que el proceso formativo común implementado en ambos es una herramienta valiosa para promover la adquisición de conocimientos didáctico-geométricos y que puede ser trasladado a otros entornos de aprendizaje matemático relacionados con la formación de profesores.

Ruiz (2013) en su investigación titulada: Influencia del software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria, el objetivo fue estudiar si mejoran las competencias geométricas y didácticas de los estudiantes de Magisterio con la utilización de GeoGebra respecto al recurso “lápiz y papel”; la metodología seguida en el estudio empírico ha sido un diseño cuasi-experimental que integra los enfoques cuantitativo y cualitativo. Se concluye que: el grupo experimental ha obtenido una mejora estadísticamente significativa de sus competencias didáctica geométrica respecto al grupo control. Además, esta mejora no está influida por el nivel previo de competencia digital de los estudiantes. Las creencias sobre las matemáticas y su enseñanza mejoran en ambos grupos del postest al pretest, pero no podemos atribuirlo al uso de GeoGebra.

Castelllanos (2010) titula su tesis Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N. El objetivo de la investigación es explorar las habilidades en el desarrollo de la visualización y el razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el sottware GeoGebra con alumnos de segundo de magisterio de la Escuela Normal Mixta “Pedro Nufio”. La investigación es de tipo cualitativo, de corte exploratorio; además, la muestra se llevó a con 24 estudiantes. Los instrumentos utilizados son: prueba escrita de diagnóstico, guías de laboratorio, guías de trabajo y prueba final. De la investigación se concluye que el desempeño de los estudiantes en cada una de las sesiones de trabajo utilizando el software GeoGebra, evidencia que lograron desarrollar habilidades visuales externas, coordinación visomotora, memoria visual. Lograron desarrollar habilidades para la creación y procesamiento de imágenes visuales debido a la comprensión que adquirieron para manipular y analizar imágenes mentales y transformar conceptos, relaciones e imágenes mentales en otra clase de información, a través de representaciones visuales externas.

Moreda (s/f) titula su tesis: Uso del geogebra en el aprendizaje de las transformaciones. El objetivo fue contribuir a desarrollar el proceso: Investigar – Conjeturar – Verificar, y analizar las características de este proceso para cada caso, concluye que en la fase inicial del problema – investigar –, hay que vigilar que los alumnos no usen el GeoGebra precipitadamente y que con eso se reduzca el nivel de investigación inicial, y que directamente se fijen en la conjetura correcta, o que en alguna ocasión se aprovechen de sus avanzadas herramientas. Si en cambio, ahora nos centramos en la fase final – demostrar –, notamos que se necesita un nivel de instrumentalización y de instrumentación más elevado, aunque para esta actividad en concreto, no debemos olvidar, como ya hemos comentado anteriormente, que el nivel de conocimiento del GeoGebra es básico y no se usa la correspondencia con la ventana algebraica.

Antecedentes Nacionales

Chumpitaz (2013), titula su tesis La Génesis Instrumental: Un estudio de los procesos de instrumentalización en el aprendizaje de la función definida por tramos mediados por el software GeoGebra con estudiantes de ingeniería. Los objetivos de la investigación son analizar las acciones de los estudiantes que instrumentalizan al GeoGebra en una secuencia de aprendizaje de la función definida por tramos y estudiar las acciones de los estudiantes cuando instrumentalizan la función definida por tramos en una secuencia de aprendizaje de esta función mediada por el GeoGebra. El tipo de investigación es cualitativa-experimental. La investigación se desarrolló con seis estudiantes del curso de Análisis Matemático I de las carreras de ingeniería de la universidad San Ignacio de Loyola. Como instrumentos se diseñaron fichas de trabajo con preguntas según la secuencia didáctica. Se concluye que, aunque se observa que en las últimas actividades de la secuencia de aprendizaje se conservaron las funciones adquiridas por algunas propiedades del GeoGebra como de la función definida por tramos, el proceso de instrumentalización de ambos instrumentos fue local es decir que alcanzaron el primer nivel de instrumentalización.

Bello (2013) en su tesis titulada: Mediación del software geogebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria, cuyo objetivo fue diseñar una propuesta de actividades mediadas por el software GeoGebra que favorece el aprendizaje de la Programación Lineal y que permita a los alumnos transitar entre los Registros de Representación verbal, algebraico y gráfico al resolver problemas contextualizados en alumnos de quinto grado de E.S. de la I.E. La conclusión fue que la mediación de GeoGebra influye en el aprendizaje de programación lineal porque facilita el diseño de estrategias de solución a problemas propuestos. Por otro lado se llegó a obtener gráficos completos y no gráficos distorsionados al representar inecuaciones, haciendo el arrastre para visualizar la región factible mediante el zoom de GeoGebra. Incorporar otra forma metodológica de enseñar, porque no se dejó de lado el uso de lápiz y papel sino que se brindó la oportunidad que el conocimiento se lograra de manera diferente a través de la mediación de GeoGebra y las situaciones de aprendizaje propuestas a través de las actividades, esto favoreció el tratamiento y conversión del aprendizaje de Programación Lineal. Los alumnos mostraron haber desarrollado destrezas y habilidades en el uso y manejo del software GeoGebra usando apropiadamente los comandos y los códigos propios de este software. Por otro lado, pudieron comprender y aplicar estrategias: modelar las restricciones del problema, graficar la región factible de las restricciones obtenidas mediante la mediación de Geogebra, evaluar la función objetivo e interpretar la respuesta obtenida realizando el tránsito coordiando de registros verbales, algebraico y gráfico.

Díaz (2014), realiza su investigación y la titula La construcción del concepto circunferencia desde la dialéctica herramienta-objeto con el apoyo del software GeoGebra en estudiantes de quinto de secundaria. El estudio tiene como objetivo analizar, a través de una secuencia de actividades que sigue las fases de la dialéctica herramienta-objeto y mediadas por el software GeoGebra, la construcción del concepto circunferencia desde el cuadro de la geometría analítica en estudiantes de quinto de secundaria. El tipo de investigación es cualitativa de tipo experimental. Los alumnos que formaron parte de la investigación fueron seis estudiantes del quinto año de educación secundaria; además, se realizó un taller de introducción al software GeoGebra. Se concluye del estudio que los alumnos reconocieron el objeto y sus elementos característicos de forma satisfactoria. También expresaron términos característicos del objeto circunferencia como: punto medio, centro, radio, el radio es la distancia entre un punto cualquiera de la circunferencia al punto (-2,2).

Además, con los conocimientos nuevos e integrados en su esquema mental, pudieron resolver con algunas dificultades mínimas los problemas, es decir, los alumnos utilizaron el objeto circunferencia como herramienta al resolver situaciones nuevas en contextos diferentes.

Echevarría (2015), realiza la investigación Estudio de la circunferencia desde la geometría sintética y la geometría analítica, mediado por el GeoGebra, con estudiantes de quinto grado de educación secundaria. La investigación tiene como objetivo analizar como los estudiantes del quinto grado de secundaria realizan el cambio de cuadros desde la geometría sintética a la geometría analítica, cuando estudian el objeto matemático circunferencia y utilizan el GeoGebra. Para el estudio se usa la metodología cualitativa ya que pretende conocer, a través de las observaciones, las acciones de los estudiantes cuando se enfrentan a una actividad diseñada bajo el cuadro de la geometría analítica. La aplicación se realizó con 32 estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E.I. “Santo Domingo Savio”. Se utilizó como instrumentos preguntas elaboradas para los problemas y construcciones realizadas con el programa GeoGebra. De la investigación se concluye que, se consiguió que los estudiantes relacionaran procedimientos propios de la geometría sintética pero en el contexto de la geometría analítica; de esta manera, el trabajo algebraico adquirió sentido para ellos ya que cada paso analítico provenía de una acción geométrica. El empleo del software GeoGebra permitió que los estudiantes pudieran comprobar los resultados obtenidos en ambos cuadros, logrando que se centraran en las ideas principales y no se perdieran con los cálculos.

1.2. Fundamentación teórica

Bases Teóricas de las variables software GeoGebra

Desde las perspectivas de Carrillo (2011)

> Es evidente que ante la incorporación de un recurso TIC como es el caso de GeoGebra se requiere una formación técnica para las que en ocasiones bastará con participar en algún curso de formación que ayude a dar los primeros pasos. No es conveniente abusar de la formación técnica

obviando la formación pedagógica que es la realmente importante ya que será la que permita al docente aprovechar los recursos y sacar todo el partido posible para que sus alumnos aprendan. Por tanto, formación técnica sí, pero solo la justa y necesaria para iniciarnos en el uso de GeoGebra (o de cualquier otro recurso) y sobre todo no improvisar, planteando distintas sesiones de trabajo con propuestas y actividades sencillas que ayuden no solo al profesor, sino también al alumnado a familiarizarse con el programa y que faciliten que poco a poco sea posible enfrentarse a nuevos retos. Este planteamiento no supone olvidarnos de las estupendas actividades disponibles en Internet, todo lo contrario, sabemos que están allí y que en su momento las podremos utilizar. Pensemos que si comenzamos planteando actividades que requieres demasiados requisitos o conocimientos previos entre ellos, muchos comandos o instrucciones, los alumnos dedicarán todos sus esfuerzos a la parte técnica y por tanto, el aprendizaje de los contenidos planteados será mínimo. (p. 6)

GeoGebra al ser un software de geometría dinámica como tal, se puede interactuar con los objetos y las figuras que se presentan en su interfaz, en la pantalla.

Según Bello (2013) podemos anotar algunas características del software GeoGebra:

(1). Es un software de uso libre para desarrollar matemática. (2). Es un software de geometría dinámica que facilita la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en temas como Geometría, Aritmética, Álgebra, Análisis, Cálculo, Probabilidad y Estadística. (3). Es un software portátil, porque está realizado en Java 6, por ello, los alumnos lo pueden grabar en un USB. (4). Este software se puede ejecutar en Windows, Mac 0S X, Linux o Solaris. (5). El espacio destinado al usuario está dividida en tres partes, llamadas ventanas o vistas distribuidas de la siguiente manera: observamos que la ventana algebraica se ubica a la izquierda y la ventana gráfica se

> ubica a la derecha de la pantalla mientras que debajo de estas aparece la ventana de entrada. (p.30)

GeoGebra se distribuye de manera gratuita a través del internet. El motor que realiza los cálculos es software libre, que surge en el 2001 como el trabajo de fin de maestría en Educación Matemática en la Universidad de Salzburgo (Austria) de Markus Hohenwarter, apoyado por su esposa.

Por otro lado se puede considerar la importancia del GeoGebra según Bello (2013) quien indicó que la

> Importancia de usar GeoGebra en la enseñanza de la programación lineal. El software brinda diversas posibilidades a los alumnos para mejorar su aprendizaje en la enseñanza de la programación lineal, por ejemplo el Del mismo modo, los alumnos pueden hacer uso de la propiedad del “arrastre”, con lo cual es posible determinar la región factible, también hacen uso del cambio de escalas con el zoom de GeoGebra, de este modo obtienen gráficos precisos y no distorsionados de un problema al resolver sistemas de inecuaciones lineales con dos variables. Uso de este software facilita la posibilidad de visualizar objetos matemáticos y sus conexiones tanto en una ventana gráfica como en una ventana algebraica, a través de la manipulación de objetos usando la ventana de entrada del GeoGebra, de esta manera, se disminuye la memorización de conceptos. (p.31)

Mediante el GeoGebra el estudiante puede hacer construcciones alternas mientras aprende los elementos y conceptos que se derivan de las figuras geométricas. Además, como también es un software de cálculo simbólico, el soporte tiene la posibilidad de hallar una derivada, una integral y algunos procedimientos avanzados.

Definiciones del variable software geogebra

Según Bello (2013) el software GeoGebra

> Es un software de geometría dinámica aplicado en todos los niveles de educación y dirigido tanto para profesores como para alumnos; este programa fue creado por los esposos Markus y Judith Hohenwarter, quienes trabajaron con este software desde el año 2001 en la Universidad de Salzburgo y posteriormente en la Universidad de Atlantic, Florida, Estados Unidos. (p. 30)

Es preciso afirmar, que el GeoGebra es un software interactivo, el cual permite realizar construcciones de geometría, álgebra y cálculo, tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como funciones que a posteriori pueden modificarse dinámicamente.

Para Hohenwarter (2009), citado en De la cruz (2016)

> El GeoGebra es un software interactivo de matemática que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo. Lo ha elaborado Markus Hohenwarter junto a un equipo internacional de desarrolladores, para la enseñanza de matemática escolar. Ofrece tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático: una Vista Gráfica, una, numérica, Vista Algebraica y además, una Vista de Hoja de Cálculo. Esta multiplicidad permite apreciar los objetos matemáticos en tres representaciones diferentes: gráfica (como en el caso de puntos, gráficos de funciones), algebraica (como coordenadas de puntos, ecuaciones), y en celdas de una hoja de cálculo. Cada representación del mismo objeto se vincula dinámicamente a las demás en una adaptación automática y recíproca que asimila los cambios producidos en cualquiera de ellas, más allá de cuál fuera la que lo creara originalmente (p. 13)

Con el GeoGebra se pueden utilizar variables relacionadas a números, vectores y puntos; hallar derivadas e integrales de funciones y utilizar un repertorio de comandos propios del análisis matemático.

Según Carrillo (2011)

> El GeoGebra es Geometría y álgebra aunque debido a los avances del programa, en los últimos años, las nuevas versiones ofrecen opciones para trabajar cualquier contenido de Matemáticas, especialmente en niveles educativos de Educación Secundaria y Bachillerato, sin olvidar los niveles inferiores ya que incluso existe una versión específica para educación Primaria. (p. 14)

Con el uso del GeoGebra, los estudiantes pueden desarrollar de la mejor manera y acompañados de la tecnología su pensamiento espacial.

Para Castellanos (2010)

> Geogebra es un software de matemáticas desarrollado por Markis Hokenwarter de la Universidad de Salzburgo que engloba geometría, álgebra y cálculo. Por un lado, es un sistema de geometría dinámica. Permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como con funciones que a posteriori pueden modificarse dinámicamente. Por otra parte, se pueden introducir ecuaciones y coordenadas directamente, permite hallar derivador e integrales de funciones y ofrece un repertorio de comandos propios de análisis matemático. (p.44)

Cabe mencionar, el interés de su creador de desarrollar todo el potencial educativo de GeoGebra, le ha llevado a impulsar la creación de una red de Institutos GeoGebra Internacionales (IGI), que sirven como plataforma desde la cual los profesores e investigadores trabajan juntos para promover la docencia de las matemáticas.

Por otro lado para Castellanos (2010) los estudiantes pueden hacer una diversidad de cosas con Geogebra, tales como:

> Construir en forma precisa y rápida usando los componentes básicos de la geometría. Razonar y comprender a cerca de las relaciones geométricas entre diferentes objetos. Controlar el aspecto gráfico de una figura, usando simplemente el mouse. Ejecutar cálculos de medida. Manipular las figuras geométricas y observar las semejanzas y diferencias entre ellas. Repetir las construcciones las veces que ellos necesiten hacer, es decir observar los pasos que se siguieron para realizarlas. Hacer las conjeturas respectivas de las construcciones realizadas. Imprimir las construcciones. (p. 46)

Se llega a la conclusión, que el Geogebra es un software matemático interactivo para educación secundaria con funcionalidades para el estudio de la geometría, álgebra y el cálculo.

Bases teóricas de la variable aprendizaje de graficar funciones reales

Según de la Cruz (2016) las teorías vinculadas al aprendizaje de la matemática y en particular de la investigación se sustentan en teorías del aprendizaje enfocadas dentro del paradigma constructivista y que se sostiene en el argumento de diferentes teóricos que mencionamos ligeramente, así tenemos por ejemplo a

> Jean Piaget (1896-1989) quien sostiene la concepción del aprendizaje como un proceso interno de construcción en el cual, el individuo participa activamente adquiriendo estructuras cada vez más complejas denominadas estadios que son estados sucesivos en el desarrollo de la inteligencia. Según el autor, el conocimiento se origina en la acción transformadora de la realidad y en ningún caso es el resultado de una copia de la realidad, sino de la interacción con el medio que lo rodea. Su teoría de Piaget se asemeja a la de David Ausubel "teoría aprendizaje significativo". Lev Semiónovich Vygotsky (1896) quien considera al individuo como el resultado del proceso histórico y social, para él, el conocimiento es el

> resultado de la interacción social o posibilidad de que los individuos aprendan en el ambiente social a partir de la interacción con los demás, en ella adquirimos consciencia de nosotros, aprendemos el uso de símbolos que nos permite pensar en formas cada vez más complejas. Vygotsky propuso el concepto de ZDP fundamentalmente para exponer sus ideas acerca de las relaciones entre el aprendizaje y desarrollo de la inteligencia, considerando que el tipo de relación que se suponga entre estos procesos tiene implicaciones importantes para las prácticas pedagógicas. David Paul Ausubel quien desarrolla acerca del aprendizaje significativo este surge, cuando el alumno se convierte constructor de su propio conocimiento; relaciona los Conceptos a aprender y les da sentido a partir de la estructura conceptual que ya posee, es decir, construye nuevos conocimientos a partir de los conocimientos que ha adquirido anteriormente, el alumno es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje, es él quien construye el conocimiento y nadie puede sustituirle en esa tarea y la teoría de aprendizaje según Jerome Bruner quien aporta a la teoría constructivista con su concepción del aprendizaje como descubrimiento, en que el alumno es el eje central del proceso de aprendizaje. (p. 31)

Durante el trayecto del desarrollo de la psicología, el estudio de las matemáticas de ha realizado desde perspectivas diferentes, a veces opuestas, subsidiarias de la concepción del aprendizaje en que se apoyan.

Guevara (2011) nos dice lo siguiente:

> Las estrategias que se utilizan para aprender matemáticas a partir de situaciones y fenómenos del mundo físico han cobrado fuerza en el curso de la Historia de la humanidad. Éstas incluyen: interpretar la realidad a partir de la identificación de las variables participantes, la recolección de datos que se generan en las situaciones reales o simuladas y modelación de las situaciones. Algunos investigadores han buscado en la historia de las matemáticas lo relativo a la construcción del concepto de función con la finalidad de lograr ideas que permitan superar las dificultades que se

> presentan en el proceso enseñanza aprendizaje. El concepto pasó por diferentes etapas históricas, en las que se fueron definiendo elementos matemáticos tales como: cantidad, variable y constante, y se integraron en la definición de función. (p.9)

El aprendizaje y la enseñanza deben tener en cuenta que es natural que los alumnos pasen por un proceso de aprendizaje. Puedo mencionar, que es la posición de las teorías psicológicas constructivistas sobre el aprendizaje de las matemáticas, las cuales se basan a su vez en la visión filosófica sobre las matemáticas conocidas como constructivismo social.

Definición del aprendizaje de graficar funciones reales

James Stewart (2000) citado por Ceballos y López (s/f), nos presenta el siguiente planteamiento:

> Se refiere –Stewart- a estas características como la regla de cuatro: «Los temas deben de presentarse geométrica, numérica y algebraicamente [...] hacer hincapié también en el punto de vista verbal o descriptivo», y en relación con su importancia conceptual se refiere en los siguientes términos: «La visualización, la experimentación numérica y gráfica, y otros enfoques han cambiado aspectos fundamentales de la manera en que enseñamos el razonamiento conceptual» (p.131)

Aquí, mostraré la idea básica de función, que es la siguiente: supongamos que tenemos dos conjuntos A y B; una función de A en B es una regla que a cada elemento de A asocia un único elemento de B.

Además, Ceballos y López (s/f), expresan la importancia:

> Su importancia radica en el establecimiento del puente entre la ficción que pueden representar las relaciones y funciones desde su interpretación y

> construcción a través del cálculo, y la aplicación tangible que efectivamente puedan tener en la generación de nueva tecnología

Las funciones reales son tan importantes que muchas ramas de la matemática moderna se caracterizan por el tipo de funciones que estudian. Su concepto es de contenido esencial es fácil de comprender pero difícil de formalizar.

Contreras (s/f) nos presenta las características de representación de la función real:

> Una función real, en general, puede ser representada de distintas maneras: Mediante un conjunto de pares ordenados, o tabla de valores. Mediante una expresión verbal, donde se describe una regla con una descripción en palabras. Mediante una expresión algebraica, con una fórmula explícita. Mediante una gráfica, representada en un sistema de coordenadas cartesianas. (p.3)

Por lo tanto, una función es correspondencia entre dos conjuntos numéricos, de tal forma que a cada elemento del conjunto inicial le corresponde un elemento y sólo uno del conjunto final.

Guevara (2011), nos presenta lo siguiente:

> Las corrientes pedagógicas contextualistas, que basan el proceso de enseñanza – aprendizaje en la realidad y su aplicación, han contribuido a integrar otras áreas (estadística, geometría, modelación y simulación matemática) en los cursos de Precálculo y Cálculo. Se ha observado que, durante las últimas décadas, se han incorporado nuevas estrategias en la enseñanza de las funciones y herramientas tecnológicas en el salón de clases. (p. 9)

Es así, que las funciones son las herramientas principales para la descripción matemática de una situación real. Por ejemplo, las fórmulas de la física no son más que funciones: expresan cómo ciertas magnitudes (por ejemplo el volumen de un gas) dependen de otras (la temperatura y la presión).

Dimensiones de la variable aprendizaje de graficar funciones reales

Dimensión 1: Definición, dominio y rango de la función real.

Según Thomas (2005) “Las funciones representan el principal objeto de análisis en el cálculo, ya que constituyen la clave para describir el mundo real en términos matemáticos. En esta sección se repasa el concepto de función, su graficación y las maneras de representarla” (p.19).

Farfán (2013) nos dice lo siguiente acerca de la función:

> La naturaleza del concepto de función es en extremo compleja; su desarrollo se ha hecho casi a la par del humano, es decir, encontramos vestigios del uso de correspondencias en la antigüedad, y actualmente se debate sobre la vigencia, en el ámbito de las matemáticas, del paradigma de la función como un objeto analítico. Empero, el concepto de función devino protagónico hasta que se le concibe como una fórmula, es decir, hasta que se logró la integración entre dos dominios de representación: el álgebra y la geometría. La complejidad del concepto de función se refleja en las diversas concepciones y representaciones con las que se enfrentan los estudiantes y profesores. (p.26)

Se puede afirmar, que el dominio de una función es el conjunto de todos los valores independiente posibles que una relación puede tener, y el rango de una función es el conjunto de todos los valores dependientes posibles que la relación puede producir.

Gómez (s/f) define la función:

> Una función de una variable real con valores reales es una regla que asigna a cada elemento de un subconjunto de la recta real $A \subseteq R$ un

elemento de un subconjunto de la recta real B $\subseteq$ R. Se denota así f: A → B. (p.2)

De lo anterior, el dominio define todos los valores para los cuales la función está definida, mientras el rango es el conjunto de todos los valores que toma.

El Ministerio de Educación de Ciencia y Tecnología de Argentina (2007), presenta la siguiente definición de función:

Llamamos función a una relación o correspondencia entre dos conjuntos de elementos que varían, cambian, se modifican, en forma conjunta. El estudio de funciones permite conocer variaciones, estimar qué sucede en valores intermedios, y a veces predecir más allá de esos valores. (p.17)

El dominio y el rango de una función están normalmente limitadas por la naturaleza de la relación.

Shílov (2004), de la idea de autores clásicos, presenta la definición de función:

Si a Newton o a Leibniz le preguntasen qué es “una función en general”, la respuesta, por lo visto, sería que “una función en general” es el resultado de ciertas operaciones (algebraicas o transcendentes elementales) con las variables independientes. Semejante definición apareció por primera vez en un trabajo del alumno y colaborador de Leibniz Johan Bernoulli, en 1718. En este trabajo la función se definía como una “expresión analítica”. El primer problema, en el que los matemáticos tuvieron la necesidad de tener una definición general de función, fue el problema de la cuerda vibrante. A este problema se dedicaban los más grandes matemáticos de los mediados del siglo XVIII D’Alembert y Euler. (p.138)

Se puede definir que el dominio de una función está dado por el conjunto de valores que puede tomar una función, y el rango está determinado por todos los valores que pueden resultar al evaluar una función.

Contreras (s/f), nos hace referencia acerca de la función:

> Uno de los conceptos más importantes en matemática es el de función. El término función fue usado por primera vez en 1637 por el matemático francés René Descartes para designar una potencia x n de la variable x. En 1694 el matemático alemán G. W. Leibniz utilizó el término para referirse a varios aspectos de una curva, como su pendiente. La noción de función que más se utiliza en la actualidad fue dada en el año 1829 por el matemático alemán, J.P.G. Lejeune-Dirichlet (1805-1859). R. Descartes Las funciones permiten describir el mundo real en términos matemáticos, como por ejemplo, las variaciones de la temperatura, el movimiento de los planetas, las ondas cerebrales, los ciclos comerciales, el ritmo cardíaco, el crecimiento poblacional, etc. (p.1)

Se concluye, que el dominio son todos los valores que se pueden entrar a una función. El rango son todos los valores que pueden salir de una función, el rango es también conocido como el recorrido, alcance o campo de valores de una función.

Sobre el dominio y rango de una función

Para Thomas (2005) refirió que

> El conjunto D de todos los valores de entrada posibles se llama dominio de la función. El conjunto de todos los valores de f(x) a medida que x varía en todo D se denomina rango de la función. El rango puede no incluir todos los elementos del conjunto Y. El dominio y el rango de una función pueden ser cualesquiera conjuntos de objetos, pero en cálculo suelen ser conjuntos de números reales. (p. 19)

El estudio del dominio y el rango de una función son muy importante en las matemáticas. Conocer los mismos es primordial a la hora de analizar y escribir el comportamiento de una función.

Gómez (s/f), nos menciona lo siguiente acerca del dominio y rango:

> El conjunto A ⊆ R de número reales donde la función está definida se denomina dominio de la función. El rango (recorrido o imagen) de la función f: A → B, es el subconjunto de B de posibles valores de f(x) cuando x varía en el dominio de la función. (p.2)

En su forma más simple el dominio son todos los valores a los aplicar una función, y el rango son los valores que resultan.

Albornoz (s/f), nos define lo que es dominio y rango:

> Dominio de una función es el conjunto formado por los elementos que tienen imagen. Los valores que le damos a “X” (variable independiente) forman el conjunto de partida. Gráficamente lo miramos en el eje horizontal (abscisas), leyendo como escribimos de izquierda a derecha. El dominio de una función está formado por aquellos valores de “X” (números reales) para los que se puede calcular la imagen f(x).
>
> Rango de una función es el conjunto formado por las imágenes. Son los valores que toma la función "Y" (variable dependiente), por eso se denomina “f(x)”, su valor depende del valor que le demos a "X". Gráficamente lo miramos en el eje vertical (ordenadas), leyendo de abajo a arriba. El Rango de una función es el conjunto formado por las imágenes f(x) de los valores de “X” que pertenecen al Dominio de dicha función. La manera más efectiva para determinar el Rango consiste en graficar la función y ver los valores que toma “Y” de abajo hacia arriba. (p.1)

Es posible encontrar el dominio y el rango de una función si se nos provee su gráfica. Para encontrar el dominio de una función utilizando su gráfica se debe prestar particular atención al eje de *x*, observando para que los valores de *x* podemos encontrar un valor asociado de la función. El rango se encuentra utilizando el eje de *y*, observando para que valores de *y* la función está definida.

Dimensión 2: Intersección con ejes coordenados y las asíntotas de una función real

Universidad de Colina (s/f) plantea lo siguiente:

> Un par ordenado de números reales (x, y) lo podemos representar en el plano en un sistema de coordenadas cartesianas o rectangulares o plano xy. Este sistema está constituido por dos rectas perpendiculares orientadas, llamadas ejes coordenadas y la intersección de ellas se llama origen. En la figura el eje horizontal es llamado eje x y el eje vertical es el eje y. Estos ejes dividen al plano en cuatro partes llamadas primer, segundo, tercer y cuarto cuadrante, denotados por I, II, III, IV respectivamente. (p.1)

Los ejes de coordenadas lo forman dos ejes perpendiculares entre sí, que se cortan en el origen. El eje horizontal se llama eje X o eje de abscisas. El vertical se llama eje Y o eje de ordenadas. El punto 0, donde se cortan los dos ejes, es el origen de coordenadas. Las coordenadas de un punto cualquiera P se representan por (x, y).

Bravo (s/f), nos dice lo siguiente:

> Una característica básica de la Geometría Analítica es el uso de un sistema coordenado. En los cursos de Álgebra y Trigonometría se ha utilizado el sistema de coordenadas rectangulares - llamado también sistema cartesiano en honor al filósofo y matemático René Descartes (1596-1650) - que consiste en dos rectas, llamadas ejes, que se cruzan formando ángulos rectos. Generalmente un eje se coloca en forma horizontal y el otro vertical; el primero se llama eje de las abscisas y se representa con la letra x, y el segundo se denomina eje de las ordenadas y se representa con la letra y. El punto en que se cruzan las rectas define al origen del sistema. (p. 2)

A partir de René Descartes, los diagramas y coordenadas cartesianas están siendo una de las herramientas más usadas y más útiles en el estudio de las matemáticas desde la enseñanza primaria hasta las investigaciones y enseñanzas universitarias.

Respecto a la las asíntotas de una función real

Flores (s/f) nos define lo que es viene a ser

> Una asíntota es una recta que se encuentra asociada a la gráfica de algunas curvas y que se comporta como un límite gráfico hacia la cual la gráfica se aproxima indefinidamente pero nunca la toca y mucho menos la brinca. A medida que la variable independiente de la función tiende hacia un cierto valor, la correspondiente variable dependiente tiende a infinito, cualquiera que este sea. (p.86)

Es decir, las asíntotas son rectas a las cuales la función se va aproximando indefinidamente, cuando por lo menos una de las variables x o y, tienden al infinito.

