



UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

ESCUELA DE POSGRADO

**PROGRAMA ACADÉMICO DE MAESTRÍA EN DOCENCIA
UNIVERSITARIA**

**Efectos del uso del GeoGebra en el aprendizaje de las funciones
de variable real en estudiantes de secundaria**

TESIS PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE:

Maestro en Docencia Universitaria

AUTOR:

Br. Sanchez Vasquez, Segundo Arturo (ORCID: 0000-0002-2551-3262)

ASESOR:

Dr. Sanchez Diaz, Sebastian (ORCID: 0000-0002-0099-7694)

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:

Evaluación y Aprendizaje

LIMA – PERÚ

2020

Dedicatoria

A mi hijo Andrés Arturo
y a mi esposa Rudy Luz.

A mis padres Mateo Sánchez
y Gladys Vásquez.

A mi abuelita mamá Bertha.

Agradecimiento

A Dios por estar presente en mi camino.

A mis familiares y amigos
que de una forma u otra siempre me
alentaron para seguir adelante.

Al Dr. Sebastian Sanchez por su dedicación
e intervención oportuna en la elaboración de
mi trabajo de investigación.

Índice de contenidos

| | Pág. |
|--|-----------|
| Carátula | i |
| Dedicatoria | ii |
| Agradecimiento | iii |
| Índice de contenidos | iv |
| Índice de tablas | vi |
| Índice de figuras | vii |
| Resumen | viii |
| Abstract | ix |
| I. INTRODUCCIÓN | 1 |
| II. MARCO TEÓRICO | 4 |
| III. METODOLOGÍA | 16 |
| 3.1. Tipo y diseño de investigación | 16 |
| 3.2. Variables y operacionalización | 17 |
| 3.3. Población, muestra y muestreo | 19 |
| 3.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos | 20 |
| 3.5. Procedimientos | 22 |
| 3.6. Método de análisis de datos | 22 |
| 3.7. Aspectos éticos | 22 |
| IV. RESULTADOS | 23 |
| V. DISCUSIÓN | 28 |
| VI. CONCLUSIONES | 33 |
| VII. RECOMENDACIONES | 34 |

| | |
|--|----|
| REFERENCIAS | 35 |
| ANEXOS | 41 |
| Anexo 01 Matriz de consistencia | 42 |
| Anexo 02 Matriz de operacionalización de la variable dependiente | 43 |
| Anexo 03 Tabla de especificaciones de la variable dependiente | 44 |
| Anexo 04 Instrumento de recolección de datos | 45 |
| Anexo 05 Certificado de validez del instrumento | 49 |
| Anexo 06 Confiabilidad del instrumento | 52 |
| Anexo 07 Base de datos | 53 |
| Anexo 08 Carta de presentación | 57 |
| Anexo 09 Sesiones de clase | 59 |
| Anexo 10 Resultados de las Dimensiones e Hipótesis específicas | 67 |

Índice de tablas

| | | Pág. |
|---------|--|------|
| Tabla 1 | Muestra | 20 |
| Tabla 2 | Validez del aprendizaje de las funciones de variable real | 21 |
| Tabla 3 | Prueba de normalidad | 24 |
| Tabla 4 | Estadísticos del grupo control y experimental: Pre Test y Post Test para la variable Aprendizaje de las funciones de variable real | 25 |
| Tabla 5 | Prueba de muestras independientes Pre Test y Post Test para la variable Aprendizaje de las funciones de variable real | 26 |
| Tabla 6 | Estadísticos del grupo control y experimental: Pre Test y Post Test para la dimensión Gráfica de funciones | 69 |
| Tabla 7 | Prueba de muestras independientes Pre Test y Post Test para la dimensión Gráfica de funciones | 70 |
| Tabla 8 | Estadísticos del grupo control y experimental: Pre Test y Post Test para la dimensión Análisis de funciones | 71 |
| Tabla 9 | Prueba de muestras independientes Pre Test y Post Test para la dimensión Análisis de funciones | 72 |

Índice de figuras

| | Pág. |
|--|------|
| Figura 1 Diseño Experimental | 17 |
| Figura 2 Coeficiente de fiabilidad KR 20 para la prueba piloto sobre la variable aprendizaje de las funciones de variable real | 21 |
| Figura 3 Comparación de resultados de la variable Aprendizaje de las funciones de variable real | 23 |
| Figura 4 Comparación de resultados de la dimensión Gráfica de funciones | 67 |
| Figura 5 Comparación de resultados de la dimensión Análisis de funciones | 68 |

Resumen

Esta investigación se desarrolló con el objetivo de determinar los efectos que tiene el uso del GeoGebra en el aprendizaje de las funciones de variable real en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020. La investigación se enmarca dentro del paradigma positivista, por lo que el método científico es hipotético deductivo, presenta un enfoque cuantitativo, es de tipo aplicada a un nivel explicativo y con diseño cuasi experimental. La muestra de estudio estuvo compuesta por 35 estudiantes de secundaria divididos en dos grupos: el experimental con 15 estudiantes y el control con 20 estudiantes se les aplicó dos exámenes denominados Pre Test y Post Test. La prueba piloto tuvo una fiabilidad de KR20 igual a 0,72966 y se validó por juicio de expertos. Los resultados de la investigación arrojaron una significancia bilateral de 0,031 la cual es menor a 0,05, indicando que el uso del GeoGebra tiene efectos significativos en el aprendizaje de las funciones reales. Sin embargo, no se encontró efectos significativos con la dimensión análisis de las funciones.

Palabras clave: GeoGebra, análisis, funciones, gráfica.

Abstract

This research was developed with the objective of determining the effects that the use of GeoGebra has on the learning of the functions of the real variable in high school students of the Cristo Rey de Chorrillos Parish Educational Institution, 2020. The research is framed within the positivist paradigm, so the scientific method is hypothetical deductive, presents a quantitative approach, is applied type at an explanatory level and with a quasi-experimental design. The study sample consisted of 35 high school students divided into two groups: the experimental group with 15 students and the control group with 20 students. Two exams called Pre Test and Post Test were applied to them. The pilot test had a reliability of KR20 equal to 0.72966 and was validated by expert judgment. The results of the investigation showed a bilateral significance of 0.031 which is less than 0.05, indicating that the use of GeoGebra has significant effects on the learning of real functions. However, no significant effects were found with the function analysis dimension.

Keywords: GeoGebra, analysis, function, graph.

I. INTRODUCCIÓN

Aprender matemáticas para muchos estudiantes no es algo sencillo, es común escuchar que es el curso con el que tienen más dificultad, por tal motivo los docentes siempre están en la búsqueda de nuevas estrategias para acercar de una manera amigable las matemáticas a los estudiantes.

Para innovar la forma en que los estudiantes aprenden las matemáticas y también el cómo los docentes enseñan esta materia se pueden emplear aplicaciones gratuitas como el Geogebra. (Salas Rueda y Salas Rueda, 2019)

Un ejemplo en la región se puede apreciar en algunas instituciones educativas públicas de nivel media en Venezuela, en las que se han implementado un proyecto educativo denominado El Club de GeoGebra. (Prieto y Ortiz, 2019)

En los últimos tiempos la tecnología a través de las aplicaciones y softwares matemáticos se han convertido en aliados de los estudiantes quienes son nativos digitales y en todo un reto para los docentes. (Pisco Goicochea, 2019)

En nuestro país, GeoGebra es uno de los softwares que se utiliza a nivel nacional en muchas universidades, especialmente en las especialidades de matemáticas e ingeniería y en algunas escuelas particulares. En las escuelas públicas este software es muy poco usado principalmente por el mediano acceso que se tiene a internet, así como también por la falta de conocimientos digitales.

En mi opinión, dado que los estudiantes son nativos digitales, el no usar la tecnología en la enseñanza de las matemáticas no contribuye al aprendizaje de esta materia que históricamente es considerado como el curso que menos le gusta a la mayoría de los estudiantes y cada vez será más difícil que adquieran dicho conocimiento.

(Vaillant et al., 2020) señalaron que la mayoría de docentes aún prefieren enseñar con métodos tradicionales de tiza y pizarra, mostrando así una resistencia al uso de la tecnología, según una encuesta internacional realizada el año 2013.

Para poder atenuar esta problemática propongo algunas recomendaciones en mi trabajo de investigación titulado Efectos del uso del GeoGebra en el aprendizaje de las funciones de variable real en estudiantes de secundaria.

Para realizar esta investigación se plantea la siguiente pregunta, ¿qué efectos produce el uso del GeoGebra en el aprendizaje de las funciones de variable real en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020?

La presente investigación se justifica teóricamente ya que no se puede negar que el desarrollo vertiginoso de la tecnología contribuye notablemente en la forma de cómo se enseña y aprende diferentes materias, y en especial las matemáticas. Lo que para nosotros puede parecer nuevo es algo común en otros países consiguiendo aumentar el rendimiento de sus estudiantes en dicha materia y nuestros estudiantes no deben quedar relegados de esa realidad, sobre todo si se cuenta con algunos softwares de uso libre.

Tiene justificación práctica en la medida que los resultados de esta investigación servirán como información para que las instituciones educativas de nivel secundario puedan tomar decisiones para introducir estrategias que contemplen el uso de recursos digitales como lo es la aplicación del software matemático GeoGebra, capacitando a los docentes para que lo puedan usar como un complemento en sus sesiones de clases logrando conseguir mejores resultados.

Esta investigación se justifica metodológicamente ya que servirá a su vez como insumo para futuras investigaciones, proporcionando sustento teórico científico acerca de la influencia del GeoGebra en el aprendizaje de las funciones de variable real, que permitan convencer a quienes estén directamente implicados en el quehacer educativo sobre la necesidad de hacer uso de los recursos digitales y se diseñen métodos donde se contemple al uso de dicho software en la enseñanza de las matemáticas.

Por todo lo expuesto se planteó el siguiente objetivo general y (2) objetivos específicos:

Determinar los efectos del uso del GeoGebra en el aprendizaje de las funciones de variable real en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020.

Determinar los efectos del uso del GeoGebra en la gráfica de las funciones de variable real en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020.

Determinar los efectos del uso del GeoGebra en el análisis de las funciones de variable real en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020.

Para lo cual se planteó la siguiente hipótesis general y (2) hipótesis específicas:

El uso del GeoGebra tiene efectos significativos en el aprendizaje de las funciones reales en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020.

El uso del GeoGebra tiene efectos significativos en la gráfica de las funciones reales en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020.

El uso del GeoGebra tiene efectos significativos en el análisis de las funciones reales en estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020.

II. MARCO TEÓRICO

En el presente trabajo de investigación se ha considerado los siguientes antecedentes internacionales y nacionales.

(Mthethwa et al., 2020), tuvieron como objetivo buscar ampliar la literatura investigando los efectos paralelos del uso de GeoGebra en estudiantes y maestros en un entorno rural. Se realizó una investigación con diseño experimental constituida por 56 estudiantes del décimo primer grado seleccionados de una escuela pública rural del distrito Umkhanyakude de KwaZulu. Los resultados mostraron que en el grupo donde se hizo la intervención la media pasó de 5 a 7,75; es decir hubo un aumento del 55%, indicando que la enseñanza de las matemáticas empleando GeoGebra mejoraron sustantivamente el aprendizaje de los estudiantes, por lo que su uso es eficaz en las zonas rurales.

(Murni et al., 2017), tuvieron como objetivo describir el uso del GeoGebra en los modelos de aprendizaje basados en la competencia que tienen los estudiantes para desarrollar problemas de matemáticas y la actitud hacia la misma. El estudio se realizó bajo el diseño cuasi experimental, para lo cual se contó con un total de 181 estudiantes de donde se seleccionó una muestra de 120 estudiantes, divididos en 4 grupos, 2 para el grupo experimental y los otros 2 para el grupo control. Los resultados mostraron un aumento en las medias del 32% en la capacidad de resolver problemas matemáticos y 41% con respecto a la actitud en los grupos donde se hizo la intervención, indicando que el uso del GeoGebra en el aprendizaje por descubrimiento mejora la resolución de problemas y actitudes hacia las matemáticas, además se indicó que puede ser utilizado en el aprendizaje y la enseñanza de temas más amplios.

(Diaz et al., 2018), tuvieron como objetivo evaluar el impacto del uso del GeoGebra en la enseñanza de la geometría en los estudiantes de secundaria. Se realizó un estudio observacional de carácter analítico, para lo que se conformó dos grupos de 24 estudiantes cada uno, todos del 4to año de secundaria, a uno de los grupos se le aplicó la enseñanza tradicional y al otro con el uso del software GeoGebra. Los resultados indicaron diferencias estadísticas significativas entre los

grupos, una media mayor en 83,834% y un ($p < .05$), alcanzando los niveles más altos en el grupo que se intervino.

(Khalil et al., 2018), tuvieron como objetivo investigar el impacto que tiene la aplicación del GeoGebra en el rendimiento matemático de los estudiantes. Realizaron una investigación con diseño experimental, para el estudio se formaron dos grupos cada uno constituido por 20 estudiantes, uno de ellos tuvo la intervención del Geogebra. Los resultados de la prueba final (Post Test) dieron una media igual a 56,95 para el grupo control y 70 para el grupo donde se aplicó el GeoGebra, además de un p valor de 0,012; por lo que indicaron que la aplicación del GeoGebra genera un impacto significativo sobre el rendimiento matemático de los estudiantes.

(Zetriuslita et al., 2019), tuvieron como objetivo identificar y analizar el efecto que tiene el uso del GeoGebra en la mejora de la habilidad de comunicación matemática de los estudiantes. Realizaron una investigación mixta, combinando métodos cuantitativos y cualitativos con una estrategia de explicación secuencial y con diseño cuasi experimental. Para el estudio se formaron dos grupos, uno como control y el otro experimental, cada uno de ellos constituidos por 42 estudiantes. Los resultados de la investigación mostraron una media del grupo donde se realizó la intervención mayor en 82,9% con respecto al otro grupo, evidenciando que hubo una mejora en el rendimiento de los estudiantes en lo que corresponde a la habilidad de comunicación matemática.

(Mushipe et al., 2019), tuvieron como objetivo determinar si hay efecto al integrar el GeoGebra con la enseñanza de las funciones de primer grado. Realizando para ello una investigación con diseño cuasi experimental, el grupo donde se aplicó el software estuvo constituido por 33 estudiantes y el que sirve de control tuvo 29 estudiantes. La investigación encontró una media de 20 para el grupo control y 51,76 en el grupo con aplicación de GeoGebra, además con un 53% de variación del logro, por lo que se concluye que el uso del GeoGebra en la enseñanza de las funciones lineales mejoró el rendimiento y logro de los estudiantes.

(Barahona et al., 2015), tuvieron como objetivo determinar el grado de influencia que se obtiene al usar el software GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas. Buscaron establecer relaciones causales para lo cual realizaron una investigación explicativa de carácter cuantitativo. Para la investigación se contó con 41 estudiantes del curso de Matemáticas II. Como resultado de dicho estudio se pudo observar que la media del rendimiento académico se incrementó a 70,0976%, evidenciando que el uso del GeoGebra si incide significativamente en mejorar el rendimiento de los estudiantes.

(Mora S., 2020), tuvo como objetivo determinar los efectos que genera el uso del GeoGebra en el aprendizaje de los estudiantes de básica superior en matemáticas. Realizaron una investigación de enfoque cuantitativo dentro del paradigma constructivista. Para dicha investigación se contó con la participación de 16 estudiantes del noveno grado. Los resultados de dicho estudio mostraron una media en el grupo donde se intervino con el software mayor en 33,22% con respecto al grupo con el método tradicional, indicando que el uso del software GeoGebra tiene impacto en el aprendizaje de los estudiantes.

(Jatjariska et al., 2020), tuvieron como objetivo determinar si la aplicación de un método matemático asistido por el GeoGebra influye en la disposición que los estudiantes tienen hacia las matemáticas. Se realizó un diseño cuasi experimental. Se trabajó con una población constituida por 213 estudiantes y realizaron un muestreo aleatorio por conglomerados. Dicha investigación dio como resultado que el empleo de un método matemático asistido por GeoGebra aumenta la disposición de los estudiantes hacia las matemáticas, mostrando entusiasmo por desarrollar matemáticas utilizando la tecnología, con una diferencia de medias entre ambos grupos de 7.61 a favor del grupo donde se realizó la intervención.

(Pisco, 2019), tuvo como objetivo determinar si el uso del software GeoGebra mejora significativamente el nivel de aprendizaje de los estudiantes en el curso de matemáticas. Se realizó un diseño pre experimental. Para dicho estudio se contó con una muestra constituida por 43 estudiantes. Los resultados de la investigación mostraron un aumento del 79,04% en la media que corresponde al aprendizaje de las funciones; lo que evidenciaron que al usar el GeoGebra se

produce una mejora significativa en el aprendizaje de los estudiantes en lo que respecta a las funciones matemáticas.

