



UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL

**Aplicación de Procesos Gaussianos Para Mejorar la Precisión
en la Estimación de la Resistencia a la Compresión del Concreto
Reforzado**

**TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE
Ingeniero Civil**

AUTOR:

Cruz Borda, Alexander (ORCID: 0000-0002-7520-3713)

ASESOR:

Dr. Cancho Zúñiga, Gerardo Enrique (ORCID: 0000-0002-0684-5114)

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:

Diseño Sísmico y Estructural

LIMA — PERÚ

2020

DEDICATORIA

Al ser supremo, por darme salud, a mis queridos padres Isaías Cruz y Antonia Borda, por ser quienes me alientan en mi vida, puesto que ellos representan el ejemplo de lucha y perseverancia en la vida. A mi hijo José Alexander y compañera de vida Indira, por quienes cada día tiene sentido, son los testigos silenciosos de mis luchas cotidianas en busca de un mejor futuro, a ellos, mi esperanza, mi alegría, mi vida y la culminación de este trabajo. A todos aquellos que son movidos por un gran amor a la vida y a la naturaleza, que están convencidos de que un mundo mejor es posible, si se tienen los conocimientos para ayudar y el corazón para vencer. A todos ustedes dedico el producto de mi esfuerzo.

AGRADECIMIENTO

A la facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Cesar Vallejo Sede Lima Norte, por darme la oportunidad de ser parte de esta gran casa de estudios y poder sustentar la presente tesis de investigación.

Mi más amplio agradecimiento para el Dr. Cancho Zúñiga, Gerardo Enrique, asesor de esta tesis, quien con su excelente respaldo e interés hicieron posible la realización de este estudio, por su valiosa orientación y apoyo para la conclusión del mismo en estos tiempos difíciles de pandemia (COVID-19).

A mis padres, Isaías Cruz y Antonia Borda, a quienes les agradezco por haberme dado la educación y sobre todo los valores que me fueron inculcados, a mis hermanos Willy, Luis y Fiorella, por su apoyo moral.

A mi amada compañera de vida, Indira y mi hijo José Alexander, por su comprensión en los momentos de ausencia, por ser mi motivación y optimismo que me han ayudado en los momentos críticos.

Para ellos,

Muchas Gracias Por Todo.

INDICE

Índice de Tablas	vi
Índice de Figuras	vii
RESUMEN	1
ABSTRACT.....	2
I. INTRODUCCIÓN.....	3
II. MARCO TEÓRICO	8
III. METODOLOGÍA	19
3.1. Tipo y Diseño de Investigación.....	19
Tipo de investigación:	19
Nivel de investigación:	19
Enfoque de Investigación:	19
Diseño de Investigación:.....	20
3.2. Variables y Operacionalización.....	20
Variable Dependiente:	20
Variable Independiente:.....	20
Definición conceptual:	20
Definición operacional:	21
Indicadores:	21
3.3. Escala de medición:	21
3.5. Población, Muestra, Muestreo y Unidad de Análisis.....	21
3.6. Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos	22
3.7. Procedimientos	23
3.8. Métodos de Análisis de Datos	25
3.9. Aspectos Éticos	36
IV. RESULTADOS.....	38
V. DISCUSIÓN.....	42
VI. CONCLUSIONES.....	47
VII. RECOMENDACIONES	48
REFERENCIAS.....	50
ANEXOS	54
Matriz de Operacionalización.....	54
Matriz de Consistencia.	55

Resultados Obtenidos en La Literatura. 56

Índice de Tablas

Tabla 1. Resumen de la base de datos.....	23
Tabla 2. Descripción de variables	33
Tabla 3. Indicadores obtenidos con datos de prueba.....	38
Tabla 4. Indicadores obtenidos con datos de validación	39
Tabla 5. Visualización de los modelos con los parámetros optimizados	41
Tabla 6. Matriz de Operacionalización de variables	54
Tabla 7. Matriz de consistencia.....	55
Tabla 8. Resultado RMSE y MAE publicado por Mustapha y Mohamed (2017) ...	56
Tabla 9. Resultado de RMSE y MAE publicado por Golafshani (2020).....	56
Tabla 10. Tabla de resultados por Bui (2018)	57
Tabla 11. Resultados de las predicciones de la resistencia a la compresión con cada uno de los modelos Parte(1)	58
Tabla 12. Resultados de la estimación de la resistencia a la compresión con los modelos obtenidos usando datos de validación parte (2)	69
Tabla 13. Resistencia a la compresión de la validación.	76
Tabla 14. Datos de las cantidades de los componentes de la mezcla del hormigón en la etapa de validación.....	83
Tabla 15. Resultados del cálculo de la desviación estándar	91

Índice de Figuras

Figura 1. Diagrama de Partición de la Base de Datos.....	24
Figura 2. Esquema de Control de Variables.....	25
Figura 3. Diagrama del Método	27
Figura 7. Evolución de la resistencia a la compresión en el tiempo.	32
Figura 8. Distribución estadística de los parámetros.	34
Figura 9. Análisis correlacional.....	35
Figura 10. Representación gráfica de la correlación entre las características y el target	36
Figura 11. Predicciones de la resistencia a la compresión con respecto al tiempo de fraguado.	40
Figura 12. Gráfico del comportamiento de la resistencia a la compresión respecto a la cantidad de cemento	41
Figura 13. Resultados de MAE y RMSE publicado por DeRousseau (2019)	57

RESUMEN

En el presente trabajo de investigación se desarrolló un método basado en procesos gaussianos para mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado. Para lograr esto, se hizo uso de una base de datos de 1030 registros, que contiene las cantidades de los componentes de la mezcla de hormigón y la resistencia a la compresión que alcanzó la estructura a lo largo del tiempo (en días), estos datos fueron donados y están disponibles en el repositorio de datos de aprendizaje automático. Estos datos fueron utilizados en el análisis descriptivo, en donde se comprobó a través de un análisis correlacional que la relación matemática que existe entre los componentes del hormigón y la resistencia a la compresión, es no lineal. El desarrollo del método consistió en la elaboración de algoritmos en lenguaje de programación de Python, dentro del cual se utilizó la librería de procesos gaussianos. Dentro de los procesos gaussianos se desarrolló nuevas funciones de covarianza. Una vez establecido el proceso gaussiano se llevó a cabo el proceso de optimización que consistió en la obtención de los parámetros de las nuevas funciones de covarianza cuyos valores minimizan la raíz del error cuadrático medio. La obtención de los parámetros trajo como resultado la obtención de modelos de regresión (o modelos predictivos), siendo 12 el total de modelos obtenidos de los cuales a través de un análisis de resultados, considerando el valor obtenido correspondiente a los indicadores de la raíz del error cuadrático medio y el logaritmo de la probabilidad marginal, se seleccionó cuatro modelos como los más óptimos y precisos para llevar a cabo estimaciones de la resistencia a la compresión del concreto reforzado. La precisión con la que estiman los modelos obtenidos, compite con otros modelos que utilizan otro tipo de algoritmos como máquina de soporte vectorial o redes neuronales artificiales, los cuales fueron descritos en la revisión de la literatura, mientras que las comparaciones hechas con modelos desarrollados en base procesos gaussianos de la revisión de la literatura, demuestra la superioridad de los modelos obtenidos en la presente investigación.

Palabras clave. Resistencia, compresión, modelo, regresión, hormigón, algoritmo, precisión

ABSTRACT

In the present research work, a method based on Gaussian processes was developed to improve the precision in estimating the compressive strength of reinforced concrete. To achieve this, a database of 1030 records was used, which contains the quantities of the components of the concrete mix and the compressive strength that the structure reached over time (in days), these data were donated and available in the machine learning data repository. These data were used in the descriptive analysis, where it was verified through a correlational analysis that the mathematical relationship that exists between the concrete components and the compressive strength is non-linear. The development of the method consisted in the elaboration of algorithms in the Python programming language, within which the Gaussian process library was used. Within the Gaussian processes, new covariance functions were developed. Once the Gaussian process was established, the optimization process was carried out, which consisted in obtaining the parameters of the new covariance functions whose values minimize the root of the mean square error. Obtaining the parameters resulted in the obtaining of regression models (or predictive models), being 12 the total of models obtained of which through an analysis of results, considering the value obtained corresponding to the indicators of the root of the root mean square error and the log of the marginal probability, four models were selected as the most optimal and accurate to carry out estimates of the compressive strength of reinforced concrete.

The precision with which they estimate the obtained models compete with other models that use other types of algorithms such as vector support machines or artificial neural networks, which were described in the literature review, while the comparisons made with models developed on the basis of Gaussian processes of the literature review, demonstrates the superiority of the models obtained in the present investigation.

Keywords. Strength, compression, model, regression, concrete, algorithm, precision

I. INTRODUCCIÓN

La resistencia a la compresión puede ser determinada desde el primer día de fraguado del hormigón, sin embargo, este alcanza el mayor porcentaje de su resistencia aproximadamente a los 28 días, es por ello que para determinar el verdadero valor máximo de la resistencia a la compresión demanda un tiempo mayor o igual a 28 días, lo que constituye un procedimiento poco práctico y poco óptimo. La falta de practicidad de este procedimiento se debe principalmente a la falta de herramientas y metodologías orientadas a predecir la resistencia a la compresión.

El procedimiento tradicional para predecir o estimar la resistencia a la compresión antes de llevar a cabo el proceso experimental de la mezcla de los componentes que conformarán al hormigón, es la de recurrir a una tabla de dosificación, en donde se especifica las cantidades de cada uno de los componentes del hormigón, con su respectivo valor de resistencia a la compresión para un metro cúbico de la mezcla. Para cantidades mayores a un metro cúbico, tradicionalmente lo que se hace, es buscar la resistencia deseada en la tabla y extrapolar las cantidades de los componentes del hormigón para mezclas mayores a un metro cúbico, creyendo que dicha mezcla tendrá la misma resistencia que figura en la tabla, lo cual es un error y que a su vez tipifica un problema ya que ese valor se aleja del valor real que pueda alcanzar a tener el concreto, El valor obtenido de la tabla puede estar sobre estimado o sub estimado. La sobre estimación por ejemplo puede ocasionar problemas de deterioro temprano de la estructura del hormigón ya que al sobre estimar, se le asigna a la estructura una carga superior a la que realmente puede soportar, lo cual puede ocasionar accidentes o catástrofes como el desplome de la estructura en una etapa temprana debido a que la calidad de la estructura no es la adecuada para soportar la carga asignada. Por otro lado, la sub estimación de la resistencia a la compresión puede incrementar los costos de producción de la estructura, ya que se estaría incrementando la inversión en aditivos y de más componentes para alcanzar la resistencia deseada, solo para asignar a la estructura una carga que realmente esté sub estimada.

De todo lo expuesto anteriormente queda claro que el problema radica en creer que el valor de la resistencia a la compresión se conserva al extrapolar las cantidades (que figuran en la tabla de dosificación) de los componentes del hormigón, para obtener un volumen de mezcla mayor a la que figura en la tabla para elaborar una estructura mayor. Al extrapolar valores de la tabla implícitamente se está asumiendo que la variación de los componentes del hormigón guarda una relación lineal con la variación resistencia a la compresión de la estructura que se va a obtener. Lo que también constituye un problema porque esa suposición no permite estimar de forma precisa la resistencia a la compresión del concreto reforzado.

Es necesario investigar en la búsqueda de soluciones para el problema de la determinación más a priori que temprana, de la resistencia a la compresión para optimizar el tiempo de ejecución de los proyectos en campo, garantizando la calidad de la estructura, lo que permite satisfacer los requisitos mínimos requeridos en el diseño de las estructuras.