La Escuela Colombiana de Ingeniería (s/f), define de la siguiente forma:

> Una asíntota es una recta que se encuentra asociada a la gráfica de algunas curvas y que se comporta como un límite gráfico hacia la cual la gráfica se aproxima indefinidamente pero nunca la toca y mucho menos la brinca. A medida que la variable independiente de la función tiende hacia un cierto valor, la correspondiente variable dependiente tiene a infinito, cualquiera que este sea. Hay tres tipos de asíntotas: asíntotas horizontales, asíntotas verticales y asíntotas oblicuas. (p. 3)

De otra forma, la asíntota es una línea recta que se aproxima muy cercanamente a una curva, pero nunca la toca conforme la curva avanza hacia el infinito en una dirección.

Dimensión 3: Intervalo de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real

Según Benedicto (2012)

> El estudio de la monotonía y extremos en una función es esencial para la resolución de problemas de optimización. Por ello una buena forma de comenzar es a través del planteamiento de un problema con aplicación real donde la función sea cuadrática. Haciendo uso de los conocimientos que poseen de las funciones cuadráticas los alumnos son capaces de resolver el problema y comprender la unidad de la monotonía y extremos con aplicación real. (p. 35)

En el momento de hacer la representación gráfica se debe estudiar su monotonía, es decir donde crece y donde decrece nuestra función. Así como determinar los máximos y/o mínimos en el caso de que los tuviera.

Villena (s/f), nos dice lo siguiente referente al intervalo de monotonía:

> La tasa de variación o incremento de una función es el aumento o disminución que experimenta una función al pasar la variable independiente de un valor a otro. $TV[x1,x2]=f(x1)-f(x2)$ (p. 170)

Las matemáticas hace uso de las funciones monótonas para referirse a las funciones que o bien son decrecientes en todo su dominio o bien son crecientes en todo su domino; es decir se mantienen en la misma tonalidad en cuanto a la característica de crecer o decrecer.

Respecto a los extremos relativos y absolutos de una función real

Culcas (s/f) nos presenta las siguientes definiciones:

> Definición de extremos absoluto.- Sea f una función definida en un intervalo I y c un punto en I. f (c) es el valor máximo absoluto de f en I si f (c) ≥ f (x) para todo x en I. f (c) es el valor mínimo absoluto de f en I si f (c) ≤ f (x) para todo x en I.
>
> Definición de extremos relativos.- Una función f tiene un máximo relativo (o local) en c si existe un intervalo abierto I en el dominio de f que contiene a c tal que f (c) es el valor máximo absoluto en el intervalo. Una función f tiene un mínimo relativo (o local) en c si existe un intervalo abierto I en el dominio de f que contiene a c tal que f (c) es el valor mínimo absoluto en el intervalo. (p. 23)

Los extremos relativos se obtienen derivando la función a estudiar e igualando la primera derivada a cero, despejando la variable. Los extremos absolutos se calculan usando el teorema de los valores extremos.

Villena (s/f), nos dice lo siguiente:

> Hablaremos de extremos relativos para referirnos conjuntamente a los máximos y mínimos relativos. Una de las importancias de los extremos relativos es que nos ayudará a localizar los extremos absolutos de una función. Por ejemplo, en el caso de una función continua definida en un intervalo cerrado, si el máximo absoluto no se alcanza en un extremo del intervalo entonces ese máximo ocurre en un extremo relativo. (p.3)

Al despejar la variable, la cual siempre es x, al encontrar solución, los valores de la x constituyen la coordenada x del punto de los extremos relativos. Lo que no se determina si son máximos o mínimos, pero son extremos relativos sin ninguna duda, y para saber qué tipo de extremos son se usa el criterio de la segunda derivada.

Darío, Gómez y Parra (s/f), definen el máximo absoluto:

> Una función f alcanza un máximo absoluto en un punto de abscisa a (o sea, en x = a) si su imagen es la mayor de todas, considerando las imágenes de todo el dominio de f. Si su imagen es la menor posible en todo el dominio de f, entonces f alcanza en x = a un mínimo absoluto. (p. 4)

Se puede concluir, que el máximo absoluto es el valor de una función dada, que es mayor o igual que cualquier calor de la función dada. El máximo absoluto es el mayor de todos los valores.

Dimensión 4: Concavidad, punto de inflexión y grafica de una función real

Matemáticas IES (s/f) plantea lo siguiente:

> Una función es cóncava en un intervalo cuando para cualquier par de puntos de la curva (dentro del intervalo), el segmento que los une queda por debajo de la gráfica. Cuando el segmento queda por encima de la gráfica, la función es convexa en dicho intervalo. Puntos de inflexión son los puntos del dominio donde la función pasa de cóncava a convexa (o de convexa a cóncava). (p. s/n)

La concavidad está relacionado con el doblez de la gráfica de una función. La concavidad se toma positiva si el doblez es hacia arriba y negativa si el doblez es hacia abajo.

González (2004), define la concavidad:

> Sea f derivable en un intervalo abierto *I*. La gráfica de f es cóncava hacia arriba sobre *I* si f' es creciente en el intervalo y cóncava hacia abajo en *I* si f' es decreciente en el intervalo. (p. 190)

De lo anterior, una función es cóncava si fijado el vector unitario en el semieje positivo 0*y*, dicho vector está en el mismo semiplano, determinado por las rectas tangentes a la función.

González (2004), define la inflexión:

> Sea f una función que es continua en un intervalo abierto y sea c un punto en ese intervalo. Si la gráfica de f tiene una recta tangente en este punto (c, f(c)), entonces este punto es un punto de inflexión de la gráfica de f si la concavidad de f cambia de cóncava hacia arriba a cóncava hacia abajo (o de cóncava hacia abajo a cóncava hacia arriba) en ese punto. (p.192)

De la cita se define, que el punto, que, en una función continua, separa la parte convexa, se llama puto de inflexión de la función. En ellos la función no es cóncava ni convexa sino que hay cambio de concavidad o convexidad o al revés.

Acerca de las Gráficas, Contreras (s/f) nos dice lo siguiente:

> Las gráficas permiten obtener una representación visual de una función. Éstas entregan información que puede no ser tan evidente a partir de descripciones verbales o algebraicas. Para representar gráficamente una función y = f (x), es común utilizar un sistema de coordenadas rectangulares o cartesianas, en las cuales, la variable independiente x se representa en el eje horizontal, y la variable dependiente y en el eje vertical.

La gráfica de y = f (x) es el conjunto: f = {(x, f (x))/ x ∈ Dom (f)}.

Se precisa, que una gráfica es una representación de datos, generalmente numéricos, mediante líneas, superficies o símbolos, para ver la relación que esos datos guarden entre sí.

Jiménez (s/f), define:

> Para trazar la gráfica de la ecuación, ilustramos las características relevantes de la gráfica de un plano coordenado. En casos sencillos se traza localizando unos cuantos puntos, si los hay. Con una ecuación complicada, la ubicación de puntos puede dar muy poca información sobre la gráfica. En tales casos, conviene utilizar métodos de cálculo. El conjunto de puntos es la gráfica de la función dada por la tabla. (p.3)

Las gráficas matemáticas son el reflejo del cálculo, de manera que las gráficas matemáticas son aplicables a todas las necesidades del hombre para facilitar e innovar procesos de operación.

1.3. Justificación

Justificación teórica

Software Geogebra

El presente estudio está orientado al incremento del conocimiento acerca del uso del Software Geogebra como un recurso de enseñanza aprendizaje de la matemática, asimismo, la investigación es importante puesto que nos permitirá conocer la teoría, estructura y aplicabilidad del Software Geogebra como recurso educativo, así como contrastar los resultados con la teoría y, de ser el caso, generar nuevos conceptos que incrementen el caudal de conocimientos ya existentes.

Según Bello (2013) el software geogebra

> es un software de geometría dinámica aplicado en todos los niveles de educación y dirigido tanto para profesores como para alumnos; este programa fue creado por los esposos Markus y Judith Hohenwarter, quienes trabajaron con este software desde el año 2001 en la Universidad de Salzburgo y posteriormente en la Universidad de Atlantic, Florida, Estados Unidos. (p. 30)

Para Hohenwarter (2009), citado en De la cruz (2016)

> El GeoGebra es un software interactivo de matemática que reúne dinámicamente geometría, álgebra y cálculo. Lo ha elaborado Markus Hohenwarter junto a un equipo internacional de desarrolladores, para la enseñanza de matemática escolar. Ofrece tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático: una Vista Gráfica, una, numérica, Vista Algebraica y además, una Vista de Hoja de Cálculo. Esta multiplicidad permite apreciar los objetos matemáticos en tres representaciones diferentes: gráfica (como en el caso de puntos, gráficos de funciones), algebraica (como coordenadas de puntos, ecuaciones), y en celdas de una hoja de cálculo. Cada representación del mismo objeto se vincula dinámicamente a las

> demás en una adaptación automática y recíproca que asimila los cambios producidos en cualquiera de ellas, más allá de cuál fuera la que lo creara originalmente (p. 13)

Para Castellanos (2010)

> Geogebra es un software de matemáticas desarrollado por Markis Hokenwarter de la Universidad de Salzburgo que engloba geometría, álgebra y cálculo. Por un lado, es un sistema de geometría dinámica. Permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como con funciones que a posteriori pueden modificarse dinámicamente. Por otra parte, se pueden introducir ecuaciones y coordenadas directamente, permite hallar derivador e integrales de funciones y ofrece un repertorio de comandos propios de análisis matemático. (p.44)

Práctica

En la actualidad, gracias al avance de la tecnología educativa, se cuenta con muchos recursos que permite potenciar las habilidades y las destrezas de los estudiantes en la enseñanza aprendizaje de la matemática; uno de ellos es el Software Geogebra que proporciona muchas ventajas frente a los demás softwares por la facilidad de uso y la accesibilidad para su instalación a cualquier ordenador. A medida que la Tecnología Educativa avanza, Geogebra se ha convertido en una herramienta más usado en el mundo en la enseñanza-aprendizaje en el área de matemática, en ese sentido la presente investigación nos permitirá comprender la influencia del software geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en los estudiantes del primer ciclo de la UNI, por otro lado, los instrumentos que se aplicaron en la investigación tienen objetividad ya que fueron adecuadamente fundamentados y validados empíricamente. Así también podemos asegurar que la información obtenida y procesada, permitirá formular, diseñar o mejorar aspectos que servirán de base a futuras investigaciones en el campo educativo.

Metodológica

La presente investigación justifica que el software geogebra como un nuevo recurso didáctico permitió elevar el nivel de aprendizaje de los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería. Permitió a los estudiantes Identificar con mayor precisión el concepto de la definición de una función, dominio y Rango, intersección con los ejes coordenados, asíntotas, intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos, concavidad, y puntos de inflexión, de una función real a través de la gráfica

Las conclusiones a las que arriba esta investigación podrán ser usadas por otros investigadores de distintos niveles con la finalidad de seguir investigando para recoger más información sobre la variable. Además, los instrumentos construidos podrán ser empleados y mejorados para medir las variables del estudio en otros contextos con la finalidad de buscar soluciones a los problemas que se encuentren.

Epistemológica

Según Martínez (1998) la epistemología como ciencia estudia cual es la entidad del conocimiento científico en una investigación y debe dar cuenta del como, cual ha sido el proceso de constitución y desarrollo de los conocimientos científicos. Por ello la investigación se enmarca en el diseño del método científico, el cual es un proceso para obtener de manera rigurosa nuevos conocimientos. Además se precisa que este estudio tiene una orientación holística, ya que permite entender los hechos desde el punto de vista de las múltiples interacciones que los caracterizan; por lo tanto realiza un enfoque de la teoría en forma explicativa hacia una comprensión contextual de los hechos, de los protagonistas y de sus contextos. Las variables a medir son dos, las que han sido estudiadas al amparo del método científico y por tanto se ajustan a los criterios de carácter epistemol

1.4. Problema

Realidad Problemática

La matemática es parte fundamental de la vida cotidiana del ser humano, está presente en la ingeniería, la medicina, la economía, las finanzas etc. Sin embargo hay quienes sostienen que a pesar que el mundo está escrito en lenguaje matemático, es la disciplina más difícil de poder aprenderla, y posiblemente la más difícil para poder enseñarla, esto parece ser desde tiempos remotos hasta la actualidad, ese es el sentido de que se hagan los mejores esfuerzos y las mejores pretensiones para resolver dicho problema, para lo cual se ha pasado desde el uso de materiales inmediatos y cotidianos hasta hoy utilizar los adelantos e inventos más sofisticados para poder resolver este problema de la enseñanza aprendizaje de la matemática en todos los niveles de la educación a nivel mundial. Al respecto encontramos por ejemplo a García (2011) quien señala que en lo referente a España, Gutiérrez (2000) afirma que

> A pesar de los reconocidos beneficios del uso de los ordenadores en las clases de matemáticas de todos los niveles educativos, y de su creciente disponibilidad, en España todavía no se ha producido una modificación sustancial de los hábitos de enseñanza que favorezca su uso generalizado, sino que una mayoría de las clases matemáticas de hoy siguen ancladas en las metodologías de pizarra y libro de texto, y se diferencian poco de las de hace algunas décadas. El informe “Are students ready for a technology-rich world? What PISA studies tell us” (OCDE, 2006a) aporta información relevante al respecto, obtenida de las pruebas PISA 2003. El porcentaje medio de uso frecuente de las TIC en la escuela en los países de la OCDE fue de un 44%, mientras que el porcentaje de uso frecuente de las TIC por los estudiantes en sus casas fue del 74%. Este informe mostró que los estudiantes con experimentación reducida en el uso de ordenadores, puntuaron pobremente en PISA 2003, hecho que acentúa la necesidad de acortar la diferencia de uso de los escolares de estas tecnologías respecto del uso que ellos hacen de ellas en sus casas, reflejados en los porcentajes anteriores. (p. 37)

En nuestro país no es ajeno el tema de las matemáticas como disciplina controversial en la universidad como en los otros niveles escolares. De allí la necesidad de incorporar algunos recursos, estrategias y medios didácticos a fin de mejorar el aprendizaje y el rendimiento académico de los estudiantes en el nivel universitario, y en este sentido que la presente investigación enmarcada dentro de este escenario trata sobre el Software Geogebra y específicamente como influye este en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016, la motivación de la investigación se orienta por encontrar un problema latente como es el bajo rendimiento académico de los estudiantes del primer ciclo en la asignatura de Calculo Diferencial de la Universidad nacional de Ingeniería, esto debido presumiblemente a que no logran comprender los conceptos básicos de funciones reales, en particular, definición de función, dominio y rango, intersección con los ejes coordenados, asíntotas, definición de la derivada, intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos y concavidad para funciones reales. Esta realidad nos permitió buscar la manera de motivar a los estudiantes y hacerle aliado a la matemática y por ende, mejorar el aprendizaje por lo que se planteó la presente investigación sobre el "Software Geogebra y su Influencia en el aprendizaje de las funciones reales.

Por otro lado en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, algunos estudiantes resuelven muchos problemas y ejercicios y, por supuesto, aprueban exámenes de matemática, pero este hecho no garantiza la real comprensión de los conceptos matemáticos utilizados, pues muchos exámenes no transcienden lo operativo, lo mecánico o memorístico. En este trabajo analizaremos los conceptos matemáticos relacionados a graficar funciones reales y así alcanzar una optima comprensión de los contenidos matemáticos de funciones reales.

Nuestra experiencia pretende formular una propuesta metodológica que involucre mecanismos de tipo visual-geométrico, en los que el modelo fundamente los estratos de compresión iniciales, de tal forma que se mejore la integración de los conceptos de definición de función, dominio y rango, intersección con los ejes coordenados, asíntotas, definición de razón de cambio promedio, definición de la derivada, intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos y concavidad para funciones reales.

1.4 Problema general.

¿En qué medida influye el Software geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima - 2016?

Problemas específicos

Problema específico 1:
¿De qué manera influye la aplicación del Software geogebra en el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real en los estudiantes de grupo control y experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima - 2016?

Problema específico 2:

¿ De qué manera influye la aplicación del Software geogebra en el aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento,Lima-2016?

Problema específico 3:

¿ De qué manera influye la aplicación del Software geogebra en el aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016?

Problema específico 4:

¿ De qué manera influye la aplicación del Software geogebra en el aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016?

1.5. Hipótesis:

1.5.1. Hipótesis general.

La aplicación del Software geogebra influye significativamente en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima – 2016

1.5.2. Hipótesis específicas

Hipótesis específica 1

La aplicación del Software geogebra influye significativamente el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real, en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento,. Lima - 2016.

Hipótesis específica 2

La aplicación del Software geogebra influye significativamente el aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016.

Hipótesis específica 3

La aplicación del Software geogebra influye significativamente el aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016.

Hipótesis específica 4

La aplicación del Software geogebra influye significativamente el aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en los estudiantes de grupo control y experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016.

1.6. Objetivos

1.6.1. Objetivo general:

Determinar si la aplicación del Software geogebra influye en el aprendizaje de graficar funciones reales en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima - 2016.

1.6.2. Objetivos específicos

Objetivo específico 1:

Determinar la influencia de la aplicación del Software geogebra en el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real, en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento,. Lima - 2016.

Objetivo específico 2:

Determinar la influencia de la aplicación del Software geogebra en el aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima 2016.

Objetivo específico 3:

Determinar la influencia de la aplicación del Software geogebra en el aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016.

Objetivo específico 4:

Determinar la influencia de la aplicación del Software geogebra en el aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016.

II: Marco Metodológico

2.1 Variables

Definición conceptual de las variables

Variable independiente: Software Geogebra

Según Bello (2013) el software geogebra

> es un software de geometría dinámica aplicado en todos los niveles de educación y dirigido tanto para profesores como para alumnos; este programa fue creado por los esposos Markus y Judith Hohenwarter, quienes trabajaron con este software desde el año 2001 en la Universidad de Salzburgo y posteriormente en la Universidad de Atlantic, Florida, Estados Unidos. (p. 30)

Variable dependiente: Aprendizaje de Graficar funciones reales

Contreras (s/f), nos presenta las características de representación de la función real:

> Una función real, en general, puede ser representada de distintas maneras: Mediante un conjunto de pares ordenados, o tabla de valores. Mediante una expresión verbal, donde se describe una regla con una descripción en palabras. Mediante una expresión algebraica, con una fórmula explícita. Mediante una gráfica, representada en un sistema de coordenadas cartesianas. (p.3)

2.2 Operacionalización de variables

Tabla 1

Organización del Software Geogebra

Contenidos	Estrategias	Metodología	Tiempo
El programa constara de 14 sesiones de clases para el desarrollo de graficar Funciones reales Objetivo central Lograr un aprendizaje Significativo en graficar Funciones reales en estudiantes del primer ciclo UNI	Software Geogebra Considerar los siguiente pasos: 1) Ingresar a la hoja de cálculo 2) ingresar los datos algebraicos 3) Determina los valores numéricos 4) Visualización de la grafica	La enseñanza de la gráfica de funciones reales se desarrolla en base al uso de materiales educativos o recursos didácticos tradicionales, lográndose en los estudiantes el aprendizaje de los temas desarrollados. En la presente investigación se aplicó el Software geogebra con la finalidad de determinar la influencia que ejerce en el logro de los aprendizajes esperados. Es decir se desarrolló las actividades académicas haciendo uso de las nuevas tecnologías	50 minutos por sesión

Fuente: Elaboración propia

Tabla 2
Operacionalización de la variable Aprendizaje de grafica de funciones reales

Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones	Indicadores	Escala de medición
Contreras (s/f) nos presenta las características de representación de la función real: Una función real, en general, puede ser representada de distintas maneras: Mediante un conjunto de pares ordenados, o tabla de valores. Mediante una expresión verbal, donde se describe una regla con una descripción en palabras. Mediante una expresión algebraica, con una fórmula explícita. Mediante una gráfica, representada en un sistema de coordenadas cartesianas. (p.3)	La variable Aprendizaje de grafica de funciones reales será trabajada en base a cuatro dimensiones y 27 ítems	Definición, dominio y rango de la función real	Indicar el concepto de función analítica Indicar el concepto de función geométrica Determinar el dominio de la siguiente función Determine el rango de la siguiente función Indicar si una función tiene como dominio un intervalo abierto entonces el rango de la función es un intervalo abierto Indicar si una función tiene como dominio un intervalo cerrado y acotado entonces el rango de la función es un intervalo cerrado y acotado	Dicotómica
		Intersección con ejes Coordenados y Asíntotas de una función real	Determinar la intersección de la gráfica de la función con el eje “X Determinar la intersección de la gráfica de la función con el eje “Y Determinar si toda función lineal tiene intersección con los ejes coordenados Determinar si toda función cuadrática tiene intersección con los ejes coordenados Determinar las asíntotas verticales de la función Determinar las asíntotas horizontales de la función Determinar las asíntotas oblicuas de la función Determinar si una función tiene asíntota horizontal entonces tiene asíntota oblicua	

	Intervalo de monotonía	Hallar los intervalos donde la función es decreciente
		Hallar los intervalos donde la función es creciente
		Determinar qué tipo de función no tiene intervalos de monotonía
	extremos relativos y absolutos e una función	Determinar los puntos críticos de la función
		Indicar que definición o criterio nos permite determinar extremos relativos y absolutos
		Determinar los extremos relativos de la función
		Determinar los extremos absolutos de la función
		Indicar que si una función tiene extremo absoluto entonces es un extremo relativo
	Concavidad, puntos de inflexión Grafica	Indicar que definición o criterio nos permite determinar los intervalos de concavidad
		Determinar los puntos de inflexión de la función
		Determinar los intervalos de concavidad de la función
		Indicar si una función no presenta puntos de inflexión entonces no tiene intervalos de concavidad
		Determinar si un punto crítico es un punto de inflexión
		Indicar cuál es la gráfica de la siguiente función
	4 Dimensiones	27 indicadores

Fuente: Elaboración Propia

2.3 Metodología:

La presente investigación metodológicamente está enmarcada en el método hipotético deductivo , al respecto Hernández, et al (2009), afirman que:

> De acuerdo con el método hipotético deductivo, la lógica de la investigación científica se basa en la formulación de una ley universal y en el establecimiento de condiciones iniciales relevantes que constituyen la premisa básica para la construcción de teorías. Dicha ley universal se deriva de especulaciones o conjeturas más que de consideraciones inductivistas. Así las cosas, la ley universal puede corresponder a una proposición como la siguiente: Si “X sucede, Y sucede” o en forma estocástica: “X sucede si Y sucede con probabilidad P.” (p.4).

Podemos mencionar que el método hipotético-deductivo es un proceso interativo, es decir, que se repite constantemente, durante el cual se examinan hipótesis a la luz de los datos que van arrojando los experimentos

2.4 Tipo de estudio:

El tipo de investigación es aplicada. La investigación aplicada tiene por objetivo la generación de conocimiento con aplicación directa y a mediano plazo en la sociedad o en el sector productivo.

2.5 Diseño:

El diseño es pre experimental de prueba - posprueba con una sola medición, s a decir de Carrasco ( ) “este diseño consiste en aplicar a un grupo una prueba previa al estímulo o tratamiento experimental, para luego administrar el tratamiento, y después de ello, aplicar la prueba o medición posterior” (p. 64).

Su diseño se expresa de la manera siguiente:

GE: O1 X O2

2.6 Población

Según Hernández, et tal (2010), “la población es el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones [….] Las poblaciones deben situarse claramente en torno a sus características de contenido, de lugar y en el tiempo” (p.235).

En el caso de la presente investigación estará conformada por 127 estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y de sistemas de la UNI. Lima - 2016. Los que serán censados en su totalidad

Tabla 3

Muestra de estudiantes

Grupos	N° de estudiantes
Pre test	175 estudiantes
Post test	175 estudiantes

Fuente: Elaboración propia

Criterios de selección

Se tomaron las cuatro secciones de estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y de sistemas de la UNI considerándose a los estudiantes regularmente matriculados.

2.7 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Se aplicará la técnica de la encuesta: Técnicamente construido la encuesta, registra con veracidad la problemática existente, pues son los propios actores los que emiten la información que se realizará posteriormente y que permitirá incluso la validación de la hipótesis. Los instrumentos que se utilizarán para obtener información de las variables serán los cuestionarios sobre las variables en estudio, ambos percibidos por los docentes.

Cuestionario:

Sobre el cuestionario Abril (2008) afirma que “el cuestionario es un conjunto de preguntas, preparado cuidadosamente, sobre los hechos y aspectos que interesan en una investigación, para que sea contestado por la población o su muestra” (p.15).

Cuestionario:

Datos generales

Título:	Cuestionario sobre aprendizaje de graficar funciones reales
Autor:	Br. Osmar Bermeo
Procedencia:	Lima - Perú-2016
Objetivo:	Describir las características de la variable aprendizaje de graficar funciones reales
Administración:	Individual
Duración:	60 minutos aproximadamente
Significación:	El cuestionario está referido a determinar si el Software geogebra influye en el aprendizaje de graficar funciones reales en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima - 2016.
Estructura:	La escala consta de 27 ítems, con 02 alternativas de respuesta de opción múltiple, de tipo Likert, como: Si (1), Asimismo, la escala está conformada por 01 dimensión, donde los ítems se presentan en forma de proposiciones con dirección positiva y negativa sobre el proceso administrativo disciplinario.

Confiabilidad:

La confiabilidad del instrumento se realizó con el estadístico KR20 y el resultado fue de 0, 9257, el instrumento es relativamente confiable.

2.8 Método de análisis de datos

Finalmente, se analizarán los datos a través del programa estadístico SPSS versión 20.0 en español para obtenerlos resultados pertinentes al estudio, los cuales serán mostrados mediante tablas y figuras, con su correspondiente interpretación, de acuerdo a los objetivos e hipótesis planteados en la presente investigación.

III: Resultados

3.1. Descripción de resultados.

Después de la aplicación del experimento al grupo de estudio, a continuación pasamos a describir los resultados estadísticos obtenidos antes y después en función al diseño asumida para la investigación, en cuanto a la influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, el análisis para verificar si el experimento tuvo éxito se realizó el análisis estadístico en dos momentos; en primera instancia a la presentación descriptiva y luego en el análisis de la prueba de hipótesis

Resultado descriptivo general de la investigación

3.1.1. El aprendizaje de graficar funciones en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas

Tabla 4

Distribución de frecuencias del aprendizaje de graficar funciones en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas

Tabla cruzada aprendizaje de graficar *test

			test		
			pre test	post test	Total
aprendizaje de graficar	proceso	Recuento	48	12	60
		% dentro de test	37,8%	9,4%	23,6%
	logro	Recuento	79	115	194
		% dentro de test	62,2%	90,6%	76,4%
Total		Recuento	127	127	254
		% dentro de test	100,0%	100,0%	100,0%

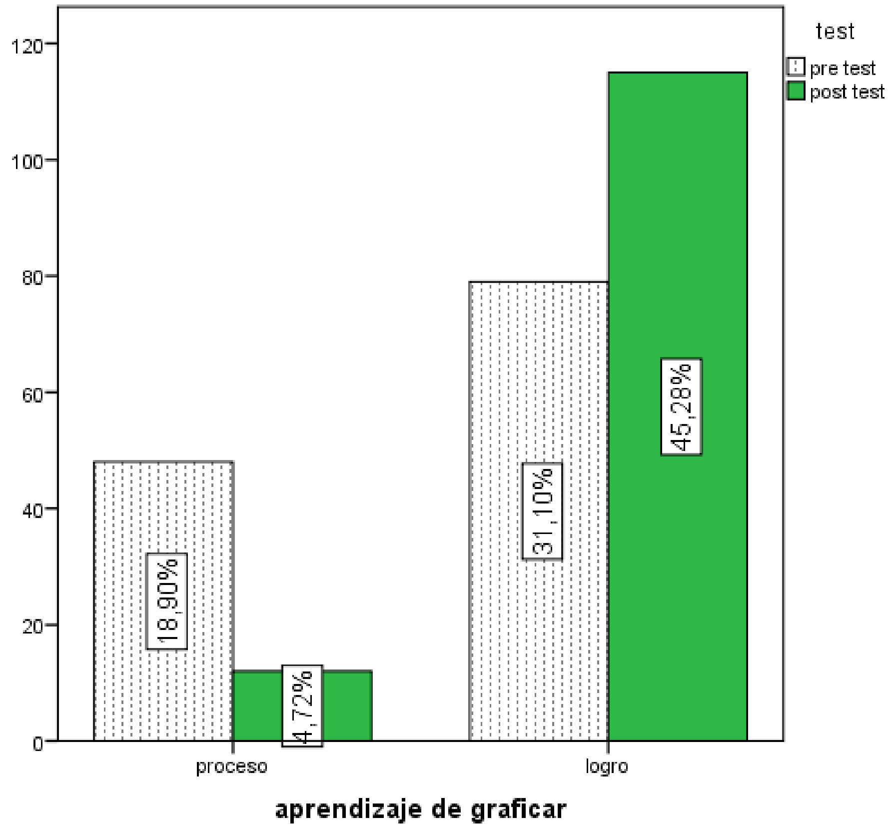


Figura 1. Comparación del aprendizaje de graficar funciones en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas

De los resultados se tiene el puntaje del pre test antes de la influencia del software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones, la puntuación obtenida en el pre test el 37.8% se encuentran en proceso, mientras que el 62.2% se encuentran en logro, luego de la aplicación del software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones en los estudiantes el 9.4% de los estudiantes se encuentran en nivel de proceso, y el 90.6% se encuentran en logro, lo que podemos inferir que el software Geogebra permite mejorar en el aprendizaje de graficar funciones en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas de la UNI. Lima – 2016

Resultado descriptivo específicos 1

3.1.2. La aplicación del software geogebra en el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real, en los estudiantes

Tabla 5

Distribución de frecuencias de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real, en los estudiantes

Tabla cruzada Definición, dominio y rango *test

			test		
			pre test	post test	Total
Definición, dominio y rango	inicio	Recuento	21	0	21
		% dentro de test	16,5%	0,0%	8,3%
	proceso	Recuento	68	46	114
		% dentro de test	53,5%	36,2%	44,9%
	logro	Recuento	38	81	119
		% dentro de test	29,9%	63,8%	46,9%
Total		Recuento	127	127	254
		% dentro de test	100,0%	100,0%	100,0%

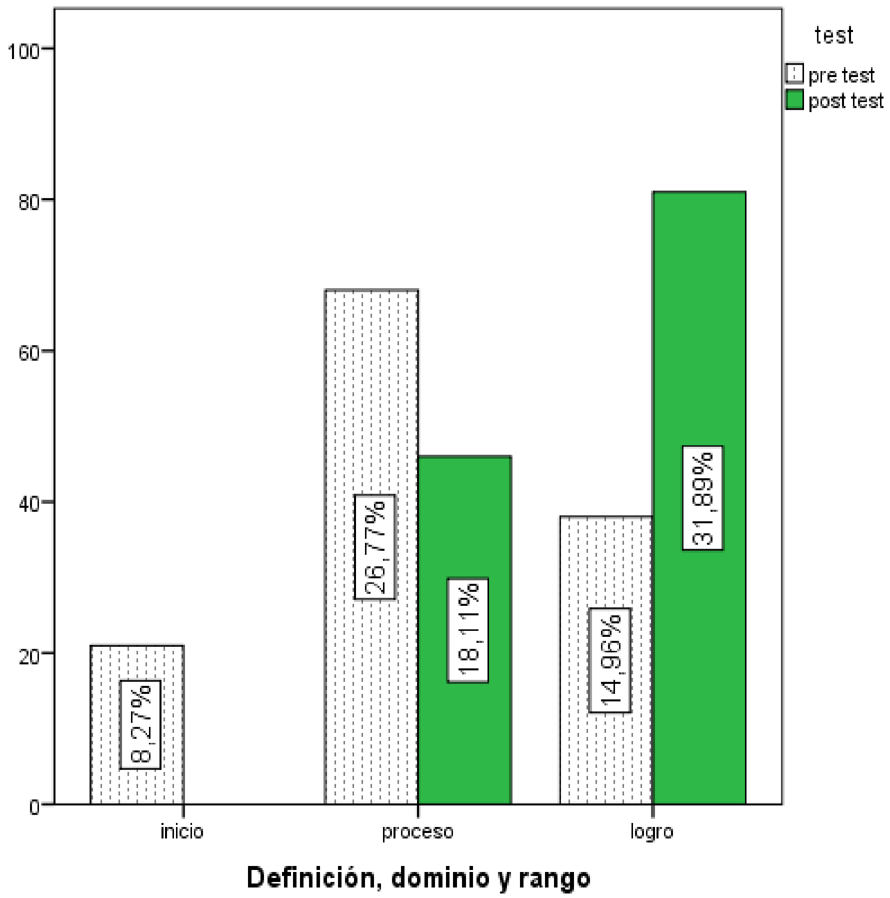


Figura 2. Comparación del aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real, en los estudiantes

De los resultados se tiene el puntaje del pre test antes de la influencia del software Geogebra en el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real, la puntuación obtenida en el pre test el 16.5% se encuentran en inicio, mientras que el 29.9% se encuentran en logro, luego de la aplicación del software Geogebra en el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real en los estudiantes el 36.2% de los estudiantes se encuentran en nivel de proceso, y el 63.8% se encuentran en logro, lo que podemos inferir que el software Geogebra permite mejorar en el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas de la UNI. Lima – 2016.