(Lima, 2017), tuvo como objetivo encontrar si el uso del software GeoGebra mejora la disposición hacia el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de la carrera de Administración. Se realizó un diseño pre experimental. La muestra estuvo constituida por 36 estudiantes del segundo ciclo, semestre 2016. Los resultados indicaron que la aplicación del software GeoGebra mejora significativamente la disposición que tienen los estudiantes para aprender las matemáticas, lo que se evidenció en el aumento de la media en 26,26%.

(Arbain & Shukor, 2015), tuvieron como objetivo determinar los efectos que se obtienen al aplicar el software GeoGebra en el aprendizaje de las matemáticas. Realizaron un diseño cuasi experimental. Para realizar la investigación se contó con 62 estudiantes de secundaria en Malasia, tomando 32 estudiantes para el grupo de control y los otros 30 estudiantes formaron el grupo experimental. Los resultados de la investigación mostraron que el 51,7% prefieren aprender las matemáticas usando el software GeoGebra, aumentando el entusiasmo, confianza y motivación de los estudiantes hacia las matemáticas, además mejoró su rendimiento.

(Arnal Bailera & Oller Marcén, 2020), tuvieron como objetivo “determinar si existe interdependencia entre el sistema de representación usado para proporcionar las instrucciones a los alumnos, el seguimiento de las instrucciones y la corrección de las construcciones realizadas en GeoGebra” (p.69). El estudio fue de carácter exploratorio y la investigación fue de tipo mixto combinando el enfoque cuantitativo con el análisis de tipo cualitativo. En la experimentación participaron 36 estudiantes de primaria, formando 18 pequeños grupos por sesión. Los resultados evidenciaron que no hay correspondencia significativa entre las variables sistema de representación, seguimiento de instrucciones y nivel de corrección, en cambio si es significativo entre la variable tarea y sistema de representación.

(Jiménez y Jiménez, 2017), tuvieron como objetivo mostrar la importancia del GeoGebra en el desarrollo de la competencia matemática. Se realizó una investigación de nivel descriptivo de tipo documental consultando diferentes

fuentes. Los resultados indicaron la necesidad de innovar, introduciendo el uso de la tecnología para lograr generar el conocimiento matemático.

(Prieto y Ortiz, 2019), tuvieron como objetivo identificar y describir los saberes necesarios para gestionar el trabajo matemático usando GeoGebra. Realizaron una investigación cualitativa en la que participaron siete profesores de Matemática y Física del Club de GeoGebra durante el año 2016-2017. En los resultados se evidenciaron tres potencialidades que tienen relación con la resolución de tareas de construcción matemática: construcciones inconsistentes, práctica de comunicación de las técnicas y reflexionar acerca de las técnicas que faciliten construcciones consistentes.

(Vaillant et al., 2020), tuvieron como objetivo examinar y explicar el uso que tienen los recursos informáticos y plataformas virtuales en la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria. Se realizó una investigación de diseño no experimental, nivel descriptivo transeccional y un enfoque cuantitativo y cualitativo. La muestra estuvo constituida por 176 docentes de matemáticas del nivel secundario. Los resultados de la investigación indicaron que los docentes tienen preferencia por la plataforma adaptativa matemática y el GeoGebra.

Narváez (2015), tuvo como objetivo inducir el desarrollo del pensamiento dinámico mediante el estudio de las funciones con la aplicación del GeoGebra. Para dicho estudio realizaron 10 talleres. Los resultados indicaron que los estudiantes pudieron realizar construcciones y modelamientos con facilidad, sin embargo, tuvieron inconvenientes al querer establecer relaciones entre las expresiones algebraicas y gráficas.

Se debe resaltar la repercusión que tiene el aplicar la tecnología en la educación ya que desarrolla de manera práctica diferentes habilidades en los estudiantes. Al utilizar estos recursos tecnológicos como son las aulas virtuales, programas informáticos entre otros, en los procedimientos que siguen los docentes al desarrollar sus sesiones de clase, acercan y hacen que los estudiantes vean a las matemáticas de una manera más amigable y lleguen a interesarse más en la materia. (Guaypatin et al., 2017)

Los softwares educativos están considerados como cualquier tipo de programa o aplicaciones que ayudan tanto a los docentes como a los estudiantes, así como también se puede usar en el autoaprendizaje ya que muchos de ellos son intuitivos. (Ledo et al., 2010)

Entre las particularidades de los softwares educativos tenemos su innovación educativa, su entorno amigable, son de fácil uso por la interacción que mantiene con los estudiantes, entre otras. Constituyéndose así estos programas en un recurso didáctico que los docentes pueden incorporar en la planificación de sus clases, enriqueciendo los contenidos programáticos de cada materia. (Nivela et al., 2018)

El uso de softwares educativos libres facilita a los docentes planificar y desarrollar sus sesiones de clase ya que cuentan con la seguridad de que sus estudiantes podrán instalarlo y tendrán acceso no solo en las aulas. Así mismo contribuye a la cultura de compartir la información cooperando de esta manera el avance de la sociedad educativa. (Medina et al., 2019)

A partir de la producción pedagógica de los docentes, esto se debe complementar con el uso de las TIC a través de los softwares matemáticos, especialmente en la enseñanza de las funciones matemáticas. (Fernández et al., 2017)

El uso de las TIC facilita el aprendizaje de las matemáticas, produce una motivación inicial sobre todo en estudiantes que son nativos digitales, pero no garantiza que el estudiante pueda consolidar los conocimientos en esta área. Esto dependerá del cómo se articule la tecnología con lo que los estudiantes necesitan aprender. (Revelo Rosero & Carrillo Puga, 2018)

Por lo expuesto, es clara la importancia que tiene el uso de los recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas. De la diversidad de recursos digitales que existen, en esta investigación usaremos un software educativo libre como es el GeoGebra.

Uso del GeoGebra

Según su página oficial, GeoGebra es un software matemático diseñado para todo nivel educativo, que tiene las siguientes características: (a) Agrupa de forma dinámica la geometría, el álgebra y la estadística. (b) Posee herramientas que permiten interactuar de manera ágil e intuitiva. (c) Se encuentra disponible para millones de usuarios en el mundo, ya que está traducido en diferentes idiomas. (d) Es un software de código abierto y libre que está disponible para usos no comerciales. (GeoGebra, 2020)

El software GeoGebra fue creado en el 2001 por Markus Hohenwarter, cuando se encontraba realizando su proyecto de maestría en Educación Matemática e Informática en la Universidad de Slzburgo. (Majadas, 2012)

Entre los múltiples aportes del software GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas tenemos la mayor comprensión de conceptos geométricos, la relación con métodos algebraicos, integrándolos de tal manera que se logre desarrollar la creatividad de los estudiantes. (Hernández y Revilla, 2017)

Aprovechando el avance de la tecnología y poniéndolo al servicio de la educación, el GeoGebra resulta una herramienta muy eficaz en la enseñanza de las matemáticas, logrando aumentar el rendimiento de los estudiantes. (Bhagat & Chang, 2015)

El software GeoGebra también se puede aplicar en el nivel universitario. Por ejemplo, es bastante útil en cursos más difíciles de ingeniería, en donde los docentes pueden acondicionarlo a sus necesidades, facilitando así que los estudiantes experimenten de manera dinámica los diferentes fenómenos. (Dimitrov & Slavov, 2018)

Una forma de reforzar lo que se aprende de forma tradicional es usando la tecnología, en este caso el GeoGebra. Este software ayuda al estudiante a visualizar lo que va obteniendo en los cálculos. Pero se debe tener claro que su uso es para mejorar el aprendizaje del estudiante y facilitar la enseñanza del docente mas no para reemplazar a este último. (Villagrán et al., 2018)

El problema del empleo de la tecnología se acrecienta en las zonas rurales, esto debido al problema de falta de acceso al Internet. Sin embargo, se puede hacer uso del GeoGebra sin conexión a Internet y sumando una adecuada capacitación a los docentes se pueden obtener buenos resultados. (Manganyana et al., 2020)

Para usar GeoGebra no es necesario instalarlo, no te preocupas en actualizarlo y lo puedes usar en cualquier momento y lugar desde un computador, celular, entre otros. Además, tiene el servicio de Geogebra en la nube, donde se puede descargar o intercambiar materiales académicos que faciliten más aún el aprendizaje de los estudiantes, así como la labor de los docentes. (Salas Rueda, 2018)

Es innegable que el aporte de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas es significativo y consecuentemente es importante la capacitación de los docentes en softwares educativos como por ejemplo GeoGebra. Sin embargo, tendría un mayor impacto si en los programas de preparación de los futuros docentes ya estuviera incluido el enseñar matemáticas mediante estos softwares. (Za'ba et al., 2020)

Aprendizaje de función de variable real

Según Ausubel (1983), un aprendizaje es significativo cuando un individuo logra conectar una nueva información con otra información que no solo conoce, sino que sobre todo es notable para él. No debe ser una simple asociación de información, sino que debe ser información esencial y de interés para el individuo.

Vigotsky (1978), en su aprendizaje sociocultural señala que el aprendizaje está en función a las relaciones que tienen los individuos en el contexto social en el que se desenvuelven, así como también depende de la mediación de la cultura.

El aprendizaje de las funciones de variable real consiste en la adquisición de nuevos conocimientos relacionando variables que cumplan ciertas condiciones, de tal manera que le permita al estudiante plantear y resolver problemas de diferentes situaciones y según su contexto.

Funciones de variable real.

Larson (2012), indica que una función f de un conjunto A a un conjunto B es una relación que asigna a cada elemento x del conjunto A exactamente un elemento y del conjunto B, donde el conjunto A es el dominio y el conjunto B contiene al rango.

Las condiciones que deben cumplirse para definir una función del conjunto A al conjunto B son las siguientes: (a) Cada elemento del conjunto A debe relacionarse con un solo elemento del conjunto B. (b) Algún o algunos elementos del conjunto B pueden no relacionarse con algún elemento del conjunto A. (c) Dos o más elementos del conjunto A pueden relacionarse con el mismo elemento del conjunto B. (d) Un elemento del conjunto A no puede relacionarse con dos elementos diferentes del conjunto B.

Las funciones generalmente se representan de cuatro formas: (a) De forma verbal, cuando se describe como se relaciona la variable de entrada con la variable de salida. (b) De forma numérica, cuando se elabora una lista de pares ordenados en los que se relacionan los valores de entrada con su respectivo valor de salida. (c) De forma gráfica, cuando los valores de entrada y de salida se representan mediante puntos que se ubican en un plano de coordenadas. (d) De forma algebraica, cuando se representa mediante una ecuación con dos variables.

Los valores de entrada se refieren a los de la variable independiente y los valores de salida a los de la variable dependiente.

Gráfica de las funciones

La gráfica de una función se obtiene al representar en un plano cartesiano los puntos que contienen los valores de entrada y de salida de la función. También los gráficos de las funciones nos brindan cierta información.

Análisis de las funciones

Al analizar una función se debe tener en cuenta lo siguiente: su dominio, rango, los elementos de su gráfica, las posibles intersecciones con los ejes, determinar el comportamiento de la función, que puede ser: creciente, decreciente o constante; entre otros.

El dominio de una función es el conjunto formado por todos los valores de entrada para los cuales la función está definida, es decir, si x está en el dominio de f , se dice que f está definida en x , en cambio si x no está en el dominio de f , se dice que f no está definida en x .

El rango de una función es el conjunto formado por todos los valores de salida, es decir, son todos los valores de la función.

Acerca del dominio de una función se debe tener presente lo siguiente, si una función f está definida mediante una expresión algebraica y no se especifica su dominio, éste se denomina dominio implícito y será el conjunto formado por todos los números reales que hacen que la expresión este definida.

Para hallar las intersecciones de la gráfica de una función con los ejes X y Y , se determinan aquellos puntos llamados solución, en los que el valor de x o de y sea cero, esto garantiza que la gráfica de dicha función corte o intersekte al eje X o al eje Y . Para hallar el corte con el eje X se le da a y el valor de cero, hallando el valor de x . De igual forma se procede para hallar el corte con el eje Y hacemos $x = 0$ y hallamos el valor de y . La gráfica de una función es posible que no tenga intersecciones, o que tenga una o varias intersecciones con los ejes X o Y .

Al analizar una función también se puede determinar si está puede ser creciente, decreciente o constante: (a) La función f será creciente en un intervalo, si cuando el valor de x aumenta el valor respectivo de y también aumenta, matemáticamente se cumple que para todo x_1 y x_2 del intervalo se cumple que si $x_1 > x_2$, entonces $f(x_1) > f(x_2)$. (b) La función f será decreciente en un intervalo si cuando el valor de x aumenta el valor respectivo de y disminuye, matemáticamente se cumple que para todo x_1 y x_2 del intervalo se cumple que si $x_1 > x_2$, entonces $f(x_1) < f(x_2)$. (c) La función f será constante en un intervalo si para todo x_1 y x_2 del intervalo se cumple que $f(x_1) = f(x_2)$.

Stewart et al., (2012), indican que una función f es una regla que asigna a cada elemento x de un conjunto A exactamente un elemento, llamado $f(x)$, de un conjunto B ; donde $f(x)$ se lee “ f de x ” o “ f en x ” y representa el valor de f en x , o la imagen de x bajo f . Generalmente en las funciones que consideramos A y B son conjuntos de números reales.

El dominio de la función es el conjunto A (conjunto de todas las posibles entradas) y el rango es el conjunto de todos los valores posibles de $f(x)$ cuando x varía en todo el dominio (conjunto de todas las posibles salidas).

Para hallar el dominio de una función se debe tener en cuenta lo siguiente, si el dominio de la función no se indica de forma explícita, sino que la función este dada mediante una expresión algebraica, el dominio de la función será el conjunto de todos los números reales para los cuales dicha expresión esté definida como un número real, es decir exista en los reales.

Se denomina variable independiente al símbolo que representa un número arbitrario del dominio de una función y se denomina variable dependiente al símbolo que representa un número en el rango de f . Es decir, en $y = f(x)$, la variable independiente es x , en tanto la variable dependiente es y .

Una determinada función se puede describir de cuatro formas: (a) Verbalmente, cuando se describe en palabras. (b) Algebraicamente, cuando se describe mediante una fórmula explícita. (c) Visualmente, cuando se describe mediante una gráfica. (d) Numéricamente, cuando se describe mediante una tabulación de sus valores.

La gráfica de una función f es el conjunto formado por todos los puntos representados por los pares ordenados $(x; y)$ en donde y es función de x ($y = f(x)$), es decir, la gráfica de la función f resulta ser la gráfica cuya ecuación es $y = f(x)$.

Las coordenadas x de los puntos donde la gráfica de la función corta o intersecta al eje X reciben el nombre de puntos de intersección x de la gráfica, los cuales se obtienen al igualar y a cero en la ecuación de la gráfica. Asimismo, las coordenadas y de los puntos donde la gráfica de la función corta o intersecta al eje Y reciben el nombre de puntos de intersección y de la gráfica, los cuales se obtienen al igualar x a cero en la ecuación de la gráfica.

Al analizar las funciones, estas pueden ser crecientes (si al recorrer su gráfica de derecha a izquierda siempre asciende) o decrecientes (si al recorrer su gráfica de derecha a izquierda siempre desciende). Matemáticamente se tiene: (a) Una función f es creciente en un intervalo I si se cumple que $f(x_1) < f(x_2)$ siempre que $x_1 < x_2$ en el intervalo I . (b) Una función f es decreciente en un intervalo I si se cumple que $f(x_1) > f(x_2)$ siempre que $x_1 < x_2$ en el intervalo I .