Con el fin de aportar soluciones al problema de la falta de herramientas y metodologías de cálculo o determinación de la resistencia a la compresión previa a la puesta en marcha el proceso experimental de la elaboración de las briquetas o muestras de concreto, se llevó a cabo una amplia revisión de la literatura respecto a métodos numéricos para la determinación a priori de la resistencia a la compresión. De acuerdo con la revisión de la literatura existen interacciones físicas y químicas entre los componentes del hormigón, por ello las proporciones de los componentes como la relación agua - cemento (Ozturan, Kutlu, & Ozturan, 2008), la cantidad de agua en los intersticios de la estructura que pasan por el proceso de congelamiento y descongelamiento (Mamlouk & Zaniewski, 2011), la proporción de agregado grueso - agregado fino (Paultre, 2003), la distribución del tamaño de partículas, la angularidad del agregado inciden en la variación de la resistencia a la compresión. Adicionalmente el uso de materiales cementosos suplementarios, como cenizas volantes, escoria de humo de sílice, presentan factores a considerar, tales, como la finura, la variabilidad en su composición química y la reactividad puzolánica, las cuales generan relaciones complejas y no lineales con la resistencia

a la compresión (Fernández-Jiménez & Palomo, 2003; Fox, 2017; Ramezaniyanpour & Malhotra, 1995), por ello el desarrollo de modelos matemáticos no lineales conducirían a mejorar en gran medida la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión.

Actualmente los nuevos enfoques orientados al desarrollo de modelos de predicción basados en datos son los más aceptados y más adecuados para abordar problemas de regresión no lineal. Más particularmente el uso de herramientas y métodos de aprendizaje automático vienen siendo usados en investigaciones en el campo de la ingeniería civil, por ejemplo, una de los primeros reportes es el estudio de Yeh (2009), quien aplicó redes neuronales artificiales (que son algoritmos del campo del aprendizaje automático) en un conjunto de más de mil datos, que corresponden a diseños de mezclas de hormigón, para generar un modelo que sea capaz de determinar la resistencia a la compresión. Posteriormente a esa investigación, se reportaron más artículos, en el que investigaron otros métodos basados en máquina de soporte vectorial (el cual forma parte también del campo del aprendizaje automático) como el trabajo reportado por Young (2019). El uso de algoritmos basados en árbol de decisiones (el cual es otro algoritmo que pertenece al campo del aprendizaje automático), también se hizo presente en el trabajo realizado por Deepa (2010) y Ayaz (2015). Por otro lado el uso de algoritmos basados en proceso gaussianos se han reportado un muchas áreas de investigación para describir relaciones complejas no lineales, como el reporte realizado por Richardson, Osborne y Howey (2019), en el que desarrollaron algoritmos basados en procesos gaussianos para obtener modelos capaces de describir el proceso de carga y descarga de baterías de ion de litio y predecir el estado de carga en un instante de tiempo dado. En el campo de la ingeniería civil, el trabajo desarrollado por DeRousseau, Laftchiev, Kasprzyk, Rajagopalan y Srubar (2019) muestra la aplicación de algoritmos basados en máquina de soporte vectorial, regresión lineal, regresión polinomial y procesos gaussianos, para determinar la resistencia a la compresión. Si bien en este reporte utilizan procesos gaussianos, sus resultados padecen de imprecisión, Esto pudo haber ocurrido a la falta de la utilización de un optimizador de parámetros o hiper parámetros adecuado y a la falta de utilización

de composición aditiva y multiplicativa de funciones de covarianza en el núcleo del proceso gaussiano. Se cree que los algoritmos basados en procesos gaussianos son muy potentes para describir relaciones complejas y no lineales como lo menciona en la tesis de Duvenaud (2014) , el artículo publicado por Rasmussen y Nickisch (2010) y el libro de Deisenroth (2010). Con el sustento de la revisión de la literatura en el presente trabajo, se investigó la posibilidad de mejorar la eficiencia en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado aplicando procesos gaussianos, cuyo problema fue planteado de la siguiente manera:

¿Será posible mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado aplicando procesos gaussianos?

Si bien el objetivo general de la investigación es **Aplicar procesos gaussianos para mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado**. Para lograr esto es necesario elaborar un algoritmo complejo que, a través de un proceso de optimización, que consiste en minimizar el grado de sobreajuste y permita seleccionar un conjunto de modelos desarrollados en base a procesos gaussianos. Es por ello que el primer objetivo específico es, obtener **un modelo o conjunto de modelos con un bajo grado de sobre ajuste a través de la aplicación de procesos gaussianos que permita mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado**.

Una vez obtenido el modelo o un conjunto de modelos es crucial y de vital importancia obtener los valores de los hiper parámetros optimizados del modelo. Esto se consigue a través de la minimización de la raíz del error cuadrático medio. Esto permitirá obtener un modelo que se adapta lo mejor posible a la estructura de datos con la cual fue entrenado. Es por ello que el segundo objetivo específico es, **Minimizar el error cuadrático medio para que la aplicación de procesos gaussianos permita mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado**.

En base a todo lo expuesto hasta el momento y en base a los fundamentos teóricos y trabajos de investigación publicados en revistas indexadas se plantea la hipótesis

del presente trabajo de investigación como una proposición, que es la siguiente. **La aplicación de procesos gaussianos permite mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado.** La cual su falsedad o veracidad será comprobada más adelante.

La presente investigación se justifica en base a la revisión de la literatura y en la necesidad de contar con herramientas útiles en el campo de la ingeniería civil aportando en el diseño de estructuras de calidad para evitar accidentes y catástrofes con el desplome de estructuras, lo cual puede ocasionar daño en la integridad de las personas. Adicionalmente a lo anterior el presente trabajo se justifica científicamente de acuerdo a la revisión del reporte hecho por Yu (2018) y Sun (2019), en el que se sugiere llevar a cabo la investigación utilizando métodos con algoritmos de optimización para desarrollar, considerando mayor número de variables de entrada, tales como la duración del tiempo de fraguado, el tipo de cemento y la inclusión de aditivos.

II. MARCO TEÓRICO

Las estructuras de concreto son las más utilizadas en el mundo, se estima que la demanda mundial de hormigón asciende a diez mil millones de toneladas métricas por año (DeRousseau, Kasprzyk y Srubar, 2018, p. 1), el uso común y la creciente demanda del hormigón se debe a la abundancia de sus componentes, la disponibilidad en las canteras, la viabilidad económica y a la característica versátil del hormigón para adaptarse a cualquier forma geométrica requerida en el diseño. Además de las características antes mencionadas, la elaboración de la mezcla de hormigón permite manipular los constituyentes individuales para satisfacer los requerimientos de resistencia de la estructura exigidos en el diseño.

La resistencia a la compresión (RC) es una propiedad mecánica del hormigón, que cuantifica en términos de presión la cantidad de carga que puede soportar la estructura de hormigón, cuya unidad de medida está dada en Mega Pascales (MPa) (Alilou & Mohammad, 2011) . la RC es la más fundamental de las propiedades de una estructura de concreto, ya que está directamente relacionada con la seguridad, y a la vez, es la que determina el rendimiento durante todo el ciclo de vida (Mustapha y Mohamed, 2017). Usualmente la prueba de la resistencia a la compresión de 28 días es la que se considera como un parámetro crítico en el diseño de estructuras de concreto reforzado. Esto se debe a que la tasa de ganancia de resistencia a la compresión del concreto es mayor durante los primeros 28 días de fraguado (o fundición), posterior a los 28 días la tasa de ganancia disminuye, como se muestra en el código de construcción para hormigón estructural de la ACI (American Concrete Institute).

Para estimar la resistencia de una estructura, tradicionalmente recurren a los métodos de prueba y error, que consisten en elaborar briquetas de la composición deseada y esperar 28 días para someter las muestras a un instrumento de compresión para determinar la RC del concreto reforzado. Este procedimiento resulta ser ineficiente en términos prácticos de tiempo y dinero (Feng et al., 2020; Mustapha & Mohamed, 2017), con este antecedente, muchos investigadores han

trabajado para establecer herramientas de predicción capaces de obtener una determinación temprana de la resistencia a la compresión.

El enfoque tradicional y simple para determinar la resistencia a la compresión, inicia con la suposición de que la variación de cualquier componente de la mezcla del hormigón afecta de forma lineal al valor de la RC de la estructura, con este supuesto solo bastaría con llevar a cabo una regresión lineal para obtener una ecuación lineal que establece una relación entre ambas variables, cuyo uso permite determinar el valor de la resistencia de la estructura. Sin embargo, en realidad la relación entre la resistencia a la compresión y los componentes del hormigón es más bien, compleja y no lineal, por ello la suposición en los enfoques tradicionales constituye un error como se expone en la literatura (DeRousseau, 2018; Feng, 2020; Jiao, 2019), consecuentemente el cálculo de la RC con técnicas tradicionales resulta ser demasiado impreciso.

Para abordar la falta de precisión en la estimación de la RC usando enfoques estadísticos tradicionales, muchos investigadores han buscado mejores herramientas de predicción, como la inclusión del desarrollo de modelos usando algoritmos y métodos basados en aprendizaje automático en el campo de la ingeniería civil. Una revisión de trabajos que utilizan métodos de aprendizaje automático orientados al diseño de estructuras de concreto y la determinación del valor del factor más importante como resistencia a la compresión fue presentado por DeRousseau (DeRousseau, 2018), en donde se resalta la tendencia de utilizar técnicas de aprendizaje automático.

El aprendizaje automático (Machine learning, ML) se define como una rama del campo de la inteligencia artificial que busca dotar a las máquinas de la capacidad de aprender, entendido este como a la generalización del conocimiento a partir de un conjunto de experiencias. Típicamente ese conjunto de experiencias viene a ser datos que caracterizan el comportamiento de un sistema en general.

En comparación con los métodos de regresión tradicional, ML contiene una extensa cantidad de algoritmos, tales como, la máquina de soporte vectorial (support vector machine, SVM), árbol de decisión (decision trees), bosques aleatorios (random

forest), redes neuronales artificiales (artificial neural networks, ANN), procesos gaussianos y más, cuya aplicación está orientada a describir comportamientos complejos y no lineales para generar modelos no lineales que sean capaces de proporcionar resultados precisos, lo que muestra una ventaja obvia sobre los métodos de regresión tradicionales (Jiao y cols., 2019).

La metodología para llevar a cabo un trabajo utilizando técnicas de ML, consiste inicialmente en la obtención de la base de datos, que son los registros de los valores parámetros a considerar en la investigación bajo ciertas condiciones que caracterizan el comportamiento del sistema, (vale la pena remarcar que en ML los datos son el elemento principal de trabajo). En segunda instancia se lleva a cabo la descripción y análisis de datos que consiste en identificar las variables de entrada y la variable de salida, para luego llevar a cabo el proceso de particionado de la base de datos, en datos de entrenamiento y datos de prueba. Los datos de entrenamiento son usados para que el algoritmo genere un modelo, a partir de la información del comportamiento del sistema en estudio, a través de la obtención de valores de coeficientes o parámetros. El modelo obtenido, en teoría es capaz de describir el comportamiento del sistema, con el que se puede predecir valores futuros. La parte final consiste, en probar el modelo obtenido. utilizando los datos de prueba para predecir valores futuros. Los resultados obtenidos con el modelo se comparan con datos reales.

El grado de precisión del modelo generalmente se evalúa a través del error cuadrático medio, que es un estimador, que mide el promedio de los errores al cuadrado, es decir, la diferencia entre lo que se estima y los valores verdaderos.

En cuanto al uso de métodos basados en ML para la predicción de la resistencia a la compresión, se reportaron investigaciones basadas en el uso las redes neuronales artificiales (ANN) y la máquina de soporte vectorial (SVM).

El trabajo desarrollado por Naderpour (2018) consistió en predecir la resistencia a la compresión del hormigón con agregado reciclado, mediante el uso de ANN, en donde se utilizó seis parámetros de entrada tales como relación agua-cemento, absorción de agua, agregado fino, agregado grueso reciclado, agregado grueso

natural, relación agua - material total. Obteniendo un valor del error cuadrático medio de 0.004 (Naderpour y cols., 2018).

El trabajo de Golafshani (2020) predijo la resistencia a la compresión del hormigón ordinario y el hormigón de alto rendimiento, utilizando el algoritmo basado en árbol de decisiones. Las variables o parámetros de entrada que utilizó para hacer la predicción, fueron la cantidad de cemento, agua, cenizas volantes, escoria de alto horno, agregado grueso, agregado fino, superplastificante y número de días. La eficiencia en la predicción obtuvo un error cuadrático medio de 6.178. lo cual indica que no está tan mal.