Resultado descriptivo específicos 2

3.1.3. El aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en los estudiantes

Tabla 6

Distribución de frecuencias del aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en los estudiantes

Tabla cruzada Intersección con ejes coordenados *test

			test		
			pre test	post test	Total
Intersección con ejes coordenados	inicio	Recuento	2	8	10
		% dentro de test	1,6%	6,3%	3,9%
	proceso	Recuento	49	41	90
		% dentro de test	38,6%	32,3%	35,4%
	logro	Recuento	76	78	154
		% dentro de test	59,8%	61,4%	60,6%
Total		Recuento	127	127	254
		% dentro de test	100,0%	100,0%	100,0%

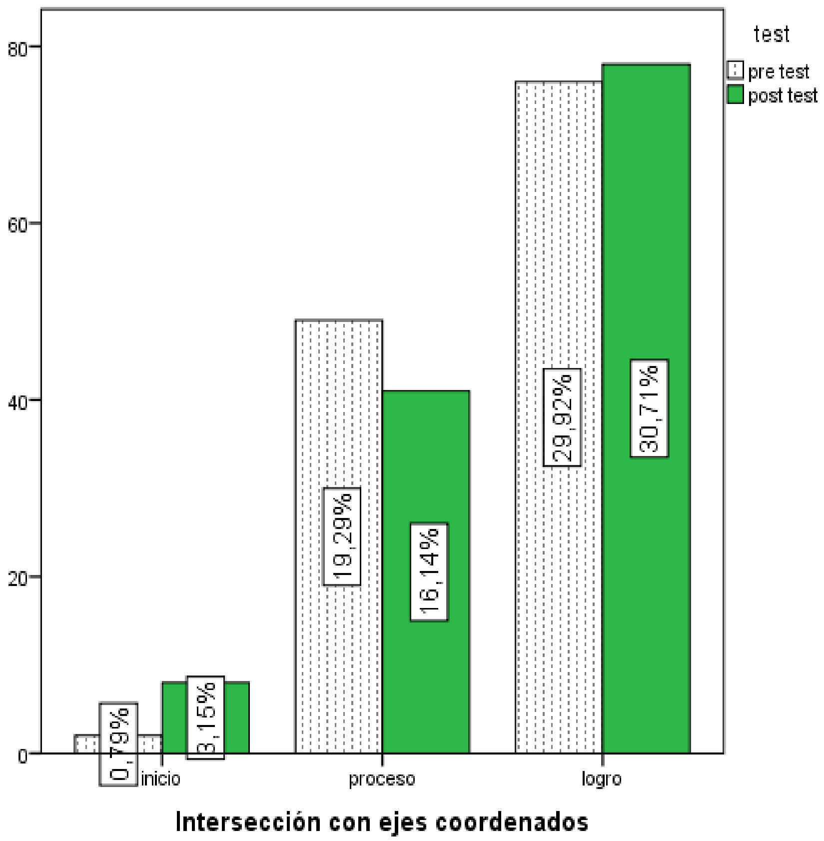


Figura 3. Comparación del aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en los estudiantes

De los resultados se tiene el puntaje del pre test antes de la influencia del software Geogebra en el aprendizaje aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas, la puntuación obtenida en el pre test el 1.6% se encuentran en inicio, mientras que el 59.8% se encuentran en logro, luego de la aplicación del software Geogebra en el aprendizaje aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas en los estudiantes el 32.3% de los estudiantes se encuentran en nivel de proceso, y el 61.4% se encuentran en logro, lo que podemos inferir que el software Geogebra permite mejorar en el aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas de la UNI. Lima – 2016

Resultado descriptivo específicos 3

4.1.1. Aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en los estudiantes

Tabla 7

Distribución de frecuencias del aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en los estudiantes

Tabla cruzada Intervalo de monotonía*test

			test		
			pre test	post test	Total
Intervalo de monotonía	inicio	Recuento	1	0	1
		% dentro de test	0,8%	0,0%	0,4%
	proceso	Recuento	72	46	118
		% dentro de test	56,7%	36,2%	46,5%
	logro	Recuento	54	81	135
		% dentro de test	42,5%	63,8%	53,1%
Total		Recuento	127	127	254
		% dentro de test	100,0%	100,0%	100,0%

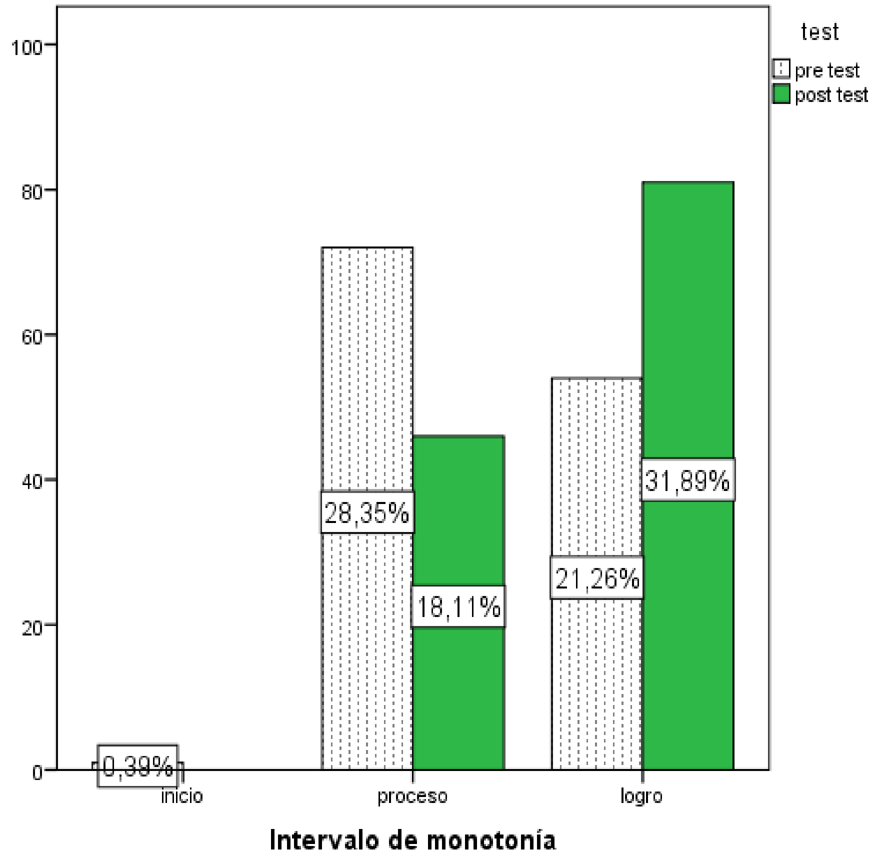


Figura 4. Comparación del aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en los estudiantes

De los resultados se tiene el puntaje del pre test antes de la influencia del software Geogebra en el aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos, la puntuación obtenida en el pre test el 0.8% se encuentran en inicio, mientras que el 42.5% se encuentran en logro, luego de la aplicación del software Geogebra en el de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos en los estudiantes el 36.2% de los estudiantes se encuentran en nivel de proceso, y el 63.8% se encuentran en logro, lo que podemos inferir que el software Geogebra permite mejorar en el aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas de la UNI. Lima – 2016

Resultado descriptivo específicos 4

4.1.1. el aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en los estudiantes

Tabla 8

Distribución de frecuencias del aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en los estudiantes

Tabla cruzada Concavidad, punto de inflexión *test

			test		
			pre test	post test	Total
Concavidad, punto de inflexión	inicio	Recuento	10	1	11
		% dentro de test	7,9%	0,8%	4,3%
	proceso	Recuento	47	17	64
		% dentro de test	37,0%	13,4%	25,2%
	logro	Recuento	70	109	179
		% dentro de test	55,1%	85,8%	70,5%
Total		Recuento	127	127	254
		% dentro de test	100,0%	100,0%	100,0%

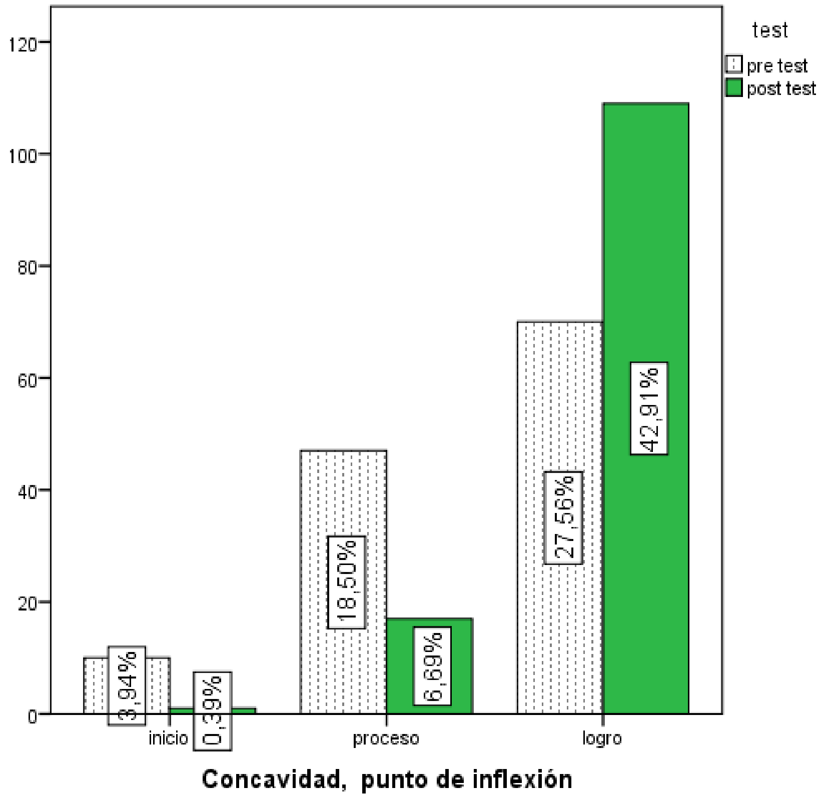


Figura 5. Comparación del aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en los estudiantes

De los resultados se tiene el puntaje del pre test antes de la influencia del software Geogebra en el aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y gráfica, la puntuación obtenida en el pre test el 7.9% se encuentran en inicio, mientras que el 55.1% se encuentran en logro, luego de la aplicación del software Geogebra en la concavidad, puntos de inflexión y grafica en los estudiantes el 13.4% de los estudiantes se encuentran en nivel de proceso, y el 85.8% se encuentran en logro, lo que podemos inferir que el software Geogebra permite mejorar en el aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas de la UNI. Lima – 2016

Prueba de normalidad

Tabla 9

Prueba de normalidad de los datos y nivel de significación

	test	Kolmogorov-Smirnov[a]		
		Estadístico	gl	Sig.
Definición, dominio y rango	pre test	,234	127	,000
	post test	,392	127	,000
Intersección con ejes coordenados	pre test	,230	127	,000
	post test	,204	127	,000
Intervalo de monotonía	pre test	,172	127	,000
	post test	,201	127	,000
Concavidad, punto de inflexión	pre test	,230	127	,000
	post test	,381	127	,000
aprendizaje de graficar	pre test	,132	127	,000
	post test	,119	127	,000

De los resultados que se muestran en la tabla, se aprecia que todos los datos en cuanto de manera general y por dimensiones presentan distribución no normal, el cual para el análisis de los datos serán tomadas los estadísticos no paramétrico, para el caso se tomaran al estadístico no paramétrico la W wilcoxon

4.3. Prueba de hipótesis

Prueba de hipótesis general de la investigación

Ho: La aplicación del software geogebra no influye significativamente en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima – 2016

$Ho: m_1 = m_2.$

H1: La aplicación del software geogebra influye significativamente en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima – 2016

$Hi: m_{1<}\ m_2$

Tabla 10

Comparación de rangos del aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial

Rangos

		N	Rango promedio	Suma de rangos	Estadísticos de contraste[b]
Post test y pre test	Rangos negativos	26[a]	45,02	1170,50	
	Rangos positivos	95[b]	63,59	5850,50	Z= -6,305[b]
	Empates	6[c]			Sig. asintót. (bilateral)= 0,000
	Total	127			

De la tabla, se observan la diferencia de los rangos del post test menos el pre tes de estos resultados se muestra que después de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en 26 estudiantes no mostró diferencia en cuanto a la puntuación de pre y post test, sin embargo, a 95 estudiantes surgió el efecto de la aplicación del software y en 6 estudiantes la puntuación del pre es igual a la del post test. Para la contratación de la hipótesis se asumió el estadístico de Wilcoxon, frente al resultado de tiene Z_c < que la Z_t (-6.305 < -1,96) con tendencia de cola izquierda, lo que significa rechazar la hipótesis nula, así mismo p<α (0,00 < 0,05) confirmando la decisión, la aplicación del software geogebra influye significativamente en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima – 2016

Prueba de hipótesis especifica de la investigación

Especifica 1

Ho: La aplicación del software geogebra no influye significativamente el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real, en los estudiantes de grupo control y experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima – 2016

. *Ho:* $\mu_1 = \mu_2$.

H1: La aplicación del software geogebra influye significativamente el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real, en los estudiantes de grupo control y experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima – 2016

Hi: $\mu_1 < \mu_2$

Tabla 11

Comparación de rangos del aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real, en los estudiantes

Rangos

		N	Rango promedio	Suma de rangos	Estadísticos de contraste[b]
Post test y pre test	Rangos negativos	8[d]	21,00	168,00	
	Rangos positivos	61[e]	35,22	2043,00	Z= -6,184[b]
	Empates	58[f]			Sig. asintót. (bilateral)= 0,000
	Total	127			

De la tabla, se observan la diferencia de los rangos del post test menos el pre tes de estos resultados se muestra que después de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real en 8 estudiantes no mostró diferencia en cuanto a la puntuación de pre y post test, sin embargo, a 61 estudiantes surgió el efecto de la aplicación del software y en 58 estudiantes la puntuación del pre es igual a la del post test. Para la contratación de la hipótesis se asumió el estadístico de Wilcoxon, frente al resultado de tiene Z_c < que la Z_t (-6.184 < -1,96) con tendencia de cola izquierda, lo que significa rechazar la hipótesis nula, así mismo $p<\alpha$ (0,00 < 0,05) confirmando la decisión, la aplicación del software geogebra influye significativamente el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real, en los estudiantes de grupo control y experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima – 2016

.

Especifica 2

Ho: La aplicación del software geogebra no influye significativamente el aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en los estudiantes de grupo control y experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima- 2016

Ho: $\mu_1 = \mu_2$.

H1: La aplicación del software geogebra influye significativamente el aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en los estudiantes de grupo control y experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima- 2016

Hi: $\mu_1 < \mu_2$

Tabla 12

Comparación de rangos en el aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en los estudiantes

Rangos

		N	Rango promedio	Suma de rangos	Estadísticos de contraste[b]
Post test y pre test	Rangos negativos	40[g]	48,38	1935,00	
	Rangos positivos	56[h]	45,96	2436,00	Z= -0,981
	Empates	31[i]			Sig. asintót. (bilateral)= 0.327
	Total	127			

De la tabla, se observan la diferencia de los rangos del post test menos el pre tes de estos resultados se muestra que después de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en 40 estudiantes no mostró diferencia en cuanto a la puntuación de pre y post test, sin embargo, a 56 estudiantes surgió el efecto de la aplicación del software y en 31 estudiantes la puntuación del pre es igual a la del post test. Para la contratación de la hipótesis se asumió el estadístico de Wilcoxon frente al resultado de tiene Z_c < que la Z_t (-0.981 > -1,96) con tendencia de cola izquierda, lo que significa no rechazar la hipótesis nula, así mismo $p>\alpha$ (0,327 > 0,05) confirmando la decisión, la aplicación del software geogebra no influye significativamente el aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en los estudiantes de grupo control y experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima- 2016

Especifica 3

Ho: La aplicación del software geogebra no influye significativamente el aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en los estudiantes del grupo experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016

Ho: $\mu_1 = \mu_2$.

H1: La aplicación del software geogebra influye significativamente el aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en los estudiantes del grupo experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016

Hi: $\mu_1 < \mu_2$

Tabla 13

Comparación de rangos en el aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en los estudiantes

Rangos

		N	Rango promedio	Suma de rangos	Estadísticos de contraste[b]
Post test y pre test	Rangos negativos	25[j]	40,00	1000,00	
	Rangos positivos	73[k]	50,86	3560,00	Z= -4.862
	Empates	29[l]			Sig. asintót. (bilateral)= 0,000
	Total	127			

De la tabla, se observan la diferencia de los rangos del post test menos el pre tes de estos resultados se muestra que después de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en 25 estudiantes no mostró diferencia en cuanto a la puntuación de pre y post test, sin embargo, a 73 estudiantes surgió el efecto de la aplicación del software y en 29 estudiantes la puntuación del pre es igual a la del post test. Para la contratación de la hipótesis se asumió el estadístico de Wilcoxon frente al resultado de tiene Z_c < que la Z_t (-4.862 < -1,96) con tendencia de cola izquierda, lo que significa rechazar la hipótesis nula, así mismo $p<\alpha$ (0,00 < 0,05) confirmando la decisión, la aplicación del software geogebra influye significativamente el aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en los estudiantes del grupo experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016

Especifica 4

Ho: La aplicación del software geogebra no influye significativamente el aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en los estudiantes del grupo experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016

Ho: $\mu_1 = \mu_2$.

H1: La aplicación del software geogebra influye significativamente el aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en los estudiantes del grupo experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016

. *Hi:* $\mu_1 < \mu_2$

Tabla 14

Comparación de rangos del aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en los estudiantes

Rangos

		N	Rango promedio	Suma de rangos	Estadísticos de contraste[b]
Post test y pre test	Rangos negativos	19[m]	38,68	735,00	
	Rangos positivos	79[n]	50,33	3825,00	Z= -5,912
	Empates	29[o]			Sig. asintót. (bilateral)= 0,000
	Total	127			

Finalmente en la tabla, se observan la diferencia de los rangos del post test menos el pre tes de estos resultados se muestra que después de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en 19 estudiantes no mostró diferencia en cuanto a la puntuación de pre y post test, sin embargo, a 79 estudiantes surgió el efecto de la aplicación del software y en 29 estudiantes la puntuación del pre es igual a la del post test. Para la contratación de la hipótesis se asumió el estadístico de Wilcoxon, frente al resultado de tiene Z_c < que la Z_t (-5,912< -1,96) con tendencia de cola izquierda, lo que significa rechazar la hipótesis nula, así mismo p<α (0,00 < 0,05) confirmando la decisión, la aplicación del software geogebra influye significativamente el aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en los estudiantes del grupo experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016

IV: Discusión

4.1. Discusión de resultados

En la presente investigación se ha realizado el análisis estadístico de carácter descriptivo y determinar las Influencia del software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas de la UNI. Lima - 2016.

La finalidad del análisis fue determinar el nivel de apreciaciones predominante respecto a cada una de las variables en estudio y en segundo lugar, para detectar la influencia que existe entre las variables soffware Geogebra y el aprendizaje de graficar funciones reales

Respecto a los resultados de la hipótesis general se tiene que la diferencia de los rangos del post test menos el pre tes de estos resultados se muestra que después de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en 26 estudiantes no mostró diferencia en cuanto a la puntuación de pre y post test, sin embargo, a 95 estudiantes surgió el efecto de la aplicación del software y en 6 estudiantes la puntuación del pre es igual a la del post test. Para la contratación de la hipótesis se asumió el estadístico de Wilcoxon, frente al resultado de tiene Zc < que la Zt (-6.305 < -1,96) con tendencia de cola izquierda, lo que significa rechazar la hipótesis nula, así mismo $p<\alpha$ (0,00 < 0,05) confirmando la decisión, la aplicación del software geogebra influye significativamente en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima – 2016

Para el estudio se consultaron algunas investigaciones referidas como antecedentes por su cercanía temática, así tenemos entre otras a Moreda (s/f) en su investigación Titulada: Uso del geogebra en el aprendizaje de las transformaciones. Cuyo objetivo fue contribuir a desarrollar el proceso: Investigar – Conjeturar – Verificar, y analizar las características de este proceso para cada caso, concluye que en la fase inicial del problema – investigar –, hay que vigilar que los alumnos no usen el GeoGebra precipitadamente y que con eso se reduzca el nivel de investigación inicial, y que directamente se fijen en la conjetura correcta, o que en alguna ocasión se aprovechen de sus avanzadas herramientas. Si en cambio, ahora nos centramos en la fase final – demostrar –, notamos que se necesita un nivel de instrumentalización y de instrumentación más elevado, aunque para esta actividad en concreto, no debemos olvidar, como ya hemos comentado anteriormente, que el nivel de conocimiento del GeoGebra es básico y no se usa la correspondencia con la ventana algebraica.

Ruiz (2013) en su investigación: Influencia del software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria, el objetivo fue estudiar si mejoran las competencias geométricas y didácticas de los estudiantes de Magisterio con la utilización de GeoGebra respecto al recurso “lápiz y papel”; la metodología seguida en el estudio empírico ha sido un diseño cuasi-experimental que integra los enfoques cuantitativo y cualitativo. Se concluye que: el grupo experimental ha obtenido una mejora estadísticamente significativa de sus competencias didácticogeométricas respecto al grupo control. Además,!esta mejora no está influida por el nivel previo de competencia digital de los estudiantes. Las creencias sobre las matemáticas y su enseñanza mejoran en ambos grupos del postest al pretest, pero no podemos atribuirlo al uso de GeoGebra

Ruiz (2013) en su investigación acerca del Uso Integrado de Moodle y GeoGebra en la Enseñanza de la Geometría, la metodología fue cuasi experimental, se concluyó que GeoGebra favorece la adquisición de competencias geométricas y didácticas en los futuros maestros frente al recurso lápiz y papel. Además, tanto el grupo experimental como el control mejoraron significativamente sus resultados en el postest respecto del pretest (sig=0.000), lo que indica que el proceso formativo común implementado en ambos es una herramienta valiosa para promover la adquisición de conocimientos didáctico-geométricos y que puede ser trasladado a otros entornos de aprendizaje matemático relacionados con la formación de profesores.

Castelllanos (2010) titula su tesis Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N. El objetivo de la investigación es explorar las habilidades en el desarrollo de la visualización y el razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el sottware GeoGebra con alumnos de segundo de magisterio de la Escuela Normal Mixta “Pedro Nufio”. La investigación es de tipo cualitativo, de corte exploratorio; además, la muestra se llevó a con 24 estudiantes. Los instrumentos utilizados son: prueba escrita de diagnóstico, guías de laboratorio, guías de trabajo y prueba final. De la investigación se concluye que el desempeño de los estudiantes en cada una de las sesiones de trabajo utilizando el software GeoGebra, evidencia que lograron desarrollar habilidades visuales externas, coordinación visomotora, memoria visual. Lograron desarrollar habilidades para la creación y procesamiento de imágenes visuales debido a la comprensión que adquirieron para manipular y analizar imágenes mentales y transformar conceptos, relaciones e imágenes mentales en otra clase de información, a través de representaciones visuales externas.

Barrazuera (2014), titula su investigación El aprendizaje de la línea recta y la circunferencia a través de secuencias didácticas de aprendizaje fundamentadas en la teoría social-cognitivo y desarrollada en GeoGebra. El objetivo de la investigación es generar secuencias didácticas de aprendizaje basadas en la teoría socio-cognitiva para el aprendizaje de la línea recta y la circunferencia mediante el software educativo libre GeoGebra. El estudio utiliza tanto el método cuantitativo como cualitativo. El estudió se llevó a cabo con estudiantes que cursan el 2° año de bachillerato y docentes del área de matemática; siendo en total 25 estudiantes y 2 profesores. Como instrumentos se usaron encuestas dirigidas. Se concluye de la investigación que la aplicación de nuevos recursos didácticos como lo son las secuencias didácticas dentro del proceso de aprendizaje, resultan atractivas e interesantes para los estudiantes. La utilización de un software educativo como lo es GeoGebra motiva e incentiva a los estudiantes, pues la utilización de GeoGebra genera el desarrollo de nuevas destrezas mentales y motrices, desarrollando de esta manera su creatividad.

Bello (2013) en su tesis titulada: Mediación del software geogebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria, cuyo objetivo fue Diseñar una propuesta de actividades mediadas por el software GeoGebra que favorece el aprendizaje de la Programación Lineal y que permita a los alumnos transitar entre los Registros de Representación verbal, algebraico y gráfico al resolver problemas contextualizados en alumnos de quinto grado de E.S. de la I.E, Concluimos además que las situaciones de aprendizaje plasmadas a través de nuestras actividades, permitieron a los alumnos: Estar familiarizados con el uso de un vocabulario nuevo especializado en Geometría Dinámica con GeoGebra. Obtener gráficos completos y no gráficos distorsionados al representar inecuaciones, haciendo el arrastre para visualizar la región factible mediante el zoom de GeoGebra. Incorporar otra forma metodológica de enseñar, porque no se dejó de lado el uso de lápiz y papel sino que se brindó la oportunidad que el conocimiento se lograra de manera diferente a través de la mediación de GeoGebra y las situaciones de aprendizaje propuestas a través de las actividades, esto favoreció el tratamiento y conversión del aprendizaje de Programación Lineal porque los alumnos representaron algebraicamente los problemas presentados, luego realizaron una representación gráfica, una representación algebraica y finalmente realizaron una representación verbal concluyendo por escrito la respuesta a la pregunta planteada. El tránsito entre los Registros de Representación Semiótica de tipo verbal, algebraico y gráfico usando GeoGebra y actividades de aprendizaje lograron que los alumnos resolvieran problemas de P.L. en forma natural y espontánea Aumentó las capacidades cognitivas de los sujetos brindándoles la posibilidad de producir un mayor número de Registros de Representación Semiótica en el tema de Programación Lineal. Aumentó el interés por las actividades realizadas y una modificación acertada en la calidad de las producciones de este modo se desarrolló las competencias de aprendizaje para el tema de Programación Lineal que nos habíamos propuesto. Los alumnos mostraron haber desarrollado destrezas y habilidades en el uso y manejo del software GeoGebra usando apropiadamente los comandos y los códigos propios de este software. Los alumnos pudieron comprender y aplicar estrategias: modelar las restricciones del problema, graficar la región factible de las restricciones obtenidas mediante la mediación de Geogebra, evaluar la función objetivo e interpretar la respuesta obtenida realizando el tránsito coordiando de registros verbales, algebraico y gráfico. La mediación de GeoGebra influye el aprendizaje de programación lineal porque facilita el diseño de estrategias de solución a problemas propuestos.