En la ingeniería es frecuente el uso de modelos para estudiar situaciones que se dan en un contexto real. Para realizar un modelamiento se usan las funciones y se observa cómo cambia una variable en función de otra(s), así mismo es muy útil en las matemáticas que el estudiante pueda analizar las funciones e interpretarlas a través de sus gráficas. (Sepúlveda et al., 2020)

Realizar gráficas de funciones es una actividad frecuente en estudiantes de ingeniería. En el curso de Física la ayuda de software facilita la obtención de estas, sin embargo, suelen presentarse dificultades en la interpretación de estas, siendo necesario tener una buena base teórica. (Garza Kanagusico et al., 2020)

Para los estudiantes suele ser más difícil aprender las propiedades de las funciones a través de sus gráficas, cuando estas no están contextualizadas. Por lo que es importante que aprenda a distinguir las variables y como estas interactúan. (Ortega & Pecharromán, 2010)

III. METODOLOGÍA

3.1 Tipo y diseño de investigación

Esta investigación se encuentra dentro del paradigma positivista, presenta un enfoque cuantitativo, es de tipo aplicada, de nivel explicativa, método hipotético deductivo y diseño experimental, específicamente cuasi experimental. A continuación, se presenta la justificación teórica:

El paradigma positivista respaldado por Popper se basa en la contrastación de las hipótesis planteadas a través de la teoría del Falsacionismo. (Popper, 1980)

Una investigación tiene un enfoque cuantitativo cuando está dada por un conjunto de procesos que se dan de manera secuencial con el objetivo de probar la hipótesis planteada y basándose en la medición numérica de los datos recolectados. (Hernández et al., 2014)

Una investigación sigue el método hipotético deductivo cuando parte de la observación para luego plantear el problema, formular hipótesis y efectuar deducciones de ellas, las cuales deberán ser contrastadas. (Neill y Cortez, 2018). Con este método es posible revisar ciertas teorías, son útiles cuando los fenómenos son complejos y las conclusiones no son evidentes, siendo necesario plantear supuestos para luego de una evaluación rigurosa ser aceptados o rechazados. (Behar Rivero, 2008)

El tipo de investigación es aplicada cuando a partir de una información real recogida se busca obtener nuevos procedimientos, enunciados o modificar las ya existentes. (Sánchez y Reyes, 2017)

Una investigación es de tipo aplicada cuando su propósito es resolver problemas aplicando la nueva teoría, es decir tiene una aplicación práctica. (Hernández et al., 2014). Las investigaciones aplicadas son aquellas que son posibles de ejecutarse y son útiles para resolver problemas de un determinado contexto. El alcance que tenga dependerá del cuidado que se tenga en cada etapa de su desarrollo y está al servicio de diferentes áreas. (Baena Paz, 2014)

Las investigaciones que no solo buscan describir los fenómenos, sino que su objetivo es explicar el por qué sucede dicho fenómeno, determinar las condiciones para que suceda o por qué las variables se relacionan, son aplicadas. (Hernández et al., 2014)

Una investigación tiene diseño experimental cuando existe una manipulación deliberada de una o más variables, las variables que se manipulan son las independientes. Cuando en el experimento se determina un grupo llamado control y otro llamado experimental, se denomina diseño cuasi experimental. (Hernández et al., 2014)

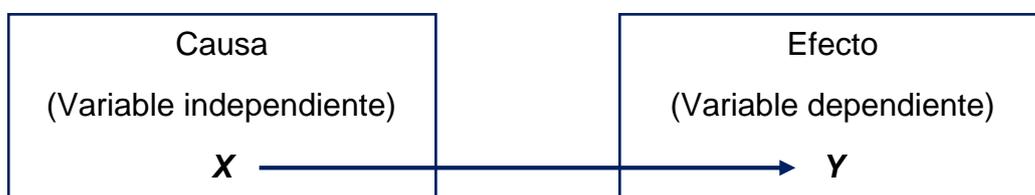


Figura 1. Diseño Experimental (Hernández et al., 2014)

Las investigaciones experimentales son aquellas que consisten en probar que al modificar una variable llamada independiente producen cambios en otra variable llamada dependiente. (Bernal, 2010)

3.2 Variables y operacionalización

Las variables son construcciones teóricas que adoptan diferentes valores y forman parte de los enunciados de las hipótesis. (Núñez, 2007)

La operacionalización de las variables equivale al proceso de pasar de las variables a sus dimensiones, luego a sus indicadores para finalmente obtener los ítems. (Hernández et al., 2014). Transformar las variables generales que no son medibles directamente a intermedias y luego a indicadores es importante para poder estudiar las variables generales. (Sierra, 1944). En una investigación hay variables generales que suelen ser muy abstractas por lo que es necesario hacerlas

más concretas para poder estudiar las primeras, es así como llegamos a los indicadores. El siguiente paso será seleccionar los indicadores necesarios y relevantes que permitan estudiar por completo a la variable general, a dicho proceso se le conoce como operacionalizar la variable. (Hernández Escobar et al., 2018)

Variable Independiente: Uso del GeoGebra

Definición conceptual

Según su página oficial, GeoGebra es un software matemático diseñado para todo nivel educativo, que tiene las siguientes características: (a) Agrupa de forma dinámica la geometría, el álgebra y la estadística. (b) Posee herramientas que permiten interactuar de manera ágil e intuitiva. (c) Se encuentra disponible para millones de usuarios en el mundo, ya que está traducido en diferentes idiomas. (d) Es un software de código abierto y libre que está disponible para usos no comerciales.

Variable Dependiente: Aprendizaje de las funciones de variable real

Definición conceptual

El aprendizaje de las funciones de variable real consiste en la adquisición de nuevos conocimientos relacionando variables que cumplan ciertas condiciones, de tal manera que le permita al estudiante plantear y resolver problemas de diferentes situaciones y según su contexto.

Según Larson (2012), una función f de un conjunto A a un conjunto B es una relación que asigna a cada elemento x del conjunto A exactamente un elemento y del conjunto B . El conjunto A es el dominio y el conjunto B contiene al rango.

Definición operacional

El aprendizaje de las funciones de variable real será operacionalizada con dos dimensiones, las cuales son: gráficas de las funciones y análisis de las funciones, con un total de 7 indicadores usando escala nominal.

3.3 Población, muestra y muestreo

La población también conocida como universo es una colección de casos que comparten algunas diferenciaciones en común. Un subconjunto de la población que se determina con cierta exigencia para que sea representativa se denomina muestra y el proceso que se sigue para seleccionar los casos representativos se denomina muestreo. (Hernández et al., 2014)

Según el estudio que se va a realizar, al conjunto de objetos, individuos, datos que reúne las características requeridas se le denomina población. Además, la muestra viene a ser una parte de ella que la represente claramente sin ambigüedad. (Paitán et al., 2018)

3.3.1. Población

En esta investigación la población estuvo constituida por 165 estudiantes de secundaria de la I.E. Parroquial Cristo Rey de Chorrillos.

Criterios de Inclusión

- Estudiantes de secundaria matriculados el presente año 2020.
- Estudiantes de ambos sexos.

Criterios de Exclusión

- Estudiantes no matriculados en el presente año 2020
- Estudiantes suspendidos.

3.3.2. Muestra

La muestra de la presente investigación estuvo constituida por 35 estudiantes de secundaria de la I.E. Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, de los cuales el grupo control estuvo constituido por 20 estudiantes y el grupo experimental por 15 estudiantes.

Tabla 1

Muestra

| Institución Educativa | Grupo | Cantidad |
|----------------------------|--------------|----------|
| I.E. Parroquial Cristo Rey | Control | 20 |
| de Chorrillos | Experimental | 15 |
| Total de estudiantes | | 35 |

3.3.3. Muestreo

El muestreo que se utilizó en esta investigación fue no probabilístico por conveniencia.

3.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Para la recolección de los datos, las técnicas son los procedimientos que se deben seguir y los instrumentos son los diferentes recursos que se pueden utilizar para acopiar la información. (Arias, 2012)

La técnica que se utilizó en esta investigación fue la encuesta y el instrumento fue el cuestionario. Se diseñaron dos exámenes que se tomaron a ambos grupos experimental y control en dos momentos, al inicio se tomó el primer examen denominado Pre Test y al final del experimento se tomó el segundo examen denominado Post Test.

3.4.1. Validez de los instrumentos

La validez de un instrumento está en función de que, si el instrumento elaborado realmente mide o no, aquello de la variable para lo cual fue diseñado. (Hernández et al., 2014)

En esta investigación los instrumentos fueron validados por juicio de expertos, quienes validaron los exámenes.

Tabla 2

Validez del aprendizaje de las funciones de variable real

| Nº | Nombre del experto | Resultado |
|----|--------------------------------|-----------|
| 01 | Dr. Sebastian Sanchez Diaz | Aplicable |
| 02 | Dr. Haro Bautista José Vicente | Aplicable |
| 03 | Mg. Andrea Isabel Manini Sosa | Aplicable |

3.4.2. Confiabilidad de los instrumentos

Un instrumento es confiable si tiene consistencia, es decir si se obtiene resultados similares cuando es aplicado en diferentes ocasiones. (Bernal, 2010)

Para esta investigación se utilizó un instrumento dicotómico por lo que correspondió usar el coeficiente Kuder-Richardson 20 (KR 20)

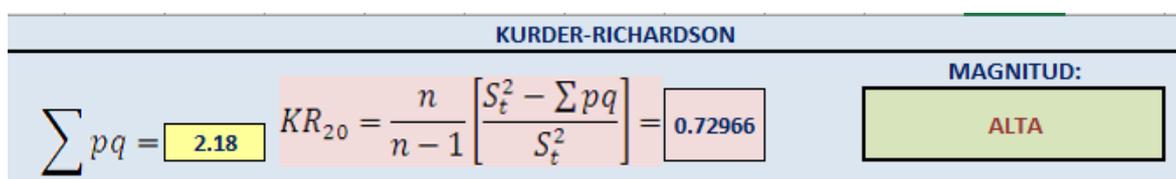


Figura 2. Coeficiente de fiabilidad KR 20 del examen sobre Aprendizaje de funciones de variable real

Se realizó el análisis de confiabilidad para la prueba piloto la cual estuvo constituida por 12 elementos, obteniendo un valor de KR20 igual a 0,72966 que es considerado aceptable según la tabla de índices de confiabilidad de Hernández.

3.5. Procedimientos

Para obtener información de la variable dependiente Aprendizaje de las funciones de variable real se elaboró y aplicó al inicio del experimento un examen (Pre Test) y luego de 8 sesiones se aplicó otro examen (Post Test), en ambos grupos de estudio.

3.6. Método de análisis de datos

Cuando se realiza el estudio de datos cuantitativos, en primer lugar, se tendrá en cuenta los niveles de medición que tienen las variables para decidir el uso de la estadística descriptiva o inferencial. (Hernández et al., 2014)

Una vez recogida la información tanto en el primer examen (Pre Test) y en el segundo examen (Post Test) se procedió a procesar los datos en primer lugar usando la estadística descriptiva y luego la inferencial, en ambos casos se usaron los programas Excel 2016 y SPSS v21.

Se realizó la Prueba de Normalidad utilizando el estadístico Shapiro-Wilk, para determinar si los datos tienen una distribución normal o no la tienen y así poder determinar el estadístico que se usará para la prueba de las hipótesis.

Como los datos de la investigación mostraron una distribución normal, entonces, la contrastación de la hipótesis se realizó empleando la Prueba T de Student.

3.7. Aspectos éticos

La ciencia puede generar progreso o destrucción, en ese sentido se debe usar conscientemente tanto en lo teórico como en lo práctico. (Bernal, 2010)

En lo que respecta a esta investigación se consideraron los siguientes aspectos éticos: la investigación se realizó cumpliendo los lineamientos de la universidad, se contó con el permiso de la dirección de la I.E. Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, se contó con la participación libre de los estudiantes y se recogió la información de forma anónima.

IV RESULTADOS

4.1. Resultados descriptivos

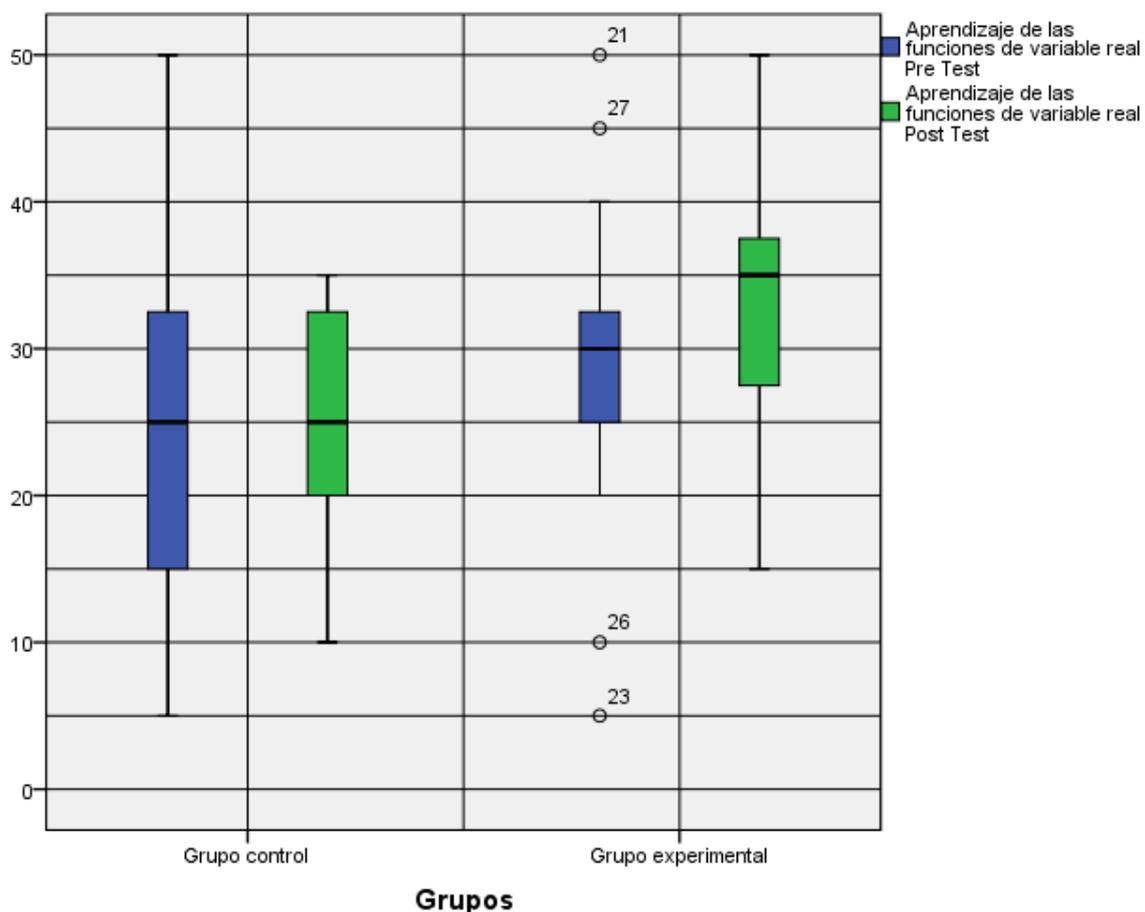


Figura 3. Comparación de resultados de la variable Aprendizaje de las funciones de variable real.

Interpretación: en la figura 3, se observa que en el grupo control la mediana se ubica en 25 tanto para el Pre Test y Post Test, mientras que en el grupo experimental la mediana se desplazó de 30 en el Pre Test a 35 en el Post test notándose así una mejora generada por la aplicación del software GeoGebra.

4.2. Resultados inferenciales

4.2.1. Prueba de bondad de ajuste de los datos

Tabla 3

Pruebas de normalidad

| | Shapiro-Wilk | | |
|---|--------------|----|------|
| | Estadístico | gl | Sig. |
| Aprendizaje de las funciones de variable real Pre Test | ,957 | 35 | ,183 |
| Gráfica de funciones Pre Test | ,808 | 35 | ,000 |
| Análisis de funciones Pre Test | ,949 | 35 | ,104 |
| Aprendizaje de las funciones de variable real Post Test | ,941 | 35 | ,062 |
| Gráfica de funciones Post Test | ,795 | 35 | ,000 |
| Análisis de funciones Post Test | ,936 | 35 | ,042 |

La tabla 3 brinda la información necesaria para determinar la prueba estadística que se utilizará para analizar las hipótesis de la investigación. Para ello se tomaron los resultados del estadístico Shapiro-Wilk ($gl = 35$) asumiendo un nivel de significancia de 0,05, de donde se pudo observar que los datos tienen distribución normal ya que se obtuvo significancias de 0,183 y 0,62 como resultados de la variable $> 0,05$; entonces se aplicará la prueba T de Student.

4.2.2. Contrastación de hipótesis

Prueba de la hipótesis general

H_a : El uso del GeoGebra tiene efectos significativos en el aprendizaje de las funciones reales en estudiantes de secundaria.

H₀: El uso del GeoGebra no tiene efectos significativos en el aprendizaje de las funciones reales en estudiantes de secundaria.

Nivel de confianza = 95%

Nivel de significancia = 0,05

Regla de decisión:

Si $p < 0,05$: se rechaza la hipótesis nula (H₀).

Si $p > 0,05$: se acepta la hipótesis nula (H₀).