Las técnicas basadas en ML expuestas en los trabajos mencionados antes, demandan mayor costo computacional, debido a que el grado de complejidad de los algoritmos desarrollados es alto, esto sumado a la gran cantidad de datos que requieren en la etapa de entrenamiento para obtener modelos precisos, hace que el costo computacional se incremente (se entiende costo computacional al requerimiento de ordenadores con mayor capacidad de memoria RAM, por ello que se busca también en la presente investigación, aportar con un método cuyo costo computacional sea el mínimo, aparte de realizar predicciones precisas.

Una revisión de técnicas novedosas para el diseño de materiales basada en aprendizaje automático fue reportado por Mosavi (2018), en el que se observa que la combinación de algoritmos de optimización con modelos de aprendizaje automático, ofrece ventajas en cuanto a precisión. El trabajo desarrollado por Sun (2019), consistió en Predecir la permeabilidad y resistencia a la compresión no confinada del concreto permeable utilizando regresión de vectores de soporte evolucionado, en el que se hizo una comparación de las eficiencias para predecir la resistencia a la compresión utilizando algoritmos de regresión lineal (RL), regresión lineal múltiple (RLM) y el algoritmo propuesto que es regresión de soporte vectorial evolucionado. Tal modelo obtuvo un error cuadrático medio de 0.218 frente a 0.758 y 0.794 de RL y RLM, respectivamente.

Un trabajo que vale la pena mencionar es el que fue reportado por Young (2019). en el que hace una comparación de la eficiencia para predecir la resistencia a la

compresión, en donde utiliza algoritmos optimizados de redes neuronales artificiales, bosques aleatorios, máquina de soporte vectorial y regresión lineal. los resultados arrojaron errores cuadráticos medios de 6.3, 5.7, 6.4 y 8.8, respectivamente la virtud de este trabajo es que enfatiza el uso de herramientas que ayuden a optimizar los parámetros internos de los algoritmos y que el grado de precisión de un modelo depende directamente de la cantidad de datos que se dispone para entrenar el algoritmo.

El trabajo presentado por Feng (2020) aplicó un algoritmo de impulso adaptativo (Adaptive boosting algorithm), en el que se utilizó la base de datos que se utiliza en la presente investigación, obteniendo un valor de 4.159 correspondiente al error cuadrático medio.

En cuanto a aplicaciones de procesos gaussianos para realizar predicciones (o estimaciones) de la resistencia a la compresión del concreto reforzado, se realizó un exhaustiva búsqueda, de la cual se obtuvo solo un artículo, que corresponde al reporte presentado por DeRousseau (2019), cuyos resultados no son tan buenos. No son buenos porque obtuvo valores de RMSE por sobre encima de 50 MPa. Es por eso es que, con la metodología propuesta en la presente investigación, se pretende mejorar los resultados reportados por DeRousseau (2019).

De acuerdo a la revisión de la literatura los procesos gaussianos tiene mucho que aportar, se intuye que los resultados desastrosos reportados en DeRousseau (2019), se debe a la falta del uso de algoritmos híbridos que incluya un proceso de optimización de hiper parámetros.

Al igual que en la literatura en el presente proyecto se pretende solucionar el problema de la no linealidad desde el enfoque puramente bayesiano. En ese sentido se propone utilizar algoritmos de procesos gaussianos para solucionar el problema a la regresión con relaciones no lineales.

Un proceso gaussiano (GP) es una colección de variables aleatorias, de las cuales cualquier número finito de procesos gaussianos tiene una distribución gaussiana conjunta (Rasmussen & Williams, 2006, p. 13) y se denota como.

$$f(x) \sim GP(m(x), k(x, x'))$$

Ecuación 1

donde $m(x)$ y $k(x, x')$ son las funciones, media y covarianza, respectivamente, denotados por:

$$m(x) = E[f(x)]$$

Ecuación 2

$$k(x, x') = E[(f(x) - m(x))(f(x') - m(x'))^T]$$

Ecuación 3

“Un proceso gaussiano define una distribución de probabilidad $p(f_{x_1}, \dots, f_{x_N})$ sobre un conjunto finito de puntos $X = x_1, \dots, x_{N_D}$, con media $m(X)$ y covarianza $K(X)$ y dado por $K_{i,j} = k(x_i, x_j)$. La regresión del proceso gaussiano es una forma de realizar regresiones no paramétricas. La idea clave es que, en lugar de postular una forma paramétrica para la función $f(x, \theta)$ y estimar los parámetros θ (como en la regresión paramétrica), suponemos que la función $f(x)$ es una muestra de un proceso gaussiano como se definió anteriormente” (Richardson, Osborne, & Howey, 2017).

A continuación, se expondrá las funciones de covarianza que se utilizan en el desarrollo del presente proyecto.

La función de covarianza exponencial al cuadrado está definida por la siguiente ecuación:

$$k(x_p, x_q) = \exp\left(-\frac{(x_p - x_q)^2}{2l^2}\right)$$

Ecuación 4

La elección más común de la función de covarianza es la función exponencial al cuadrado (squared exponential (SE)), algunas veces a esta función de covarianza se le conoce como función de base radial (Radial Basis Function, RBF). El kernel SE tiene características estacionarias, ya que la correlación entre puntos es puramente una función de la diferencia en sus entradas, $x - x'$ (Rasmussen & Williams, 2006). La elección del kernel SE supone que la función es muy suave (infinitamente diferenciable). Esta puede ser una condición demasiado estricta para muchos fenómenos físicos, por lo que una alternativa común es la clase de covarianza Matérn (Duvenaud, 2014).

Una función de covarianza de la familia Matérn puede adaptarse a las características no lineales del conjunto de datos. Si bien las funciones de covarianza Matérn son un tanto compleja como se puede ver en Rasmussen y Willyams (2006), son susceptibles a ser reducidas a funciones simples como el Matérn3/2 y el Matérn5/2.

La función Matérn 3/2 está definida por la siguiente ecuación.

$$K_{Ma3/2}(x_p, x_q) = \sigma_f^2 \left(1 + \frac{\sqrt{3}r}{\sigma_l}\right) \exp\left(-\frac{\sqrt{3}r}{\sigma_l}\right) \quad \text{Ecuación 5.}$$

Mientras que la función de covarianza Matérn5/2 se define por:

$$K_{Ma5/2}(x_p, x_q) = \sigma_f^2 \left(1 + \frac{\sqrt{5}r}{\sigma_l} + \frac{5r^2}{3\sigma_l^2}\right) \exp\left(-\frac{\sqrt{5}r}{\sigma_l}\right) \quad \text{Ecuación 6.}$$

Donde $r = \sqrt{(x_p - x_q)^T (x_p - x_q)}$ es la distancia euclidiana entre x_p y x_q y σ_l es la longitud de escala característica, mientras que σ_f es la desviación estándar de la señal (Duvenaud, 2014).

Otra función de covarianza que se utiliza en esta investigación es el kernel producto punto (más conocido en inglés como Dot-Product), este kernel no es estacionario y se puede obtener de la regresión lineal poniendo $N(0,1)$ a priori en los coeficientes de $x_d (d = 1, 2, 3, \dots, D)$ y un previo de $N(0, \sigma_0^2)$ sobre el sesgo. El kernel Dot-Product es invariante a una transformación de rotación de coordenadas sobre el origen, pero no es invariante a las transformaciones de traslación está parametrizado por un parámetro que controla la falta de homogeneidad del kernel. Para $\sigma_0^2 = 0$ el kernel es llamado el kernel lineal homogéneo, de lo contrario el kernel no es homogéneo (Rasmussen & Williams, 2006). El kernel está dado por.

$$k(x_p, x_q) = \sigma_0^2 + x_p \cdot x_q \quad \text{Ecuación 7.}$$

El kernel Dot-Product se combina usualmente con el kernel exponencial al cuadrado.

Más funciones de covarianza que pueden ser utilizados como núcleo de un GP, tal como el racional cuadrático o el periódico se pueden encontrar en Rasmussen y Williams (2006).

Los núcleos compuestos se pueden crear mediante transformaciones afines de las funciones de covarianza individuales. En el presente proyecto de investigación se presentará la adición y el producto de funciones de covarianza, para crear núcleos compuestos de GP, ya que se espera que sean capaces de emular el comportamiento no lineal de la estructura compleja de los componentes del hormigón. La referencia Duvenaud (2014), proporciona una discusión más detallada de la composición del núcleo y también aborda el tema de la automatización de la elección de los núcleos.

“Al sumar funciones de covarianza, los datos se modelan como una superposición de funciones independientes. Esto puede interpretarse como diferentes procesos que operan a diferentes escalas de entrada y/o salida” (Duvenaud, 2014).

Hasta el momento se ha mostrado una amplia revisión de la literatura. Los resúmenes y las conclusiones demuestran que aún existen la posibilidad de mejorar e implementar nuevas metodologías con procesos gaussianos para lograr el objetivo de la presente investigación que es el de usar procesos gaussianos para mejorar la precisión en la predicción de la resistencia a la compresión. Se observó que se ha explorado muy poco la inclusión de la composición de funciones de covarianza en los núcleos de los procesos gaussianos para su aplicación en la predicción de la RC. Adicionalmente a lo anterior se observó que la inclusión de un proceso de optimización de hiper parámetros es necesario. Es por ello que en el método propuesto se incluye un optimizador que se denomina optimizador optuna el cual se extrae de la librería de Python

La generación de modelos para la predicción de la resistencia a la compresión del concreto, depende principalmente de datos de cantidad de cemento, cantidad de agregado fino, agregado grueso, agua, cenizas volantes, tiempo de fraguado. El trabajo experimental para la extracción de los datos antes mencionados, fue llevado a cabo por Yeh (2009) del departamento de gestión de la información de la

universidad de Chung-Hua de Taiwan, los datos están disponibles en el repositorio de datos de la UCI, cuya dirección web, es la siguiente: <https://archive.ics.uci.edu/ml/index.php>

Con el objetivo de aclarar algunas dudas se definirá el significado de algunos términos.

Factor de Carga

El factor de carga, se define como la relación que existe entre la carga media en un sistema durante un periodo específico de tiempo y la carga máxima que se produzca en ese periodo. Los factores de carga tienen el propósito de dar seguridad adecuada contra un aumento en las cargas de servicio más allá de las especificaciones en el diseño, para que sea sumamente improbable la falla. Adicionalmente los factores de carga también ayudan a asegurar que las deformaciones bajo cargas de servicio no sean excesivas.

El Cemento

El cemento es un polvo fino que se obtiene de la calcinación a 1,450°C de una mezcla de piedra caliza, arcilla y mineral de hierro. El producto del proceso de calcinación es el Clinker principal ingrediente del cemento, que se muele finamente con yeso y otros aditivos químicos para producir cemento. El cemento al ser mezclado con agregados pétreos (grava y arena) y agua, se crea una mezcla uniforme, maleable y plástica que fragua y se endurece, adquiriendo consistencia pétreo, denominada concreto u hormigón. Su uso está muy generalizado en la construcción y la ingeniería civil.

Error Cuadrático Medio

El error cuadrático medio. Es un estimador que indica el grado de desviación de los resultados. Esto cuantifica cuanto se aleja los valores estimados (por el modelo) de los valores reales.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_j - \hat{y}_j)^2} \quad \text{Ecuación 8.}$$

Los indicadores que también se utilizan generalmente para comparar el grado de precisión que alcanza el modelo en las predicciones las mismas que utilizaron Alencar, Carvalho, Koenders, Mourão y Rocha (2017), Bui, Nguyen Chou, Nguyen-Xuan y Ngo (2018); Golafshani, Behnood y Arashpour (2020), son. El error absoluto porcentual medio y el error absoluto medio, cuyas ecuaciones son las siguientes.

$$MAPE = \frac{100\%}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{P_i - T_i}{T_i} \right| \quad \text{Ecuación 9.}$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |P_i - T_i|}{n} \quad \text{Ecuación 10.}$$

Donde P_i , son los valores que predice el modelo, T_i , son los valores de prueba y n representa la cantidad total de la muestra evaluada.