Díaz (2014), realiza su investigación y la titula La construcción del concepto circunferencia desde la dialéctica herramienta-objeto con el apoyo del software GeoGebra en estudiantes de quinto de secundaria. El estudio tiene como objetivo analizar, a través de una secuencia de actividades que sigue las fases de la dialéctica herramienta-objeto y mediadas por el software GeoGebra, la construcción del concepto circunferencia desde el cuadro de la geometría analítica en estudiantes de quinto de secundaria. El tipo de investigación es cualitativa de tipo experimental. Los alumnos que formaron parte de la investigación fueron seis estudiantes del quinto año de educación secundaria; además, se realizó un taller de introducción al software GeoGebra. Se concluye del estudio que los alumnos reconocieron el objeto y sus elementos característicos de forma satisfactoria. También expresaron términos característicos del objeto circunferencia como: punto medio, centro, radio, el radio es la distancia entre un punto cualquiera de la circunferencia al punto (-2,2), etc. Además, con los conocimientos nuevos e integrados en su esquema mental, pudieron resolver con algunas dificultades mínimas los problemas, es decir, los alumnos utilizaron el objeto circunferencia como herramienta al resolver situaciones nuevas en contextos diferentes.

Chumpitaz (2013), titula su tesis La Génesis Instrumental: Un estudio de los procesos de instrumentalización en el aprendizaje de la función definida por tramos mediados por el software GeoGebra con estudiantes de ingeniería. Los objetivos de la investigación son analizar las acciones de los estudiantes que instrumentalizan al GeoGebra en una secuencia de aprendizaje de la función definida por tramos y estudiar las acciones de los estudiantes cuando instrumentalizan la función definida por tramos en una secuencia de aprendizaje de esta función mediada por el GeoGebra. El tipo de investigación es cualitativa-experimental. La investigación se desarrolló con seis estudiantes del curso de Análisis Matemático I de las carreras de ingeniería de la universidad San Ignacio de Loyola. Como instrumentos se diseñaron fichas de trabajo con preguntas según la secuencia didáctica. Se concluye que, aunque se observa que en las últimas actividades de la secuencia de aprendizaje se conservaron las funciones adquiridas por algunas propiedades del GeoGebra como de la función definida por tramos, el proceso de instrumentalización de ambos instrumentos fue local es decir que alcanzaron el primer nivel de instrumentalización.

Echevarría (2015), realiza la investigación Estudio de la circunferencia desde la geometría sintética y la geometría analítica, mediado por el GeoGebra, con estudiantes de quinto grado de educación secundaria. La investigación tiene como objetivo analizar como los estudiantes del quinto grado de secundaria realizan el cambio de cuadros desde la geometría sintética a la geometría analítica, cuando estudian el objeto matemático circunferencia y utilizan el GeoGebra. Para el estudio se usa la metodología cualitativa ya que pretende conocer, a través de las observaciones, las acciones de los estudiantes cuando se enfrentan a una actividad diseñada bajo el cuadro de la geometría analítica. La aplicación se realizó con 32 estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la I.E.I. “Santo Domingo Savio”. Se utilizó como instrumentos preguntas elaboradas para los problemas y construcciones realizadas con el programa GeoGebra. De la investigación se concluye que, se consiguió que los estudiantes relacionaran procedimientos propios de la geometría sintética pero en el contexto de la geometría analítica; de esta manera, el trabajo algebraico adquirió sentido para ellos ya que cada paso analítico provenía de una acción geométrica. El empleo del software GeoGebra permitió que los estudiantes pudieran comprobar los resultados obtenidos en ambos cuadros, logrando que se centraran en las ideas principales y no se perdieran con los cálculos.

V: Conclusiones

Primera:

La diferencia de los rangos del post test menos el pre tes de estos resultados se muestra que después de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en 26 estudiantes no mostró diferencia en cuanto a la puntuación de pre y post test, sin embargo, a 95 estudiantes surgió el efecto de la aplicación del software y en 6 estudiantes la puntuación del pre es igual a la del post test. Para la contratación de la hipótesis se asumió el estadístico de Wilcoxon, frente al resultado de tiene Z_c < que la Z_t (-6.305 < -1,96) con tendencia de cola izquierda, lo que significa rechazar la hipótesis nula, así mismo $p<\alpha$ (0,00 < 0,05) confirmando la decisión, la aplicación del software geogebra influye significativamente en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima – 2016

Segunda:

Se observan la diferencia de los rangos del post test menos el pre tes de estos resultados se muestra que después de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real en 8 estudiantes no mostró diferencia en cuanto a la puntuación de pre y post test, sin embargo, a 58 estudiantes surgió el efecto de la aplicación del software y en 61 estudiantes la puntuación del pre es igual a la del post test. Para la contratación de la hipótesis se asumió el estadístico de Wilcoxon, frente al resultado de tiene Z_c < que la Z_t (-6.184 < -1,96) con tendencia de cola izquierda, lo que significa rechazar la hipótesis nula, así mismo $p<\alpha$ (0,00 < 0,05) confirmando la decisión, la aplicación del software geogebra influye significativamente el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real, en los estudiantes de grupo control y experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima – 2016

.

Tercera:

Se observan la diferencia de los rangos del post test menos el pre tes de estos resultados se muestra que después de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en 40 estudiantes no mostró diferencia en cuanto a la puntuación de pre y post test, sin embargo, a 56 estudiantes surgió el efecto de la aplicación del software y en 31 estudiantes la puntuación del pre es igual a la del post test. Para la contratación de la hipótesis se asumió el estadístico de Wilcoxon frente al resultado de tiene Z_c < que la Z_t (-0.981 > -1,96) con tendencia de cola izquierda, lo que significa no rechazar la hipótesis nula, así mismo $p>\alpha$ (0,327 > 0,05) confirmando la decisión, la aplicación del software geogebra no influye significativamente el aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en los estudiantes de grupo control y experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima- 2016

Cuarta:

Se observan la diferencia de los rangos del post test menos el pre tes de estos resultados se muestra que después de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en 25 estudiantes no mostró diferencia en cuanto a la puntuación de pre y post test, sin embargo, a 73 estudiantes surgió el efecto de la aplicación del software y en 29 estudiantes la puntuación del pre es igual a la del post test. Para la contratación de la hipótesis se asumió el estadístico de Wilcoxon frente al resultado de tiene Z_c < que la Z_t (-4.862 < -1,96) con tendencia de cola izquierda, lo que significa rechazar la hipótesis nula, así mismo $p<\alpha$ (0,00 < 0,05) confirmando la decisión, la aplicación del software geogebra influye significativamente el aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en los estudiantes del grupo experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016

Quinta:

Se observan la diferencia de los rangos del post test menos el pre tes de estos resultados se muestra que después de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en 19 estudiantes no mostró diferencia en cuanto a la puntuación de pre y post test, sin embargo, a 79 estudiantes surgió el efecto de la aplicación del software y en 29 estudiantes la puntuación del pre es igual a la del post test. Para la contratación de la hipótesis se asumió el estadístico de Wilcoxon, frente al resultado de tiene Z_c < que la Z_t (-5,912< -1,96) con tendencia de cola izquierda, lo que significa rechazar la hipótesis nula, así mismo $p<\alpha$ (0,00 < 0,05) confirmando la decisión, la aplicación del software geogebra influye significativamente el aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en los estudiantes del grupo experimental del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016

VI: Recomendaciones

Primera:

Incorporar el uso del software geogebra, en la la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, dado que de acuerdo a los resultados se aprecia una significativa influencia en el aprendizaje de los estudiantes

Segunda:

Desarrollar talleres para docentes donde se capacite en el mejor uso del software geogebra, dado que si se percibe la influencia esta está en un estado moderado

Tecera:

Implementar y difundir la aplicación del software geogebra en las demás facultadas de la Universidad Nacional de ingeniería, brindando las facilidades necesarias a los docentes del área de matemática para su adecuación en la propuesta didáctica.

VII: Referencias Bibliográficas

Albornoz, L. (s/f). *Domino y rango de una función.* Recuperada de: http://www.monografias.com/trabajos-pdf4/dominio-y-rangofuncion/dominio-y-rango-funcion.pdf

Álvarez. L (2010). *La expresión plástica en Educación infantil*. Recuperada de: http://www.eduinnova.es/sep2010/03plastica.pdf

Asanza. Y y Rodríguez. L (2007).*El desarrollo de la creatividad e imaginación a través de las técnicas grafo plásticas en la educación preescolar del liceo naval de manta en el periodo 2006- 2007*

Barrazuera, J. (2014). *El aprendizaje de la línea recta y la circunferencia a través de secuencias didácticas de aprendizaje fundamentadas en la teoría social-cognitivo y desarrollada en GeoGebra.* Recuperada de: http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/20824/1/tesis.pdf

Bello, J. (2013). *Mediación del software GeoGebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria.* Recuperada de: http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/4737/BELLO_DURAND_JUDITH_MEDIACION_SECUNDARIA.pdf?sequence=1

Bravo, J. (s/f). *Ecuaciones de la recta en el plano cartesiano*. Recuperada desde. http://www.sectormatematica.cl/media/NM2/ECUACIONES%20DE%20LA%20RECTA%20EN%20EL%20PLANO%20CARTESIANO.pdf

Castellanos, I. (2010). *Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N.* Recuperada de: file:///C:/Users/dannyzeta/Downloads/visualizacion -y-razonamien to-en-las-construcciones-geometricas-utilizando-el-software-geogebra-con-alumnos-de-ii-de-magisterio-de-la-enmpn%20(1).pdf

Ceballos, L. & López, A. (s/f). *Relaciones y funciones: conceptos clave para el aprendizaje del cálculo, y una propuesta para la aplicación del modelo de Van Hiele.* Recuperada de: https://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyp/article/view File/5948/5358

Chumpitaz (2013). *La Génesis Instrumental: Un estudio de los procesos de instrumentalización en el aprendizaje de la función definida por tramos mediado por el software GeoGebra con estudiantes de ingeniería.* Recuperada desde: file:///C:/Users/dannyzeta/Downloads/CHUMPITAZ_MALPARTIDA_LUIS_GENESIS_GEOGEBRA.pdf

Contreras, J. (s/f). *Funciones y gráficas*. Recuperadas desde: http://fcqi.tij.uabc.mx/usuarios/giovana/2_1_Funciones-es.pdf

Culcas, M. (s/f). *Extremos de una Función. Definiciones-Teoremas.* Recuperada desde: http://es.static.z-dn.net/files/d2c/3362df5b2591fc589de2d958f66fc82a.pdf

Darío, R., Gómez, J. y Parra, B. (s/f). *Teoría de máximos y mínimos*. Recuperada desde: http://www.mat.uson.mx/~jldiaz/Documents/Derivadas/teor_maxymin-tec.pdf

De la Cruz, E. (2016). *Software GeoGebra y su influencia en el aprendizaje de las funciones reales en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ciencias contables de la universidad nacional del callao*. Perú. Universidad Nacional del callao.

Díaz, R. (2014). *La construcción del concepto circunferencia desde la dialéctica herramienta-objeto con el apoyo del software GeoGebra en estudiantes de quinto de secundaria.* Recuperada desde:

http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/5707/DIAZ_VILLEGAS_ROGER_CONSTRUCCION_SOFTWARE.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Echevarría (2015). *Estudio de la circunferencia desde la geometría sintética y la geometría analítica, mediado por el GeoGebra, con estudiantes de quinto grado de educación secundaria.* Recuperada de: http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/6756/ECHEVARRIA_ANAYA_JULIO_ESTUDIO.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Escuela Colombiana de Ingeniería (s/f). *Aplicaciones del límite*. Recuperada desde:http://www.mat.uson.mx/~jldiaz/Documents/Limites/Asintotas.pdf

Farfán, R. (2013). *Lenguaje gráfico de funciones*. Recuperada desde: http://www.sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/6586/1/images/lenguaje_grafico_de_funciones_baja.pdf

Flores, A. (s/f). *Asíntotas verticales y horizontales*. Recuperada de: http://www.itlalaguna.edu.mx/Academico/Carreras/Mecanica/MateI/1.7.-%20Asintotas%20Verticales%20y%20Horizontales.pdf

García, L. (2011). Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir geogebra en el aula. España.

González, J. (2004). *Derivada-aplicaciones*. Recuperada desde: http://personales.unican.es/gonzaleof/Ciencias_1/AplicaDerC1.pdf

Gómez, I. (s/f). *Fundamentación teórica: conocimientos de matemáticas.* Recuperada de: http://www.mat.ucm.es/~imgomezc/almacen/PIMCD_463/Materiales_Secundaria_2/pdf/tema_funcion_exp.pdf

Guevara, C. (2011). *Propuesta didáctica para lograr aprendizaje significativo del concepto de función mediante la modelación y la simulación*. Recuperada desde: https://core.ac.uk/download/files/334/11056352.pdf

Jiménez, J. (s/f). *Funciones y gráficas*. Recuperada desde: https://matematicasiesoja.files.wordpress.com/2013/10/funciones-y-grc3a1ficas.pdf

Marín, R. y De La Torre, S. (1991). *“Manual de la Creatividad*”, Barcelona: Editorial Vicens Vives. *Extraído desde:*waritawan.blogspot.com/2008/11/la-creatividad.html

Martínez, E (1998). Estudio de la integración de los medios informativos en los currículos de educación infantil y primaria: sus implicaciones en la pratica educativa

Matemáticas IES (s/f). *Curvatura (concavidad y convexidad) y puntos de inflexión.* Recuperada desde: http://matematicasies.com/Curvatura-concavidad-y-convexidad

El Ministerio de Educación de Ciencia y Tecnología de Argentina (2007). *Matemática: funciones.* Recuperada desde:

Shílov, G. (2004). *¿Qué es una función?* Recuperada desde: http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_25/14_una_funcion.pdf

Universidad de Colina (s/f). *Sistema de coordenadas cartesianas*. Recuperada desde:http://miespacio.ucol.mx/raulgb/mate4/scc.pdf

Villena, M. (s/f). *Temas adicionales de la derivada*. Recuperada desde: https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/781/4/1488.pdf

Anexos

TÍTULO: Influencia del software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas de la UNI. Lima - 2016				
Problema general	**Objetivo general**	**Hipótesis general**	**Variable /Dimensiones**	
¿De qué manera influye la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima - 2016?	Determinar si la aplicación del software geogebra influye en el aprendizaje de graficar funciones reales en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima - 2016.	La aplicación del software geogebra influye significativamente en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima – 2016	**VI= Software Geogebra**	
			VD= Graficar funciones reales	
Problemas específicos	**Objetivos específicos**	**Hipótesis especificas**	Definición, dominio y rango de la función real	
¿ De qué manera influye la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento,. Lima - 2016?	Determinar la influencia de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real, en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento,. Lima - 2016.	La aplicación del software geogebra influye significativamente el aprendizaje de la definición, dominio y rango de una función real, en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima - 2016.	Intersección con ejes coordenados y las asíntotas de una función real	
¿ De qué manera influye la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento,Lima-	Determinar la influencia de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima 2016.	La aplicación del software geogebra influye significativamente el aprendizaje de la intersección con los ejes coordenados y las asíntotas de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima- 2016. La aplicación del software geogebra	Intervalo de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real	
			Concavidad, punto de inflexión y grafica de una función real	

2016?. ¿ De qué manera influye la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento,Lima-2016.? ¿De qué manera influye la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento,Lima-2016.	Determinar la influencia de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento,Lima-2016. Determinar la influencia de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016. ?	influye significativamente el aprendizaje de intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016. La aplicación del software geogebra influye significativamente el aprendizaje de la concavidad, puntos de inflexión y grafica de una función real en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas, de la universidad nacional de ingeniería, antes y después del experimento, Lima-2016		

Cuestionario de la variable dependiente

	DIMENSIÓN 1: Definición, dominio y rango de la función real	**V**	**F**
1	Definir el concepto de función analítica		
2	Definir el concepto de función geométrica		
3	Determinar el dominio de la siguiente función		
4	Determine el rango de la siguiente función		
5	Indicar si una función tiene como dominio un intervalo abierto entonces el rango de la función es un intervalo abierto		
6	Indicar si una función tiene como dominio un intervalo cerrado y acotado entonces el rango de la función es un intervalo cerrado y acotado		
	DIMENSIÓN 2: Intersección con ejes coordenados y las asíntotas de una función real	**V**	**F**
7	Determinar la intersección de la gráfica de la función con el eje “X		
8	Determinar la intersección de la gráfica de la función con el eje “Y		
9	Determinar si toda función lineal tiene intersección con los ejes coordenados		
10	Determinar si toda función cuadrática tiene intersección con los ejes coordenados		
11	Determinar las asíntotas verticales de la función real		
12	Determinar las asíntotas horizontales de la función real		
13	Determinar las asíntotas oblicuas de la función real		
	DIMENSIÓN 3: Intervalo de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real	**V**	**F**
14	Determinar los puntos críticos de la función		
15	Hallar los intervalos donde la función es decreciente		
16	Hallar los intervalos donde la función es creciente		
17	Determinar qué tipo de función no tiene intervalos de monotonía		
18	Indicar que definición o criterio nos permite determinar extremos relativos		
19	Indicar que definición o criterio nos permite determinar extremos relativos absolutos		
20	Determinar los extremos relativos de la función real		
21	Determinar los extremos absolutos de la función real		
22	Indicar que si una función tiene extremo absoluto entonces es un extremo relativo		
	DIMENSIÓN: Concavidad, punto de inflexión y grafica de una función real	**V**	**F**
23	Indicar que definición o criterio nos permite determinar los intervalos de concavidad		
24	Determinar los puntos de inflexión de la función		
25	Determinar los intervalos de concavidad de la función		
26	Determinar si un punto crítico es un punto de inflexión		
27	Indicar cuál es la gráfica de la siguiente función		

Base de datos prueba piloto

	ITEM 1	ITEM 2	ITEM 3	ITEM 4	ITEM 5	ITEM 6	ITEM 7	ITEM 8	ITEM 9	ITEM 10	ITEM 11	ITEM 12	ITEM 13	ITEM 14	ITEM 15	ITEM 16	ITEM 17	ITEM 18	ITEM 19	ITEM 20	ITEM 21	ITEM 22	ITEM 23	ITEM 24	ITEM 25	ITEM 26	ITEM 27
1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
2	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
3	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
4	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
5	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0
6	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0
7	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0
8	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0
9	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0
10	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0
11	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
12	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0
13	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0
14	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
18	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
19	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
20	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
21	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
22	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
23	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
24	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
25	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
26	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
27	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
28	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
29	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1
30	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1

	ITEM 1	ITEM 2	ITEM 3	ITEM 4	ITEM 5	ITEM 6	ITEM 7	ITEM 8	ITEM 9	ITEM 10	ITEM 11	ITEM 12	ITEM 13	ITEM 14	ITEM 15	ITEM 16	ITEM 17	ITEM 18	ITEM 19	ITEM 20	ITEM 21	ITEM 22	ITEM 23	ITEM 24	ITEM 25	ITEM 26	ITEM 27	total
2	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	18
3	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	18
4	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	18
5	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	15
6	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	15
7	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	15
8	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	15
9	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	15
10	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	17
11	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	19
12	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	22
13	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	23
14	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	25
15	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	25
16	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	24
17	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	23
18	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	23
19	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	23
20	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	23
21	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	23
22	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	23
23	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	23
24	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	23
25	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	22
26	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	22
27	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	22
28	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	21
29	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	21

	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	21
31	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	21
32	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	21
33	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	21
34	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20
35	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	20
36	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	19
37	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	18
38	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	18
39	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	18
40	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	19

to	27	30	31	35	26	24	22	32	14	29	32	36	28	32	20	31	30	27	29	33	40	40	3 1	33	34	32
p	0.675	0.75	0.775	0.875	0.65	0.6	0.55	0.8	0.35	0.725	0.8	0.9	0.7	0.8	0.5	0.775	0.75	0.675	0.725	0.825	1	1	0.775	0.82		
q	0.325	0.25	0.225	0.125	0.35	0.4	0.45	0.2	0.65	0.275	0.2	0.1	0.3	0.2	0.5	0.225	0.25	0.325	0.275	0.175	0	0	0.225	0.17		
pxq	0.219375	0.1875	0.174375	0.109375	0.2275	0.24	0.2475	0.16	0.2275	0.199375	0.16	0.09	0.21	0.16	0.25	0.174375	0.1875	0.219375	0.199375	0.144375	0	0	0.174375	0.14		
sp*q	4.5681																									
vt	8.6404																									
kr20	0.9257																									

Prueba piloto K20

Base de datos de aprendizaje de graficar funciones reales

	ITEM 1	ITEM 2	ITEM 3	ITEM 4	ITEM 5	ITEM 6	ITEM 7	ITEM 8	ITEM 9	ITEM 10	ITEM 11	ITEM 12	ITEM 13	ITEM 14	ITEM 15	ITEM 16	ITEM 17	ITEM 18	ITEM 19	ITEM 20
1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
2	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
3	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
4	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
5	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
6	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
7	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
8	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
9	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1
10	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1
11	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1
12	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
13	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
14	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
15	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
16	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
18	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
19	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
20	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
21	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
22	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
23	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

24	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
25	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0
26	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0
27	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0
28	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0
29	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0
30	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0
31	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0
32	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
33	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
34	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
35	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
36	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
37	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
38	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
39	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1
40	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1
41	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1
42	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1
43	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
44	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
45	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
46	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
47	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
48	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
49	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
50	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
51	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1

52	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1
53	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1
54	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1
55	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1
56	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
57	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
58	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
59	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
60	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
61	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
62	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
63	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
64	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1
65	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1
66	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1
67	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1
68	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1
69	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
70	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
71	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
72	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
73	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
74	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
75	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
76	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
77	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
78	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
79	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1

80	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0
81	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0
82	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0
83	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0
84	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
85	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
86	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1
87	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
88	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
89	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
90	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
91	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
92	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
93	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
94	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
95	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
96	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
97	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
98	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
99	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
100	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
101	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
102	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
103	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
104	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
105	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
106	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0
107	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0

108	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0
109	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0
110	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0
111	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0
112	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
113	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
114	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
115	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
116	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
117	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
118	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
119	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
120	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
121	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
122	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
123	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1
124	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
125	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
126	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
127	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1

ARTÍCULO CIENTÍFICO

Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016

Autor:
Mgtr.Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco

Resumen

La presente investigación del Software Geogebra y el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016. Es importante porque nos permite determinar la influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales y tomar decisiones sobre los futuros usos del programa y mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el nivel universitario. La investigación fue de enfoque cuantitativo, diseño de estudio pre experimental, de pre prueba pos prueba con una sola medición, para el estudio se contó con una población censal de 127 estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería.

Palabras clave: Software Geogebra, aprendizaje, grafica de funciones reales

Abstract

The present investigation of the Geogebra Software and the learning to graph real functions in students of the first cycle of the National University of Engineering - 2016. It is important because it allows us to determine the influence of the Geogebra Software in the learning to graph real functions and to make decisions on the Future uses of the program and improve student learning at the university level. The research was a quantitative approach, a pre-experimental study design, a pre-test test with a single measurement, and a census population of 127 students from the first cycle of the National Engineering University.

Keywords: Geogebra software, learning, graph of real functions

Introducción

La presente investigación trata acerca del Software Geogebra y el aprendizaje de graficar funciones reales y tuvo como objetivo determinar la influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad

Nacional de Ingeniería – 2016**.** La variable Software Geogebra se trabajó teniendo en cuenta el contenido del softwar y la variable referida al aprendizaje de graficar funciones en base a las evaluaciones de la asignatura respectiva, para lo cual se tuvo en cuenta las dimensiones como definición, dominio y rango de una función, intersección con ejes coordenados y asíntotas de una función real, intervalo de monotonía extremos relativos y absolutos de una función así como la concavidad y puntos de inflexión gráfica.

El desarrollo de la investigación se llevó a cabo, teniendo en cuenta los siguientes antecedentes; Moreda (s/f) en "Uso del geogebra en el aprendizaje de las transformaciones", se observa que se necesita un nivel de instrumentalización y de instrumentación más elevado, aunque para esta actividad en concreto, no debemos olvidar, como ya hemos comentado anteriormente, que el nivel de conocimiento del GeoGebra es básico y no se usa la correspondencia con la ventana algebraica. Ruiz (2013) en "Influencia del software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria", se concluye que el grupo experimental ha obtenido una mejora estadísticamente significativa de sus competencias didáctica geométrica respecto al grupo control. Ruiz (2013) en "Uso Integrado de Moodle y GeoGebra en la Enseñanza de la Geometría", se concluyó que GeoGebra favorece la adquisición de competencias geométricas y didácticas en los futuros maestros frente al recurso lápiz y papel. Castelllanos (2010) en "Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N", se concluye que el desempeño de los estudiantes en cada una de las sesiones de trabajo utilizando el software GeoGebra, evidencia que lograron desarrollar habilidades visuales externas, coordinación visomotora, memoria visual. Barrazuera (2014), en "El aprendizaje de la línea recta y la circunferencia a través de secuencias didácticas de aprendizaje fundamentadas en la teoría social-cognitivo y desarrollada en GeoGebra", se concluye de la investigación que la utilización de un software educativo como lo es GeoGebra motiva e incentiva a los estudiantes, pues la utilización de GeoGebra genera el desarrollo de nuevas destrezas mentales y motrices, desarrollando de esta manera su creatividad. Bello (2013) en "Mediación del software geogebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria", la conclusión fue que la mediación de GeoGebra influye en el aprendizaje de programación lineal porque facilita el diseño de estrategias de solución a problemas propuestos. Díaz (2014), en "La construcción del concepto circunferencia desde la dialéctica herramienta-objeto con el apoyo del software GeoGebra en estudiantes de quinto de secundaria", se concluye del estudio que los alumnos reconocieron el objeto y sus elementos característicos de forma satisfactoria. Chumpitaz

(2013), en “La Génesis Instrumental: Un estudio de los procesos de instrumentalización en el aprendizaje de la función definida por tramos mediados por el software GeoGebra con estudiantes de ingeniería”, se concluye que, aunque se observa que en las últimas actividades de la secuencia de aprendizaje se conservaron las funciones adquiridas por algunas propiedades del GeoGebra como de la función definida por tramos, el proceso de instrumentalización de ambos instrumentos fue local es decir que alcanzaron el primer nivel de instrumentalización. Echevarría (2015), “Estudio de la circunferencia desde la geometría sintética y la geometría analítica, mediado por el GeoGebra, con estudiantes de quinto grado de educación secundaria”, se concluye que, se consiguió que los estudiantes relacionaran procedimientos propios de la geometría sintética pero en el contexto de la geometría analítica; de esta manera, el trabajo algebraico adquirió sentido para ellos ya que cada paso analítico provenía de una acción geométrica.

Metodología

La presente investigación metodológicamente está enmarcad en el método hipotético deductivo, al respecto Hernández, et al (2009), afirman que:

> De acuerdo con el método hipotético deductivo, la lógica de la investigación científica se basa en la formulación de una ley universal y en el establecimiento de condiciones iniciales relevantes que constituyen la premisa básica para la construcción de teorías. Dicha ley universal se deriva de especulaciones o conjeturas más que de consideraciones inductivistas. Así las cosas, la ley universal puede corresponder a una proposición como la siguiente: Si “X sucede, Y sucede” o en forma estocástica: “X sucede si Y sucede con probabilidad P.” (p.4).

El tipo de investigación es aplicada.   La investigación aplicada tiene por objetivo la generación de conocimiento con aplicación directa y a mediano plazo en la sociedad o en el sector productivo. El diseño es pre experimental de prueba - posprueba con una sola medición, s a decir de Carrasco (   ) “este diseño consiste en aplicar a un grupo una prueba previa al estímulo o tratamiento experimental, para luego administrar el tratamiento, y después de ello, aplicar la prueba o medición posterior” (p. 64).

Discusión

Respecto a los resultados de la hipótesis general se tiene que la diferencia de los rangos del post test menos el pre tes de estos resultados se muestra que después de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en 26 estudiantes no mostró diferencia en cuanto a la puntuación de pre y post test, sin embargo, a 95 estudiantes surgió el efecto de la aplicación del software y en 6 estudiantes la puntuación del pre es igual a la del post test. Para la contratación de la hipótesis se asumió el estadístico de Wilcoxon, frente al resultado de tiene Zc < que la Zt (-6.305 < -1,96) con tendencia de cola izquierda, lo que significa rechazar la hipótesis nula, así mismo $p<\alpha$ (0,00 < 0,05) confirmando la decisión, la aplicación del software geogebra influye significativamente en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima – 2016. Para el estudio se consultaron algunas investigaciones referidas como antecedentes por su cercanía temática, así tenemos a Ruiz (2013) en “Influencia del software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria”, se concluye que el grupo experimental ha obtenido una mejora estadísticamente significativa de sus competencias didáctica geométrica respecto al grupo control. Ruiz (2013) en “Uso Integrado de Moodle y GeoGebra en la Enseñanza de la Geometría”, se concluyó que GeoGebra favorece la adquisición de competencias geométricas y didácticas en los futuros maestros frente al recurso lápiz y papel. Castelllanos (2010) en “Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N”, se concluye que el desempeño de los estudiantes en cada una de las sesiones de trabajo utilizando el software GeoGebra, evidencia que lograron desarrollar habilidades visuales externas, coordinación visomotora, memoria visual. Barrazuera (2014), en “El aprendizaje de la línea recta y la circunferencia a través de secuencias didácticas de aprendizaje fundamentadas en la teoría social-cognitivo y desarrollada en GeoGebra”, se concluye de la investigación que la utilización de un software educativo como lo es GeoGebra motiva e incentiva a los estudiantes, pues la utilización de GeoGebra genera el desarrollo de nuevas destrezas mentales y motrices, desarrollando de esta manera su creatividad. Díaz (2014), en “La construcción del concepto circunferencia desde la dialéctica herramienta-objeto con el apoyo del software GeoGebra en estudiantes de quinto de secundaria”, se concluye del estudio que los alumnos reconocieron el objeto y sus elementos característicos de forma satisfactoria. Chumpitaz (2013, en “La Génesis Instrumental: Un estudio de los procesos de instrumentalización en el aprendizaje de la función definida por tramos mediados por el software GeoGebra con estudiantes de ingeniería”, se concluye que, aunque se observa que en las últimas actividades de la secuencia de aprendizaje se conservaron las funciones adquiridas por algunas propiedades del GeoGebra como de la función definida por tramos, el proceso de instrumentalización de ambos instrumentos fue local es decir que alcanzaron el primer nivel de instrumentalización.