Tabla 4

Estadísticos del grupo control y experimental Pre Test y Post Test para la variable Aprendizaje de las funciones de variable real

| Estadísticos de grupo | | | | | |
|--|-----------------------|----|---------|--------------------|---------------------------|
| | Grupos | N | Media | Desviación típ. | Error típ. de la media |
| Aprendizaje de las funciones de variable real Pre Test | Grupo control | 20 | 24,0000 | 12,83499 | 2,86999 |
| | Grupo experimental | 15 | 28,3333 | 11,75139 | 3,03420 |
| Aprendizaje de las funciones de variable real Post Test | Grupo control | 20 | 25,5000 | 7,93062 | 1,77334 |
| | Grupo experimental | 15 | 33,0000 | 11,77164 | 3,03942 |

En la tabla 4 se observa las medias de los grupos control y experimental, tanto para el Pre Test como Post Test; para saber si estas diferencias de medias son significativas se aplicó la prueba T de Student.

Tabla 5

Prueba de muestras independientes Pre Test y Post Test para la variable Aprendizaje de las funciones de variable real

| | | Prueba de muestras independientes | | | | | | | | |
|---|-----------|--|------|---|----|-------------------------------------|----------------------|-----------------------------|---|--|
| | | Prueba de Levene para la igualdad de varianzas | | | | Prueba T para la igualdad de medias | | | | |
| | | F | Sig. | t | gl | Sig. (bilateral) | Diferencia de medias | Error típ. de la diferencia | 95% Intervalo de confianza para la diferencia | |
| | | | | | | | | Inferior | Superior | |
| Aprendizaje de las funciones de variable real | Pre Test | | | | | | | | | |
| | Post Test | | | | | | | | | |
| Aprendizaje de las funciones de variable real | Pre Test | | | | | | | | | |
| | Post Test | | | | | | | | | |

De la tabla 5 se observaron los resultados del Post Test, en primer lugar, la prueba de Levene indica una Sig.=0,177 que es mayor a 0,05 ($p=0,177 > 0,05$) entonces se asume que las varianzas son iguales, es decir son grupos con características homogéneas. Luego observamos la prueba T de Student donde se obtuvo una

significancia bilateral de 0,031 la cual es menor a 0,05, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna, es decir el uso del GeoGebra tiene efectos significativos en el aprendizaje de las funciones de variable real.

V. DISCUSIÓN

Primera:

Según los resultados estadísticos descriptivos, al realizar el diagrama de cajas para la variable aprendizaje de las funciones de variable real, comparando los resultados del primer examen (Pre test) con los del segundo examen (Post test) se obtuvo que en el grupo control la mediana se mantuvo en 25 mostrando que no hubo variación, en cambio en el grupo experimental la mediana pasó de 30 a 35, lo cual ya indica que el uso del GeoGebra si tiene efectos positivos en el aprendizaje de las funciones de variable real. Sin embargo, estos resultados son superficiales y para realizar un análisis más exhaustivo se tuvo que plantear y probar una hipótesis, para lo hicimos uso de la estadística inferencial.

Entonces al aplicar la estadística inferencial, en primer lugar determinamos que los datos tenían una distribución normal (aplicando Shapiro-Wilk) correspondiendo entonces aplicar la prueba T de Student para la variable aprendizaje de las funciones reales, se obtuvo una significancia bilateral de 0,031 la cual es menor a 0,05; por lo que se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la hipótesis alterna, es decir, se determinó que el uso del GeoGebra tiene efectos significativos en el aprendizaje de las funciones reales.

Estos resultados son respaldados por Murni et al., (2017) quienes indicaron que el uso del GeoGebra mejora la resolución de problemas y la actitud hacia las matemáticas, mostrando en sus resultados un aumento en las medias del 32% en la capacidad de resolver problemas matemáticos y 41% con respecto a la actitud en los grupos donde se hizo la intervención, asimismo indicaron que el uso del software aumenta el interés en los estudiantes ya que el GeoGebra proporciona respuestas inmediatas.

Díaz et al., (2018) indicaron que el uso del software GeoGebra en estudiantes de secundaria desarrolla sus capacidades para la comunicación matemática y resolución de problemas, esto se evidenciaron en sus resultados con

una media mayor en 83,834% y un ($p < .05$), alcanzando los niveles más altos en el grupo que se intervino.

Zetriuslita et al., (2019) indicaron que los estudiantes que usan softwares matemáticos como el GeoGebra mejoran su rendimiento y habilidad en la comunicación matemática, esto se concluyó observando en sus resultados una media del grupo donde se realizó la intervención mayor en 82,9% con respecto al otro grupo.

Barahona et al., (2015) concluyeron que el uso del software GeoGebra si influye significativamente en mejorar el rendimiento de los estudiantes en el estudio de las matemáticas, lo cual lo evidenciaron sus resultados donde se pudo observar que la media del rendimiento académico se incrementó a 70,0976%.

(Jatiriska et al., 2020), sostuvieron que el empleo de métodos matemáticos asistido por GeoGebra aumenta la disposición de los estudiantes hacia las matemáticas, mostrando entusiasmo por desarrollar matemáticas utilizando la tecnología, esto lo respaldaron con sus resultados que muestran una diferencia de medias entre ambos grupos de 7.61 a favor del grupo donde se realizó la intervención.

Además, como es sabido los estudiantes son nativos digitales y al ser GeoGebra un software libre lo pueden descargar fácilmente y practicar no solo dentro de las aulas. (Medina et al., 2019)

Segunda:

Conforme a los resultados estadísticos descriptivos, al realizar el diagrama de cajas para la dimensión gráfica de las funciones, comparando los resultados del primer examen (Pre test) con los del segundo examen (Post test) se obtuvo que en el grupo control la mediana se mantuvo en 10 mostrando que no hubo variación, igualmente en el grupo experimental la mediana se mantuvo en 15, lo cual indicaría que si bien cierto en el grupo experimental la mediana es mayor, el uso del GeoGebra no tendría efectos positivos respecto a la dimensión grafica de las funciones. Como se mencionó en la primera discusión, estos resultados son superficiales y en este caso podríamos objetar este resultado en base a que se ha empleado un software de entorno gráfico para realizar gráficas, por lo que sería de esperar resultados satisfactorios. Por lo que se respalda lo indicado anteriormente, que para realizar un análisis más exhaustivo se debe plantear y probar una hipótesis, para lo cual se hizo uso de la estadística inferencial.

Luego al aplicar la estadística inferencial, en primer lugar, determinamos que los datos tenían una distribución normal (aplicando Shapiro-Wilk) correspondiendo entonces aplicar la prueba T de Student para la dimensión gráfica de las funciones, los resultados estadísticos mostraron una significancia bilateral de 0,022 la cual es menor a 0,05; por lo que se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la hipótesis alterna, es decir, se determinó que el uso del GeoGebra tiene efectos significativos en la gráficas de las funciones.

Estos resultados son respaldados por Mushipe et al., (2019) quienes indicaron que el uso del Geogebra en la enseñanza de las funciones lineales mejora el rendimiento y logro de los estudiantes, lo cual se sustenta en sus resultados que mostraron una media de 20 para el grupo control y 51,76 en el grupo con aplicación de GeoGebra, además con un 53% de variación del logro.

(Khalil et al., 2018), sostuvieron que el software GeoGebra incrementa significativamente en el rendimiento matemático de los estudiantes, evidenciándolo con los resultados de la prueba final (Post Test) que dieron una media igual a 56,95 para el grupo control y 70 para el grupo donde se aplicó el GeoGebra, además de un p valor de 0,012.

Mora (2020), quien indicó que al usar GeoGebra los estudiantes logran pensar matemáticamente y aumentan su nivel de comprensión, lo cual lo respalda con sus resultados que mostraron una media en el grupo donde se intervino con el software mayor en 33,22% con respecto al grupo con el método tradicional.

Asimismo, al usar el software GeoGebra para realizar los gráficos, los estudiantes ya no tienen la necesidad de efectuar muchos cálculos, que son engorrosos para algunos, además puede usar colores para diferenciar los gráficos y herramientas para determinar elementos especiales de las gráficas. (Villagrán et al., 2018)

Tercera:

De acuerdo a los resultados estadísticos descriptivos, al realizar el diagrama de cajas para la dimensión análisis de las funciones, comparando los resultados del primer examen (Pre test) con los del segundo examen (Post test) se obtuvo que en el grupo control la mediana se desplazó de 12,5 a 15, igualmente en el grupo experimental la mediana se desplazó de 15 a 20. Lo primero se explicaría en el hecho de que el profesor obviamente tiene su aporte, emplea su didáctica y saca adelante la clase inclusive con la educación tradicional y lo segundo se entendería como consecuencia de aplicar el software GeoGebra. Como se pudo observar en la primera y segunda discusión, es necesario realizar un análisis más exhaustivo, para lo cual se debe plantear y probar una hipótesis haciendo uso de la estadística inferencial.

Entonces al aplicar la estadística inferencial, en primer lugar, determinamos que los datos tenían una distribución normal (aplicando Shapiro-Wilk) correspondiendo entonces aplicar la prueba T de Student para la dimensión análisis de las funciones, se obtuvo una significancia bilateral de 0,139 la cual es mayor a 0,05; por lo que se tuvo que aceptar la hipótesis nula, es decir, se determinó que el uso del GeoGebra no tiene efectos significativos en el análisis de las funciones.

Este resultado lo respalda Narváez (2015) quien sostiene que los estudiantes manifestaron cierta dificultad para relacionar las representaciones de una función, esto lo pudieron evidenciar como resultado de aplicar 10 talleres asistidos por el software GeoGebra.

VI. CONCLUSIONES

Primera:

Se determinó que el uso del GeoGebra tiene efectos significativos en el aprendizaje de las funciones reales, como se pudo evidenciar en los resultados que se obtuvieron en la etapa estadística a través de la prueba T de Student que arrojó una significancia bilateral de 0,031 la cual es menor a 0,05.

Segunda:

Se determinó que el uso del GeoGebra tiene impactos significativos en la gráfica de las funciones, como se pudo evidenciar en los resultados que se obtuvieron en la etapa estadística a través de la prueba T de Student que arrojó una significancia bilateral de 0,022 la cual es menor a 0,05.

Tercera:

Se determinó que el uso del GeoGebra no tiene efectos significativos en el análisis de las funciones, como se pudo evidenciar en los resultados que se obtuvieron en la etapa estadística a través de la prueba T de Student que arrojó una significancia bilateral de 0,139 la cual es mayor a 0,05. Esto se explica porque antes de aplicar un software se debe tener los conocimientos básicos del tópico a tratar. En el caso del estudio de funciones de variable real se debe conocer y diferenciar el dominio y rango de la función, que representan las intersecciones con los ejes, el comportamiento de la función: creciente, decreciente o constante; entre otros.

VII. RECOMENDACIONES

Primera:

Visto las evidencias, que el uso del GeoGebra tiene impactos significativos en el aprendizaje de las funciones reales, se recomienda a la dirección de la I. E. Parroquial Cristo Rey que considere mantener y potenciar el uso de los softwares matemáticos.

Segunda:

Según los resultados que el uso del GeoGebra no tiene efectos significativos en el análisis de las funciones, se recomienda a los docentes de matemáticas de la I. E. Parroquial Cristo Rey que consideren el uso del GeoGebra solo como un complemento que acerca al estudiante a las matemáticas y que refuercen lo que no hace el software como es el análisis y la interpretación de las gráficas que se obtienen.

Tercera:

Según las evidencias que el uso del GeoGebra no tiene impactos significativos en el análisis de las funciones, se recomienda a los estudiantes de la I. E. Parroquial Cristo Rey que se preocupen un poco más por el conocimiento de las definiciones fundamentales de las funciones como son el dominio y rango, así como identificar los intervalos donde ésta es creciente, decreciente o constante.

REFERENCIAS

- Arbain, N., & Shukor, N. A. (2015). The Effects of GeoGebra on Students Achievement. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 172(2007), 208–214. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.356>
- Arnal Bailera, A., & Oller Marcén, A. M. (2020). Geometric constructions in GeoGebra from different representation systems: A study with prospective primary education teachers. In *Educacion Matematica* (Vol. 32, Issue 1). <https://doi.org/10.24844/EM3201.04>
- Arias, F. G. (2012). *El proyecto de investigación. Introducción a la metodología científica* (Sexta edic). Editorial Episteme.
- Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo* (Segunda ed). Editorial Trillas.
- Baena Paz, G. (2014). *Metodología de la investigación. Serie integral por competencias* (P. Edición (ed.)). Grupo editorial Patria.
- Barahona, F., Barrera, O., Vaca, B., & Hidalgo, B. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica - ESPOL*, 27(2), 36. <http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/view/312>
- Behar Rivero, D. S. (2008). *Introducción a la Metodología de la Investigación*. Editorial Shalom.
- Bernal Torres, C. A. (2010). *Metodología de la investigación* (PEARSON (ed.); Tercera ed).
- Bhagat, K. K., & Chang, C. Y. (2015). Incorporating GeoGebra into geometry learning-A lesson from India. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(1), 77–86. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1307a>

- Díaz-Nunja, L., Rodríguez-Sosa, J., & Lingán, S. (2018). Teaching of Geometry with GeoGebra Software in High School Students of an Educational Institution in Lima. *Journal of Educational Psychology - Propósitos y Representaciones*, 6(2), 235–251.
- Dimitrov, D. M., & Slavov, S. D. (2018). Application of GeoGebra software into teaching mechanical engineering courses. *MATEC Web of Conferences*, 178, 1–6. <https://doi.org/10.1051/matecconf/201817807008>
- Fernández, I., Riveros, V., & Montiel, G. (2017). Software educativo y las funciones matemáticas. Una estrategia de apropiación. *Omnia*, 23(1), 9–19.
- Garza Kanagusico, A. B., Zaldívar Rojas, J. D., Quiroz Rivera, S., & Rodríguez García, C. E. (2020). Análisis de la práctica de graficación en estudiantes de ingeniería en un contexto de laboratorio de física. *Uniciencia*, 34(2), 95–113. <https://doi.org/10.15359/ru.34-2.6>
- Geogebra. (2020). <https://www.geogebra.org/?lang=es>
- Guaypatin Pico, O. A., Ramiro Salazar, J., & Mendoza Pérez, M. (2017). An approach to the application of ict in the teaching of mathematics. *Revista Ciencias Sociales y Económicas*, 1(2), 65–83.
- Hernández Escobar, A. A., Ramos Rodríguez, M. P., Placencia López, B. M., Indacochea Ganchozo, B., Quimis Gómez, A. J., & Moreno Ponce, L. A. (2018). *Metodología de la Investigación Científica* (Primera ed). Editorial Área de Innovación y Desarrollo, S.L. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.17993/CcyLI.2018.15>
- Hernández Hechevarría, C. M., & Revilla Ocejo, A. (2017). UTILIZACIÓN DEL GEOGEBRA EN EL PRIMER AÑO DE CARRERAS UNIVERSITARIAS. EJEMPLOS Y CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS. *TECNOLOGÍA EDUCATIVA*, 2(1), 39–48.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (Sexta edic). Mc Graw Hill.
- Jatjariska, I. G. A., Sariyasa, & Astawa, I. W. P. (2020). The Influence of Knisley Mathematical Learning Model with Geogebra Towards Mathematical Connection and Mathematical Disposition. *Journal of Physics: Conference*

Series, 1503(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1503/1/012013>

Jiménez, J. G., & Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza- aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica Sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7), 17. <http://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654/736>

Khalil, M., Farooq, R. A., Çakiroglu, E., Khalil, U., & Khan, D. M. (2018). The development of mathematical achievement in analytic geometry of grade-12 students through GeoGebra activities. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(4), 1453–1463. <https://doi.org/10.29333/ejmste/83681>

Larson, R. (2012). *Precálculo* (Octava edi). CENGAGE Learning.

Ledo, M. V., Martínez, F. G., & Piedra, A. R. (2010). Software educativos Educational softwares. *Revista Cubana de Educación Medica Superior*, 24(1), 97–110. <http://scielo.sld.cu/pdf/ems/v24n1/ems12110.pdf>

Lima Bendezú, M. P. (2017). GeoGebra para mejorar las actitudes en el aprendizaje de Matemática II, en la Facultad de Administración de la Universidad Nacional Micaela Bastidas, Apurímac - 2016. (Tesis para optar el grado académico de Magister Scientiae en Informática).

Manganyana, C., van Putten, S., & Rauscher, W. (2020). The use of geogebra in disadvantaged rural geometry classrooms. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, 15(14), 97–108. <https://doi.org/10.3991/ijet.v15i14.13739>

Majadas, F. J. (2012). *GeoGebra: panorama actual y futuro*. <https://doi.org/820-10-289-9>

Medina, J. F. M., Arteaga, E. V., & Del Sol, J. L. M. (2019). DEMOCRATIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO EN LA UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS CON LA UTILIZACIÓN DE SOFTWARE LIBRE. *E-Conversion - Proposal for a Cluster of Excellence*.