Otro indicador importante utilizado en la etapa de descripción de los datos es el coeficiente de determinación. Utilizado principalmente para evaluar el grado y correlación entre las variables, cuyo valor fluctúa entre -1 y 1, un valor próximo a 1 indica que existe una correlación positiva, mientras que un valor próximo a -1 indica la existencia de una correlación negativa. La forma de la ecuación para el coeficiente de determinación es la siguiente.

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - Y'_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y'_i - \bar{Y}')^2} \quad \text{Ecuación 11.}$$

Donde \bar{Y}' , es el valor promedio de los datos en estudio.

La selección del núcleo de los procesos gaussianos se lleva a cabo haciendo uso de un indicador llamado el logaritmo de la probabilidad marginal (Negative Log Marginal Likelihood, NLML), este indicador brinda información cuantificada del grado de sobreajuste del modelo a los datos de entrenamiento. El grado de sobreajuste indica la capacidad del modelo para adaptarse a otro conjunto de datos diferente a los datos de entrenamiento y a los datos de prueba. La forma como se determina el valor de este coeficiente está documentado en la tesis de Duvenaud (2014, p. 3)

Ahora bien, con la presente investigación se desea generar como producto final una aplicación desarrollada a través del desarrollo de algoritmos en el entorno de programación de Python.

Python, es un lenguaje de programación de alto nivel, orientado a objetos, con una semántica dinámica integrada principalmente para el desarrollo web y de aplicaciones informáticas (VanderPlas, 2016). Es muy atractivo en el campo del desarrollo rápido de aplicaciones, porque su desarrollo es relativamente fácil de aprender ya que requiere una sintaxis única que se centra en la legibilidad. Los desarrolladores pueden leer y traducir el código Python mucho más fácilmente que otros lenguajes.

Por otro lado, uno de los beneficios más importantes de Python es que tanto la librería estándar como el intérprete están disponibles gratuitamente, tanto en forma binaria como en forma fuente, además el desarrollo de aplicaciones se puede llevar a cabo en muchas plataformas disponibles y gratuitas, como en la plataforma Kaggle, Github, y python, etc.

III. METODOLOGÍA

3.1. Tipo y Diseño de Investigación

Tipo de investigación:

En una investigación aplicada el objetivo es encontrar estrategias que puedan ser empleadas en el abordaje de un problema específico. La investigación aplicada se nutre de la teoría para generar conocimiento práctico (Chawla & Sondhi, 2015, p. 123).

Ya que en la presente investigación se hace uso de procesos gaussianos los cuales forman parte de métodos bayesianos, que corresponde a conocimientos básicos de teoría de probabilidades, que a partir del cual se desarrolla un modelo para estimar la resistencia a la compresión aplicado en el diseño de estructuras de concreto armado, lo cual sirve de sustento para afirmar que la presente investigación es aplicada.

Nivel de investigación:

El nivel de explicación explicativa se encarga de establecer relaciones de causa efecto que permiten hacer generalizaciones que puedan extenderse a realidades diferentes (Sánchez, Reyes, & Mejía, 2018, p. 80).

La presente investigación se enfoca en establecer una relación de causa efecto entre la aplicación de procesos gaussianos y el mejoramiento en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado. Por ello el nivel de investigación es explicativa.

Enfoque de Investigación:

La investigación cuantitativa ahonda en los fenómenos a través de la recopilación de datos y se vale del uso de herramientas matemáticas, estadísticas e informáticas para medirlos. Lo que permite hacer conclusiones generalizadas que pueden ser proyectadas en el tiempo (Chawla & Sondhi, 2015, p. 32).

Los datos recopilados para el desarrollo del presente proyecto fueron resultado de los experimentos llevados a cabo en laboratorio y posteriormente donados por los autores. A partir de dichos datos se pretende realizar conclusiones generalizadas y medirlas cuantitativamente, además de utilizar métodos estadísticos y

probabilísticos para obtener los modelos de regresión. Por todo lo expuesto, se concluye que la presente investigación tiene un enfoque cuantitativo.

Diseño de Investigación:

Es experimental, porque se va a manipular la variable independiente, (o se va a controlar) para obtener el mejor de los resultados (para beneficiar a la variable dependiente) (Chawla & Sondhi, 2015, p. 69). En este caso se manipulará procesos gaussianos para ver el efecto que produce en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado.

3.2. Variables y Operacionalización

Una variable es una característica o cualidad, magnitud o cantidad, que puede experimentar cambios, el cuales sujeto de análisis, medición, manipulación o puede ser controlada en una investigación (Carballo & Guelmes, 2016). En la presente investigación se tiene como variables las siguientes:

Variable Dependiente:

Mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado.

Variable Independiente:

Aplicación de procesos gaussianos.

Esto quiere decir que un proceso gaussiano optimizado permitirá obtener un modelo óptimo ajustado a un conjunto de datos, el cual permitirá estimar de forma precisa la resistencia a la compresión del concreto reforzado. La matriz de operacionalización se muestra en el Anexo 1.

Definición conceptual:

El propósito de la presente investigación es obtener un modelo, que permita determinar la resistencia a la compresión del concreto armado, con un alto grado de precisión haciendo uso de procesos gaussianos. Los procesos gaussianos se pueden implementar en diferentes lenguajes de programación, como Matlab, C++, R, y Python. En este caso se desarrollará el modelo basado en procesos gaussianos

utilizando la librería sklearn de Python. La obtención de un modelo preciso depende en gran medida de la optimización de los parámetros del proceso gaussiano. Por ello la variable dependiente es la obtención del modelo eficiente para estimar la resistencia a la compresión, mientras que la variable independiente es proceso gaussiano optimizado, obtenido e implementado con algoritmos en Python, todo lo anterior se plantea en base a estudios previos descritos en la literatura (DeRousseau et al., 2019).

Definición operacional:

En la sección anterior se determinó que la variable dependiente es la obtención de un modelo eficiente para determinar la resistencia a la compresión. La eficiencia del modelo se mide realizando la comparación de los resultados de estimación de la resistencia a la compresión obtenida por el modelo con los valores reales (datos reales de la resistencia a la compresión).

Indicadores:

El indicador para medir el grado de precisión del modelo, el que a la vez indica la eficiencia del modelo obtenido, es el error cuadrático medio, el que permite también comparar con la eficiencia con otros modelos para determinar, cual modelo es mejor.

3.3. Escala de medición:

El error cuadrático medio es un número real mayor igual que cero, donde el valor cero indica que el modelo es perfecto. Un error cuadrático más próximo a cero indica un modelo eficiente. Por ello la escala de medición es ordinal.

3.4. Población, Muestra, Muestreo y Unidad de Análisis

Población: Está constituida por el conjunto de experimentos realizados en laboratorio variando la proporción de los componentes del hormigón para registrar la variación de la resistencia a la compresión. Por consiguiente, el número de experimentos representa al número de elementos de la población, cuyas características de cada experimento son: Cemento, escoria de alto horno, cenizas volantes, agua, superplastificante, agregado grueso, agregado fino, edad,

resistencia a la compresión del concreto. El experimento fue realizado por Yeh, I-Cheng (Yeh, Lien, Peng, & Lien, 2010) en el laboratorio del departamento de ingeniería civil de la universidad de Chung-Hua - Taiwan, los cuales se encuentran disponibles en el siguiente link. <https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Concrete+Compressive+Strength>

Criterios de inclusión: Se incluye los elementos que no tengan valores perdidos (NA), de la base de datos descargada de la dirección web proporcionada en la anterior sección.

Criterios de exclusión: Se excluye elementos con valores perdidos (NA) de la variable (característica o parámetro) correspondiente a la resistencia a la compresión.

Muestra: La cantidad total de elementos de la población se divide en dos partes, las cuales son los datos de entrenamiento, que corresponde al 70 por ciento del total de elementos y el 30 por ciento es utilizado para la evaluación del modelo.

Muestreo: Los criterios de selección de la muestra con la cual se va a entrenar el algoritmo y del cual se obtendrá el modelo está estandarizado y es una práctica común de los criterios adoptados en las investigaciones orientados a aplicar aprendizaje automático (Machine Learning)

Se cuenta con total de 1030 registros (o elementos). Los cuales están conformados por registros con valores de los nueve parámetros mencionados en la sección anterior, dentro de los 9 parámetros se encuentra La resistencia a la compresión

3.5. Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos

Como se mencionó en secciones anteriores los datos están disponibles en el repositorio de aprendizaje automático y sistemas inteligentes, los cuales fueron donados por Yeh (2009), cuyo instrumento de recolección de datos corresponde a instrumentos y procedimientos específicos propios de cada disciplina, el cual consiste en la utilización de herramientas específicas para obtener los datos a través de la medición y observación (Chawla & Sondhi, 2015, p. 11; Hernández, Feránadez, & Baptizta, 2014, p. 253), El procedimiento llevado a cabo por Yeh (2009), consistió en la utilización de un esclerómetro para medir la resistencia a la

compresión del concreto, cuando una briqueta de concreto es sometida a una máquina de presión, hasta alcanzar la fractura de la misma. Mientras que la técnica de recolección de datos que corresponde a la presente investigación es la de análisis documental según Rubio Liniers (2004), el cual consiste en la descripción y análisis de la base de datos obtenida de fuentes externas.

3.6. Procedimientos

La recolección de datos se llevó a cabo a través del análisis documental como lo sugiere Rubio Liniers (2004). La base de datos fue descargada del repositorio de ciencia de datos, cuya dirección web es la siguiente:

<https://archive.ics.uci.edu/ml/index.php>.

Esto es un resumen de la base de datos se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1.

Resumen de la base de datos.

Nro. de registro	Cemento (Kg)	Escoria de Alto horno (Kg)	Ceniza Volante (Kg)	Agua	Superplastificante (Kg)	Agregado Grueso (Kg)	Agregado Fino (Kg)	Tiempo (días)	Resistencia a la Compresión (MPa)
1	540	0	0	162	2.5	1040	676	28	79.98611
2	540	0	0	162	2.5	1055	676	28	61.88736
3	332.5	142.5	0	228	0	932	594	270	40.26953
.
.
.
1029	159.1	186.7	0	175.6	11.3	989.6	788.9	28	32.76803
1030	260.9	100.5	78.3	200.6	8.6	864.5	761.5	28	32.40123

Lo que se desea, es generar un modelo preciso, un modelo que se adapte a la estructura de datos y que sea capaz de estimar la resistencia a la compresión del concreto a partir de los siguientes parámetros: cemento, escoria de alto horno, cenizas volantes, agua, superplastificante, agregado grueso, agregado fino, edad, resistencia a la compresión del concreto. El proceso de partición de los datos se

muestra en la Figura 1. En donde se observa que la cantidad total de registros de la base de datos (que corresponde a 1030 registros), fueron divididos, en primera instancia en datos de **primera partición** y datos de **validación**, los cuales están divididos de forma proporcional a 70 y 30 por ciento respectivamente. En segunda instancia los datos de la **primera partición** fueron divididos en datos de **entrenamiento** y datos de **prueba** en una proporción de 70 y 30 por ciento respectivamente. Con el setenta por ciento de los datos que corresponde a los datos de entrenamiento se procede a entrenar el algoritmo para obtener el modelo, el treinta por ciento de los datos correspondiente a los datos de prueba fueron utilizados para evaluar la precisión modelo y obtener los parámetros optimizados. Mientras que los datos de validación fueron utilizados para evaluar la precisión final del modelo a la hora de estimar la resistencia a la compresión con datos desconocidos para el modelo.