Conclusiónes

Según los resultados se tiene el puntaje del pre test antes de la influencia del software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones, la puntuación obtenida en el pre test el 37.8% se encuentran en proceso, mientras que el 62.2% se encuentran en logro, luego de la aplicación del software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones en los estudiantes el 9.4% de los estudiantes se encuentran en nivel de proceso, y el 90.6% se encuentran en logro, lo que podemos inferir que el software Geogebra permite mejorar en el aprendizaje de graficar funciones en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial y sistemas de la UNI. Lima – 2016

Referencias Bibliograficas

Barrazuera, J. (2014). *El aprendizaje de la línea recta y la circunferencia a través de secuencias didácticas de aprendizaje fundamentadas en la teoría social-cognitivo y desarrollada en GeoGebra.* Recuperada de: http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/20824/1/tesis.pdf

Bello, J. (2013). *Mediación del software GeoGebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria.* Recuperada de: http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/4737/BELLO_DURAND_JUDITH_MEDIACION_SECUNDARIA.pdf?sequence=1

Castellanos, I. (2010). *Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra con alumnos de II de magisterio de la E.N.M.P.N.* Recuperada de: file:///C:/Users/dannyzeta/Downloads/visualizacion -y-razonamien to-en-las-construcciones-geometricas-utilizando-el-software-geogebra-con-alumnos-de-ii-de-magisterio-de-la-enmpn%20(1).pdf

Ceballos, L. & López, A. (s/f). *Relaciones y funciones: conceptos clave para el aprendizaje del cálculo, y una propuesta para la aplicación del modelo de Van Hiele.* Recuperada de:

https://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyp/article/view File/5948/5358

Díaz, R. (2014). *La construcción del concepto circunferencia desde la dialéctica herramienta-objeto con el apoyo del software GeoGebra en estudiantes de quinto de secundaria.* Recuperada desde:

http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/5707/DIAZ_VILLEGAS_ROGER_CONSTRUCCION_SOFTWARE.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Echevarría (2015). *Estudio de la circunferencia desde la geometría sintética y la geometría analítica, mediado por el GeoGebra, con estudiantes de quinto grado de educación secundaria.* Recuperada de: http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/6756/ECHEVARRIA_ANAYA_JULIO_ESTUDIO.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Flores, A. (s/f). *Asíntotas verticales y horizontales*. Recuperada de: http://www.itlalaguna.edu.mx/Academico/Carreras/Mecanica/MateI/1.7.-%20Asintotas%20Verticales%20y%20Horizontales.pdf

Guevara, C. (2011). *Propuesta didáctica para lograr aprendizaje significativo del concepto de función mediante la modelación y la simulación*. Recuperada desde: https://core.ac.uk/download/files/334/11056352.pdf

Matemáticas IES (s/f). *Curvatura (concavidad y convexidad) y puntos de inflexión.* Recuperada desde: http://matematicasies.com/Curvatura-concavidad-y-convexidad

El Ministerio de Educación de Ciencia y Tecnología de Argentina (2007). *Matemática: funciones.* Recuperada desde:

Universidad de Colina (s/f). *Sistema de coordenadas cartesianas*. Recuperada desde

Instrumento Validado

Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016

Estimado Estudiante:

El presente instrumento es la aplicación de la investigación del estudio como alumno en la escuela de posgrado con mención Doctorado en Educación de la Universidad Cesar Vallejo. El objetivo de esta investigación es medir la Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016; por ello solicito a usted su colaboración brindando de manera veraz la información que se requiere , marcando con un ASPA "X" la alternativas que crea conveniente.

1.- Cual de los siguientes conceptos define una función analíticamente

a) Una **función** *f* es una regla que asigna a cada elemento *x* de un conjunto *D,* exactamente Un elemento, llamado *f* (*x*), de un conjunto *E*.

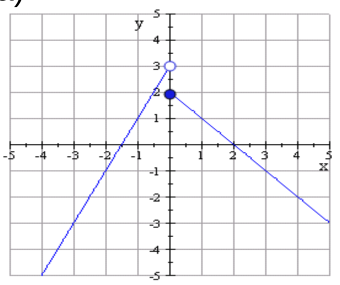
b) Una curva en el plano *xy* es la gráfica de una función de *x*
si y sólo si una recta vertical cruza la curva en más de dos puntos

c) Una **función** *f* es una regla que asigna a cada elemento *x* de un conjunto *D,* exactamente Dos elementos, llamado *f* (*x*), de un conjunto *E*.

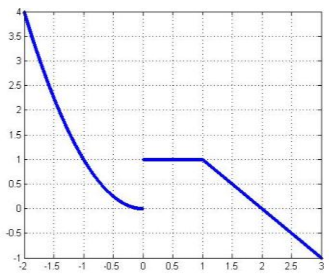
d) Una curva en el plano *xy* es la gráfica de una función de *x* si y sólo si una recta horizontal cruza la curva en más de dos puntos

2.-Cual de las siguientes graficas define el concepto de función geométricamente

a)

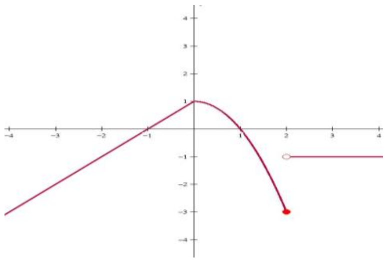


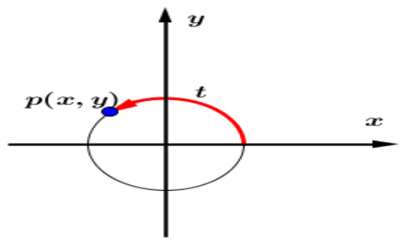
b)



c)

d)





3.-Determinar el dominio de la siguiente función

$$f(x) = \frac{x|x-|x||}{|x|-||x||}$$

a) $x\,\varepsilon\langle R\rangle$ b) $x\,\varepsilon\langle R-N\rangle$ C) $x\,\varepsilon\langle N\rangle$ d) $x\,\varepsilon\langle Q\rangle$

4.-Determine el rango de la siguiente función

$$f(x) = \frac{x|x-|x||}{|x|-||x||}$$

a) $x\,\varepsilon\langle-\infty;0\rangle$ b) $x\,\varepsilon\langle 0;\infty\rangle$ C) $x\,\varepsilon\langle-\infty;\infty\rangle$ d) $x\,\varepsilon\langle 4;\infty\rangle$

5.- Responda al siguiente enunciado, si una función tiene como dominio un intervalo abierto entonces el rango de la función es un intervalo abierto

a) Si la función es lineal siempre se cumple.
b) Si la función es cuadrática siempre se cumple.
c) Se cumple la afirmación (a) y (b)
d) Si la función es un polinomio no se cumple.

6.- Responda al siguiente enunciado, si una función tiene como dominio un intervalo cerrado y acotado entonces el rango de la función es un intervalo cerrado y acotado

a) Si la función es racional siempre se cumple.
b) Si la función es exponencial siempre se cumple.
c) Se cumple la afirmación (a) y (b)
d) Si la función es valor absoluto no se cumple.

7.- Determinar la intersección de la gráfica de la función con el eje “X”

$$f(x) = (x^3+3x^2+3x+1)(x^2+2x+1)$$

a) $x\,\varepsilon\langle(-1,0)\,,(1,0)\rangle$ b) $x\,\varepsilon\langle(-1,0)\,,(2,4)\rangle$

c) $x\,\varepsilon\langle(-1,1)\,,(1,2)\rangle$ d) $x\,\varepsilon\langle(-1,0)\,,(1,3)\rangle$

8.- Determinar la intersección de la gráfica de la función con el eje “Y”

$$f(x)=\frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$$

a) $x\ \varepsilon\langle(-1,0)\ ,(1,0)\rangle$ b) $x\ \varepsilon\langle(-1,0)\ ,(0;1)\rangle$

c) $x\ \varepsilon\langle(1,2)\rangle$ d) $x\ \varepsilon\langle(0,0)\ \rangle$

9.- Responda al siguiente enunciado, toda función lineal tiene intersección con los ejes coordenados

a) La función lineal solo se interseca con eje “X”.

b) La función lineal solo se interseca con eje “Y”.

c) La función lineal no se intercepta con los ejes coordenados.

d) La función lineal siempre cumple con las afirmaciones (a) y (b).

10.- Responda al siguiente enunciado, toda función cuadrática tiene intersección con los ejes coordenados

a) La función cuadrática solo se interseca con eje “X”.

b) La función cuadrática solo se interseca con eje “Y”.

c) La función cuadrática no necesariamente se intercepta con los ejes coordenados.

d) La función cuadrática siempre cumple con las afirmaciones (a) y (b)

11.- Cual son las asíntotas verticales de la siguiente función real

$$f(x)=\frac{x^2}{x+1}$$

a) $x=-1$, dado que $\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x^2}{x+1}=-\infty$ y $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{x^2}{x+1}=+\infty$

b) $x=1$, dado que $\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x^2}{x+1}=-\infty$ y $\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x^2}{x+1}=-\infty$

c) $x=1$, dado que $\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x^2}{x+1}=0$ y $\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x^2}{x+1}=-\infty$

d) $x=-1$, dado que $\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x^2}{x+1}=-\infty$ y $\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x^2}{x+1}=0$

12.- Cual son las asíntotas horizontales de siguiente la función

$$f(x)=\frac{x^2}{x+1}$$

a) si $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2}{x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{x^2}{x^2}}{\frac{x+1}{x^2}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{1}{1}}{\frac{x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}=\dfrac{1}{0}=\infty$ entonces no existe asíntota

b) si $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2}{x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{x^2}{x^2}}{\frac{x+1}{x^2}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{1}{1}}{\frac{x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}=\dfrac{1}{0}=\infty$ entonces existe asíntota

c) si $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2}{x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{x^2}{x^2}}{\frac{x+1}{x^2}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{1}{1}}{\frac{x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}=\dfrac{1}{0}=-\infty$ entonces no existe asíntota

d) si $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2}{x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{x^2}{x^2}}{\frac{x+1}{x^2}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{1}{1}}{\frac{x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}=\dfrac{1}{0}=-\infty$ entonces existe asíntota

13.- Cual son las asíntotas oblicuas de la siguiente función real

$$f(x)=\frac{x^2}{x+1}$$

a) La asíntota oblicua esta dado por $y=x+1$

b) La asíntota oblicua esta dado por $y=x-1$

c) La asíntota oblicua esta dado por $y=2x+1$

d) La asíntota oblicua esta dado por $y=3x-1$

14.- Determinar los puntos críticos de la siguiente función real

$f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$

a) $x=0$, $x=-2$ b) $x=0$, $x=-1$

c) $x=1$, $x=-2$ d) $x=0$, $x=2$

15.-Hallar los intervalos donde la función es decreciente

$f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$

a) $\langle -1,0\rangle \cup \langle 0,1\rangle$ b) $\langle -1,0\rangle \cup \langle 1,2\rangle$

c) $[-2,0]$ d) $\langle 0,1\rangle$

16.-Hallar los intervalos donde la función es creciente

$f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$

a) $\langle -1,0\rangle \cup \langle 0,1\rangle$ b) $\langle -\infty,-2] \cup [0,\infty\rangle$

c) $\langle -2,0\rangle$ d) $\langle 0,2\rangle$

17.- Determinar qué tipo de función no tiene intervalos de monotonía

a) La función constante no presenta intervalos de monotonía

b) La función cuadrática no presenta intervalos de monotonía

c) La función lineal no presenta intervalos de monotonía

d) La función máximo entero no presenta intervalos de monotonía

18.- Indicar que definición o criterio nos permite determinar extremos relativos de una función real.

a) El criterio de la primera derivada nos permite determinar extremos relativos

b) El criterio de la segunda derivada nos permite determinar extremos relativos

c) El teorema de Bolzano weirstrass nos garantiza los extremos relativos

d) Las afirmaciones (a) y (b) nos permiten determinar extremos relativos

19.- Indicar que definición o criterio nos permite determinar extremos absolutos de una función real

a) El criterio de la primera derivada nos permite determinar extremos relativos
b) El criterio de la segunda derivada nos permite determinar extremos relativos c) El teorema de Bolzano weirstrass nos garantiza los extremos absolutos
d) Las afirmaciones (a) y (b) nos permiten determinar extremos relativos

20.- Determinar los extremos relativos de la siguiente función real

$$f(x)=\frac{x^2}{x+1}$$

a) En $x=-2$, la primera derivada cambia de signo, de positivo a negativo, por lo tanto aquí existe un máximo relativo, y en $x=0$, la primera derivada cambia de signo, de negativo a positivo, por lo tanto aquí existe un mínimo relativo
b) En $x=2$, la primera derivada cambia de signo, de positivo a negativo, por lo tanto aquí existe un máximo relativo, y en $x=0$, la primera derivada cambia de signo, de negativo a positivo, por lo tanto aquí existe un mínimo relativo
c) En $x=1$, la primera derivada cambia de signo, de positivo a negativo, por lo tanto aquí existe un máximo relativo, y en $x=2$, la primera derivada cambia de signo, de negativo a positivo, por lo tanto aquí existe un mínimo relativo
d) En $x=-2$, la primera derivada cambia de signo, de positivo a negativo, por lo tanto aquí existe un máximo relativo, y en $x=2$, la primera derivada cambia de signo, de negativo a positivo, por lo tanto aquí existe un mínimo relativo

21.- Determinar los extremos absolutos de la siguiente función real

$$f(x)=\frac{x^2}{x+1}$$

a) En $x=2$, existe un máximo absoluto, y en $x=0$, existe un mínimo absoluto.
b) En $x=-2$, existe un máximo absoluto, y en $x=0$, existe un mínimo absoluto.
c) La función no tiene extremos absolutos porque no está acotada
d) En $x=0$, existe un máximo absoluto, y en $x=-2$, existe un mínimo absoluto

22.- Indicar que si una función tiene extremo absoluto entonces es un extremo relativo

a) Según teorema la afirmación no siempre es verdadera

b) Si un extremo es absoluto entonces es un extremo relativo

c) Según el teorema de Bolzano weirstrass la afirmación es verdadera

d) Según teorema la afirmación es verdadera

23.- Indicar que definición o criterio nos permite determinar los intervalos de concavidad

a) El criterio de la primera derivada nos permite determinar los intervalos de concavidad

b) El criterio de la segunda derivada nos permite determinar los intervalos de concavidad

c) El teorema de Bolzano weirstrass nos garantiza los intervalos de concavidad

d) Las afirmaciones (a) y (b), siempre se cumplen

24.- Determinar los puntos de inflexión de la función

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$

a) La función no presenta puntos de inflexión

b) El punto $x = -1$, es un punto de inflexión

c) El punto $x = -2$, es un punto de inflexión

d) Los puntos $x = -2$, y $x = 0$, son puntos de inflexión

25.- Determinar los intervalos de concavidad de la función

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$

a) La función es cóncava abajo en $\langle -\infty, -2 \rangle$ y cóncava hacia arriba $\langle -1, \infty \rangle$

b) La función es cóncava abajo en $\langle -\infty, -3 \rangle$ y cóncava hacia arriba $\langle -2, \infty \rangle$

c) La función es cóncava abajo en $\langle -\infty, -1 \rangle$ y cóncava hacia arriba $\langle -1, \infty \rangle$

d) La función es cóncava abajo en $\langle -\infty, -1 \rangle$ y cóncava hacia arriba $\langle 1, \infty \rangle$

26.- Determinar si un punto crítico es un punto de inflexión

a) Si en el punto $x = -1$, la función no está definida , entonces es un punto de inflexion

b) Si el punto $x = -1$, es un punto de inflexión, entonces es un punto crítico

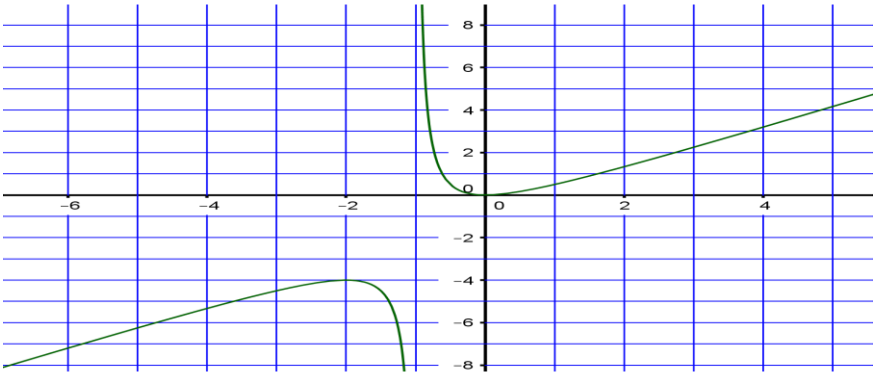
c) El punto $x = -2$, es un punto de inflexión, entonces es un punto crítico

d) Un punto crítico no necesariamente es un punto de inflexión

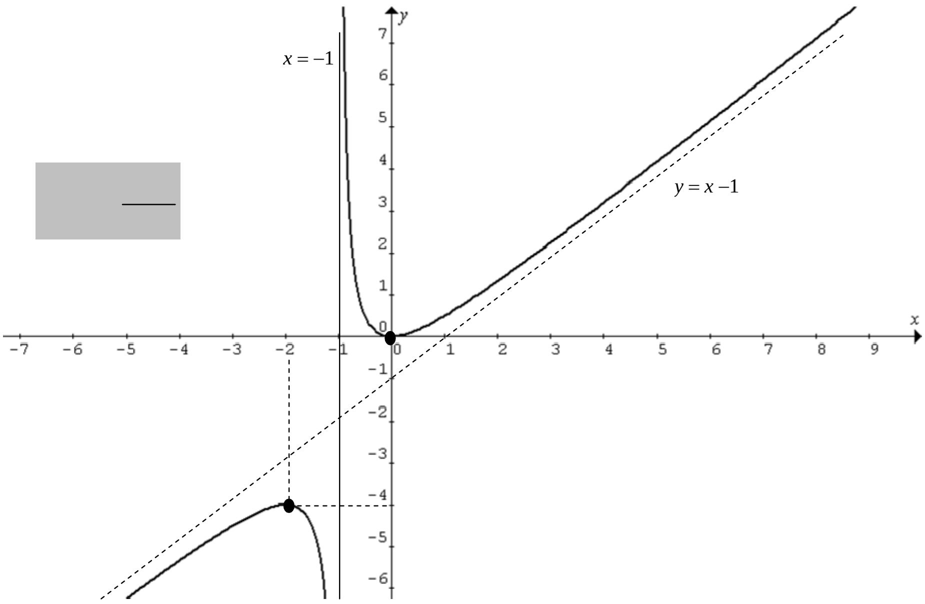
27.-Indicar cuál es la gráfica de la siguiente función

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$

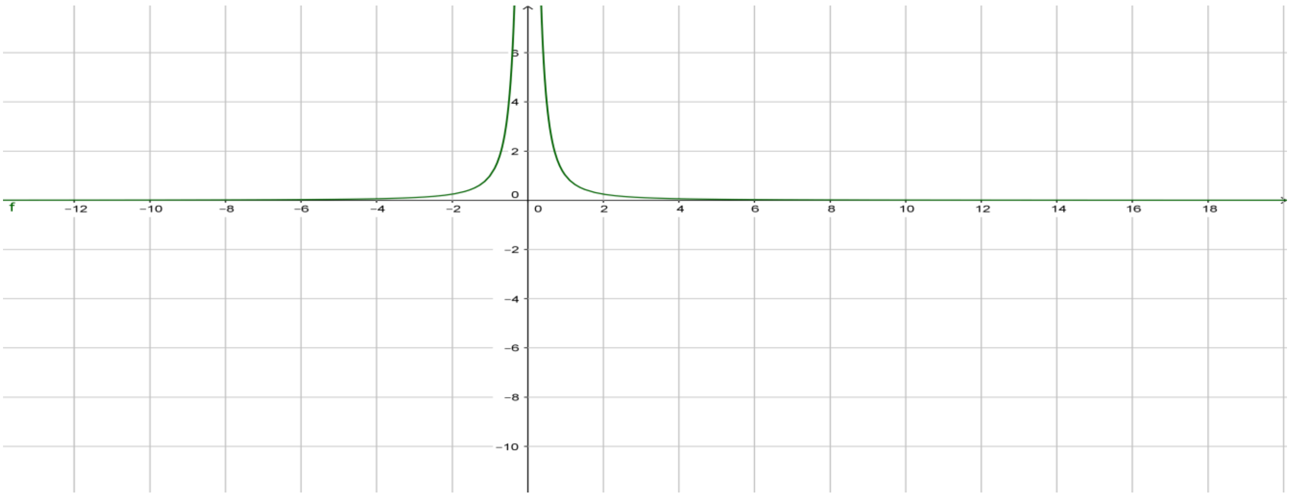
a)



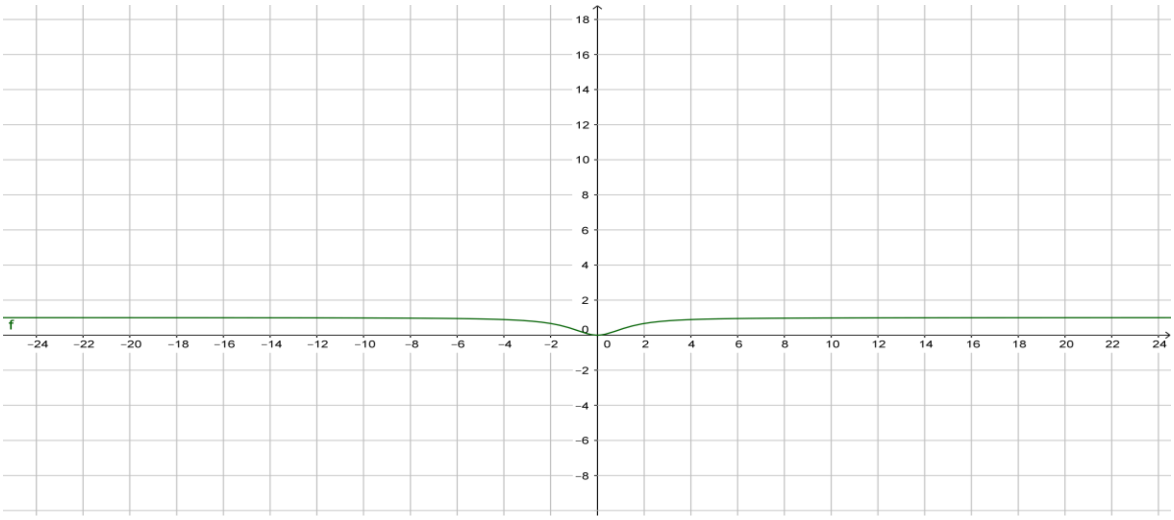
b)



c)



d)



SESION DE APRENDISAJE N^0 1

DATOS INFORMATIVOS

DOCENTE: Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco **AÑO LECTIVO**: 2016-B

AREA: Departamento de ciencias básicas

CURSO: Calculo Diferencial **CICLO: 1º**

TITULO DE LA SESION: Prueba Diagnóstica, concepto de una Función y Ejemplos de Aplicación

CONOCIMIENTO PREVIO: Plano Cartesiano y Números Reales

TIEMPO ESTIMADO: 60 minutos

COMPETENCIAS DE LA CLASE: El estudiante debe:

- Diagnosticar el nivel de conocimientos previos
- Interpretar y reconocer gráficamente una función
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

DESTREZA CON CRITERIO DE	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS	EVALUACION
• Concepto de una función real • Representar las funciones elementales a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.	**EXPERIENCIA** • Socializar Ideas de funciones reales • Mediante lluvia de ideas, identificar los conocimientos previos sobre las funciones reales **REFLEXION** • ¿Para qué sirven las funciones reales? **CONCEPTUALIZACION** • Conceptualización de una función y clasificación según su grado y tipo. • Explicación de estrategias de evaluación de diferentes funciones reales según su estructura.	• Materiales propias del aula • Separatas entregadas • Ordenador • proyector • Software Geogebra • Textos de la bibliografía del Syllabus	INSTRUMENTO D E EVALUACION • Practica calificada
Bibliografia: Stwart J. (200). Calculo de una variable, , trascendentes tempranas, sexta edición México Thomas Jr. Ross L. Finney y Maurice D Weir. (2005). Calculo de una variable, novena edición - México			

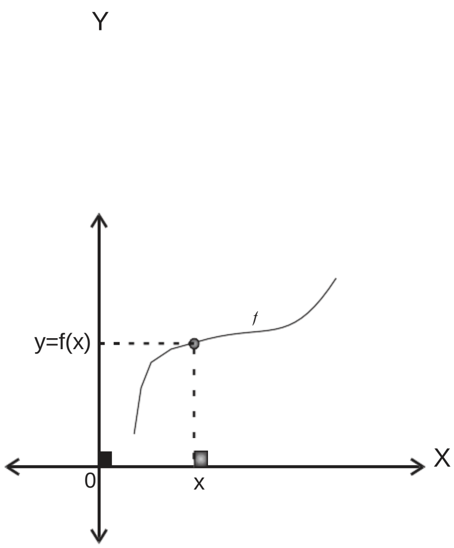
Docente

Definición

Sean A y B subconjuntos no vacíos de $\mathbb{R}$ ($A \subseteq \mathbb{R}$; $B \subseteq \mathbb{R}$), "f" se llama función real de variable real, si hace corresponder un elemento del conjunto A, con un solo elemento del conjunto B.

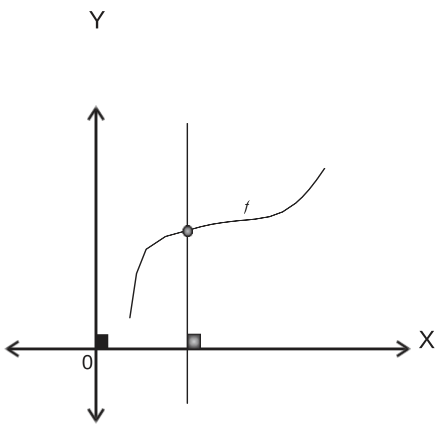
$$\begin{aligned} f \ : \ A \ &\longrightarrow \ B \\ x \ &\longrightarrow \ f(x) = y \end{aligned}$$

La variable "x" se asocia con la variable "y" mediante f. Donde $x \in A$; $y \in B$.



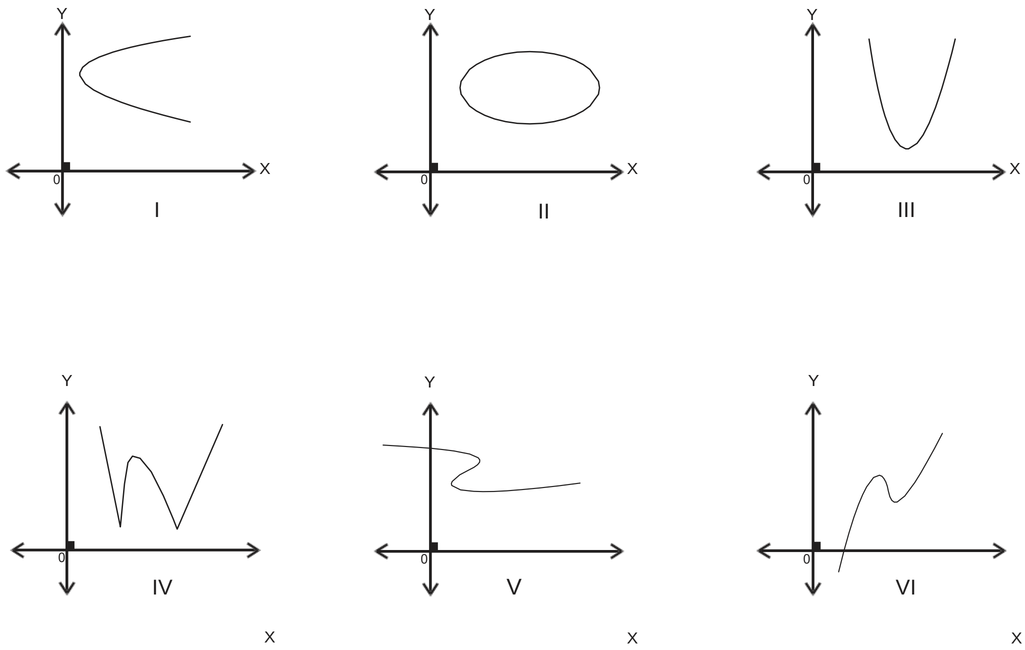
Forma geométrica de una función

Una gráfica representa a una función, si al trazar una recta perpendicular el eje X, ésta intercepta en un solo punto.



Ejemplo 2

En las siguientes gráficas, determine cuál de ellas representa una función



Solo representan funciones los gráficos: III, IV   y VI

SESION DE APRENDISAJE N^0 2

DATOS INFORMATIVOS

DOCENTE: Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco **AÑO LECTIVO**: 2016-B

AREA: Departamento de ciencias básicas

CURSO: Calculo Diferencial **CICLO: 1º**

TITULO DE LA SESION: Concepto de dominio y rango de una función real y Ejemplos de Aplicación

CONOCIMIENTO PREVIO: concepto de función, dominio y rango de función real.