Mora S., J. C. (2020). Geogebra como herramienta de transformación educativa en Matemática. *Mamakuna Revista de Divulgación de Experiencias Pedagógicas*, 0, 71–81.

- Murni, V., Sariyasa, S., & Ardana, I. M. (2017). GeoGebra Assist Discovery Learning Model for Problem Solving Ability and Attitude toward Mathematics. *Journal of Physics: Conference Series*, 895(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/895/1/012049>
- Mushipe, M., & Ogonnaya, U. I. (2019). Geogebra and Grade 9 learners' achievement in linear functions. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, 14(8), 206–219. <https://doi.org/10.3991/ijet.v14i08.9581>
- Mthethwa, M., Bayaga, A., Bossé, M. J., & Williams, D. (2020). Geogebra for learning and teaching: A parallel investigation. *South African Journal of Education*, 40(2), 1–12. <https://doi.org/10.15700/saje.v40n2a1669>
- Narváez Tuirán, J. (2015). Estudiando las funciones polinómicas con el software educativo Geogebra. *Opcion*, 31(Special Issue 3), 897–906.
- Neill, D. A., & Cortez Suarez, L. (2018). Procesos y Fundamentos de la Investigación Científica. In UTMACH (Ed.), *Gestión de proyectos editoriales universitarios* (Primera ed).
- Nivela Cornejo, M., Otero Agreda, O., Espinosa Izquierdo, J., & Rodas Carrera, E. (2018). Diseño de software interactivo en las matemáticas. *Journal of Science and Research: Revista Ciencia e Investigación*, 3(CITT2017), 27–31. <https://doi.org/10.26910/issn.2528-8083vol3isscitt2017.2018pp27-31>
- Núñez Flores, M. I. (2007). Las Variables: Estructura Y Función En La Hipótesis. *Investigación Educativa*, 11(20), 163–179.
- Ortega, T., & Pecharromán, C. (2010). Diseño de enseñanza de las propiedades globales de las funciones a través de sus gráficas. *Enseñanza de Las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 28(2), 215–226. <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/199614>
- Paitán, Ñ., Valdivia Dueñas, M. R., Palacios Vilela, J. J., & Romero Delgado, H. E. (2018). *Metodología de la Investigación Cuantitativa - Cualitativa y Redacción de la Tesis* (Quinta edi). Ediciones de la U.

- Pisco Goicochea, E. L. (2019). Aplicación del software educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función exponencial, de los estudiantes de la especialidad de matemática e informática de la Facultad de Educación – UNC, 2018. (Tesis para optar el grado académico de Maestro en Ciencias).
- Popper, K. R. (1980). *La lógica de la investigación* (Quinta reimpresión). Editorial TECNOS S.A.
- Prieto G., J. L., & Ortiz Buitrago, J. (2019). Necessary knowledge for managing mathematical work in simulators development with GGeoGeBRA. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, 33(65), 1276–1304. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a15>
- Revelo Rosero, J., & Carrillo Puga, S. (2018). Impacto del uso de las TIC como herramientas para el aprendizaje de la matemática de los estudiantes de educación media. *Cátedra*, 1(1), 70–91. <https://doi.org/10.29166/catedra.v1i1.764>
- Salas Rueda, R. A. (2018). Uso del servicio en la nube GeoGebra durante el proceso enseñanza-aprendizaje sobre las matemáticas. *RIDE Revista Iberoamericana Para La Investigación y El Desarrollo Educativo*, 8(16), 23–52. <https://doi.org/10.23913/ride.v8i16.331>
- Salas Rueda, R. A., & Salas Rueda, R. D. (2019). Uso de la ciencia de datos y el aprendizaje automático para analizar la aplicación GeoGebra en el proceso educativo. *Digital Education Review*, 36, 117–151. <https://doi.org/10.1344/der.2019.36.117-151>
- Sánchez Carlessi, H., & Reyes Meza, C. (2015). *Metodología y diseños en la investigación científica* (Quinta edición). Business Support Anneth SRL.
- Sepúlveda, E., González Gómez, D., & Villa Ochoa, J. A. (2020). Analysis of a mathematical model. opportunities for the training of food engineering students. *Mathematics*, 8(8). <https://doi.org/10.3390/MATH8081339>
- Sierra Bravo, R. (1994). *Técnicas de investigación social*.
- Stewart, J., Redlin, L., & Watson Saleem. (2012). *Precálculo. Matemáticas para el cálculo* (Sexta edición). CENGAGE Learning.

- Vaillant, D., Zidán, E. R., & Biagas, G. B. (2020). Uso de plataformas y herramientas digitales para la enseñanza de la Matemática. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas Em Educação*, 28(108), 718–740. <https://doi.org/10.1590/s0104-40362020002802241>
- Vigotsky, L. S. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores* (Primera Ed). Editorial Crítica.
- Villagrán Cáceres, W. J., Cruz Siguenza, E. L., Barahona Avecilla, F. R., Barrera Cárdenas, O. B., & Insuasti Castelo, R. M. (2018). Utilización del GeoGebra como herramienta metodológica en la enseñanza de la geometría analítica y su incidencia en el control del rendimiento académico de estudiantes del primer semestre de ingeniería. *Dominio de Las Ciencias*, 4(4), 128–144.
- Za'ba, N., Ismail, Z., & Abdullah, A. H. (2020). Preparing student teachers to teach mathematics with GeoGebra. *Universal Journal of Educational Research*, 8(5 A), 29–33. <https://doi.org/10.13189/ujer.2020.081904>
- Zetriuslita, Nofriyandi, & Istikomah, E. (2019). The effectiveness of Geogebra-assisted direct instruction learning in improving students' mathematical communication skill viewed from academic level. *Journal of Physics: Conference Series*, 1315(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1315/1/012049>

ANEXOS

Anexo 1. Matriz de consistencia

| FORMULACIÓN DEL PROBLEMA | OBJETIVOS | HIPÓTESIS | VARIABLES Y DIMENSIONES | DISEÑO METODOLOGICO |
|--|---|--|--|---|
| PROBLEMA GENERAL | OBJETIVO GENERAL | HIPÓTESIS GENERAL | VARIABLE INDEPENDIENTE: GeoGebra VARIABLE DEPENDIENTE: Aprendizaje de las funciones de variable real D1. Gráfica de las funciones D2. Análisis de las funciones | ENFOQUE DE INVESTIGACIÓN Cuantitativo DISEÑO DE INVESTIGACIÓN Experimental: cuasi experimental NIVEL DE INVESTIGACIÓN Explicativa TIPO DE INVESTIGACIÓN Aplicada POBLACIÓN 165 estudiantes MUESTRA 35 estudiantes MUESTREO No probabilístico por conveniencia |
| ¿Qué efectos produce el uso del GeoGebra en el aprendizaje de las funciones de variable real en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020? | Determinar los efectos del uso del GeoGebra en el aprendizaje de las funciones de variable real en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020. | El uso del GeoGebra tiene efectos significativos en el aprendizaje de las funciones de variable real en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020. | | |
| PROBLEMAS ESPECÍFICOS | OBJETIVOS ESPECÍFICOS | HIPÓTESIS ESPECÍFICAS | | |
| ¿Qué efectos produce el uso del GeoGebra en la gráfica de las funciones de variable real en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020? | Determinar los efectos del uso del GeoGebra en la gráfica de las funciones de variable real en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020. | El uso del GeoGebra tiene efectos significativos en la gráfica de las funciones de variable real en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020. | | |
| ¿Qué efectos produce el uso del GeoGebra en el análisis de las funciones de variable real en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020? | Determinar los efectos del uso del GeoGebra en el análisis de las funciones de variable real en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020. | El uso del GeoGebra tiene efectos significativos en el análisis de las funciones de variable real en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Parroquial Cristo Rey de Chorrillos, 2020. | | |

Anexo 2. Matriz de operacionalización de la variable dependiente

| VARIABLE DE ESTUDIO | DEFINICIÓN CONCEPTUAL | DEFINICIÓN OPERACIONAL | DIMENSIONES | INDICADORES | ÍTEMS | ESCALA DE MEDICIÓN |
|---|--|--|---------------------------|---|-------|--------------------|
| Aprendizaje de las funciones de variable real | Larson (2012), indica que una función f de un conjunto A un conjunto B es una relación que asigna a cada elemento x del conjunto A exactamente un elemento y del conjunto B. El conjunto A es el dominio y el conjunto B contiene al rango | Esta variable será operacionalizada en 2 dimensiones, las cuales son: gráficas de las funciones y análisis de las funciones, con un total de 7 indicadores, 2 para la primera dimensión y 5 para la segunda. | Gráficas de las funciones | Identifica las variables | 1 | Nominal |
| | | | | Reconoce las gráficas de funciones lineales y cuadráticas | 2 | |
| | | | Análisis de las funciones | Determina intersecciones | 3 | |
| | | | | Determina elementos de la gráfica de una función | 1 | |
| | | | | Determinar el dominio y rango de una función | 1 | |
| | | | | Determina el intervalo donde la función es creciente | 1 | |
| | | | | Determina el intervalo donde la función es decreciente | 1 | |

Anexo 3. Tabla de especificaciones de la variable dependiente: Aprendizaje de las funciones de variable real

| Variable | Dimensiones | Peso | Ítems | Indicadores | Preguntas |
|---|---------------------------|---------|-------|--|--|
| Aprendizaje de las funciones de variable real | Gráfica de las funciones | 30% | 3 | Identifica las variables Reconoce las gráficas de las funciones lineales y cuadráticas | P1. Sobre identificar las variables. P2. Sobre reconocer la gráfica de las funciones lineales. P3. Sobre reconocer la gráfica de las funciones cuadráticas. |
| | Análisis de las funciones | 70% | 7 | Determina intersecciones. Determina elementos de la gráfica de una función. Determina el dominio y rango de una función. Determina el intervalo donde la función es creciente. Determina el intervalo donde la función es decreciente. | P4. Sobre determinar la intersección de las gráficas de funciones. P5. Sobre determinar la intersección de la gráfica de la función lineal con los ejes X y Y. P6. Sobre determinar la intersección de la gráfica de la función cuadrática con los ejes X y Y. P7. Sobre realizar la gráfica de la función cuadrática y hallar su vértice. P8. Sobre hallar el dominio y rango de una función cuadrática. P9. Sobre determinar el intervalo donde la función es creciente. P10. Sobre determinar el intervalo donde la función es decreciente. |
| | | 100.00% | 10 | | |

Anexo 4. Instrumento de recolección de datos



TEST SOBRE FUNCIONES - SECUNDARIA 2020

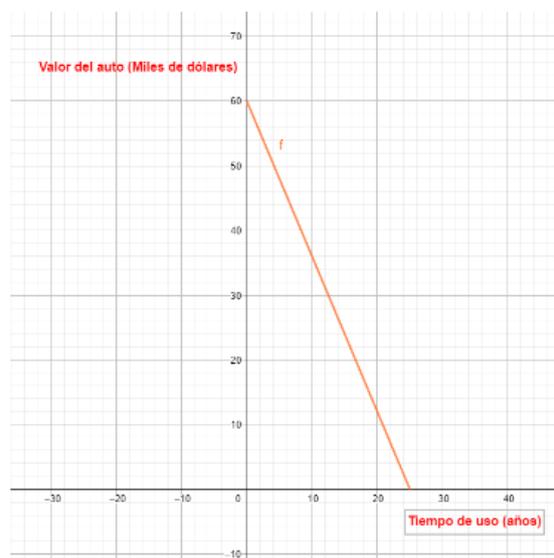
Estimado estudiante, el presente test tiene como objetivo conocer su experiencia acerca del tema de funciones con GeoGebra. Dicha información es muy importante y completamente anónima, por lo que le solicito responda todas las preguntas con sinceridad de acuerdo a sus conocimientos.

Dirección de correo electrónico *

Dirección de correo electrónico válida

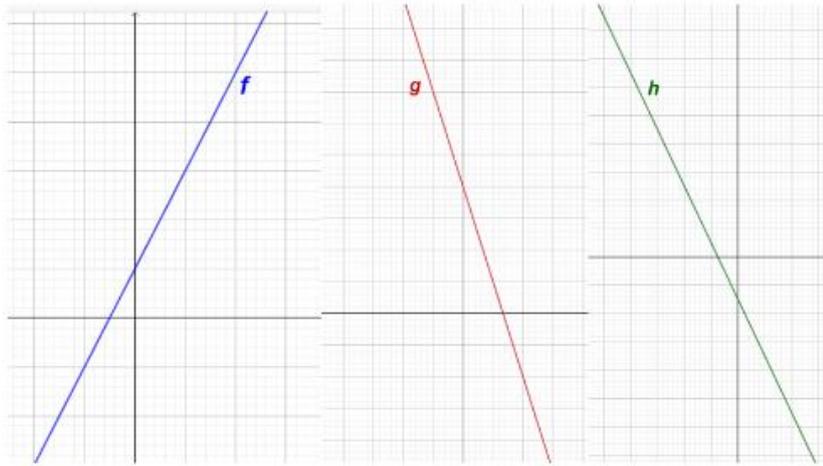
Este formulario recopila las direcciones de correo electrónico. [Cambiar configuración](#)

1. Indica la variable independiente (VI) y la variable dependiente (VD)



- VI: Valor del auto; VD: Tiempo de uso
- VI: Años; VD: Miles de dólares
- VI: Miles de dólares; VD: Años
- VI: Tiempo de uso; VD: Valor del auto

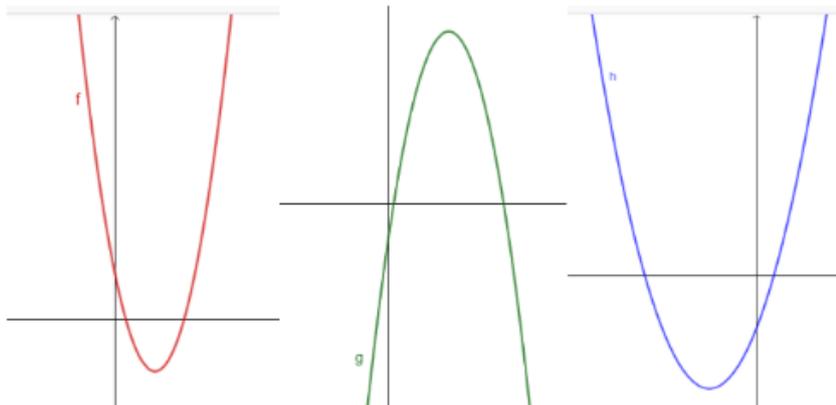
2. Relaciona cada función con su gráfica: *



| | Gráfica: f | Gráfica: g | Gráfica: h |
|------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $A(x) = -2x - 3$ | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| $B(x) = 2x + 10$ | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| $C(x) = -3x + 8$ | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

3. Relaciona cada función con su gráfica: *

...



| | Gráfica: f | Gráfica: g | Gráfica: h |
|-------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $A(x) = x^2 + 3x - 2$ | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| $B(x) = -2x^2 + 7x - 1$ | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| $C(x) = 3x^2 - 5x + 1$ | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

...