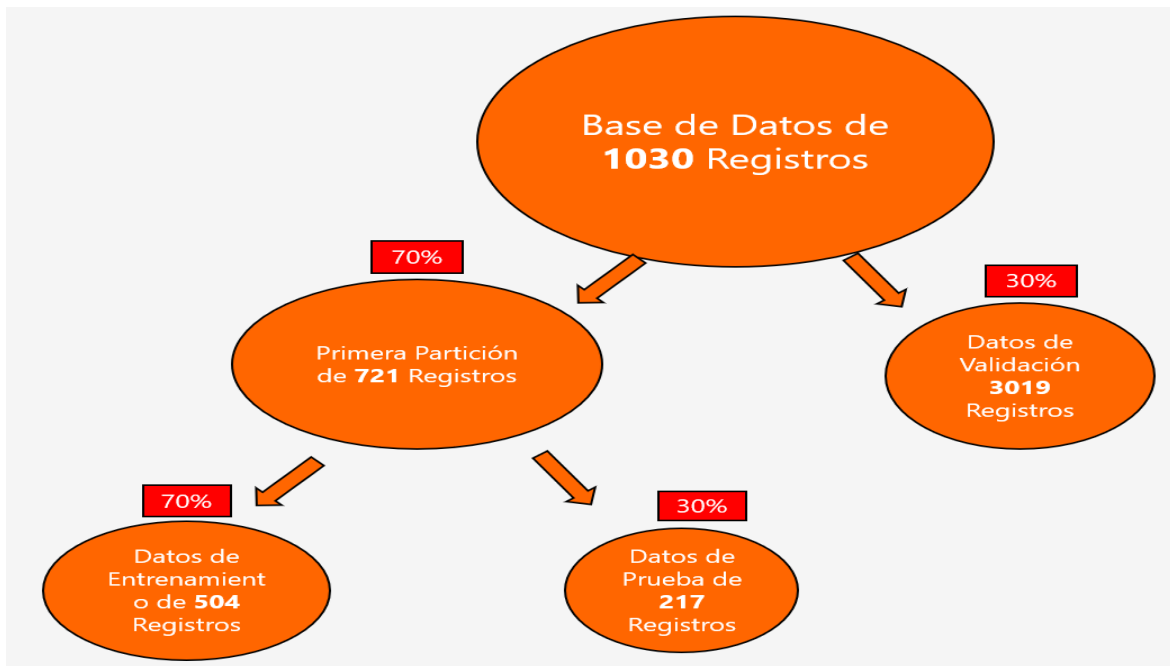


Figura 1. Diagrama de Partición de la Base de Datos.

El comportamiento y la adaptabilidad del modelo a una estructura de datos depende en gran medida de la composición del núcleo. Este núcleo está compuesto por

funciones de covarianza o la combinación multiplicativa y aditiva de funciones de covarianza.

Por otro lado, la manipulación de las variables queda de la siguiente manera. Se realiza variaciones en la estructura del proceso gaussiano para observar cambios (o variaciones) en la precisión de la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado. Estas variaciones en la estructura del proceso gaussiano, se lleva a cabo manipulando el núcleo (o kernel) del proceso gaussiano a través de la composición de las funciones de covarianza, como se observa en el esquema ilustrativo de la Figura 2, el cual indica que la eficiencia del proceso gaussiano depende de las características de su núcleo. La estructura del núcleo depende del tipo de función de covarianza.

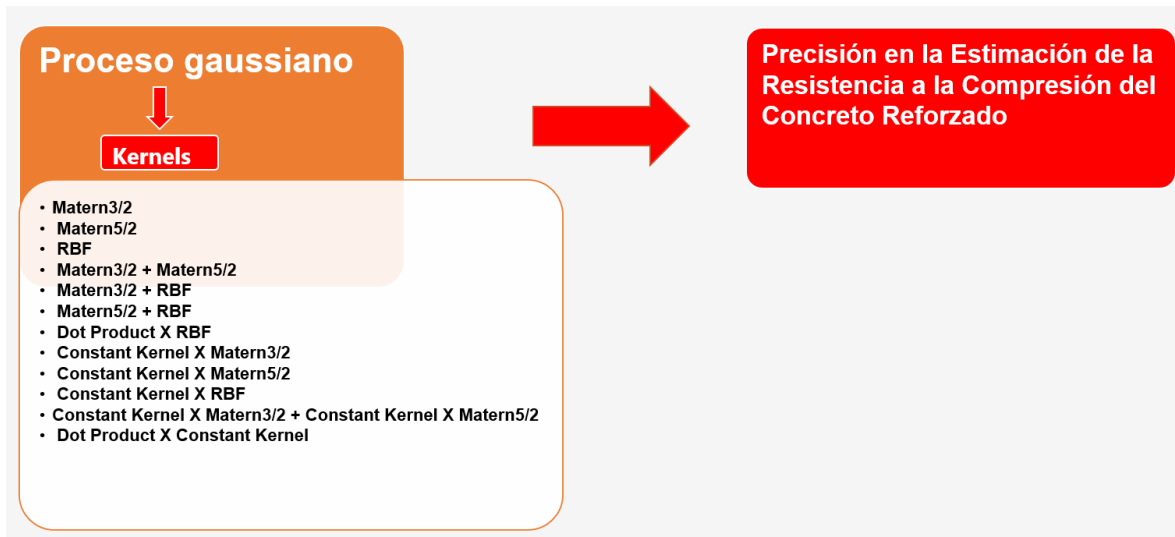


Figura 2. Esquema de Control de Variables.

Según el diagrama que muestra la Figura 2. Cada núcleo o kernel, permite generar un modelo distinto. En total se tiene 12 kernels, los cuales son incorporados como núcleo del proceso gaussiano. Su aplicación sobre una base de datos bien estructurada genera modelos, que son capaces de describir el comportamiento de las variaciones de la resistencia a la compresión de la estructura.

3.7. Métodos de Análisis de Datos

Se trata de encontrar un modelo de regresión no lineal, que describa el comportamiento no lineal de la relación que existe entre la resistencia a la compresión y los componentes del hormigón. Por ello a partir de los datos

mencionados en la subsección anterior. Se llevará a cabo el análisis descriptivo de los datos, para distinguir las características del conjunto de datos. Se estudiará el grado de correlación que guardan los parámetros mencionados en la sección anterior. Para finalizar se llevará a cabo el análisis predictivo a través de la identificación de relaciones entre las variables en eventos pasados, para luego a través de las relaciones establecidas predecir posibles resultados en futuras situaciones.

El análisis que se lleva a cabo en la presente investigación pasa por llevar a cabo un análisis descriptivo hasta concluir en un análisis inferencial, ya que el producto final es aportar con un modelo de regresión (un modelo predictivo), que permite determinar la resistencia a la compresión antes de llevar a cabo el experimento físico. El método que se desarrolló se muestra en la Figura 3, en donde el proceso inicia con el particionado de la base de datos en datos de entrenamiento, datos de prueba y datos de validación. Los datos de entrenamiento son utilizados en el proceso gaussiano para generar un modelo inicial para luego ser optimizado utilizando los datos de prueba a través del uso de la herramienta informática optuna, el mismo que forma parte de la librería de optuna. La optimización se lleva a cabo minimizando el error cuadrático medio para generar un modelo con sus hiper parámetros optimizados. En total se desarrolló 12 modelos basados en procesos gaussianos. Por otro lado, el proceso final que corresponde a la elección del mejor modelo (o al menos de los 5 mejores modelos), que consiste en estimar (u obtener) la resistencia a la compresión con los 12 modelos utilizando como datos de entrada las características de los datos de validación y compararlas con los valores reales, que son los valores de la resistencia a la compresión de los datos de validación. Esta comparación se llevó a cabo haciendo uso de indicadores como el logaritmo de la probabilidad marginal y el error cuadrático medio.

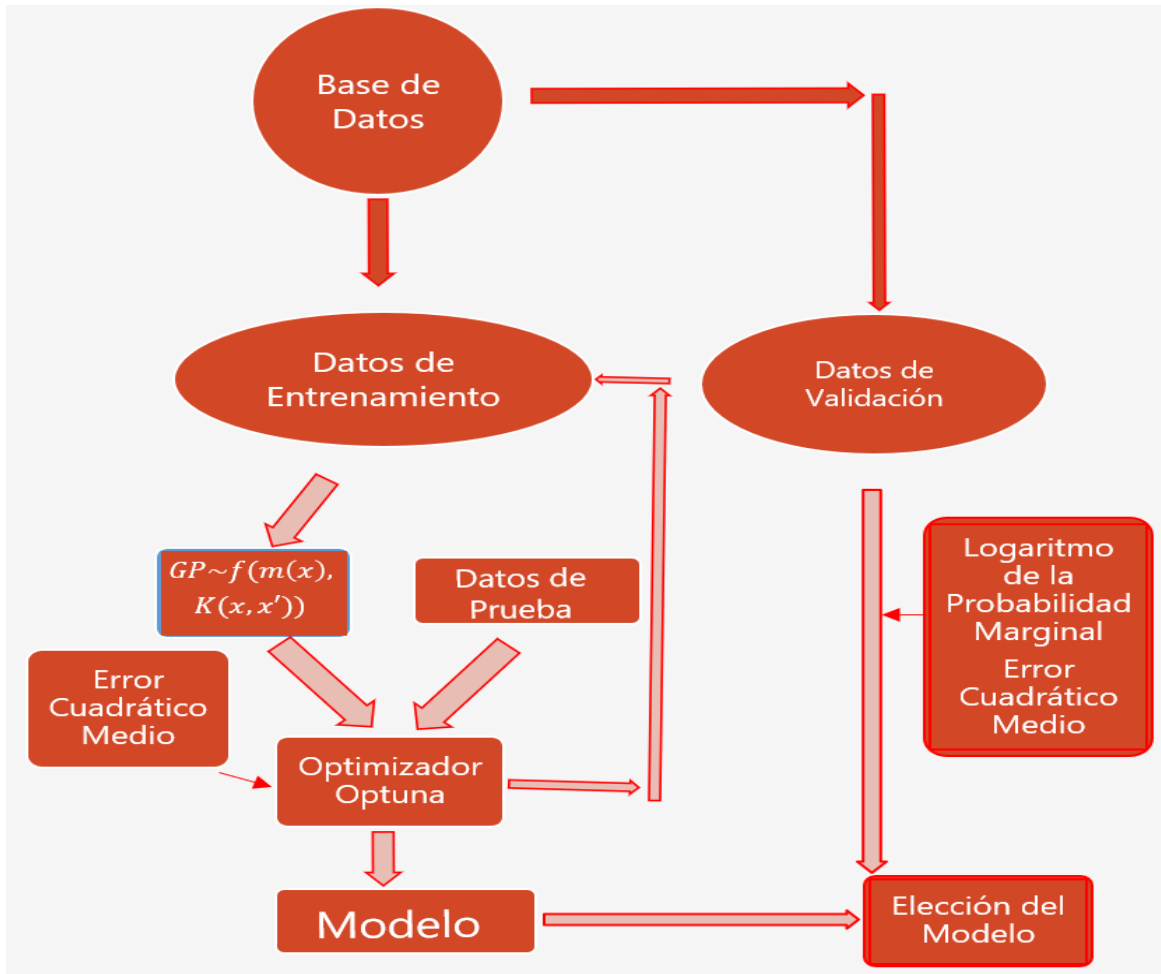


Figura 3. Diagrama del Método.

Para alcanzar el nivel inferencial es necesario elaborar o desarrollar o generar a partir de la base de datos modelos predictivos. Con ese propósito el uso y la aplicación del método propuesto en el diagrama de flujo de la Figura 3. La generación de modelos de predicción que es capaz de adaptarse a las características de los datos recopilados y presentados, se llevó a cabo con la generación de algoritmos. El algoritmo desarrollado en pseudo código, se muestra en la figura Figura 4, Figura 5 y Figura 6. La figura 4 muestra el algoritmo donde se genera un diccionario que contiene 12 kernels o nucleos de covarianza, que serán utilizados en el proceso gaussiano. En el algoritmo se muestra que las funciones de covarianza Matern 3/2 y Matern 5/2, llevan inicializado su parámetro

de longitud inicial en 1, esto quiere decir a q partir de 1 el algoritmo de optimización iniciará con la búsqueda del valor óptimo.

```
KERNELS = {1: Matern3/2( $\sigma_L=1$ ),  
          2: Matern5/2 ( $\sigma_L=1$ ),  
          3: RBF,  
          4: Matern3/2 ( $\sigma_L=1$ ) + Matern5/2 ( $\sigma_L=1$ ),  
          5: Matern3/2 ( $\sigma_L=1$ ) + RBF,  
          6: Matern5/2 ( $\sigma_L=1$ ) + RBF,  
          7: Dot Product X RBF,  
          8: Constant Kernel X Matern3/2 ( $\sigma_L=1$ ),  
          9: Constant Kernel X Matern5/2 ( $\sigma_L=1$ ),  
         10: Constant Kernel X RBF,  
         11: Constant Kernel X Matern3/2 ( $\sigma_L=1$ ) +  
            Constant Kernel X Matern5/2 ( $\sigma_L=1$ ),  
         12: Dot Product X Constant Kernel}
```

Figura 4. Diccionario de kernels de covarianza.