TIEMPO ESTIMADO: 120 minutos

COMPETENCIAS DE LA CLASE: El estudiante debe:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer el dominio y rango de una función real
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

DESTREZA CON CRITERIO DE	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS	EVALUACION
• Concepto de una función real • Dominio y rango de una función real • Representar las funciones elementales a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.	**EXPERIENCIA** • Socializar Ideas de dominio y rango de funciones reales • Mediante lluvia de ideas, identificar los conocimientos previos sobre las funciones reales **REFLEXION** • ¿Para qué sirven las funciones reales? **CONCEPTUALIZACION** • Conceptualización de una función real y clasificación según su grado y tipo.	• Materiales propias del aula • Separatas entregadas por docente • Ordenador • proyector • Software Geogebra • Textos de la bibliografía del Syllabus	INSTRUMENTO DE EVALUACION • Practica calificada
Bibliografia: Stwart J. (200). Calculo de una variable, , trascendentes tempranas, sexta edición México Thomas Jr. Ross L. Finney y Maurice D Weir. (2005). Calculo de una variable, novena edición - México			

Docente

Existencia o buena definición de una función

Una función se dice que "existe" o "está bien definida" en $x_0 \in \mathbb{R}$, si $f(x_0) \in \mathbb{R}$

Dominio de una función (D_f) (o campo de definición)

Sea $f : A \longrightarrow B$ una función real, se define dominio de la función y se denota por D_f como el subconjunto de los números reales para el cual $f(x)$ exsite.

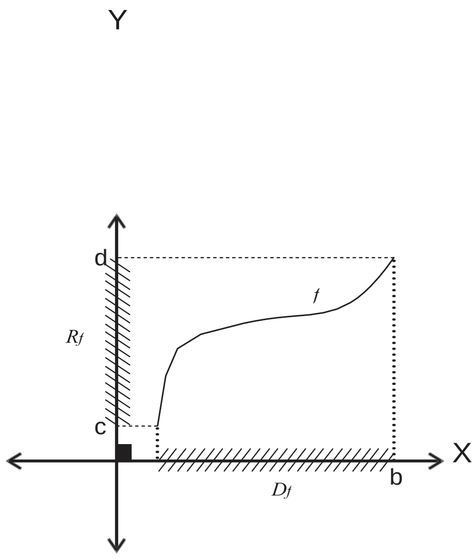
$$D_f = \{x \in A \,/ f(x) \text{ existe}\} \subseteq A$$

Rango de una función (R_f)

Sea $f : A \longrightarrow B$ una función real, se define Rango o Imagen de la función y se denota por R_f al conjunto de los números reales que toma la variable "y". Es decir

$$R_f = \{y \in B \text{ / existe un } x \in A \text{ donde } f(x) = y\} \subseteq B$$

Gráficamente



- El dominio de una función viene a ser, todos los valores que abarca la gráfica en el eje **X**
- El Rango de una función viene a ser, todos los valores que abarca la gráfica en el eje **Y**

Calculo del dominio y rango de una función

- Para calcular el **Dominio** de una función, se analizan todos los valores que puede tomar la variable "x", de manera que "$f(x)$" exista o esté bien definida.
- También se puede analizar para qué valores de "x", no existe o no está definida "$f(x)$", luego
- se restringe dichos valores que no toma del conjunto de los Reales.
- Para calcular el **Rango**, se despeja la variable "x" en función de "y", luego se analiza los

- valores que puede tomar la variable "y" de modo análogo que para el dominio.

Ejemplo

Calcule el dominio y rango de las siguientes funciones

$a)\ f(x)=\sqrt{x+2}$ $\qquad\qquad$ $b)\ f(x)=\dfrac{x+5}{(x+2)}$

Solución

Cálculo del dominio:

$a)$ "f" Existirá o estará bien definida si $f(x)\in\mathbb{R}$, Esto ocurre si $\sqrt{x+2}\geq 0 \iff x+2\geq 0$

$\iff$ $\qquad$ $x\geq -2$

Luego, $D_f=\{x\in\mathbb{R}\ /\ x\geq -2\}$ o $D_f=[-2\,;+\infty\rangle$

$b)$ "g" Existirá o estará bien definida si $g(x)\in\mathbb{R}$, Esto ocurre si $x+2\neq 0 \iff x\neq -2$

Entonces $D_g=$

$\{x\in\mathbb{R}\ /\ x\neq -2\}$ o $D_g=\mathbb{R}-\{-2\}$

SESION DE APRENDISAJE N^0 3

DATOS INFORMATIVOS

DOCENTE: Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco **AÑO LECTIVO**: 2016-B

AREA: Departamento de ciencias básicas

CURSO: Calculo Diferencial **CICLO: 1º**

TITULO DE LA SESION: Concepto de funciones reales especiales, lineal, cuadrática, ejemplos de aplicación.

CONOCIMIENTO PREVIO: concepto de función, dominio y rango de función real.

TIEMPO ESTIMADO: 120 minutos

COMPETENCIAS DE LA CLASE: El estudiante debe:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer el dominio y rango de una función reales, lineal, cuadrática.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

DESTREZA CON CRITERIO DE	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS	EVALUACION
• Concepto, de funciones reales , especiales • Representar las funciones reales especiales elementales a través del softwar e Geogebra y mediante las reglas prácticas.	**EXPERIENCIA** • Socializar Ideas de funciones reales especiales • Mediante lluvia de ideas, identificar los conocimientos previos sobre las funciones reales especiales **REFLEXION** • ¿Para qué sirven las funciones reales especiales? **CONCEPTUALIZACION** • Conceptualización de una función y clasificación según su grado y tipo. • Explicación de estrategias de	• Materiales propias del aula • Separatas entregadas por docente • Ordenador • proyector • Software Geogebra • Textos de la bibliografía del Syllabus	INSTRUMENTO D E EVALUACION • Practica calificada

Bibliografia: Stwart J. (200). Calculo de una variable, , trascendentes tempranas, sexta edición México

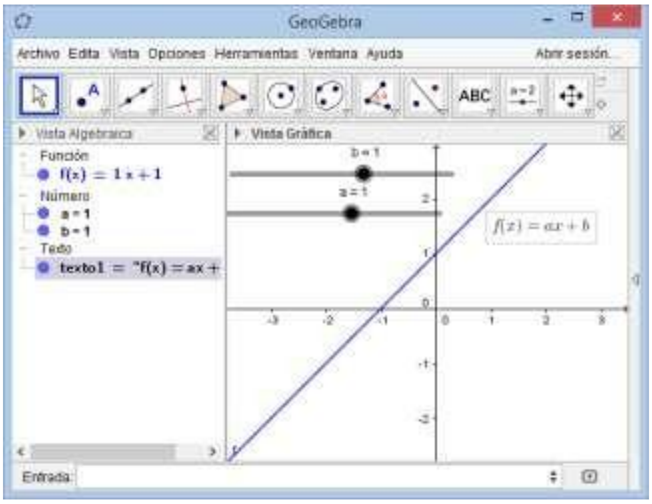
Thomas Jr. Ross L. Finney y Maurice D Weir. (2005). Calculo de una variable, novena edición - México

Docente

a) Función Lineal

$f(x) = ax + b$, La gráfica abarca en el eje X de $-\infty$ a $+\infty$ $\quad \Longrightarrow D_f = \mathbb{R}$

En el eje Y, también toma valores de $-\infty$ a $+\infty$, $\Longrightarrow R_f = \mathbb{R}$

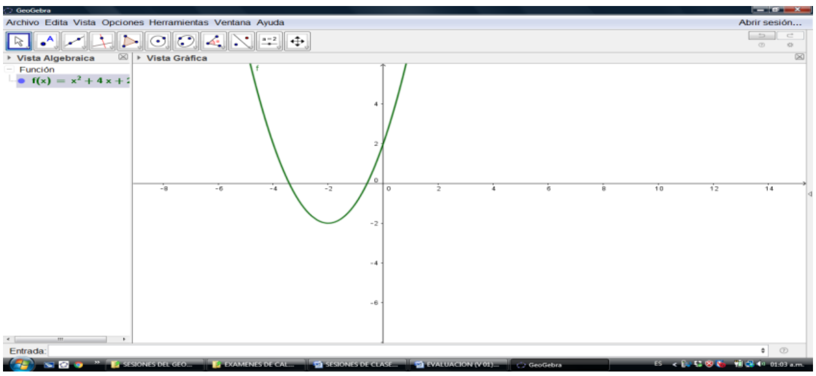


b) Función cuadrática

$f(x) = ax^2 + bx + c$; consideremos el dominio y rango solo de la figura 1 La gráfica abarca en el eje X de $-\infty$ a $+\infty$ $\Longrightarrow D_f = \mathbb{R}$

El vértice de la parábola viene a ser $V = \left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

En el eje Y, toma valores de $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ a $+\infty \Longrightarrow R_f = \left[f\left(-\frac{b}{2a}\right); +\infty \right\rangle$



Ejemplo 1

Halle el dominio, rango y grafica de $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$

Solución

Tenemos: $a = 2 \;\; b = 3$ y $c = 4 \Longrightarrow -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{4}$ y $f\left(-\frac{b}{2a}\right) = 2\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + 3\left(-\frac{3}{4}\right) + 4 = \frac{23}{8} \Longrightarrow$

$V = \left(-\frac{3}{4}; \frac{23}{8}\right)$, como $a = 2 > 0$, la parábola se abre hacia arriba desde el vértice

$\therefore \;\; D_f = \mathbb{R}$ y $R_f = \left[\frac{23}{8}; +\infty\right\rangle$

Ejemplo 2

Halle el dominio, rango y grafica de $f(x) = -3x^2 + 6x - 4$

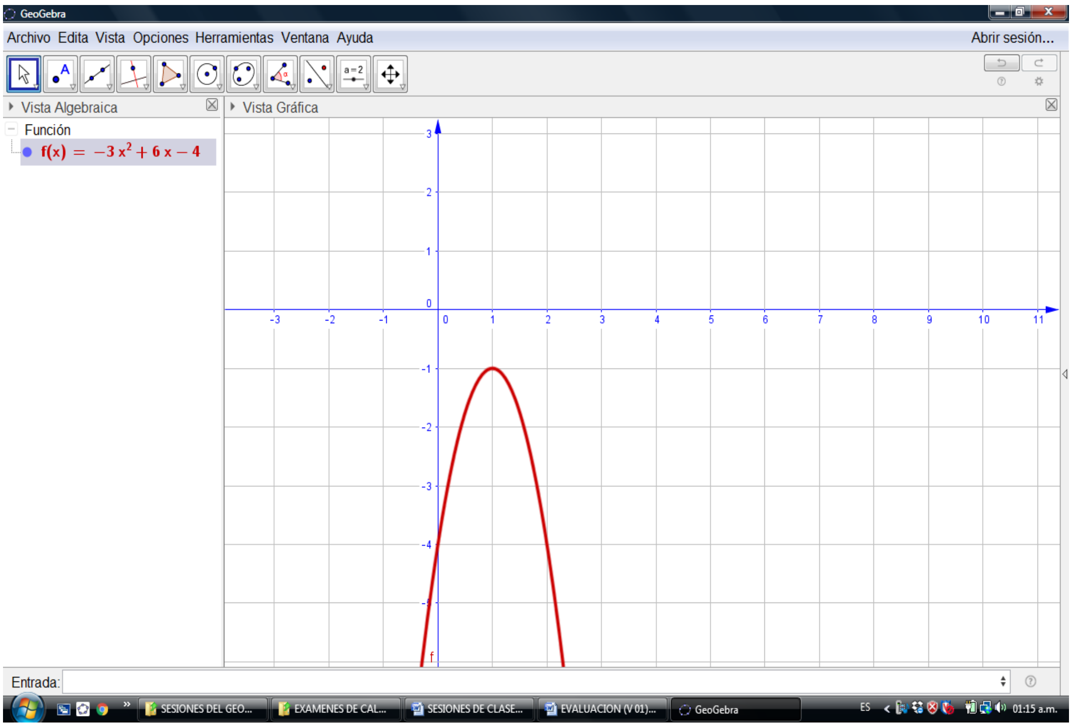
Solución

Tenemos: $a = -3$; $b = 6$ y $c = -4 \Longrightarrow -\frac{b}{a} = -\left(\frac{6}{-3}\right) = 2$

$f\left(-\frac{b}{a}\right) = 2(2)^2 - 6(2) - 4 = -8 \Longrightarrow f\left(-\frac{b}{a}\right) = -8$ Luego $V = (2; -8)$

Como $a = -3 < 0$ entonces la parábola será hacia abajo dese el vértice

$D_f = \mathbb{R}$ y $R_f = \langle -\infty; -8$



FACULTAD DE INGENIERIA INDUSTRIAL Y DE SISTEMAS

SESION DE APRENDISAJE N^0 4

DATOS INFORMATIVOS

DOCENTE: Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco **AÑO LECTIVO**: 2016-B

AREA: Departamento de ciencias básicas

CURSO: Calculo Diferencial **CICLO: 1º**

TITULO DE LA SESION: Concepto de funciones reales especiales, máximo entero, raíz cuadrada, ejemplos de aplicación.

CONOCIMIENTO PREVIO: concepto de función, dominio y rango de función real.

TIEMPO ESTIMADO: 120 minutos

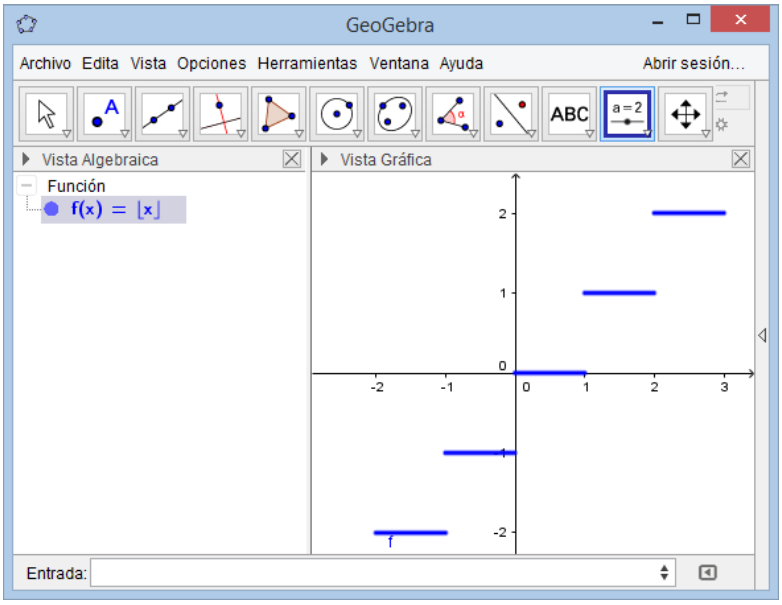
COMPETENCIAS DE LA CLASE: El estudiante debe:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer el dominio y rango de una función real, máximo entero, raíz cuadrada.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

DESTREZA CON CRITERIO DE			
• Concepto de funciones reales especiales, máximo entero, raiz cuadrática • Representar las funciones reales especiales a través del softwa re Geogebra y mediante las reglas prácticas.	**EXPERIENCIA** • Socializar Ideas de funciones reales especiales • Mediante lluvia de ideas, identificar los conocimientos previos sobre las funciones reales especiales **REFLEXION** • ¿Para qué sirven las funciones reales especiales? **CONCEPTUALIZACION** • Conceptualización de una función y clasificación según su	• Materiales propias del aula • Separatas entregadas por docente • Ordenador • proyector • Software Geogebra • Textos de la bibliografía del Syllabus	INSTRUMENTO DE EVALUACION • Practica calificada
Bibliografia: Stwart J. (200). Calculo de una variable, , trascendentes tempranas, sexta edición México Thomas Jr. Ross L. Finney y Maurice D Weir. (2005). Calculo de una variable, novena edición -México			

Docente

Función Máximo Entero ⟦ ⟧



$f(x)=[\![x]\!]$; $[\![x]\!]=n \Leftrightarrow n\leq x<n+1$ Donde $n\in\mathbb{Z}$

Ejemplo

Determine el dominio y rango de $f(x)=[\![x]\!]$

Solución

Si $n=-2 \;\Longrightarrow\; -2\leq x<-2+1 \;\Leftrightarrow\; -2\leq x<-1$

Si $n=-1 \;\Longrightarrow\; -1\leq x<-1+1 \;\Leftrightarrow\; -1\leq x<0$

Si $n=0 \;\Longrightarrow\; 0\leq x<0+1 \;\Leftrightarrow\; 0\leq x<1$

Si $n=1 \;\Longrightarrow\; 1\leq x<1+1 \;\Leftrightarrow\; 1\leq x<2$

Si $n=2 \;\Longrightarrow\; 2\leq x<2+1 \;\Leftrightarrow\; 2\leq x<3$

$\vdots$

La gráfica abarca en el eje X de $-\infty$ a $+\infty\Longrightarrow$ $D_f=\cup\,[n\,;n+1\rangle; n\in\mathbb{Z}$

En el eje Y, toma valores enteros $\Longrightarrow R_f=\mathbb{Z}$

Función Raíz cuadrada

$f(x)=\sqrt{ax-b}+k,\quad k\in R$

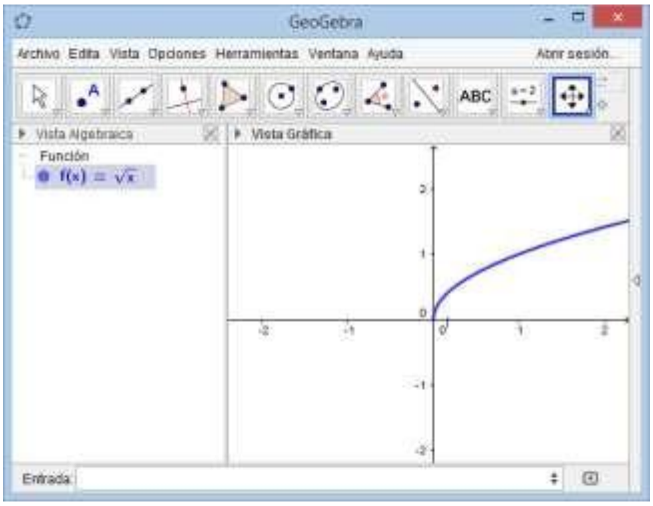
Consideremos para graficar

$i)$ Se iguala a cero a la cantidad sub radical: $ax-b=0 \quad\Longrightarrow\quad x=\frac{b}{}$

a

$ii)$ Se ubica k en el eje Y, y se grafica la recta paralela el eje X $\quad y = k$

$iii)$ Se ubica el punto de intersección de estas dos rectas. De este punto parte la gráfica



Ejemplo

Calcule el dominio y rango de la función f tal que $f(x) = \sqrt{(x+1)(x-2)}$

Solución

- Cálculo de dominio

f está bien definida si $f(x) \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f(x) = \sqrt{(x+1)(x-2)} \geq 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2) \geq 0$

$\Leftrightarrow \quad x \in \langle -\infty; -1] \cup [2; +\infty\rangle$

Luego

$D_f = \{x \in \mathbb{R} \ / \ x \in \langle -\infty; -1] \cup [2; +\infty\rangle\}$ o también

$D_f = \langle -\infty; -1] \cup [2; +\infty\rangle$

- Cálculo de rango

Como $y = f(x) \implies y = \sqrt{(x+1)(x-2)}$; por el caso anterior $(x+1)(x-2) \geq 0$

$\implies \quad y = \sqrt{(x+1)(x-2)} \ \geq 0 \iff \quad y = [0; +\infty\rangle$

(1) Pero $y = \sqrt{(x+1)(x-2)} \iff y^2 = (x+1)(x-2) \iff y^2 = x^2 - x - 2$

Completando cuadrado respecto a la variable "x" para luego despejarlo

$(x - {}^{1}) = y^2 + {}^{8} \quad \Leftrightarrow x = \sqrt{y^2 + {}^{9}} + {}^{1}$

$\overline{2}$ ^{2} $\overline{4}$ $\overline{4}$ $\overline{2}$

"x" está bien definida o $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow y^2 + \frac{9}{4} \geq 0$. Esta proposición es verdadera

Entonces $y \in \mathbb{R}$ (2)

De (1) y (2), $R_f = [0; +\infty\rangle \cap \mathbb{R} = [0; +\infty\rangle$ $\Longrightarrow$ $R_f = [0; +\infty\rangle$

SESION DE APRENDISAJE N^0 5

DATOS INFORMATIVOS

DOCENTE: Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco **AÑO LECTIVO**: 2016-B

AREA: Departamento de ciencias básicas

CURSO: Calculo Diferencial **CICLO: 1º**

TITULO DE LA SESION: Concepto de funciones reales especiales, valor absoluto, ejemplos de aplicación.

CONOCIMIENTO PREVIO: concepto de función, dominio y rango de función real.

TIEMPO ESTIMADO: 60 minutos

COMPETENCIAS DE LA CLASE: El estudiante debe:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer el dominio y rango de una función reales, valor absoluto.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS	EVALUACION
• Concepto de funciones reales especiales, valor absoluto • Representar las funciones reales especiales a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.	**EXPERIENCIA** • Socializar Ideas de funciones reales especiales • Mediante lluvia de ideas, identificar los conocimientos previos sobre las funciones reales especiales **REFLEXION** • ¿Para qué sirven las funciones reales especiales? **CONCEPTUALIZACION** • Conceptualización de una función y clasificación según su grado y tipo. • Explicación de estrategias de evaluación de diferentes funciones, especiales, según su estructura	• Materiales propias del aula • Separatas entregadas por docente • Ordenador • proyector • Software Geogebra • Textos de la bibliografía del Syllabus	INSTRUMENTO DE EVALUACION • Practica calificada
Bibliografia: Stwart J. (200). Calculo de una variable, , trascendentes tempranas, sexta edición México Thomas Jr. Ross L. Finney y Maurice D Weir. (2005). Calculo de una variable, novena edición - México			

Docente

Función Valor Absoluto

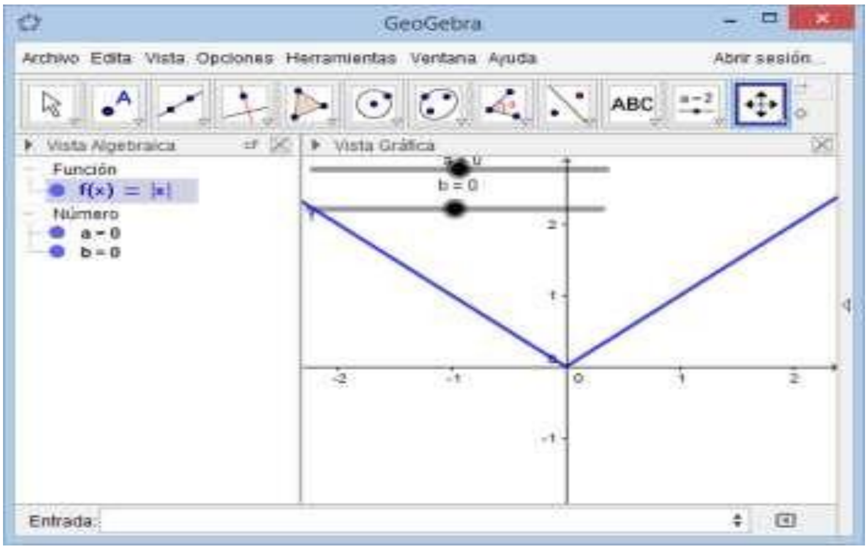
$f(x) = k|x - b| + c$

Consideraciones para graficar

$i)$ Se iguala a cero a la cantidad que está dentro del valor absoluto: $x - b = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = b$

$ii)$ Se ubica "c" en el eje Y, y se grafica la recta paralela el eje X ; $\quad y = c$

$iii)$ Se ubica el punto de intersección de estas dos rectas. De este punto parte la gráfica



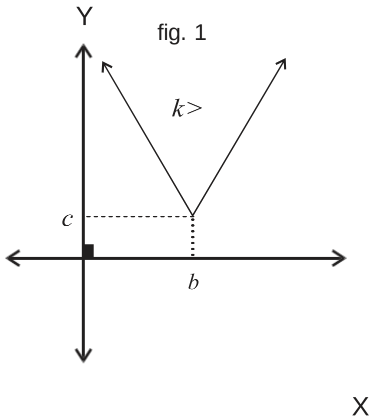
Si $k > 0$, entonces la gráfica estará por encima de la recta $y = c$

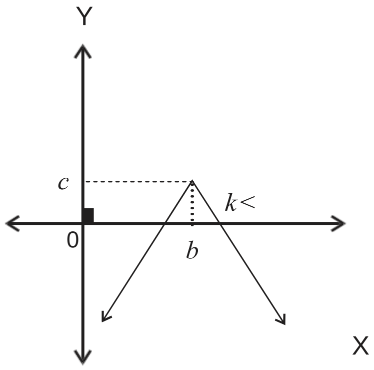
Si $k < 0$, entonces la gráfica estará por debajo de la recta $y = c$

La gráfica en el eje X de $-\infty$ a $+\infty \quad \Longrightarrow \quad D_f = \mathbb{R}$

En el eje Y, toma valores de c a $+\infty \quad \Longrightarrow \quad R_f = [c\,;+\infty\rangle$

fig. 1





Ejemplo

Grafique y halle el dominio y rango de la función $f(x) = 2|x - 3| + 4$

Solución

$i)$ Se iguala a cero a la cantidad sub radical: $x - 3 = 0 \Longrightarrow \quad x = 3$

$ii)$ Se ubica $c = 4$ en el eje Y, y se grafica la recta paralela el eje X $\quad y = 4$

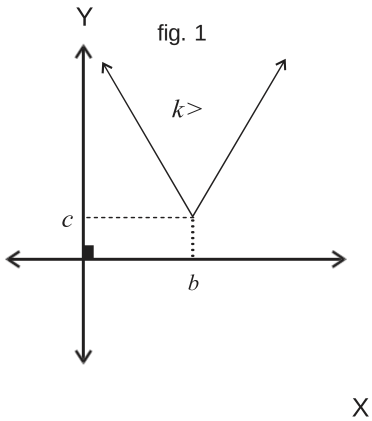
$iii)$ Graficamos estas dos rectas y ubicamos el punto de intersección, de ahí parte la grafica

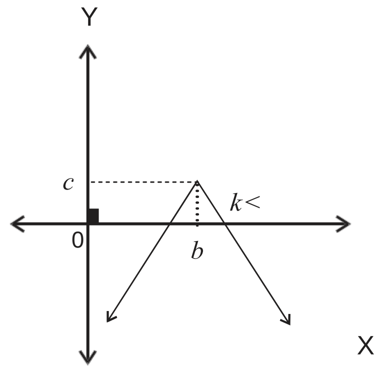
$iv)$ Observamos que $c = 4 > 0$ entonces la gráfica está **encima** de la recta $y = 4$

La gráfica en el eje X de $-\infty$ a $+\infty \Longrightarrow D_f = \mathbb{R}$

En el eje Y, toma valores de c a $+\infty \Longrightarrow R_f = [4\,;+\infty\rangle$

fig. 1





$\therefore \quad D_f = \mathbb{R} \quad$ y $\quad R_f = [4; +\infty\rangle$

SESION DE APRENDISAJE N° 6

DATOS INFORMATIVOS

DOCENTE: Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco **AÑO LECTIVO**: 2016-B

AREA: Departamento de ciencias básicas

CURSO: Calculo Diferencial **CICLO: 1º**

TITULO DE LA SESION: Intersección de la gráfica de una función con los ejes coordenados, ejemplos de aplicación

CONOCIMIENTO PREVIO: concepto de función, dominio y rango de función real.

TIEMPO ESTIMADO: 120 minutos

COMPETENCIAS DE LA CLASE: El estudiante debe:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer la Intersección de la gráfica de una función con los ejes coordenados.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS	EVALUACION
• Concepto de Intersección de la gráfica de una función con los ejes coordenados • Representar la Intersección de la gráfica de una función con los ejes coordenados a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.	**EXPERIENCIA** • Socializar Ideas de Intersección de la gráfica de una función con los ejes coordenados • Mediante lluvia de ideas, identificar los conocimientos previos de Intersección de la gráfica de una función con los ejes coordenados **REFLEXION** • ¿Para qué sirve la Intersección de la gráfica de una función con los ejes coordenados? **CONCEPTUALIZACION** • Conceptualización de Intersección de la gráfica de una función con los ejes coordenados. • Explicación de estrategias de	• Materiales propias del aula • Separatas entregadas • Ordenador • proyector • Software Geogebra • Textos de la bibliografía del Syllabus	INSTRUMENTO • Practica calificada

Bibliografia: Stwart J. (200). Calculo de una variable, , trascendentes tempranas, sexta edición México

Thomas Jr. Ross L. Finney y Maurice D Weir. (2005). Calculo de una variable, novena edición - México

Docente

Intersección de la grafica de la función con los ejes coordenados

EJEMPLO

Sea la función

$f(x) = -(x-1)^2 + 1$

Hallar la intersección con los ejes coordenados

SOLUCIÓN

La intersección con los ejes coordenados X y Y serán los puntos **A** Y **B** como se muestra en la grafica.