4. El ingreso mensual total de un gimnasio, obtenido por sus x miembros es $I(x) = 600x$ y sus costos mensuales están dados por $C(x) = 320x + 4200$. Use GeoGebra para hallar la intersección de las gráficas de I y C :

- (90 ; 15)
- (15 ; 9000)
- (150 ; 900)
- (9000 ; 15)

5. Sea $f(x) = -2,5x - 6$, use GeoGebra e indique las intersecciones con los ejes X e Y :

- Intersección con X : $(-2,4 ; 0)$; Intersección con Y : $(0 ; -6)$
- Intersección con X : $(6 ; 0)$; Intersección con Y : $(0 ; 2,4)$
- Intersección con X : $(2,4 ; 0)$; Intersección con Y : $(0 ; 6)$
- Intersección con X : $(-24 ; 0)$; Intersección con Y : $(0 ; -6)$

6. Sea $f(x) = x^2 - 5x + 3$, use GeoGebra e indique las intersecciones con los ejes X e Y :

- Intersección con X : $(4 ; 0)$ y $(7 ; 0)$; Intersección con Y : $(0 ; 3)$
- Intersección con X : $(0,7 ; 0)$ y $(3 ; 0)$; Intersección con Y : $(0 ; 3)$
- Intersección con X : $(1 ; 0)$ y $(4,3 ; 0)$; Intersección con Y : $(0 ; 6)$
- Intersección con X : $(0,7 ; 0)$ y $(4,3 ; 0)$; Intersección con Y : $(0 ; 3)$

8. Usando GeoGebra halle el dominio y rango de f. *

$$f(x) = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{4}{9}x + 6$$

Opción 1

Dominio: \mathbb{R} ; Rango: $[0; 6,22]$

Opción 2

Dominio: $[-1,29; 6,29]$; Rango: $(0; 6,22)$

Opción 3

Dominio: \mathbb{R} ; Rango: $(0; 6,22]$

Opción 4

Dominio: \mathbb{R} ; Rango: $(-\infty; 6,22]$

9. Usando GeoGebra indique el intervalo donde f es creciente: *

$$f(x) = -2x^2 - 10x - 9$$

Opción 1

$[-4; -2,5]$

Opción 2

$[-3,82; -1,18]$

Opción 3

$(-\infty; -2,5]$

Opción 4

$(-\infty; 3,5]$

10. Usando GeoGebra indique el intervalo donde f es decreciente: *

$$f(x) = 3x^2 - 15x + 8$$

Opción 1

$[0,61; 4,39]$

Opción 2

$(-\infty; 2,5]$

Opción 3

$[0; -10,75]$

Opción 4

$(-\infty; -10,75]$

Anexo 5. Certificados de validez del instrumento

JUEZ 1

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES DE VARIABLE REAL

| Nº | DIMENSIONES / ítems | Pertinencia ¹ | | Relevancia ² | | Claridad ³ | | Sugerencias |
|----|---|--------------------------|----|-------------------------|----|-----------------------|----|-------------|
| | | Si | No | Si | No | Si | No | |
| | DIMENSIÓN 1 | | | | | | | |
| 1 | Identifica las variables | X | | X | | X | | |
| 2 | Reconoce la gráfica de las funciones lineales | X | | X | | X | | |
| 3 | Reconoce la gráfica de las funciones cuadráticas | X | | X | | X | | |
| | DIMENSIÓN 2 | | | | | | | |
| 4 | Determina la intersección de las gráficas de dos funciones | X | | X | | X | | |
| 5 | Determina las intersecciones de la gráfica de una función lineal con los ejes X y Y | X | | X | | X | | |
| 6 | Determina las intersecciones de la gráfica de una función cuadrática con los ejes X y Y | X | | X | | X | | |
| 7 | Realiza la gráfica de la función cuadrática y halla su vértice | X | | X | | X | | |
| 8 | Halla el dominio y rango de una función cuadrática | X | | X | | X | | |
| 9 | Determina el intervalo donde la función es creciente | X | | X | | X | | |
| 10 | Determina el intervalo donde la función es decreciente | X | | X | | X | | |

Observaciones: El instrumento se encuentra adecuado para su aplicación

Opinión de aplicabilidad: **Aplicable [X]** **Aplicable después de corregir []** **No aplicable []**

Apellidos y nombres del juez validador. Dr.: SEBASTIAN SANCHEZ DIAZ **DNI:** 09834807

Especialidad del validador: Metodólogo – Doctor en Educación

Lima, 24 de octubre del 2020



Firma del Experto Informante.

¹**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

²**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

³**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES DE VARIABLE REAL

| Nº | DIMENSIONES / ítems | Pertinencia ¹ | | Relevancia ² | | Claridad ³ | | Sugerencias |
|----|---|--------------------------|----|-------------------------|----|-----------------------|----|-------------|
| | | Si | No | Si | No | Si | No | |
| | DIMENSIÓN 1 | | | | | | | |
| 1 | Identifica las variables | X | | X | | X | | |
| 2 | Reconoce la gráfica de las funciones lineales | X | | X | | X | | |
| 3 | Reconoce la gráfica de las funciones cuadráticas | X | | X | | X | | |
| | DIMENSIÓN 2 | | | | | | | |
| 4 | Determina la intersección de las gráficas de dos funciones | X | | X | | X | | |
| 5 | Determina las intersecciones de la gráfica de una función lineal con los ejes X y Y | X | | X | | X | | |
| 6 | Determina las intersecciones de la gráfica de una función cuadrática con los ejes X y Y | X | | X | | X | | |
| 7 | Realiza la gráfica de la función cuadrática y halla su vértice | X | | X | | X | | |
| 8 | Halla el dominio y rango de una función cuadrática | X | | X | | X | | |
| 9 | Determina el intervalo donde la función es creciente | X | | X | | X | | |
| 10 | Determina el intervalo donde la función es decreciente | X | | X | | X | | |

Observaciones: El instrumento se encuentra adecuado para su aplicación.

Opinión de aplicabilidad: **Aplicable [X]** **Aplicable después de corregir []** **No aplicable []**

Apellidos y nombres del juez validador. **Dr.: JOSÉ VICENTE HARO BAUTISTA** **DNI: 10046328**

Especialidad del validador: **Doctor en Educación**

¹**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.
²**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo
³**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

Lima, 26 de octubre del 2020



Firma del Experto Informante.

JUEZ 3

CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES DE VARIABLE REAL

| Nº | DIMENSIONES / ítems | Pertinencia ¹ | | Relevancia ² | | Claridad ³ | | Sugerencias |
|----|---|--------------------------|-----------|-------------------------|-----------|-----------------------|-----------|-------------|
| | | Si | No | Si | No | Si | No | |
| | DIMENSIÓN 1 | | | | | | | |
| 1 | Identifica las variables | X | | X | | X | | |
| 2 | Reconoce la gráfica de las funciones lineales | X | | X | | X | | |
| 3 | Reconoce la gráfica de las funciones cuadráticas | X | | X | | X | | |
| | DIMENSIÓN 2 | Si | No | Si | No | Si | No | |
| 4 | Determina la intersección de las gráficas de dos funciones | X | | X | | X | | |
| 5 | Determina las intersecciones de la gráfica de una función lineal con los ejes X y Y | X | | X | | X | | |
| 6 | Determina las intersecciones de la gráfica de una función cuadrática con los ejes X y Y | X | | X | | X | | |
| 7 | Realiza la gráfica de la función cuadrática y halla su vértice | X | | X | | X | | |
| 8 | Halla el dominio y rango de una función cuadrática | X | | X | | X | | |
| 9 | Determina el intervalo donde la función es creciente | X | | X | | X | | |
| 10 | Determina el intervalo donde la función es decreciente | X | | X | | X | | |

Observaciones: Instrumento adecuado para su aplicación

Opinión de aplicabilidad: **Aplicable [X]** **Aplicable después de corregir []** **No aplicable []**

Apellidos y nombres del juez validador. Mg: ANDREA ISABEL, MANINI SOSA **DNI:** 10014905

Especialidad del validador: Ciencias de la educación – Problemas de aprendizaje

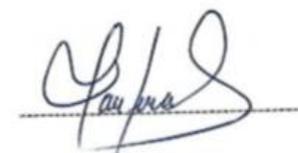
¹**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

²**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

³**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

Nota: Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

Lima, 24 de octubre del 2020



Firma del Experto Informante.

Anexo 6. Confiabilidad del instrumento

Para esta investigación se utilizó un instrumento dicotómico por lo que correspondió usar el coeficiente Kuder-Richardson 20 (KR 20)

| KURDER-RICHARDSON | | MAGNITUD: |
|-------------------|--|-----------|
| $\sum pq = 2.18$ | $KR_{20} = \frac{n}{n-1} \left[\frac{S_t^2 - \sum pq}{S_t^2} \right] = 0.72966$ | ALTA |

Anexo 7. Base de datos

| | Aprendizaje de las funciones de variable real | | | | | | | | | |
|----|---|----|----|---------------------------|----|----|----|----|----|-----|
| | Gráfica de las funciones | | | Análisis de las funciones | | | | | | |
| | P1 | P2 | P3 | P4 | P5 | P6 | P7 | P8 | P9 | P10 |
| 1 | 5 | 0 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 5 | 5 | 0 |
| 2 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 5 | 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 5 |
| 6 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 5 | 0 | 5 | 0 | 0 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 |
| 10 | 5 | 0 | 5 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 |
| 12 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 13 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 14 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | 5 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 5 | 5 |
| 16 | 5 | 0 | 5 | 5 | 0 | 5 | 0 | 5 | 0 | 5 |
| 17 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 0 |
| 18 | 5 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 5 | 5 |
| 19 | 5 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 20 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 0 | 0 |

Pre Test – Cuarto año

| | Aprendizaje de las funciones de variable real | | | | | | | | | |
|----|---|----|----|---------------------------|----|----|----|----|----|-----|
| | Gráfica de las funciones | | | Análisis de las funciones | | | | | | |
| | P1 | P2 | P3 | P4 | P5 | P6 | P7 | P8 | P9 | P10 |
| 1 | 0 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 5 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 5 | 5 | 0 |
| 3 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| 4 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 5 | 0 | 5 | 0 | 5 |
| 6 | 5 | 5 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 |
| 8 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 5 | 0 |
| 9 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 |
| 10 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 5 | 5 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 |
| 12 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 13 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 0 | 0 |
| 14 | 5 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 5 | 0 | 5 | 0 |
| 15 | 5 | 0 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 |
| 16 | 5 | 0 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 |
| 17 | 0 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 0 | 0 | 5 | 0 |
| 18 | 5 | 0 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 |
| 19 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 0 |
| 20 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 5 | 0 |

Post Test – Cuarto año

| Aprendizaje de las funciones de variable real | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|---------------------------|----|----|----|----|----|-----|
| Gráfica de las funciones | | | | Análisis de las funciones | | | | | | |
| | P1 | P2 | P3 | P4 | P5 | P6 | P7 | P8 | P9 | P10 |
| 1 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 2 | 0 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 5 |
| 3 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 5 |
| 5 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 5 |
| 8 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 13 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 |
| 15 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 5 | 0 | 0 | 5 |

Pre Test – Quinto año

| | Aprendizaje de las funciones de variable real | | | | | | | | | |
|----|---|----|----|---------------------------|----|----|----|----|----|-----|
| | Gráfica de las funciones | | | Análisis de las funciones | | | | | | |
| | P1 | P2 | P3 | P4 | P5 | P6 | P7 | P8 | P9 | P10 |
| 1 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 0 |
| 2 | 0 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 5 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| 4 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 | 5 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 |
| 6 | 0 | 5 | 5 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 8 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 5 | 0 | 5 | 0 | 5 |
| 9 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 0 |
| 10 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 5 | 0 |
| 11 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 0 | 0 |
| 12 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 5 | 0 |
| 13 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 14 | 0 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 15 | 5 | 5 | 5 | 0 | 5 | 5 | 5 | 5 | 0 | 0 |

Post Test – Quinto año

Anexo 8. Carta de presentación



Escuela de Posgrado

“Año de la universalización de la salud”

Lima, S.J.L. 16 DE OCTUBRE DEL 2020

Carta P. 420 – 2020 EPG – UCV LE

SEÑOR(A)

Magister: Jorge Angles Camacho
Director general de la Institución Educativa Parroquial “CRISTO REY”
DEL DISTRITO DE CHORRILLOS - UGEL 07

Asunto: Carta de Presentación del estudiante **SANCHEZ VASQUEZ SEGUNDO ARTURO.**

De nuestra consideración:

Es grato dirigirme a usted, para presentar a **SANCHEZ VASQUEZ SEGUNDO ARTURO** identificado(a) con DNI N.º 07475721 y código de matrícula N.º 7002323493; estudiante del Programa de MAESTRIA EN DOCENCIA UNIVERSITARIA quien se encuentra desarrollando el Trabajo de Investigación (Tesis):

EFFECTOS DEL USO DEL GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES DE VARIABLE REAL EN ESTUDIANTES DE SECUNDARIA.

En ese sentido, solicito a su digna persona facilitar el acceso de nuestro(a) estudiante a su Institución a fin de que pueda aplicar entrevistas y/o encuestas y poder recabar información necesaria.

Con este motivo, le saluda atentamente,



Dr. Raúl Delgado Arenas
JEFE DE UNIDAD DE POSGRADO
FILIAL LIMA – CAMPUS LIMA ESTE

LIMA NORTE Av. Alfredo Mendiola 6232, Los Olivos. Tel.: (+511) 202 4342 Fax: (+511) 202 4343
LIMA ESTE Av. del Parque 640, Urb. Canto Rey, San Juan de Lurigancho Tel.: (+511) 200 9030 Anx.: 2510.
ATE Carretera Central Km. 8.2 Tel.: (+511) 200 9030 Anx.: 8184
CALLAO Av. Argentina 1295 Tel.: (+511) 202 4342 Anx.: 2550.



Chorrillos, 20 de octubre de 2020

Dr. Raúl Delgado Arenas.
Jefe de la unidad de posgrado. Filial Lima-Campus Lima este.

Presente.

De mi mayor Consideración.

La IE N° 7707 "Cristo Rey", en referencia a la carta recibida con fecha 19 de octubre, presentando al estudiante SANCHEZ VASQUEZ SEGUNDO ARTURO., del Programa de MAESTRIA EN DOCENCIA UNIVERSITARIA; cuyo propósito es aplicar entrevistas y/o encuestas y poder recabar información necesaria para el desarrollo del Trabajo de Investigación (Tesis): EFECTOS DEL USO DEL GEOGEBRA EN EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES DE VARIABLE REAL EN ESTUDIANTES DE SECUNDARIA, La Institución Educativa de mí representada, para poder AUTORIZAR la intervención educativa; debemos cumplir los protocolos respectivos y es preciso señalar:

- Contar con la carta de presentación de la respectiva Universidad del responsable de las entrevistas y/o encuestas, el cual obra en nuestro poder.
- Cursar y contar con la autorización escrita de los padres de familia de los estudiantes a quienes se aplicará las entrevistas y/o encuestas
- Realizar las coordinaciones respecto al cronograma con la Dirección de la I.E.
- Elevar un informe a Dirección, al término de la aplicación de las entrevistas y/o encuestas, precisando las limitaciones halladas.
- Reportar los resultados, conclusiones y recomendaciones, obtenidos de la aplicación del mismo.

Sin más a que hacer mención, nos despedimos pidiendo la intercesión de nuestro Seráfico Padre San francisco de Asís para que siga derramando bendiciones y continuemos creciendo en Fe.

Fraternalmente.



Jorge Ysaac Angles Camacho
Director CR

Anexo 9. Sesiones de clase

SESIÓN N° 1

TEMA: Revisando GeoGebra

DOCENTE: Segundo Arturo Sanchez Vasquez

FECHA: 03 noviembre 2020

DURACIÓN: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJE ESPERADO

| COMPETENCIA | CAPACIDADES | DESEMPEÑOS |
|---|--|---|
| Resuelve problemas de forma, movimiento y localización. | Comunica su comprensión sobre las herramientas de GeoGebra | Explorar las herramientas del software GeoGebra |

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO

Los estudiantes hacen uso de una computadora para acceder al software GeoGebra
¿Alguna vez usaron GeoGebra?; ¿Para qué se utiliza dicho software?

DESARROLLO

Los alumnos exploran el software de forma libre.
El docente explica la interfaz del software.
Los estudiantes siguen las instrucciones utilizando las herramientas.

The screenshot displays the GeoGebra interface. At the top, there is an input field with a plus sign and the text "Input...". Below it is a coordinate grid with x and y axes ranging from -10 to 10. A toolbar is visible below the grid, containing icons for various tools: a mouse cursor, a point tool (A), a line tool, a segment tool, a ray tool, a circle tool, a perpendicular line tool, a parallel line tool, an angle bisector tool, a tangent tool, a polar or diameter line tool, a best fit line tool, and a locus tool. Below the toolbar, three dropdown menus are open, showing the following options:

- Point (x = 5)
- Point on Object
- Attach / Detach Point
- Intersect
- Midpoint or Center
- Complex Number
- Extremum
- Roots

- Line
- Segment
- Segment with Given Length
- Ray
- Polyline
- Vector
- Vector from Point

- Perpendicular Line
- Parallel Line
- Perpendicular Bisector
- Angle Bisector
- Tangents
- Polar or Diameter Line
- Best Fit Line
- Locus

On the right side of the interface, a "File" menu is open, showing options such as New, Open, Save, Export Image, Share, Download as..., Print Preview, Edit, Perspectives, View, Settings, Tools, Help & Feedback, and Sign in.

CIERRE

Los estudiantes responden algunas preguntas:
¿Qué vistas presenta GeoGebra?; ¿Qué se puede realizar en cada vista?