Seguidamente en la Figura 5, se muestra un bucle “Para” (en código de programación es un bucle for), La primera línea de pseudo código da la orden que recorra cada elemento del diccionario **KERNELS** asignándole al contador “i” un kernel (de la Figura 4) por iteración, dentro del bucle se definió una función en donde se establece los hiper parámetros a considerar en el diccionario denominado como el objeto **hiper**. El objeto hiper contiene a **KERNELS[i]**, que viene a ser el primer, segundo o tercer elemento del diccionario **KERNELS**, eso depende del número de iteración que se esté ejecutando, también se encuentran los hiper parámetros **alpha**, **n_restarts_optimizer**, **normalize_y** y **random_state**, luego se establece un objeto que se denomina GP al que se le asigna la función de regresión del proceso gaussiano al que se le insertó los hiper parámetros

establecidos en el objeto **hiper**, luego se procede a llevar a cabo el entrenamiento del algoritmo con la sentencia GP. Ajuste haciendo uso de los datos de entrenamiento que son **X_entrenamiento** e **y_entrenamiento**, aquí **X_entrenamiento** es un vector de 8 dimensiones o un arreglo de 8 columnas, que corresponden a los parámetros de entrada que son: Cemento, escoria de alto horno, cenizas volantes, agua, superplastificante, agregado grueso, agregado fino y Tiempo de dosificado, mientras que **y_entrenamiento** es un vector de una sola dimensión, que corresponde a la Resistencia a la compresión.

Una vez llevado a cabo el entrenamiento se infiere que ya se obtuvo un modelo de proceso gaussiano, el cual está pre dispuesto para llevar a cabo la predicción. o cual se consigue llevar a cabo con la sentencia GP.Predicción usando datos de prueba.

La sentencia GP. Predicción (**X_prueba**, **std = Verdadero**) significa que se llevará a cabo la predicción, utilizando como datos de entrada el arreglo de 8 columnas (o vector de 8 dimensiones) **X_prueba**, con **std = Verdadero** (significa que también calculará la desviación estándar de cada estimación) y los almacenará en los objetos **Y_estimado** y **DS**. Una vez que ya se obtuvo las predicciones en el objeto **Y_estimado**, ya se puede determinar el valor de RMSE utilizando el resultado **Y_estimado** e **y_prueba**. La sentencia **Resultado** (**rmse**) indica que la función **Objetivo** dará como resultado el valor de RMSE obtenido en todo el proceso. Ahora bien, la sentencia Regresión del Proceso Gaussiano internamente lleva un algoritmo de optimización denominado L-BFGS (que corresponden a los métodos de optimización cuasi newton), el cual no están riguroso en la optimización de los hiper parámetros. Por ello se acude a una segunda instancia de optimización utilizando el optimizador **optuna**, creando un caso de estudio. La línea de pseudo código **Optuna Crea un caso de estudio** (**minimizar, Objetivo, 100**), indica que se llevará a cabo un estudio con **optuna** en el que el objetivo es minimizar el resultado de la función objetivo (que es el RMSE) con 100 iteraciones para obtener como resultado los mejores valores de los hiper parámetros, hiper parámetros que corresponde al valor mínimo de RMSE.

Para i en KERNELS:

Define una función (Objetivo):

```
hiper = {( KERNELS[i]), (alpha,10-10 ,103),  
          (n_restarts_optimizer ,0,20),  
          (normalize_y , [True]),  
          ( random_state,0,1000)}
```

GP = Regresión del Proceso Gaussiano (hiper)

GP. Ajuste (X_entrenamiento, y_entrenamiento)

Y_estimado, DS = GP. Predicción (X_prueba, std=Verdadero)

rmse = (Error medio al cuadrado (y_prueba,Y_estimado))^(1/2)

Resultado (rmse)

Optimizador Optuna

Optuna Crea un caso de **estudio** (minimizar, **Objetivo, 100**)

Mejores hiper parámetros del estudio:

Mejor: **alpha**

Mejor: **n_restarts_optimizer**

Mejor: **normalize_y**

Mejor: **random_state**

Figura 5. Desarrollo del algoritmo.

Una vez obtenido los mejores hiper parámetros con el optimizador optuna. Se procede a establecer el proceso gaussiano con los mejores hiper parámetros con la sentencia Regresión del Proceso Gaussiano(**Mejores hiper parámetros del estudio**) y a asignarle al objeto M gp el proceso establecido, como se muestra en la línea de pseudo código (1) de la Figura 6. La sentencia M gp. **Ajuste** permite el entrenamiento del algoritmo y la obtención del modelo con datos de entrenamiento (X_entrenamiento, y_entrenamiento). Obtenido el modelo en la etapa de entrenamiento, se procede a llevar a cabo las estimaciones de la RC con datos de prueba y con datos de validación. Vale aclarar que todas las etiquetas referentes a

y o Y corresponde a RC, como por ejemplo `y_estimado_prueba`: corresponde a valores estimados de RC con los datos de prueba.

```
(1) M gp = Regresión del Proceso Gaussiano(Mejores hiper parámetros del estudio)
(2) M gp. Ajuste (X_entrenamiento, y_entrenamiento)
(3) y_estimado_prueba, DS_prueba = M gp.predict(X_prueba, std=True)
(4) y_estimado_validación, DS_val = M gp.predict(X_validación, std=True)
```

Figura 6. Predicciones o estimaciones de la RC.

En la Figura 4, Figura 5 y Figura 6 se menciona a los hiper parámetros. Estos hiper parámetros son considerados internamente en el algoritmo entregado por los desarrolladores. El significado de los hiper parámetros considerados son los siguientes.

alpha: son los valores correspondientes al nivel de ruido que se desea agregar valores más grandes corresponden a un mayor nivel de ruido en las observaciones.

n_restarts_optimizer: El número de reinicios del optimizador para encontrar el kernel con parámetros que maximizan el logaritmo de la probabilidad marginal.

normalize_y: Puede ser verdadero, pero se mantiene como predeterminado: falso. Si los valores objetivo “y” están normalizados, es decir, la media de los valores objetivo observados se vuelven cero. Este parámetro debe establecerse en Verdadero si se espera que la media de los valores objetivo difiera considerablemente de cero. Cuando está habilitada, la normalización modifica efectivamente el a priori del GP basado en los datos, lo que contradice el principio de probabilidad; Por tanto, la normalización está desactivada por defecto.

random_state: representa a el grado de aleatoriedad.

El procesamiento de los datos permite visualizar la estructura de los datos, como por ejemplo permite observar el comportamiento de la variación de la resistencia a la compresión en el tiempo. La Figura 7, es una representación en serie temporal de la evolución de la resistencia a la compresión con respecto al tiempo de fraguado de la mezcla de hormigón. Se puede observar también que en la Figura 7, se ploteó

cinco series temporales que corresponde a 5 experimentos, en la parte inferior derecha se muestra el ploteo de las curvas temporales de casi todos los experimentos, cabe aclarar que cada experimento tiene características distintas en la composición de la mezcla del hormigón.

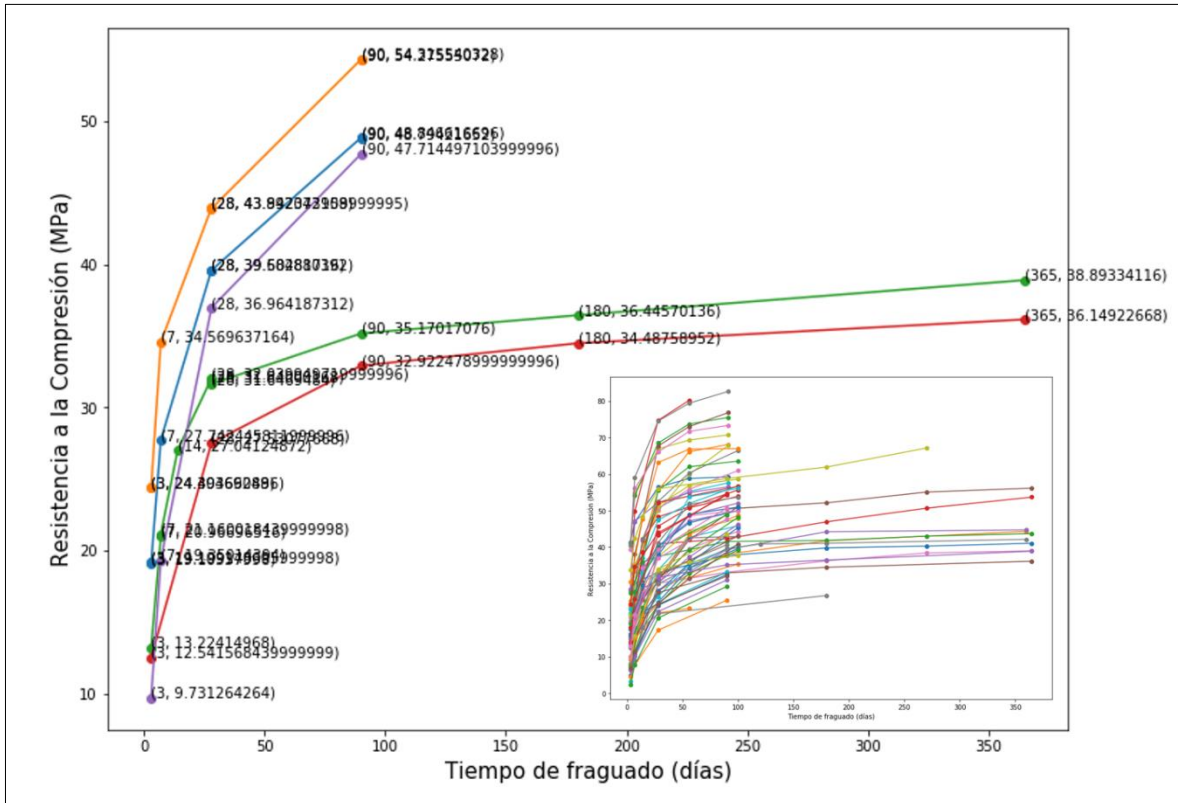


Figura 7. Evolución de la resistencia a la compresión en el tiempo.

La Figura 7, es una representación en serie temporal de la evolución de la resistencia a la compresión con respecto al tiempo de dosificado de la mezcla de hormigón. La concepción tradicional de la evolución de la tasa de crecimiento de la resistencia a la compresión sostiene que alcanza su máximo a los 28 días. Pero si se observa en la Figura 7, en algunos experimentos la tasa de crecimiento es considerablemente pronunciada hasta el día 90.

Tabla 2.
Descripción de variables.