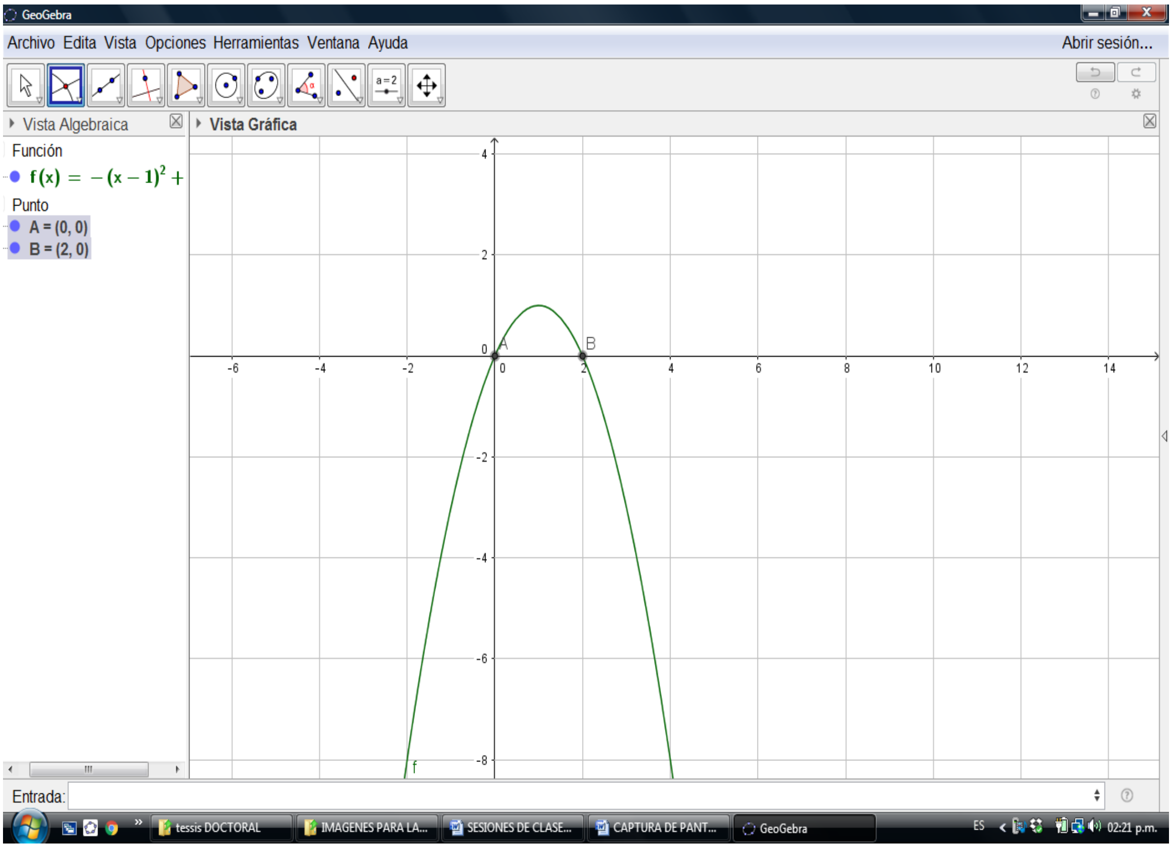
a) intersección con el eje X

Hacemos y=0, entonces $0 = -(x-1)^2 + 1$ y obtenemos $x = 0 \quad y \quad x = 2$

Por lo tanto los puntos de intersección, son A=(0,0) y B=(2,0).

b) intersección con el eje y

Hacemos x=0 entonces $y = -(0-1)^2 + 1$ y obtenemos y=0, por lo tanto el punto de intersección, es A=(0,0).


GeoGebra
Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda
Abrir sesión...
Vista Algebraica
Vista Gráfica
Función
f(x) = − (x − 1)² +
Punto
A = (0, 0)
B = (2, 0)
Entrada:
tessis DOCTORAL
IMAGENES PARA LA...
SESIONES DE CLASE...
CAPTURA DE PANT...
GeoGebra
02:21 p.m.

SESION DE APRENDISAJE N^{0} 7

DATOS INFORMATIVOS

DOCENTE: Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco **AÑO LECTIVO**: 2016-B

AREA: Departamento de ciencias básicas

CURSO: Calculo Diferencial **CICLO: 1º**

TITULO DE LA SESION: Concepto de asíntotas, vertical, horizontal a la gráfica de una función real y Ejemplos de Aplicación

CONOCIMIENTO PREVIO: concepto de función, dominio y rango de función real, funciones especiales

TIEMPO ESTIMADO: 60 minutos

COMPETENCIAS DE LA CLASE: El estudiante debe:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer las asíntotas, vertical, horizontal a la gráfica de una función real.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

DESTREZA CON CRITERIO DE			
• Concepto de una asíntota de una función real • Representar asíntotas, vertical, horizontal a la gráfica de una función real a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.	**EXPERIENCIA** • Socializar Ideas de asíntotas, vertical, horizontal a la gráfica de una función real • Mediante lluvia de ideas, identificar los conocimientos previos sobre asíntotas. **REFLEXION** • ¿Para qué sirven las asíntotas, vertical, horizontal a la gráfica de una función real? **CONCEPTUALIZACION** • Conceptualización de una asíntota de una función real • Explicación de estrategias de evaluación de las asíntotas,	• Materiales propias del aula • Separatas entregadas por docente • Ordenador • proyector • Software Geogebra • Textos de la bibliografía del Syllabus	INSTRUMENTO DE EVALUACION • Practica calificada

Bibliografia: Stwart J. (200). Calculo de una variable, , trascendentes tempranas, sexta edición México

Thomas Jr. Ross L. Finney y Maurice D Weir. (2005). Calculo de una variable, novena edición - México

Docente

Asíntotas verticales y horizontales

Sea la función

$$f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}$$

Hallar las asíntotas verticales y horizontales a la grafica de la función.

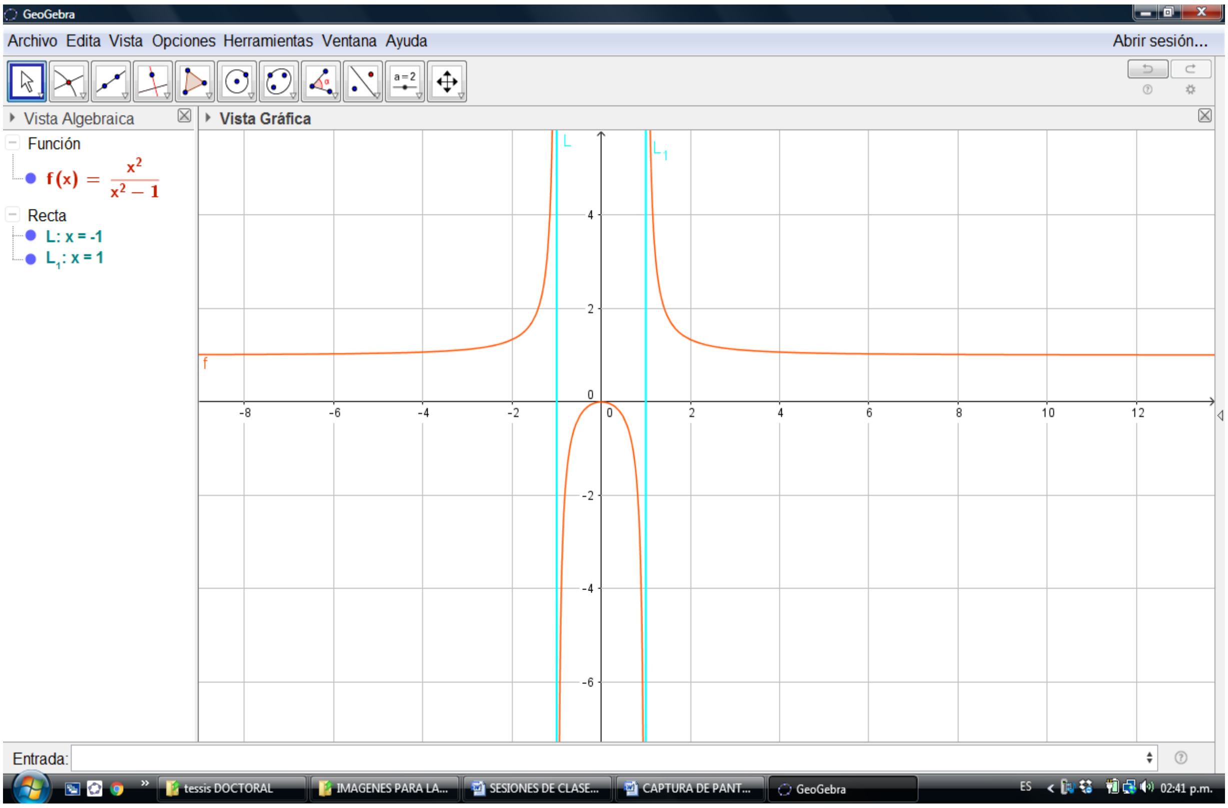
Solución

a) Asíntotas verticales

x=-1 y x=1, (observar el grafico)

b) Asíntotas horizontales

y=1, (observar el grafico)



SESION DE APRENDISAJE N^0 8

DATOS INFORMATIVOS

DOCENTE: Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco **AÑO LECTIVO**: 2016-B

AREA: Departamento de ciencias básicas

CURSO: Calculo Diferencial **CICLO: 1º**

TITULO DE LA SESION: Concepto de la derivada de una función real, e interpretación geométrica y Ejemplos de Aplicación

CONOCIMIENTO PREVIO: concepto de función, dominio y rango de función real, funciones especiales.

TIEMPO ESTIMADO: 60 minutos

COMPETENCIAS DE LA CLASE: El estudiante debe:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer Concepto de la derivada de una función real, e interpretación geométrica.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

<table>
<tr><th>DESTREZA CON CRITERIO DE</th><th>ESTRATEGIAS METODOLOGICAS</th><th>RECURSOS</th><th>EVALUACION</th></tr>
<tr><td>• Concepto de la derivada de una función real , e interpretación geométrica
• Representar la interpretación geométrica de la a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.</td><td>EXPERIENCIA
• Socializar Ideas de Concepto de la derivada de una función real , e interpretación geométrica
• Mediante lluvia de ideas, identificar los conocimientos previos sobre Concepto de la derivada de una función real , e interpretación geométrica
REFLEXION
• ¿Para qué sirve el Concepto de la derivada de una función real, e interpretación geométrica?
CONCEPTUALIZACION
• Conceptualización de la derivada de una función real.</td><td>• Materiales propias del aula
• Separatas entregadas
• Ordenador
• proyector
• Software Geogebra
• Textos de la bibliografía del Syllabus</td><td>INSTRUMENTO

DE EVALUACION
• Practica calificada</td></tr>
<tr><td colspan="4">Bibliografia: Stwart J. (200). Calculo de una variable, , trascendentes tempranas, sexta edición México

Thomas Jr. Ross L. Finney y Maurice D Weir. (2005). Calculo de una variable, novena edición - México</td></tr>
</table>

Docente

Definición

Una función f de variable real x con dominio D, se dice derivable en el punto $x = a$, donde $a \in D$ si y sólo si existe y es finito el siguiente límite:

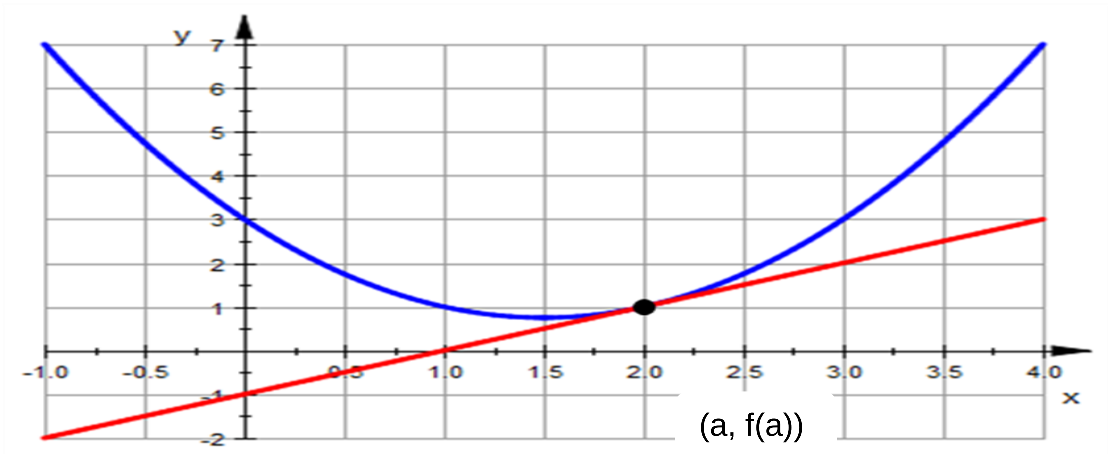
$$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Al valor de dicho límite, se le llama la derivada de la función f en el punto a y se denota por:

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA – PENDIENTE DE UNA TANGENTE

La derivada de una función "f" en un número "a" es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto (a; f(a)).

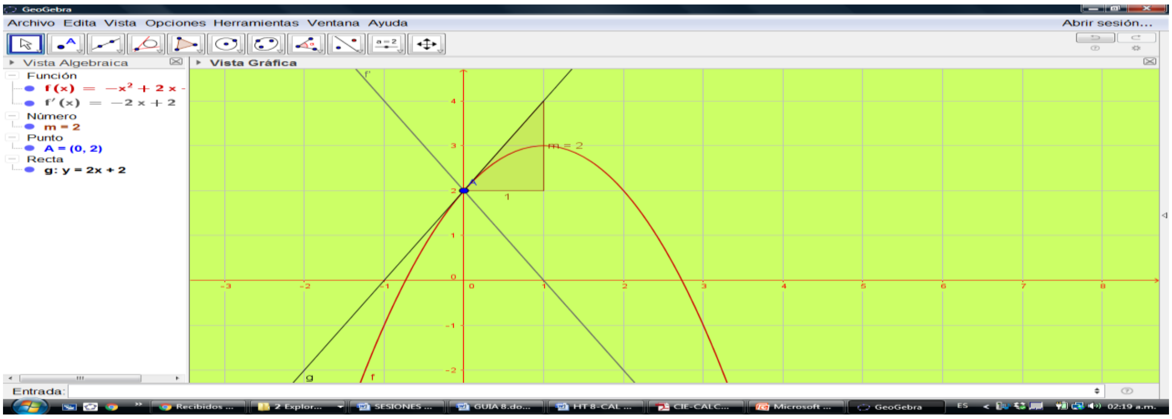


EJEMPLO

Encuentre la pendiente de la rectas tangente a la curva $y = f(x) = -x^2 + 2x + 2$ en el puntos (0,2) y grafique.

SOLUCION

La derivada es $f'(x) = -2x + 2$ y la pendiente $m = f'(0) = -2(0) + 2 = 2$



GeoGebra
Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda
Abrir sesión...
Vista Algebraica
Vista Gráfica
Función
f(x) = −x² + 2 x
f'(x) = −2 x + 2
Número
m = 2
Punto
A = (0, 2)
Recta
g: y = 2x + 2
m = 2
Entrada:

SESION DE APRENDISAJE N^0 9

DATOS INFORMATIVOS

DOCENTE: Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco **AÑO LECTIVO**: 2016-B

AREA: Departamento de ciencias básicas

CURSO: Calculo Diferencial **CICLO: 1º**

TITULO DE LA SESION: concepto del criterio de la primera derivada, para determinar intervalos de Monotonía y Ejemplos de Aplicación

CONOCIMIENTO PREVIO: concepto de función, derivada de funciones especiales.

TIEMPO ESTIMADO: 60 minutos

COMPETENCIAS DE LA CLASE: El estudiante debe:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer concepto del criterio de la primera derivada, para determinar intervalos de monotonía.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

DESTREZA CON CRITERIO DE	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS	EVALUACI
• Concepto del criterio de la primera derivada, para determinar intervalos de monotonía. • Representar intervalos de monotonía a través del softwar e Geogebra y mediante las reglas prácticas.	**EXPERIENCIA** • Socializar ideas del criterio de la primera derivada, para determinar intervalos de monotonía. • Mediante lluvia de ideas, identificar los conocimientos previos sobre el criterio de la primera derivada para determinar intervalos de monotonía. **REFLEXION** • ¿Para qué sirven los intervalos de monotonía? **CONCEPTUALIZACION** • Conceptualización del criterio de la primera derivada. • Explicación de estrategias de evaluación	• Materiales propias del aula • Separatas entregadas • Ordenador • proyector • Software Geogebra • Textos de la bibliografía del Syllabus	INSTRUMENTO • Practica calificada

Bibliografia: Stwart J. (200). Calculo de una variable, trascendentes tempranas, sexta edición México

Thomas Jr. Ross L. Finney y Maurice D Weir. (2005). Calculo de una variable, novena edición - México

Docente

Determine los intervalos donde la función crece o decrece $f(x) = x^3 + 3x^2$

SOLUCIÓN

Primero:

$$f'(x) = 3x^2 + 6x \Rightarrow 3x^2 + 6x = 0 \rightarrow 3x(x+2) = 0$$
$$\rightarrow x = 0 \ \vee \ x = -2$$

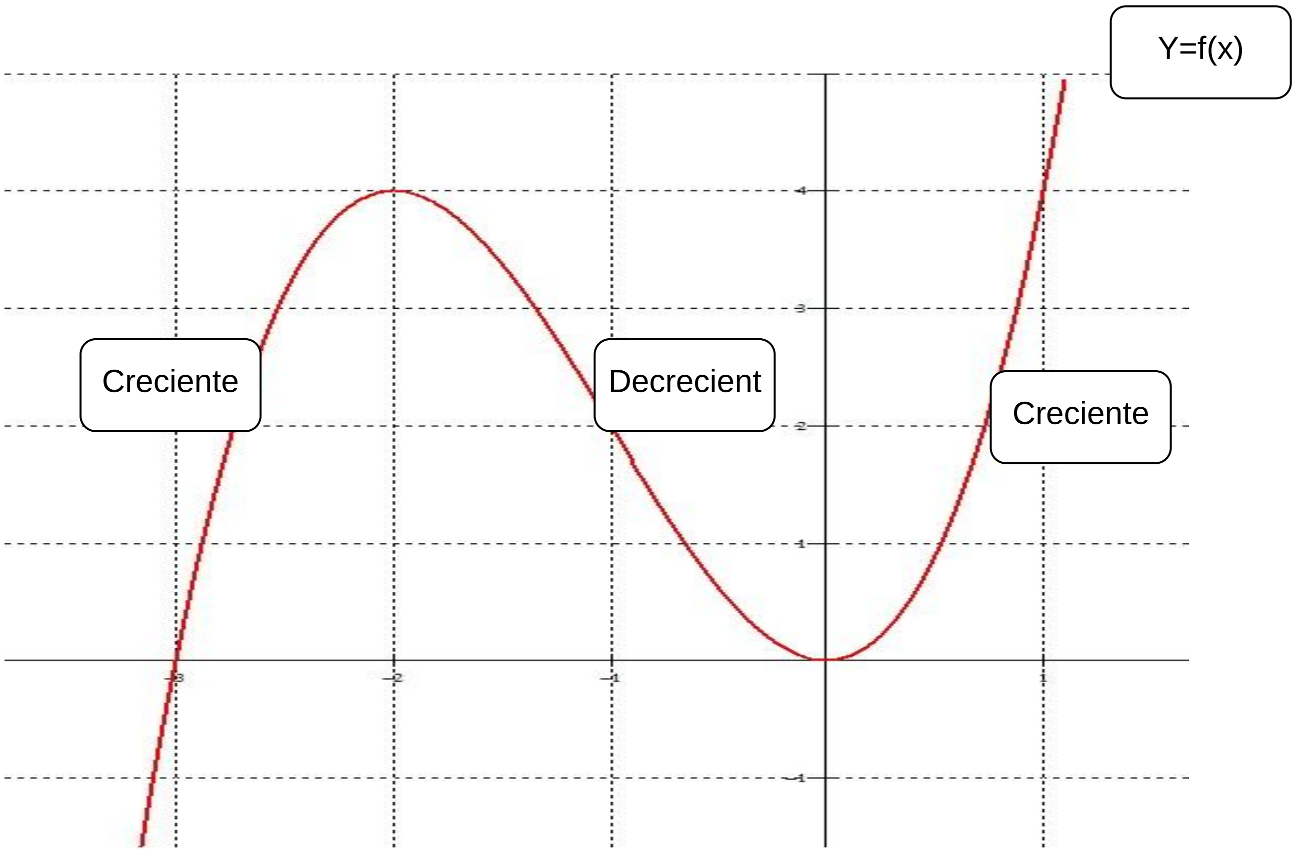
$$< -\infty, -2 >; \ < -2, 0 >, \ < 0, +\infty >$$

Analizar el signo de la derivada en cada Intervalo

Segundo:

Reemplazando x=2 , x=-1/2 y -2 en la derivada de f(x), se tiene:

$$f'(-2,5) = 3(-2,5)^2 + 6(-2,5) = 3,75 \Rightarrow \quad \text{CRECE}$$
$$f'\left(-\frac{1}{2}\right) = 3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 6\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{9}{4} \quad \Rightarrow \quad \text{DECRECE}$$
$$f'(1) = 3(1)^2 + 6(1) = 9 \quad \Rightarrow \quad \text{CRECE}$$



SESION DE APRENDISAJE N^0 10

DATOS INFORMATIVOS

DOCENTE: Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco **AÑO LECTIVO**: 2016-B

AREA: Departamento de ciencias básicas

CURSO: Calculo Diferencial **CICLO: 1º**

TITULO DE LA SESION: Concepto del criterio de la primera derivada para determinar extremos relativos y Ejemplos de Aplicación.

CONOCIMIENTO PREVIO: concepto de función, derivada de funciones especiales

TIEMPO ESTIMADO: 120 minutos

COMPETENCIAS DE LA CLASE: El estudiante debe:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer concepto del criterio de la primera derivada, para determinar extremos relativos.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

DESTREZA CON CRITERIO DE	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSO	EVALUACION
• Concepto del criterio de la primera derivada, para determinar extremos relativos. • Representar extremos relativos a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.	**EXPERIENCIA** • Socializar ideas del criterio de la primera derivada, para determinar extremos relativos. • Mediante lluvia de ideas, identificar los conocimientos previos sobre el criterio de la primera derivada para determinar extremos relativos **REFLEXION** • ¿Para qué sirven los extremos relativos? **CONCEPTUALIZACION** • Conceptualización del criterio de la primera derivada, para determinar extremos relativos. • Explicación de estrategias de	• Materiales propias del aula • Separatas entregadas • Ordenador • proyector • Software Geogebra • Textos de la bibliografía del Syllabus	INSTRUMENTO DE EVALUACION • Practica calificada
Bibliografia: Stwart J. (200). Calculo de una variable, , trascendentes tempranas, sexta edición México Thomas Jr. Ross L. Finney y Maurice D Weir. (2005). Calculo de una variable, novena edición - México			

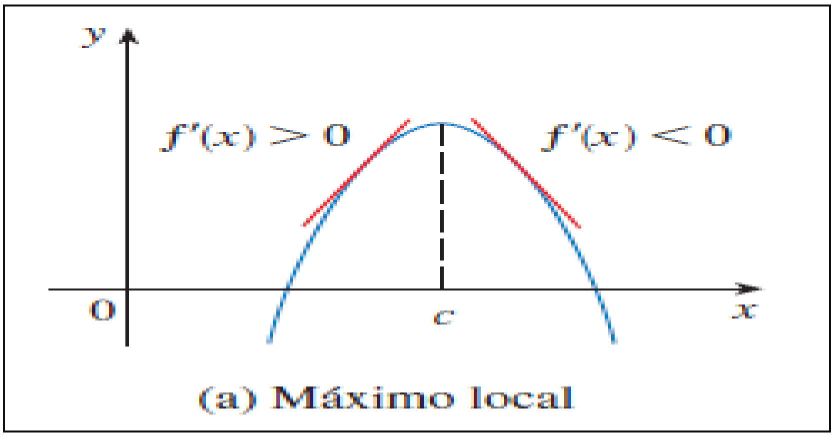
Docente

CRITERIO DE LA PRIMERA DERIVADA PARA EXTREMOS RELATIVOS

Consideremos una función f continua en $[a;b]$ y sea $c \in \langle a;b \rangle$ un punto crítico

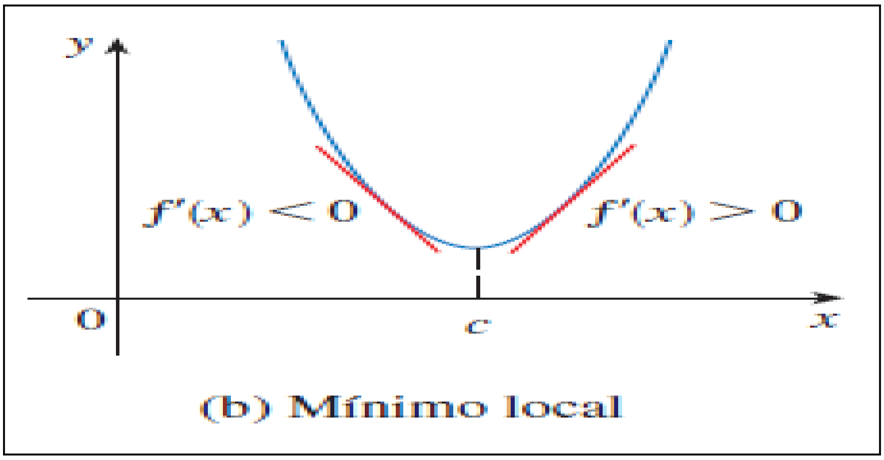
y $f'(x)$ está definida para todos los puntos de $\langle a;b \rangle$ excepto posiblemente en c, entonces:

a) Si $\left.\begin{array}{l} f'(x) > 0,\ \forall x \in \langle a;c \rangle \\ f'(x) < 0,\ \forall x \in \langle c;b \rangle \end{array}\right\} \Rightarrow f(c)$ es un valor máximo relativo de f.



(a) Máximo local

b) Si $\left.\begin{array}{l} f'(x) < 0,\ \forall x \in \langle a;c \rangle \\ f'(x) > 0,\ \forall x \in \langle c;b \rangle \end{array}\right\} \Rightarrow f(c)$ es un valor mínimo relativo de f.



(b) Mínimo local

EJEMPLO

Determinar los extremos relativos de la siguiente función y graficar

$f(x) = x^3 - 12x - 5$

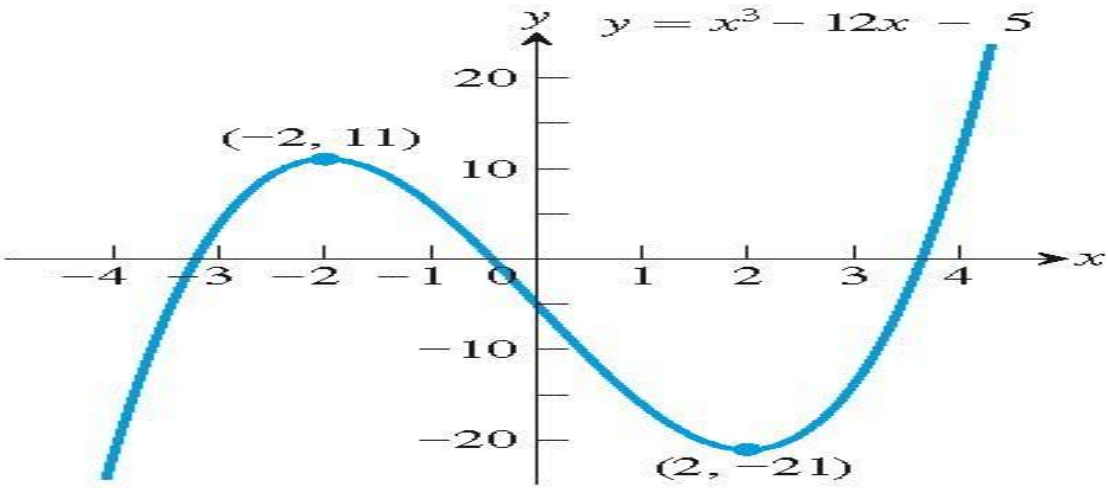
SOLUCIÓN

Derivando la función tenemos

$f'(x) = 3x^2 - 12$

Luego hallando puntos críticos, es decir $3x^2 - 12 = 0$

Obtenemos $x = -2, \quad x = 2$



Luego usando el criterio de la primera derivada existe un máximo y minimo relativo cuyos valores son:

- $f(-2) = (-2)^3 - 12(-2) - 5 = 11$
- $f(2) = (2)^3 - 12(2) - 5 = -21$.

Finalmente el valor máximo es 11 y el valor minimo -21.

SESION DE APRENDISAJE N^{0} 11

DATOS INFORMATIVOS

DOCENTE: Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco **AÑO LECTIVO**: 2016-B

AREA: Departamento de ciencias básicas

CURSO: Calculo Diferencial **CICLO: 1º**

TITULO DE LA SESION: Concepto del criterio de la segunda derivada para determinar extremos relativos y Ejemplos de Aplicación

CONOCIMIENTO PREVIO: concepto de función, derivada de funciones especiales, criterio de la primera derivada

TIEMPO ESTIMADO: 120 minutos

COMPETENCIAS DE LA CLASE: El estudiante debe:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer concepto del criterio de la segunda derivada, para determinar extremos relativos.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas
- de las funciones y sus respectivos comportamientos.

DESTREZA CON CRITERIO DE	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS	EVALUACION
• Concepto del criterio de la segunda derivada, para determinar extremos relativos. • Representar extremos relativos a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.	**EXPERIENCIA** • Socializar ideas del criterio de la segunda derivada, para determinar extremos relativos. • Mediante lluvia de ideas, identificar los conocimientos previos sobre el criterio de la segunda derivada para determinar extremos relativos **REFLEXION** • ¿Para qué sirven los extremos relativos? **CONCEPTUALIZACION** • Conceptualización del criterio de la segunda derivada, para determinar extremos relativos.	• Materiales propias del aula • Separatas entregadas • Ordenador • proyector • Software Geogebra • Textos de la bibliografía del Syllabus	INSTRUMENTO • Practica calificada

Bibliografia: Stwart J. (200). Calculo de una variable, trascendentes tempranas, sexta edición México

Thomas Jr. Ross L. Finney y Maurice D Weir. (2005). Calculo de una variable, novena edición -México

Docente

CRITERIO DE LA SEGUNDA PARA DETERMINAR EXTREMOS RELATIVOS

Supóngase que existe f'' en algún intervalo abierto que contiene a c y que $f'(c)=0$ entonces:

i) Si $f''(c)>0$ entonces $f(c)$ es un valor mínimo relativo.

ii) Si $f''(c)<0$ entonces $f(c)$ es un valor máximo relativo.