SESIÓN N° 2

TEMA: Variables – Función Lineal

DOCENTE: Segundo Arturo Sanchez Vasquez

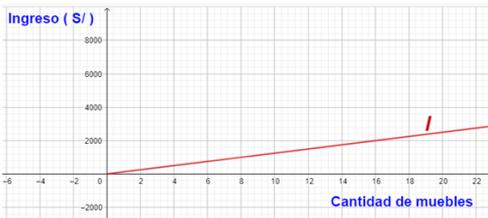
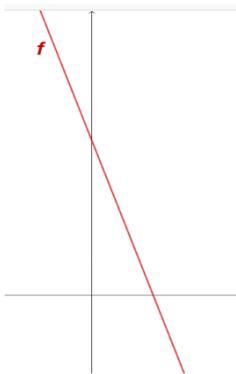
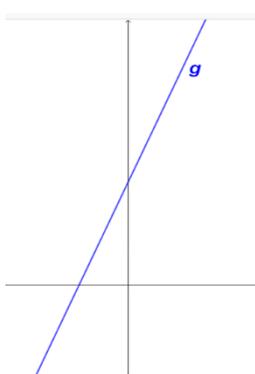
FECHA: 05 noviembre 2020

DURACIÓN: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJE ESPERADO

| COMPETENCIA | CAPACIDADES | DESEMPEÑOS |
|---|---|--|
| Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. | Comunica su comprensión sobre las variables, así como información con contenido algebraico. | Identifica las variables dependiente e independiente. Reconoce la gráfica de una función lineal. |

SECUENCIA DIDÁCTICA

| INICIO | |
|--|---|
| Los estudiantes escuchan diferentes enunciados de situaciones reales. ¿Reconocen las variables independientes?; ¿ Reconocen las variables dependientes? | |
| DESARROLLO | |
| Observan como varían los valores de una variable con respecto a la otra. $y = f(x)$ |  |
| Identifica la forma de la gráfica Según sea: $f(x) = ax + b ; a \neq 0$ | <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> $f(x) = ax + b ; a > 0$  </div> <div style="text-align: center;"> $g(x) = ax + b ; a < 0$  </div> </div> |
| CIERRE | |
| Los estudiantes responden algunas preguntas: ¿En qué eje se ubica la variable independiente?; ¿Qué indica el coeficiente del término lineal? | |

SESIÓN N° 3

TEMA: Función Cuadrática

DOCENTE: Segundo Arturo Sanchez Vasquez

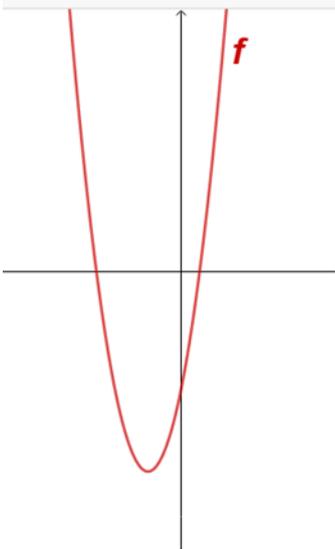
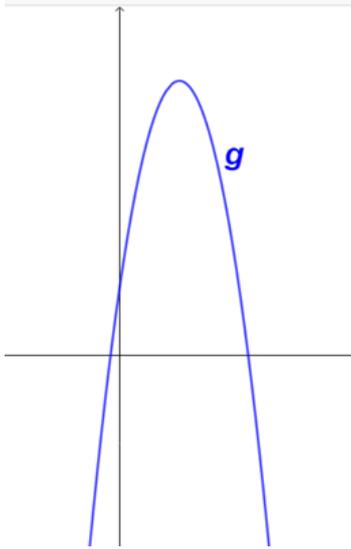
FECHA: 10 noviembre 2020

DURACIÓN: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJE ESPERADO

| COMPETENCIA | CAPACIDADES | DESEMPEÑOS |
|---|---|--|
| Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. | Comunica su comprensión sobre información con contenido algebraico. | Reconoce la gráfica de una función cuadrática. |

SECUENCIA DIDÁCTICA

| INICIO |
|--|
| Los estudiantes escuchan diferentes enunciados de situaciones reales. ¿Reconocen que figura describen dichos movimientos? |
| DESARROLLO |
| <p>Identifica la forma de la gráfica Según sea:</p> <p>$f(x) = ax^2 + bx + c ; a \neq 0$</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>$f(x) = ax^2 + bx + c ; a > 0$</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>$g(x) = ax^2 + bx + c ; a < 0$</p>  </div> </div> |
| CIERRE |
| Los estudiantes responden algunas preguntas: ¿Qué indica el coeficiente del término cuadrático?; ¿La gráfica siempre corta a los ejes? |

SESIÓN N° 4

TEMA: Intersección de gráficas de funciones I

DOCENTE: Segundo Arturo Sanchez Vasquez

FECHA: 12 noviembre 2020

DURACIÓN: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJE ESPERADO

| COMPETENCIA | CAPACIDADES | DESEMPEÑOS |
|---|--|--|
| Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. | Argumenta afirmaciones sobre la relación de expresiones algebraicas. | Reconoce que las coordenadas del punto de intersección de dos gráficas, satisfacen ambas ecuaciones. |

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO

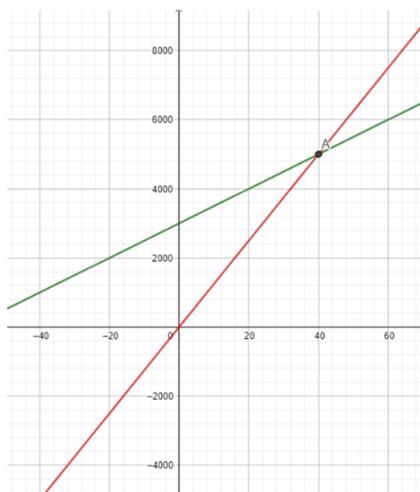
Los estudiantes escuchan diferentes enunciados de situaciones reales.
¿Qué debe suceder para que haya equilibrio?

DESARROLLO

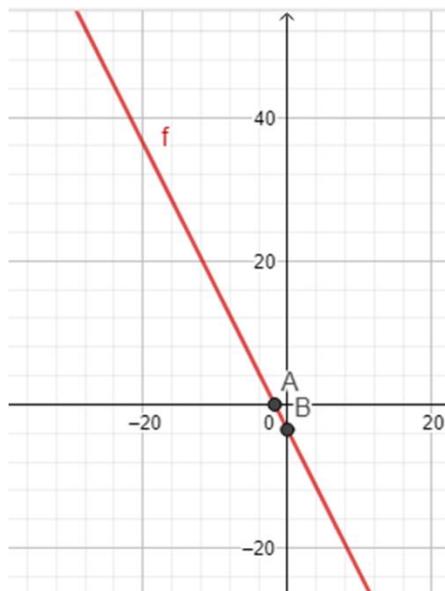
Intersección de las gráficas de dos funciones lineales:

$$f(x) = ax + b ; a \neq 0$$

$$g(x) = rx + s ; s \neq 0$$



Intersección de la gráfica de una función lineal con los ejes X y Y:



CIERRE

Los estudiantes responden algunas preguntas:
¿Siempre las gráficas se intersectan?; ¿Cómo se hallan las intersecciones con los ejes?

SESIÓN N° 5

TEMA: Intersección de gráficas de funciones II-Vértice

DOCENTE: Segundo Arturo Sanchez Vasquez

FECHA: 17 noviembre 2020

DURACIÓN: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJE ESPERADO

| COMPETENCIA | CAPACIDADES | DESEMPEÑOS |
|---|--|---|
| Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. | Usa estrategias y procedimientos matemáticos para determinar elementos de una gráfica. | Determina las intersecciones de la gráfica de una función cuadrática con los ejes e interpreta las coordenadas del vértice. |

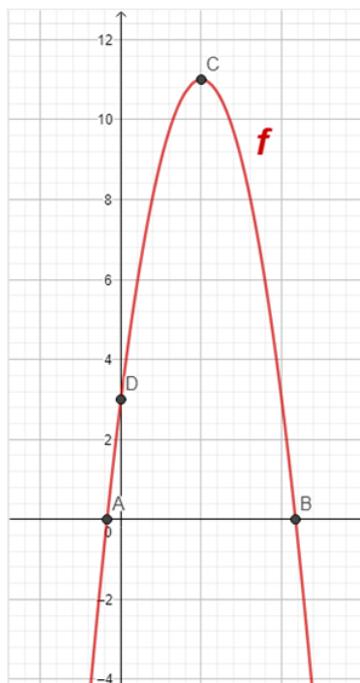
SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO

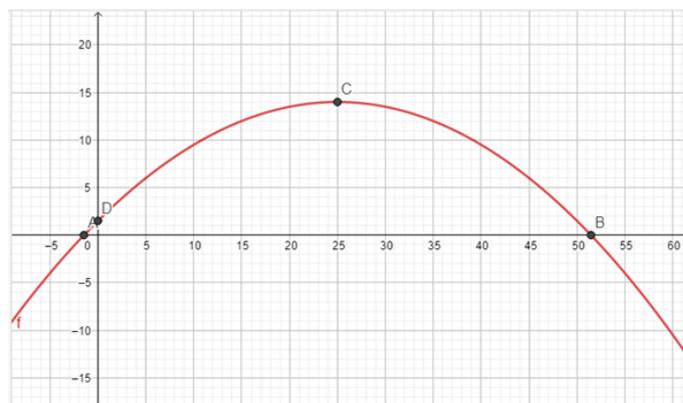
Los estudiantes escuchan diferentes enunciados de situaciones reales.
¿En qué momento el balón empieza a descender?

DESARROLLO

Intersección de la gráfica de una función cuadrática con los ejes X y Y:



Determinación del vértice de la gráfica de una función cuadrática:



CIERRE

Los estudiantes responden algunas preguntas:
¿Cómo se hallan las intersecciones con los ejes?; ¿Siempre el vértice indica el máximo valor?

SESIÓN N° 6

TEMA: Dominio y rango de una función

DOCENTE: Segundo Arturo Sanchez Vasquez

FECHA: 19 noviembre 2020

DURACIÓN: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJE ESPERADO

| COMPETENCIA | CAPACIDADES | DESEMPEÑOS |
|---|---|---|
| Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. | Usa estrategias y procedimientos matemáticos para determinar la variación de las variables. | Halla el dominio y rango de funciones lineales y cuadráticas. |

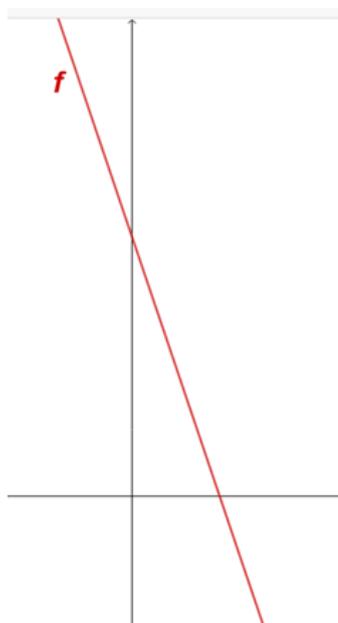
SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO

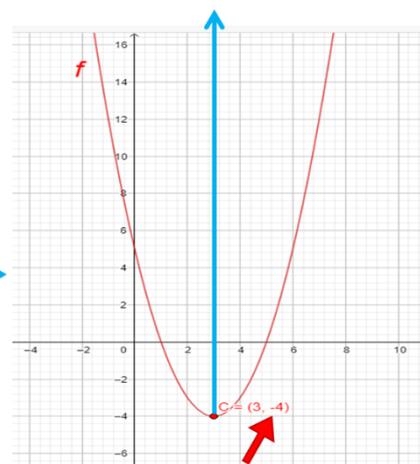
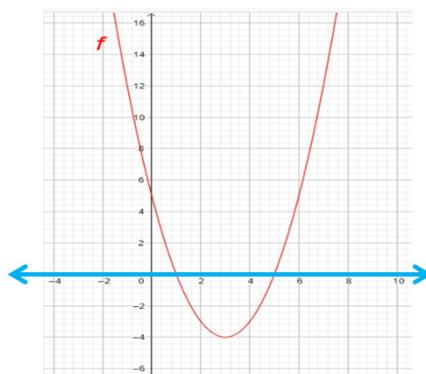
Los estudiantes escuchan diferentes enunciados de situaciones reales.
¿Reconocen como varían los valores de las variables?

DESARROLLO

Halla el dominio y rango de funciones lineales, en diferentes situaciones:



Halla el dominio y rango de funciones cuadráticas, en diferentes situaciones:



CIERRE

Los estudiantes responden algunas preguntas:
¿Cómo se halla el dominio de una función?; ¿Cómo se halla el rango de una función?

SESIÓN N° 7

TEMA: Funciones crecientes y decrecientes

DOCENTE: Segundo Arturo Sanchez Vasquez

FECHA: 24 noviembre 2020

DURACIÓN: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJE ESPERADO

| COMPETENCIA | CAPACIDADES | DESEMPEÑOS |
|---|--|---|
| Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. | Usa estrategias y procedimientos matemáticos para determinar la relación de las variables. | Halla el intervalo donde la función es creciente o decreciente. |

SECUENCIA DIDÁCTICA

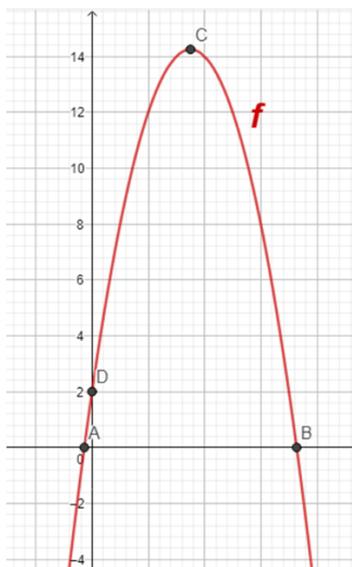
INICIO

Los estudiantes escuchan diferentes enunciados de situaciones reales.
¿Cómo se determinaría donde hay pérdida y donde hay ganancia?

DESARROLLO

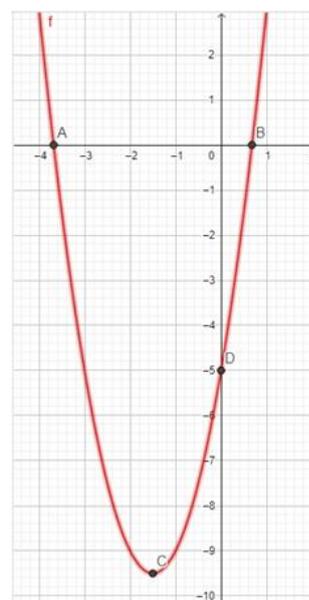
Halla el intervalo en el cual la función es creciente:

$$f(x) = -x^2 + 7x + 2$$



Halla el intervalo en el cual la función es decreciente:

$$f(x) = 2x^2 + 6x - 5$$



CIERRE

Los estudiantes responden algunas preguntas:

¿Qué condición se debe cumplir para que la función sea creciente o decreciente?; ¿Una función puede ser creciente o decreciente en todo su dominio?