	Cemento (Kg/m ²)	Escoria de Alto horno (Kg/m ²)	Cenizas Volantes (Kg/m ²)	Agua (Kg/m ²)	Super plastificante (Kg/m ²)	Agregado Grueso (Kg/m ²)	Agregado Fino (Kg/m ²)	Tiempo (días)	Resistencia a la Compresión (MPa)
C	1030	1030	1030	1030	1030	1030	1030	1030	1030
Me	281.166	73.8955	54.1871	181.57	6.2031	972.92	773.58	45.66	35.818
DS	104.507	86.2791	63.9965	21.356	5.9735	77.754	80.175	63.17	16.706
Min	102	0	0	121.75	0	801	594	1	2.3318
25%	192.375	0	0	164.9	0	932	730.95	7	23.707
50%	272.9	22	0	185	6.35	968	779.51	28	34.443
75%	350	142.95	118.27	192	10.16	1029.4	824	56	46.136
Max	540	359.4	200.1	247	32.2	1145	992.6	365	82.599

La descripción de los datos permite ver las características estadísticas de las variables de entrada y variables de salida den la Tabla 2. Se puede visualizar las características como cantidad de elementos () que tiene cada variable (que representa a la castidad total de registros) que se observa en la fila con índice “**c**”, el índice “**Me**” representa a la media (o valor medio) de los valores obtenidos por cada variable, “**DS**” es la desviación estándar, “**Min**” es el valor mínimo presente en todo el registro de datos correspondiente a cada variable, “**Max**” el valor máximo registrado de cada variable y los índices “**25%**”, “**50%**”, “**75%**” representan al primer cuartil, segundo cuartil y tercer cuartil. Se puede observar en la Tabla 2, que algunas variables, como escoria de ato horno, cenizas volantes y superplastificante presentan valores mínimos de cero. Esto indica existen experimentos en que no se

incluyó dicha variable, esto significa que, en algunos experimentos, la mezcla de hormigón no contiene dicho elemento (que puede ser ceniza volante escoria de alto horno o superplastificante), respecto a los cuartiles en la Tabla 2. Se observa que en el 25 por ciento de los experimentos aproximadamente no se incluyó escoria de alto horno ni superplastificante como lo muestra el índice del primer cuartil de la Tabla 2. El tercer cuartil indica que el 50 por ciento de los experimentos aproximadamente muestra que no se incluyó cenizas volantes en la mezcla de hormigón. Se puede observar también en la fila de “DS”, que corresponde a cantidad de cemento presenta mayor grado de dispersión. Esto quiere decir que en todo el conjunto de experimentos realizados la cantidad de cemento que se aplicó es bien diverso.

Como parte del análisis descriptivo de los datos, adicionalmente se llevó a cabo el ploteo de la distribución estadística de cada uno de los parámetros considerados en la base de datos. El resultado se muestra en la Figura 8

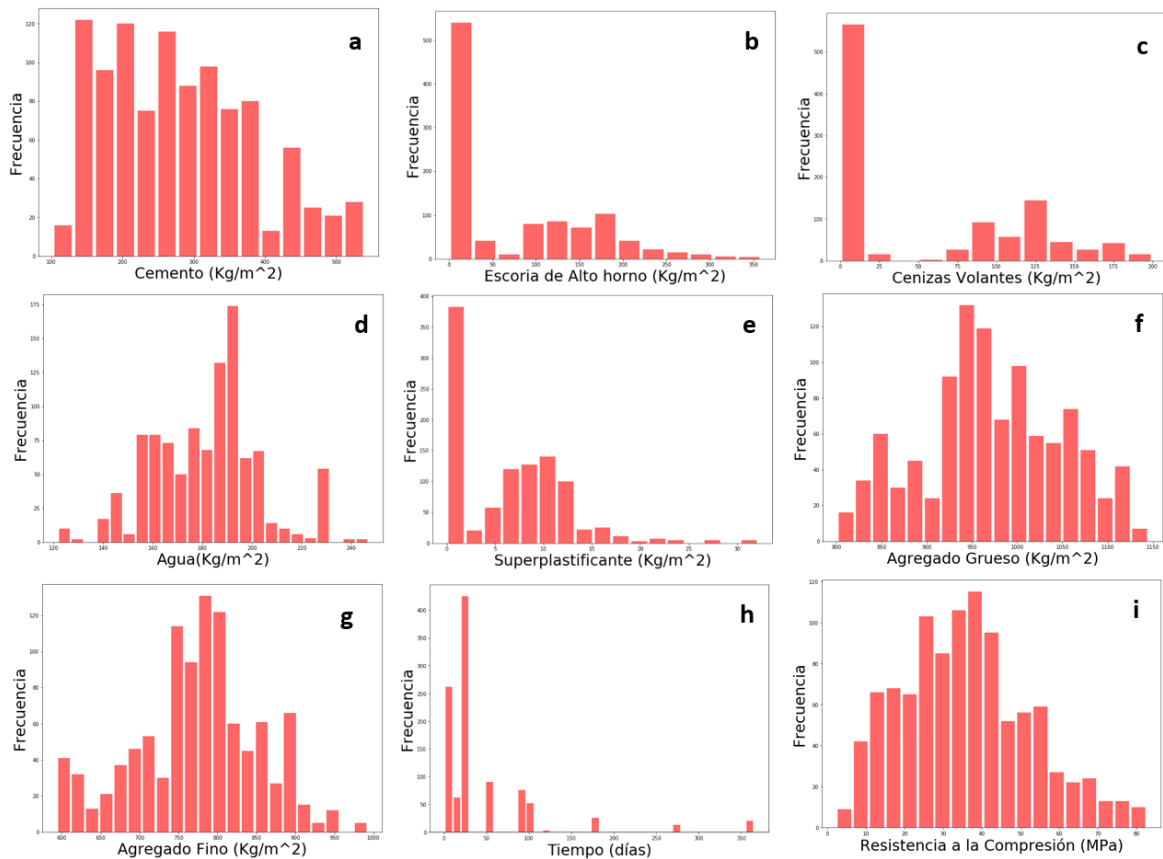


Figura 8. Distribución estadística de los parámetros.

Otro aspecto importante en análisis descriptivo es el análisis correlacional entre las variables es por ello que en la Figura 9, se muestra un gráfico de la matriz de correlación entre las variables (o parámetros) observadas en la base de datos. Este análisis es importante porque permite verificar la existencia de alguna relación lineal entre las variables de entrada. Un alto grado de correlación es un valor que se aproxima a 1, algunos analistas consideran valores mayores o iguales a 0.8. Usualmente la escala para considerar un valor alto de correlación depende del sistema que se está analizando y de las consideraciones que decida adoptar el analista.

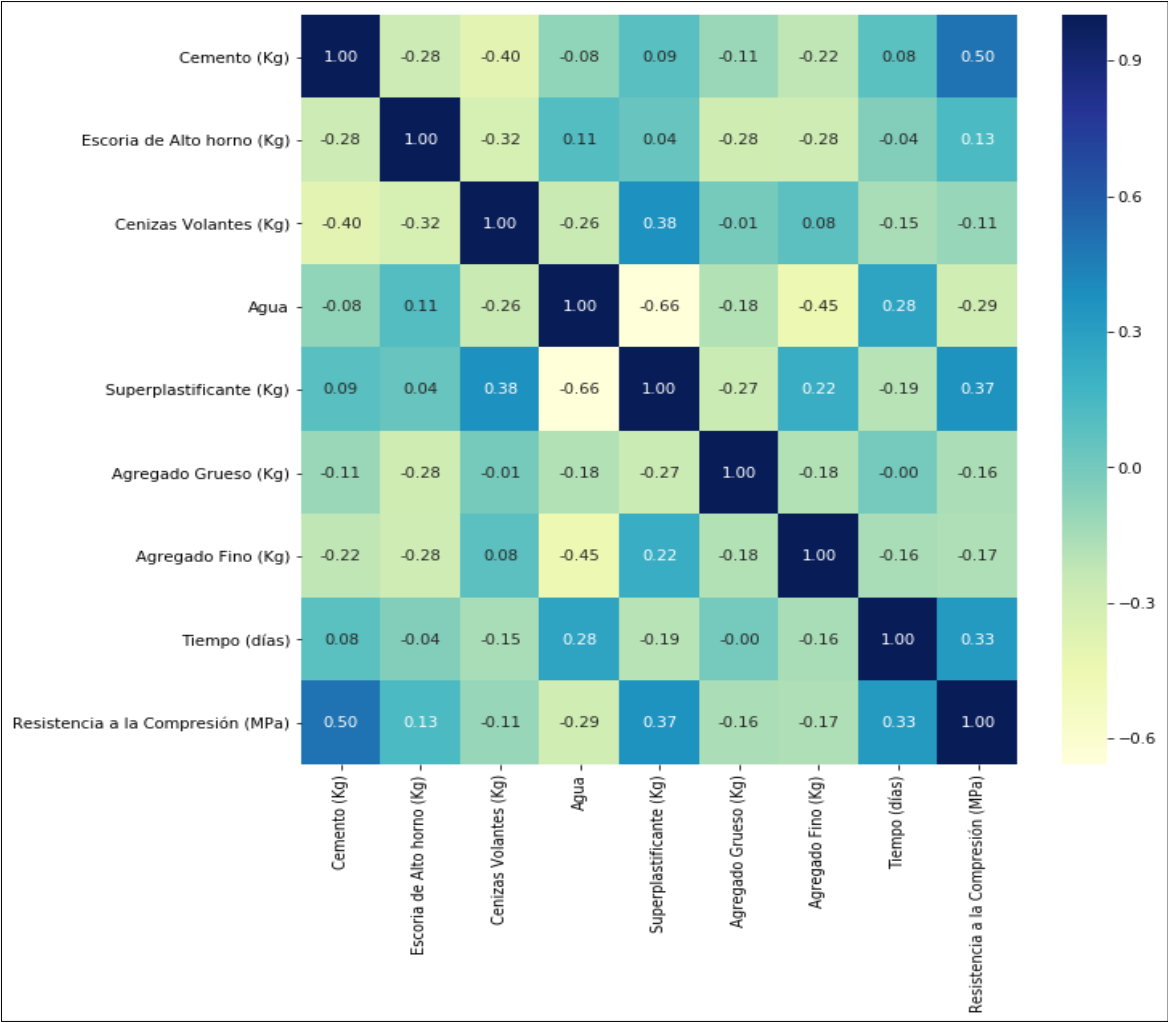


Figura 9. Análisis correlacional.

Observada la matriz de correlación entre las variables de entrada (o características), es importante también conocer el grado de correlación entre las variables de entrada

y la variable de salida (o target). Es por ello que se presenta la Figura 10, donde se puede observar un ranking de correlación de cada uno de los componentes del hormigón con la resistencia a la compresión

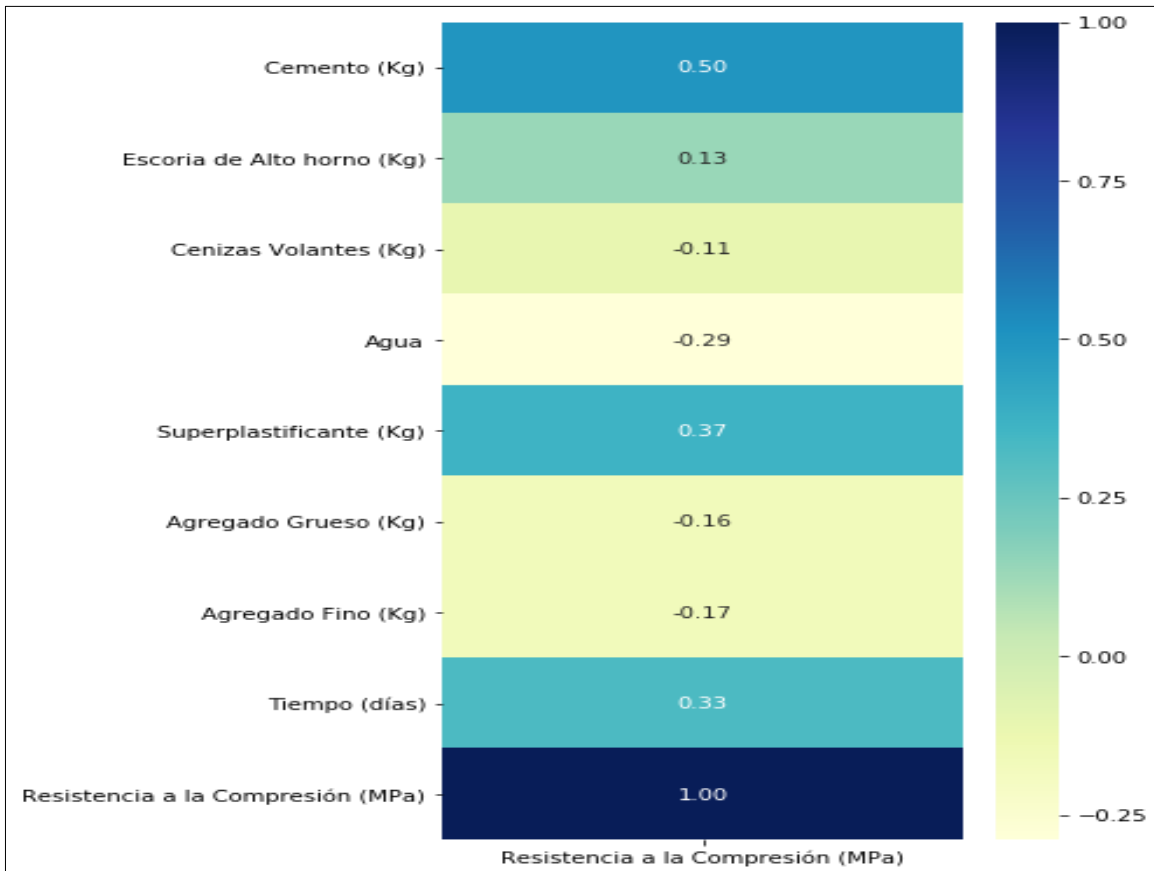


Figura 10. Representación gráfica de la correlación entre las características y el target.