EJEMPLO

Hallar los valores máximos y mínimos de la función $f(x)=2x^4-4x^2+6$, mediante el criterio de la segunda derivada y graficar.

SOLUCION

Primero: $f'(x)=8x^3-8x$ y $f''(x)=24x^2-8$

Segundo: Resolver la ecuación

$$8x^3-8x=0$$

$$8x(x^2-1)=0$$

$$\Rightarrow \quad 8x(x+1)(x-1)=0$$

Los puntos críticos $x=0,\quad x=1$ y $x=-1$

Tercero: Sustituir en la segunda derivada

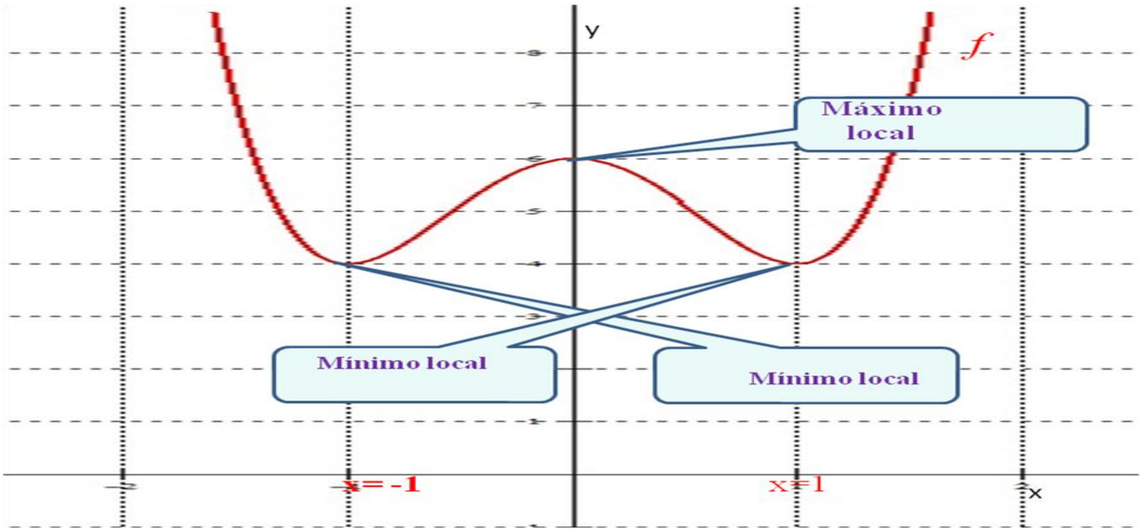
$$f''(0)=-8<0\Rightarrow \quad \textbf{Máximo}$$

$$f''(1)=16>0\Rightarrow \quad \textbf{Mínimo}$$

$$f''(-1)=16>0\Rightarrow \quad \textbf{Mínimo}$$

Finalmente concluimos

En (0, 6) Máximo Local
En (1, 4) Mínimo Local y
En (-1,4) Mínimo Local.
GRAFICA



y
f
Máximo
local
Mínimo local
Mínimo local
x=-1
x=1
x

SESION DE APRENDISAJE N^0 12

DATOS INFORMATIVOS

DOCENTE: Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco **AÑO LECTIVO**: 2016-B

AREA: Departamento de ciencias básicas

CURSO: Calculo Diferencial **CICLO: 1º**

TITULO DE LA SESION: concepto de punto de inflexión en la gráfica de una función real y Ejemplos de Aplicación

CONOCIMIENTO PREVIO: concepto de función, derivada de funciones especiales, criterio de la primera y segunda derivada

TIEMPO ESTIMADO: 120 minutos

COMPETENCIAS DE LA CLASE: El estudiante debe:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer concepto de punto de inflexión en la gráfica de una función real.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

DESTREZA CON CRITERIO DE	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSO	EVALUACION
• concepto de punto de inflexión en la gráfica de una función real • Representar el punto de inflexión en la gráfica de una función real a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.	**EXPERIENCIA** • Sociabilizar ideas del concepto de punto de inflexión en la gráfica de una función real • Mediante lluvia de ideas, identificar los conocimientos previos sobre de punto de inflexión en la gráfica de una función real. **REFLEXION** • ¿Para qué sirve el punto de inflexión en la gráfica de una función real? **CONCEPTUALIZACION** • Conceptualización de punto de inflexión en la gráfica de una función real	• Materiales propias del aula • Separatas entregadas • Ordenador • proyector • Software Geogebra • Textos de la bibliografía del Syllabus	INSTRUMENTO DE EVALUACION • Practica calificada

Bibliografia: Stwart J. (200). Calculo de una variable, , trascendentes tempranas, sexta edición México

Thomas Jr. Ross L. Finney y Maurice D Weir. (2005). Calculo de una variable, novena edición - México

Docente

Punto de inflexión

Un punto $(c; f(c))$ en una curva $y = f(x)$ recibe el nombre de punto de inflexión si f es continua ahí y la curva cambia de cóncava hacia arriba a cóncava hacia abajo o viceversa en $(c; f(c))$.

Ejemplo

Halle los posibles puntos de inflexión de la siguiente función y graficar

Primero:

Primera derivada $f'(x) = \dfrac{12x - 4x^3}{9}$

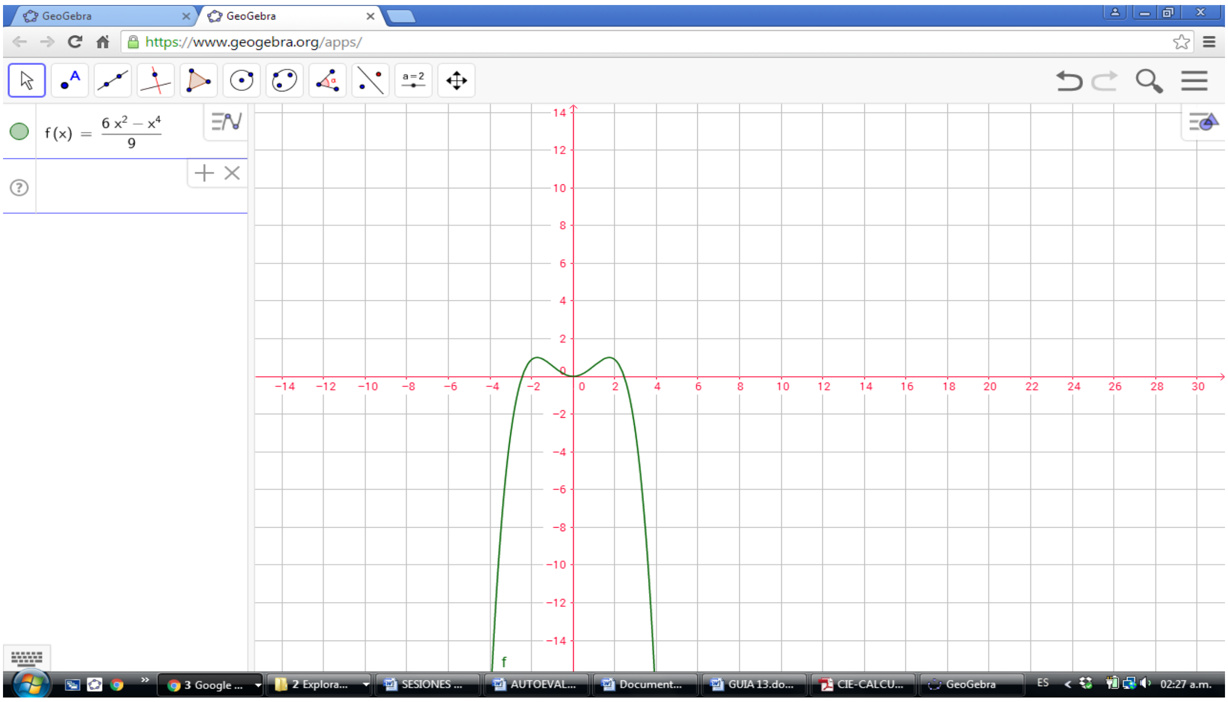
Segundo:

Segunda derivada $f''(x) = \dfrac{12 - 12x^2}{9}$

Igualando a cero la segunda derivada $\dfrac{12 - 12x^2}{9} = 0$

Obtenemos los puntos de inflexión $x = -1, \quad x = 1$

Grafica



SESION DE APRENDISAJE N^0 13

DATOS INFORMATIVOS

DOCENTE: Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco **AÑO LECTIVO**: 2016-B

AREA: Departamento de ciencias básicas

CURSO: Calculo Diferencial **CICLO: 1º**

TITULO DE LA SESION: Concepto de intervalos de concavidad de una función real y Ejemplos de Aplicación

CONOCIMIENTO PREVIO: Concepto de función, derivada de funciones especiales, criterio de la primera y segunda derivada.

TIEMPO ESTIMADO: 120 minutos

COMPETENCIAS DE LA CLASE: El estudiante debe:

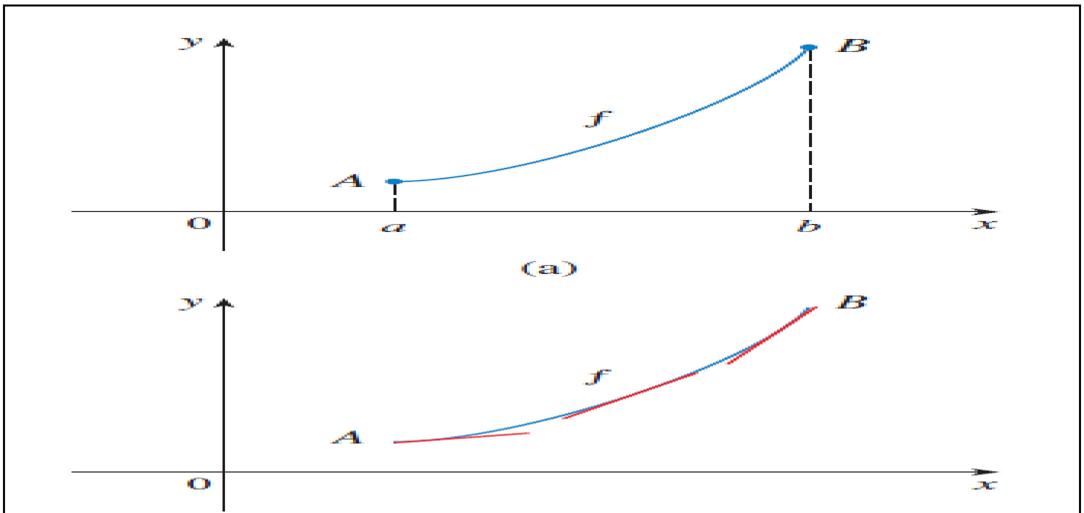
- Interpretar y reconocer gráficamente una función real
- Reconocer concepto de intervalos de concavidad en la gráfica de una función real.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas de las funciones y sus respectivos comportamientos.

DESTREZA CON CRITERIO DE	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSO	EVALUACION
• concepto de intervalos de concavidad en la gráfica de una función real. • Representar intervalos de concavidad a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.	**EXPERIENCIA** • Socializar Ideas del concepto de intervalos de concavidad en la gráfica de una función real. • Mediante lluvia de ideas, identificar los conocimientos previos sobre de intervalos de concavidad en la gráfica de una función real. **REFLEXION** • ¿Para qué sirven los intervalos de concavidad en la gráfica de una función real? **CONCEPTUALIZACION** • Conceptualización de intervalos de	• Materiales propias del aula • Separatas entregadas • Ordenador • proyector • Software Geogebra • Textos de la bibliografía del Syllabus	INSTRUMENTO • Practica calificada
Bibliografia: Stwart J. (200). Calculo de una variable, trascendentes tempranas, sexta edición México Thomas Jr. Ross L. Finney y Maurice D Weir. (2005). Calculo de una variable, novena edición - México			

Doce

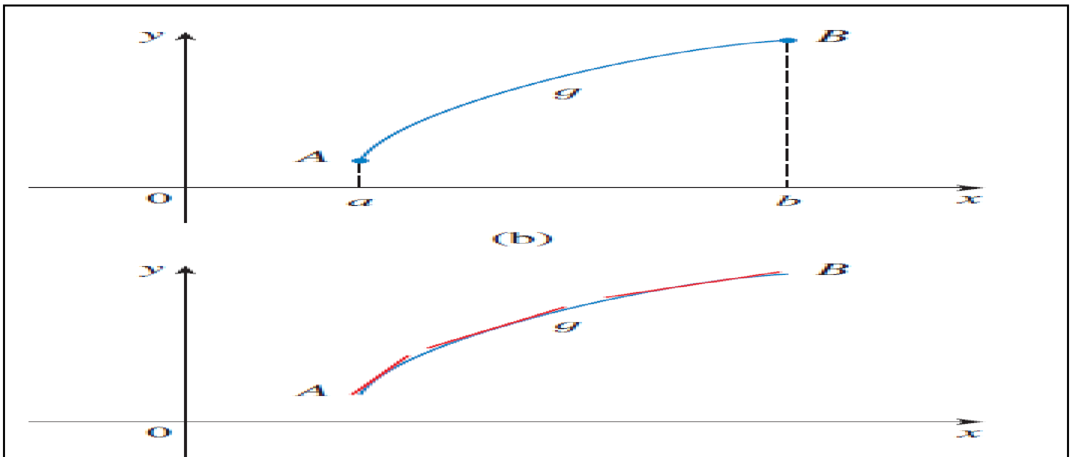
Concavidad de una función real

a) Si la gráfica de f queda por arriba de todas sus tangentes en un intervalo $\langle a;b\rangle$, entonces se dice que es **cóncava hacia arriba** en $\langle a;b\rangle$.



(a) Cóncava hacia arriba

b) Si la gráfica de f queda por abajo de todas sus tangentes en un intervalo $\langle a;b\rangle$, entonces se dice que es **cóncava hacia abajo** en $\langle a;b\rangle$.



(b) Cóncava hacia abajo

EJEMPLO

Halle los puntos de inflexión y concavidad de la siguiente función y graficar

Primero:

Primera derivada $f'(x)=\dfrac{12x-4x^3}{9}$

Segundo:

Segunda derivada $f''(x) = \frac{12 - 12x^2}{9}$

Igualando a cero la segunda derivada $\frac{12 - 12x^2}{9} = 0$

Obtenemos los puntos de inflexión $x = -1, \quad x = 1$

Tercero:

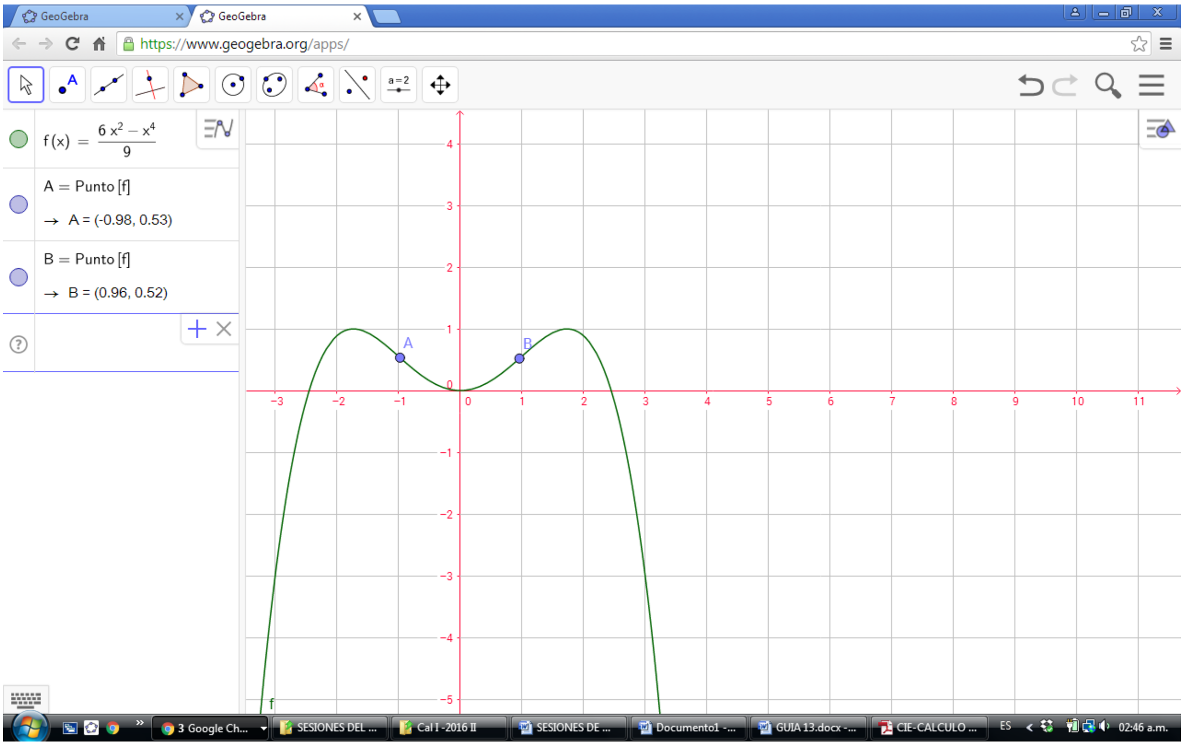
Intervalos de concavidad

En el intervalo $\langle -\infty, -1 \,]$ cóncava hacia abajo

En el intervalo $[-1, 1]$ cóncava hacia arriba

En el intervalo $[1, \infty \rangle$ cóncava hacia abajo

Grafica



FACULTAD DE INGENIERIA INDUSTRIAL Y DE SISTEMAS

SESION DE APRENDISAJE N[0] 14

DATOS INFORMATIVOS

DOCENTE: Osmar Arnaldo Bermeo Carrasco **AÑO LECTIVO**: 2016-B

AREA: Departamento de ciencias básicas

CURSO: Calculo Diferencial **CICLO: 1º**

TITULO DE LA SESION: Grafica de una función real, y Ejemplos de Aplicación

CONOCIMIENTO PREVIO: Concepto de función, derivada de funciones especiales, criterio de la primera y segunda derivada, puntos de inflexión, y intervalos de concavidad.

TIEMPO ESTIMADO: 120 minutos

COMPETENCIAS DE LA CLASE: El estudiante debe:

- Interpretar y reconocer gráficamente una función real.
- Reconocer finalmente la gráfica de una función real.
- Saber utilizar el Software Geogebra como recursos de consulta para comprender mejor los temas
- de las funciones y sus respectivos comportamientos.

DESTREZA CON CRITERIO DE	ESTRATEGIAS METODOLOGICAS	RECURSOS	EVALUACION
• Representar la gráfica de una función real a través del software Geogebra y mediante las reglas prácticas.	**EXPERIENCIA** • Socializar Ideas de grafica funciones reales • Mediante lluvia de ideas, identificar los conocimientos previos sobre la gráfica de una función real. **REFLEXION** • ¿Para qué sirven la gráfica de una función real? **CONCEPTUALIZACION** • Conceptualización de la gráfica de una función real. • Explicación de estrategias de evaluación de la gráfica de una	• Materiales propias del aula • Separatas entregadas por docente • Ordenador • proyector • Software Geogebra • Textos de la bibliografía del Syllabus	INSTRUMENTO DE EVALUACION • Practica calificada
Bibliografia: Stwart J. (200). Calculo de una variable, trascentes tempranas, sexta edición México Thomas Jr. Ross L. Finney y Maurice D Weir. (2005). Calculo de una variable, novena edición - México			

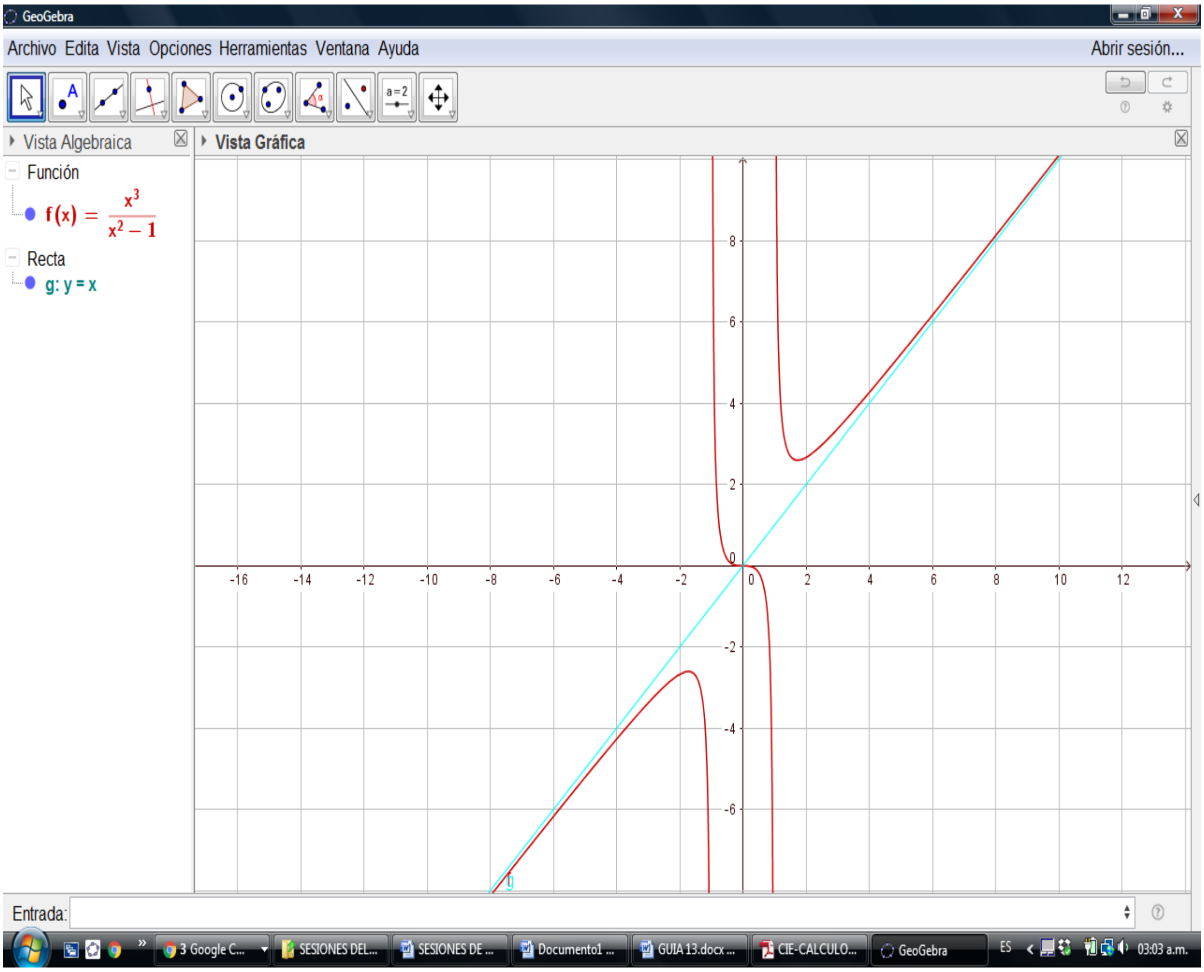
Docente

Estrategia para Analizar la gráfica de una Función

- Determinar el dominio y rango de una función
- Determinar las intersecciones, asíntotas y simetría de la gráfica.
- Localizar los valores de x para los cuales f'(x) y f''(x) son cero o no existen.
- Usar los resultados para determinar extremos relativos y puntos de inflexión.

Grafique la función:

$$f(x)=\frac{x^3}{x^2-1}$$



CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE LA VARIABLE APRENDISAJE DE GRAFICAR FUNCIONES REALES

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	DIMENSIÓN: definición, dominio y rango de una función	Si	No	Si	No	Si	No	
1	Indicar el concepto de función analítica	✓		✓		✓		
2	Indicar el concepto de función geométrica	✓		✓		✓		
3	Determinar el dominio de la siguiente función	✓		✓		✓		
4	Determine el rango de la siguiente función	✓		✓		✓		
5	Indicar si una función tiene como dominio un intervalo abierto entonces el rango de la función es un intervalo abierto	✓		✓		✓		
6	Indicar si una función tiene como dominio un intervalo cerrado y acotado entonces el rango de la función es un intervalo cerrado y acotado	✓		✓		✓		
	DIMENSIÓN: Intersección con ejes coordenados y las asíntotas de una función real	Si	No	Si	No	Si	No	
7	Determinar la intersección de la gráfica de la función con el eje "X	✓		✓		✓		
8	Determinar la intersección de la gráfica de la función con el eje "Y	✓		✓		✓		
9	Determinar si toda función lineal tiene intersección con los ejes coordenados	✓		✓		✓		
10	Determinar si toda función cuadrática tiene intersección con los ejes coordenados	✓		✓		✓		
11	Determinar las asíntotas verticales de la función	✓		✓		✓		
12	Determinar las asíntotas horizontales de la función	✓		✓		✓		
13	Determinar las asíntotas oblicuas de la función	✓		✓		✓		
14	Determinar si una función tiene asíntota horizontal entonces tiene asíntota oblicua							
	DIMENSIÓN: Intervalo de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real	Si	No	Si	No	Si	No	
15	Hallar los intervalos donde la función es decreciente	✓		✓		✓		
16	Hallar los intervalos donde la función es creciente	✓		✓		✓		
17	Determinar qué tipo de función no tiene intervalos de monotonía	✓		✓		✓		

18	Determinar los puntos críticos de la función	✓		✓		✓		
19	Indicar que definición o criterio nos permite determinar extremos relativos y absolutos			✓		✓		
20	Determinar los extremos relativos de la función	✓		✓		✓		
21	Determinar los extremos absolutos de la función	✓		✓		✓		
22	Indicar que si una función tiene extremo absoluto entonces es un extremo relativo	✓		✓		✓		
	DIMENSIÓN: Concavidad y punto de inflexión, y grafica de una función real	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
23	Indicar que definición o criterio nos permite determinar los intervalos de concavidad	✓		✓		✓		
24	Determinar los puntos de inflexión de la función	✓		✓		✓		
25	Determinar los intervalos de concavidad de la función	✓		✓		✓		
26	Indicar si una función no presenta puntos de inflexión entonces no tiene intervalos de concavidad	✓				✓		
27	Indicar cuál es la gráfica de la siguiente función	✓		✓		✓		
		✓		✓		✓		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): Suficiente

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [x] Aplicable después de corregir [ ] No aplicable [ ]

Apellidos y nombres del juez validador. Dr/ Mg: Dr. Quispe Atúncar, José Victor DNI: 08560838

Especialidad del validador: Dr. en Administración de la Educación

05 de junio del 2016.

[1]**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2]**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo
[3]**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia: se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

Firma

Especialidad:

UCV
UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO
ESCUELA DE POSTGRADO

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE LA VARIABLE APRENDISAJE DE GRAFICAR FUNCIONES REALES

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia[1]		Relevancia[2]		Claridad[3]		Sugerencias
	DIMENSIÓN: definición, dominio y rango de una función	Si	No	Si	No	Si	No	
1	Indicar el concepto de función analítica	✓		✓		✓		
2	Indicar el concepto de función geométrica	✓		✓		✓		
3	Determinar el dominio de la siguiente función	✓		✓		✓		
4	Determine el rango de la siguiente función	✓		✓		✓		
5	Indicar si una función tiene como dominio un intervalo abierto entonces el rango de la función es un intervalo abierto	✓		✓		✓		
6	Indicar si una función tiene como dominio un intervalo cerrado y acotado entonces el rango de la función es un intervalo cerrado y acotado	✓		✓		✓		
	DIMENSIÓN: Intersección con ejes coordenados y las asíntotas de una función real	Si	No	Si	No	Si	No	
7	Determinar la intersección de la gráfica de la función con el eje "X	✓		✓		✓		
8	Determinar la intersección de la gráfica de la función con el eje "Y	✓		✓		✓		
9	Determinar si toda función lineal tiene intersección con los ejes coordenados	✓		✓		✓		
10	Determinar si toda función cuadrática tiene intersección con los ejes coordenados	✓		✓		✓		
11	Determinar las asíntotas verticales de la función	✓		✓		✓		
12	Determinar las asíntotas horizontales de la función	✓		✓		✓		
13	Determinar las asíntotas oblicuas de la función	✓		✓		✓		
14	Determinar si una función tiene asíntota horizontal entonces tiene asíntota oblicua							
	DIMENSIÓN: Intervalo de monotonía, extremos relativos y absolutos de una función real	Si	No	Si	No	Si	No	
15	Hallar los intervalos donde la función es decreciente	✓		✓		✓		
16	Hallar los intervalos donde la función es creciente	✓		✓		✓		
17	Determinar qué tipo de función no tiene intervalos de monotonía	✓		✓		✓		

18	Determinar los puntos críticos de la función	✓		✓		✓		
19	Indicar que definición o criterio nos permite determinar extremos relativos y absolutos			✓		✓		
20	Determinar los extremos relativos de la función	✓		✓		✓		
21	Determinar los extremos absolutos de la función	✓		✓		✓		
22	Indicar que si una función tiene extremo absoluto entonces es un extremo relativo	✓		✓		✓		
	DIMENSIÓN: Concavidad y punto de inflexión, y grafica de una función real	**Si**	**No**	**Si**	**No**	**Si**	**No**	
23	Indicar que definición o criterio nos permite determinar los intervalos de concavidad	✓		✓		✓		
24	Determinar los puntos de inflexión de la función	✓		✓		✓		
25	Determinar los intervalos de concavidad de la función	✓		✓		✓		
26	Indicar si una función no presenta puntos de inflexión entonces no tiene intervalos de concavidad	✓				✓		
27	Indicar cuál es la gráfica de la siguiente función	✓		✓		✓		
		✓		✓		✓		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): (Aplicable) Suficiencia

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [ ] **Aplicable después de corregir [ ]** **No aplicable [ ]**

Apellidos y nombres del juez validador. Dr: ....Sanchez Aguirre Flor de Maria.... **DNI:**....09104533....

Especialidad del validador:....Dr. en Educacion....

[1]**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
[2]**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo
[3]**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

....4....de Junio del 20.16.

Firma del Experto Informante.

Especialidad