SESIÓN N° 8

TEMA: Repaso de funciones

DOCENTE: Segundo Arturo Sanchez Vasquez

FECHA: 26 noviembre 2020

DURACIÓN: 2 horas pedagógicas

APRENDIZAJE ESPERADO

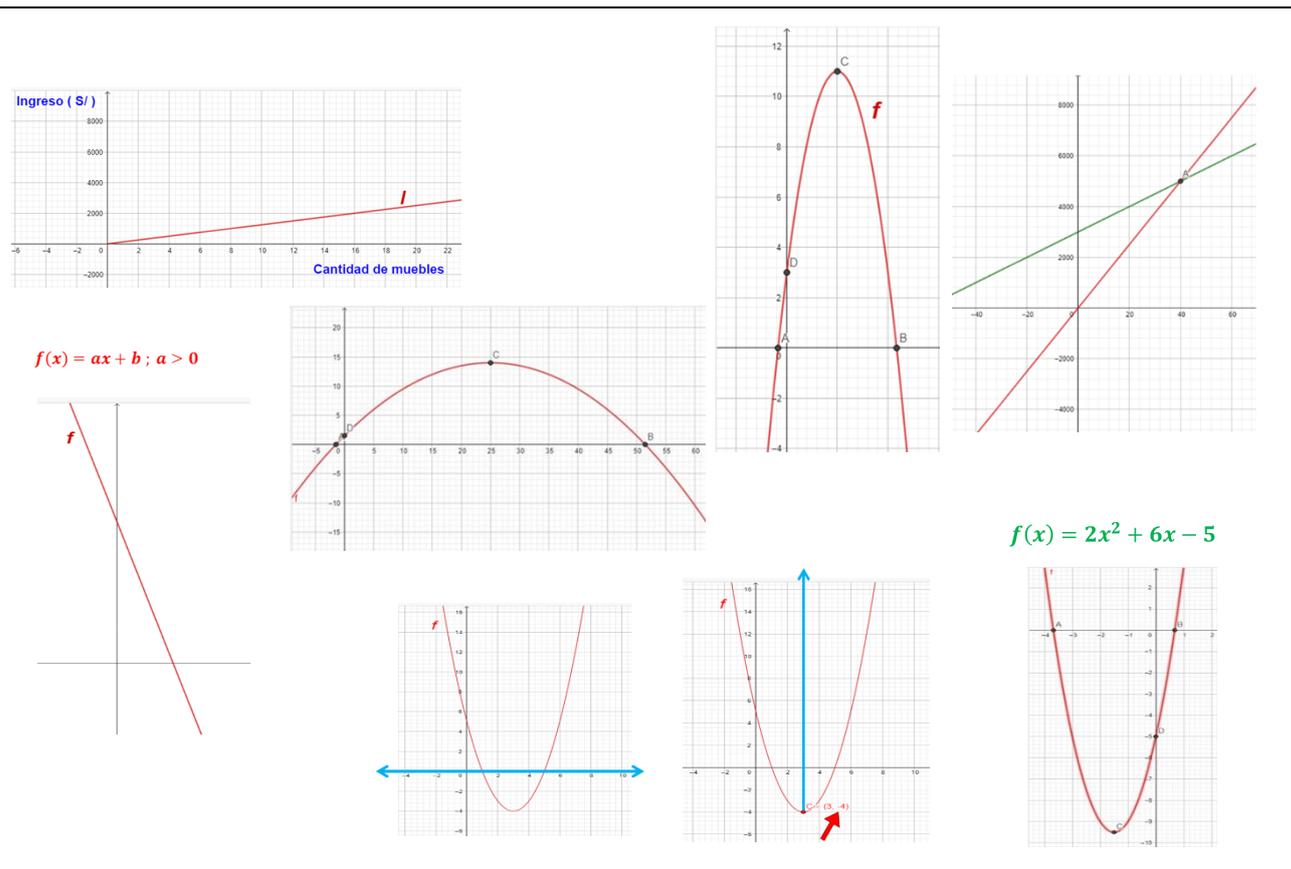
| COMPETENCIA | CAPACIDADES | DESEMPEÑOS |
|---|---------------------|---------------------|
| Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. | Sesión 2 – Sesión 7 | Sesión 2 – Sesión 7 |

SECUENCIA DIDÁCTICA

INICIO

Los estudiantes intercambian sus conocimientos acerca de las funciones.

DESARROLLO



CIERRE

Los estudiantes responden una miscelánea de preguntas
 ¿Cómo se diferencian las variables? ¿Cómo se determina si una función es creciente o decreciente?

Anexo 10. Resultados de las Dimensiones e Hipótesis específicas.

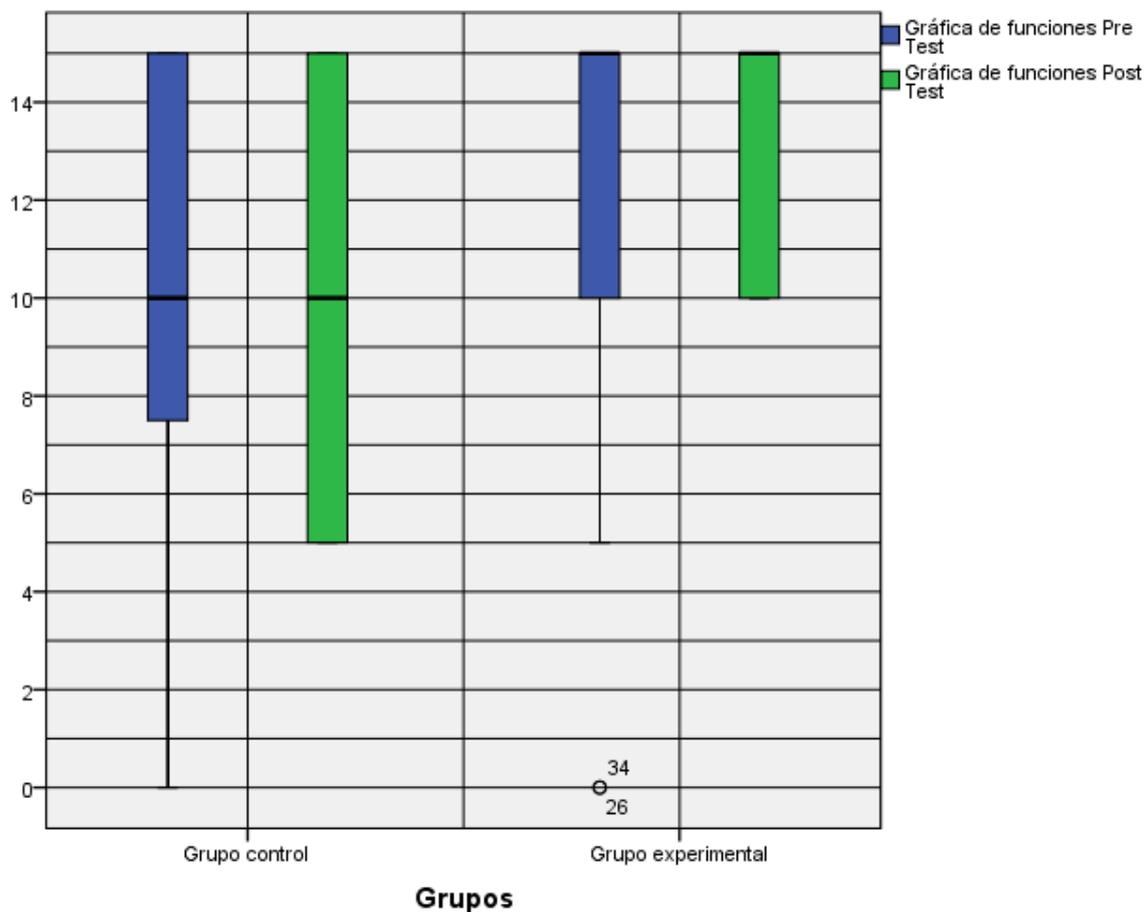


Figura 4. Comparación de resultados de la dimensión Gráfica de funciones

Interpretación: en la figura 4, se observa que en el grupo control la mediana se ubica en 10 tanto para el Pre Test y Post Test, asimismo en el grupo experimental la mediana se ubica en 15 tanto en el Pre Test y Post test notándose que no hay variación por la aplicación del software GeoGebra.

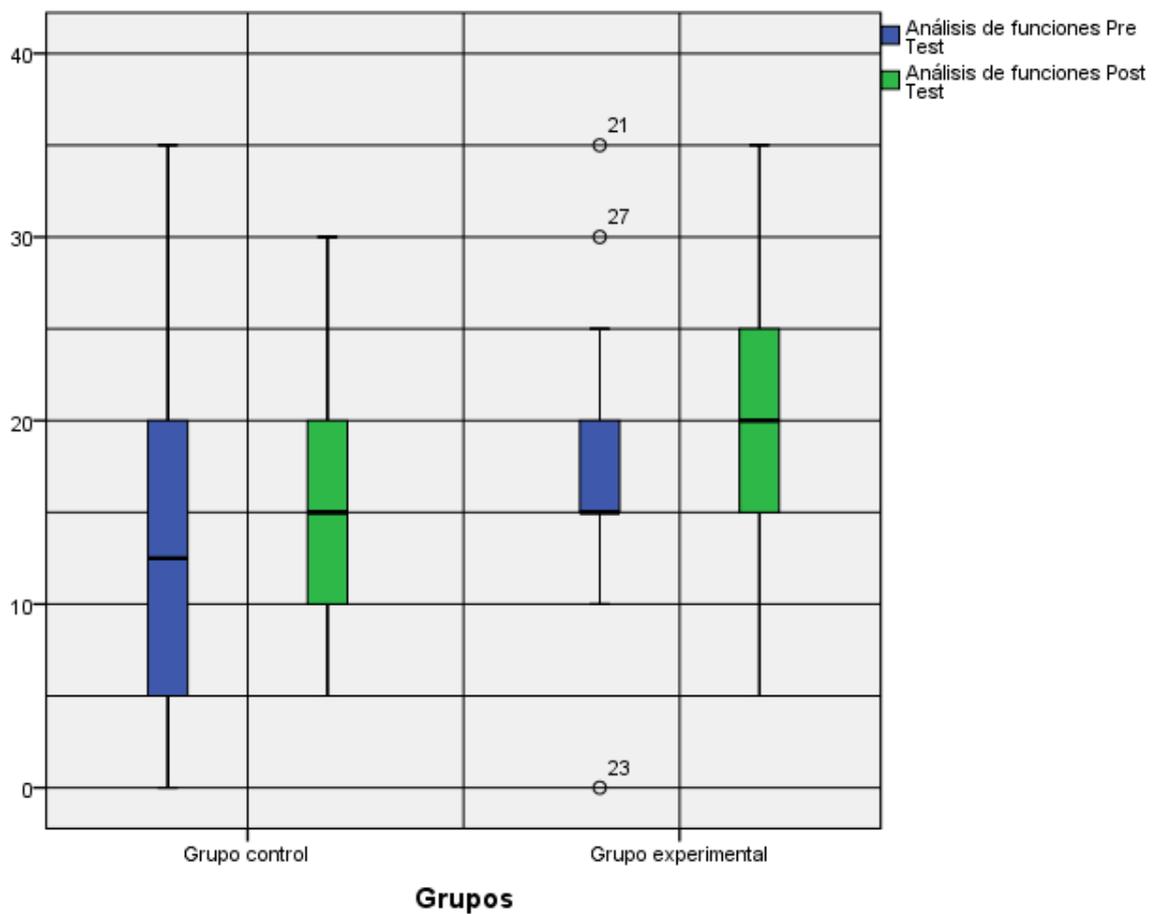


Figura 5. Comparación de resultados de la dimensión Análisis de funciones

Interpretación: así mismo de la figura 5, se observa que en el grupo control la mediana se desplazó de 12,5 en el Pre Test a 15 en el Post Test rescatando aquí la importancia del docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje, mientras que en el grupo experimental la mediana se desplazó de 15 en el Pre Test a 20 en el Post test notándose así una mejora generada por la aplicación del software GeoGebra.

Prueba de la hipótesis específica 1

H_a : El uso del GeoGebra tiene efectos significativos en la gráfica de las funciones reales en estudiantes de secundaria.

H_o : El uso del GeoGebra no tiene efectos significativos en la gráfica de las funciones reales en estudiantes de secundaria.

Nivel de confianza = 95%

Nivel de significancia = 0,05

Regla de decisión:

Si $p < 0,05$: se rechaza la hipótesis nula (H_o).

Si $p > 0,05$: se acepta la hipótesis nula (H_o).

Tabla 6

Estadísticos del grupo control y experimental Pre Test y Post Test para la dimensión Gráfica de funciones

| Estadísticos de grupo | | | | | |
|--------------------------------|--------------------|----|---------|-----------------|------------------------|
| | Grupos | N | Media | Desviación típ. | Error típ. de la media |
| Gráfica de funciones Pre Test | Grupo control | 20 | 10,2500 | 4,43521 | ,99174 |
| | Grupo experimental | 15 | 11,0000 | 5,41163 | 1,39728 |
| Gráfica de funciones Post Test | Grupo control | 20 | 9,7500 | 4,12789 | ,92302 |
| | Grupo experimental | 15 | 12,6667 | 2,58199 | ,66667 |

En la tabla 6 se observa las medias de los grupos control y experimental, tanto para el Pre Test como Post Test; para saber si estas diferencias de medias son significativas se aplicó la prueba T de Student.

Tabla 7

Prueba de muestras independientes Pre Test y Post Test para la dimensión Gráfica de funciones

| | | Prueba de muestras independientes | | | | | | | | |
|--------------------------------|-------------------------------------|--|------|--------|--------|-------------------------------------|----------------------|-----------------------------|---|---------|
| | | Prueba de Levene para la igualdad de varianzas | | | | Prueba T para la igualdad de medias | | | | |
| | | F | Sig. | t | gl | Sig. (bilateral) | Diferencia de medias | Error típ. de la diferencia | 95% Intervalo de confianza para la diferencia | |
| | | | | | | | | Inferior | Superior | |
| Gráfica de funciones Pre Test | Se han asumido varianzas iguales | ,866 | ,359 | -,451 | 33 | ,655 | -,75000 | 1,66458 | -4,13662 | 2,63662 |
| | No se han asumido varianzas iguales | | | -,438 | 26,671 | ,665 | -,75000 | 1,71346 | -4,26775 | 2,76775 |
| Gráfica de funciones Post Test | Se han asumido varianzas iguales | 1,919 | ,175 | -2,402 | 33 | ,022 | -2,91667 | 1,21431 | -5,38719 | -,44614 |
| | No se han asumido varianzas iguales | | | -2,562 | 32,128 | ,015 | -2,91667 | 1,13860 | -5,23556 | -,59777 |

De la tabla 7 se observaron los resultados del Post Test, en primer lugar, la prueba de Levene indica una Sig.=0,175 que es mayor a 0,05 ($p=0,175 > 0,05$) entonces se asumen que las varianzas son iguales, es decir son grupos con características homogéneas. Luego observamos la prueba T de Student donde se obtuvo una significancia bilateral de 0,022 la cual es menor a 0,05, por lo tanto, se rechaza la

hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna, es decir el uso del GeoGebra tiene efectos significativos en la gráfica de las funciones.

Prueba de la hipótesis específica 2

H_a: El uso del GeoGebra tiene efectos significativos en el análisis de las funciones en estudiantes de secundaria.

H₀: El uso del GeoGebra no tiene efectos significativos en el análisis de las funciones en estudiantes de secundaria.

Nivel de confianza = 95%

Nivel de significancia = 0,05

Regla de decisión:

Si $p < 0,05$: se rechaza la hipótesis nula (H₀).

Si $p > 0,05$: se acepta la hipótesis nula (H₀).

Tabla 8

Tabla de estadísticos del grupo control y experimental Pre Test y Post Test para la dimensión Análisis de funciones

| | Estadísticos de grupo | | | | |
|---------------------------------|-----------------------|----|---------|-----------------|------------------------|
| | Grupos | N | Media | Desviación típ. | Error típ. de la media |
| Análisis de funciones Pre Test | Grupo control | 20 | 13,7500 | 10,62210 | 2,37517 |
| | Grupo experimental | 15 | 17,3333 | 8,42332 | 2,17489 |
| Análisis de funciones Post Test | Grupo control | 20 | 15,7500 | 7,82624 | 1,75000 |
| | Grupo experimental | 15 | 20,3333 | 10,08299 | 2,60342 |

En la tabla 8 se observa las medias de los grupos control y experimental, tanto para el Pre Test como Post Test; para saber si estas diferencias de medias son significativas se aplicó la prueba de muestras independientes.

Tabla 9

Prueba de muestras independientes Pre Test y Post Test para la dimensión Análisis de funciones

| | | Prueba de muestras independientes | | | | | | | | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|--|------|--------|--------|-------------------------------------|----------------------|-----------------------------|---|----------|----------|
| | | Prueba de Levene para la igualdad de varianzas | | | | Prueba T para la igualdad de medias | | | | | |
| | | F | Sig. | t | gl | Sig. (bilateral) | Diferencia de medias | Error típ. de la diferencia | 95% Intervalo de confianza para la diferencia | | |
| | | | | | | | | | | Inferior | Superior |
| Análisis de funciones Pre Test | Se han asumido varianzas iguales | 1,859 | ,182 | -1,076 | 33 | ,290 | -3,58333 | 3,33027 | -10,35882 | 3,19215 | |
| | No se han asumido varianzas iguales | | | -1,113 | 32,864 | ,274 | -3,58333 | 3,22050 | -10,13652 | 2,96985 | |
| Análisis de funciones Post Test | Se han asumido varianzas iguales | ,842 | ,365 | -1,516 | 33 | ,139 | -4,58333 | 3,02428 | -10,73627 | 1,56961 | |
| | No se han asumido varianzas iguales | | | -1,461 | 25,651 | ,156 | -4,58333 | 3,13692 | -11,03564 | 1,86897 | |

De la tabla 9 se observaron los resultados del Post Test, en primer lugar, la prueba de Levene indica una Sig.=0,365 que es mayor que 0,5 ($p=0,365 > 0,5$) entonces se asume que las varianzas son iguales, es decir son grupos con características homogéneas. Luego observamos la prueba T de Student donde se obtuvo una significancia bilateral de 0,139 la cual es mayor a 0,05, por lo tanto, se acepta la hipótesis nula, es decir el uso del GeoGebra no tiene efectos significativos en el análisis de las funciones.