El criterio de exclusión de una variable de entrada se lleva a cabo de la siguiente manera:

Si el grado de correlación entre dos variables de entrada es alto entonces se procede a excluir una de las variables. La variable que se excluye es la que tiene menor grado de correlación con el target.

3.8. Aspectos Éticos

El presente proyecto de investigación pretende proporcionar una metodología que facilite el cálculo de la resistencia a la compresión con un alto grado de precisión. Adicionalmente el uso de la aplicación obtenida al finalizar el proyecto será gratuito

ya que el proyecto se desarrolla en el entorno de programación de Python, el cual es un software libre.

En cuanto a los datos utilizados, estos fueron donados por Yeh, I-Cheng (colocar referencia), los mismos que están disponibles en la página web del repositorio de aprendizaje automático del centro para el aprendizaje automático y sistemas inteligentes (<https://archive.ics.uci.edu/ml/datasets.php>).

La autenticidad y la originalidad del presente proyecto está evidenciado y justificado con la amplia revisión de la literatura y a la sugerencia de trabajos futuros de los autores en la sección de conclusiones. Ya que los artículos revisados para proponer el presente proyecto de investigación provienen de revistas orientadas al diseño de materiales de construcción.

IV. RESULTADOS

La aplicación de procesos gaussianos con kernels o núcleos, cuya estructura está conformada por las diferentes funciones de covarianza como se muestra en la columna “Kernel” de la Tabla 3. permitió obtener los valores del logaritmo de la probabilidad marginal, el error cuadrático medio, el error absoluto medio porcentual y el error absoluto medio, cuando se lleva a cabo las predicciones con los datos de prueba. Mientras que los resultados de obtención de los valores de los indicadores correspondiente a la etapa de validación, se muestra en la Tabla 4.

Según las tablas de resultados de prueba y de validación cuatro son los kernels más prometedores que podrían garantizar resultados precisos a la hora de predecir la resistencia a la compresión. Los kernels seleccionados son: Constant kernel X Matern 32 +Constant kernel X Matern 52, Matern 32 + Matern 52, Matern 32 + RBF y Dot Product X Constant Kernel.

Tabla 4. Lo resaltado con amarillo en la Tabla 3 y en la Tabla 4.

Según las tablas de resultados de prueba y de validación cuatro son los kernels más prometedores que podrían garantizar resultados precisos a la hora de predecir la resistencia a la compresión. Los kernels seleccionados son: Constant kernel X Matern 32 +Constant kernel X Matern 52, Matern 32 + Matern 52, Matern 32 + RBF y Dot Product X Constant Kernel.

Tabla 4. representa al mejor resultado y al kernel que corresponde, respecto a los indicadores. Los indicadores MAPE y MAE, fueron incluidos en el análisis con el propósito de comparar con resultados obtenidos en la literatura.

Tabla 3.

Indicadores obtenidos con datos de prueba

Kernel	NLML	RMSE_t	MAPE_t	MAE_t(MPa)
ConstantKernel X Matern3/2+ ConstantKernel X Matern5/2	72618616.08	4.704091	12.97729	3.335012
ConstantKernel X Matern5/2	1757.049301	4.950719	14.04852	3.613796
ConstantKernel X Matern3/2	1772.608366	5.051884	14.2142	3.636398
ConstantKernel X RBF	1753.634922	4.949542	14.59847	3.737591
DotProduct X RBF	1770.776138	6.706725	17.4215	5.034163
RBF	43311.97519	6.535364	18.16468	4.948016

Matern5/2	38512.59433	6.593303	18.40271	4.990643
Matern3/2	38126.16816	6.61846	18.4341	4.996872
Matern3/2+Matern 5/2	1.10518E+12	7.006279	20.66094	5.26656
Matern5/2+RBF	1.36245E+11	7.178281	21.27314	5.433297
Matern3/2+RBF	47254657478	7.20189	21.42734	5.45861
DotProduct*ConstantKernel	3416799.869	12.19294	35.62762	10.06057

Según las tablas de resultados de prueba y de validación cuatro son los kernels más prometedores que podrían garantizar resultados precisos a la hora de predecir la resistencia a la compresión. Los kernels seleccionados son: Constant kernel X Matern 32 +Constant kernel X Matern 52, Matern 32 + Matern 52, Matern 32 + RBF y Dot Product X Constant Kernel.

Tabla 4.

Indicadores obtenidos con datos de validación.

Kernel	NLML	RMSE_v	MAPE_v	MAE_v
ConstantKernel*Matern3/2+				
ConstantKernel*Matern5/2	72618616.1	11.6044453	31.0422006	8.60245764
ConstantKernel*Matern5/2	1757.0493	11.4137842	31.1394923	8.58752507
ConstantKernel*Matern3/2	1772.60837	10.50497	29.9235509	8.1021777
ConstantKernel*RBF	1753.63492	12.0183485	30.5037246	8.63685769
DotProduct*RBF	1770.77614	16.9634518	36.4659005	10.4277018
RBF	43311.9752	10.5295428	33.7683664	7.94468527
Matern5/2	38512.5943	10.0589874	32.4079049	7.62692397
Matern3/2	38126.1682	9.92053995	31.9950093	7.5076139
Matern3/2+Matern5/2	1.1052E+12	9.32791782	30.6787653	7.30021582
Matern5/2+RBF	1.3625E+11	9.383042	31.1231447	7.34683028
Matern3/2+RBF	4.7255E+10	9.15510117	30.5564264	7.16755824
DotProduct*ConstantKernel	3416799.87	9.2910386	25.534694	7.07632278

Según las tablas de resultados de prueba y de validación cuatro son los kernels más prometedores que podrían garantizar resultados precisos a la hora de predecir la resistencia a la compresión. Los kernels seleccionados son: Constant kernel X Matern 32 +Constant kernel X Matern 52, Matern 32 + Matern 52, Matern 32 + RBF y Dot Product X Constant Kernel.

Tabla 4. Un resultado visual del análisis de la Tabla 3 y la Tabla 4, se muestra en la Figura 11. Donde se muestra las predicciones de la resistencia a la compresión y

su evolución en el tiempo. Para obtener este gráfico se tuvo que elaborar un algoritmo que seleccione de la base de datos de validación los registros que corresponda a cada uno de los experimentos y grafique su respectiva curva de evolución temporal, la curva de puntos de color rojo corresponde a las predicciones realizadas por los modelos seleccionados mientras que la curva de color azul corresponde a los datos de validación.

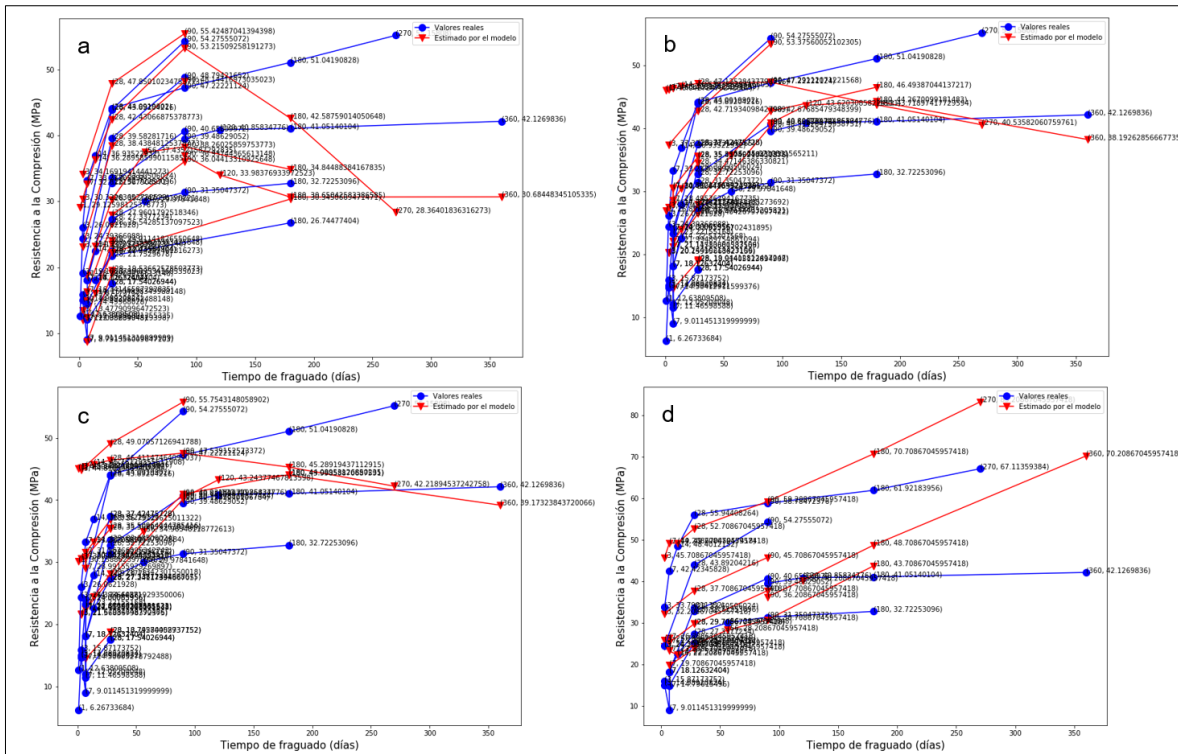


Figura 11. Predicciones de la resistencia a la compresión con respecto al tiempo de fraguado.

Continuando con la descripción la Figura 11, la sub figura **a.** son las predicciones realizadas con el modelo cuyo kernel es, Matern 3/2 + Matern 5/2, La sub figura **b.** Representa a las predicciones realizadas con el modelo con el kernel Constant X Matern 3/2 + Constant X Matern 5/2, La sub figura **c.** corresponde a las predicciones obtenidas con el modelo cuyo kernel es el Matern3/2 + RBF y por último la sub figura **d.** corresponde al modelo con kernel Dot Product X Constant kernel.

Una visualización de la forma de los modelos seleccionados como los más óptimos (o los mejores modelos) se muestra en la Tabla 5.

Tabla 5.

Visualización de los modelos con los parámetros optimizados.

ConstantKernel*Matern3/2+ ConstantKernel*Matern5/2	$316^{**2} * \text{Matern}(\text{length_scale}=1.18\text{e}+03, \text{nu}=1.5) + 4.69^{**2} * \text{Matern}(\text{length_scale}=0.0126, \text{nu}=2.5)$
Matern3/2+Matern5/2	$\text{Matern}(\text{length_scale}=1\text{e}-05, \text{nu}=1.5) + \text{Matern}(\text{length_scale}=102, \text{nu}=2.5)$
Matern3/2+RBF	$\text{Matern}(\text{length_scale}=107, \text{nu}=1.5) + \text{RBF}(\text{length_scale}=6.76\text{e}-05),$
DotProduct*ConstantKernel	$\text{DotProduct}(\text{sigma}_0=65.6) * 49.7^{**2}$

El valor del kernel constante (ConstantKernel) varía para matern 3/2 y matern 5/2, en la primera fila de la **Tabla 5**. Estas ecuaciones pueden reproducir los resultados mostrados en la **Tabla 11**, **Tabla 12** del apéndice.

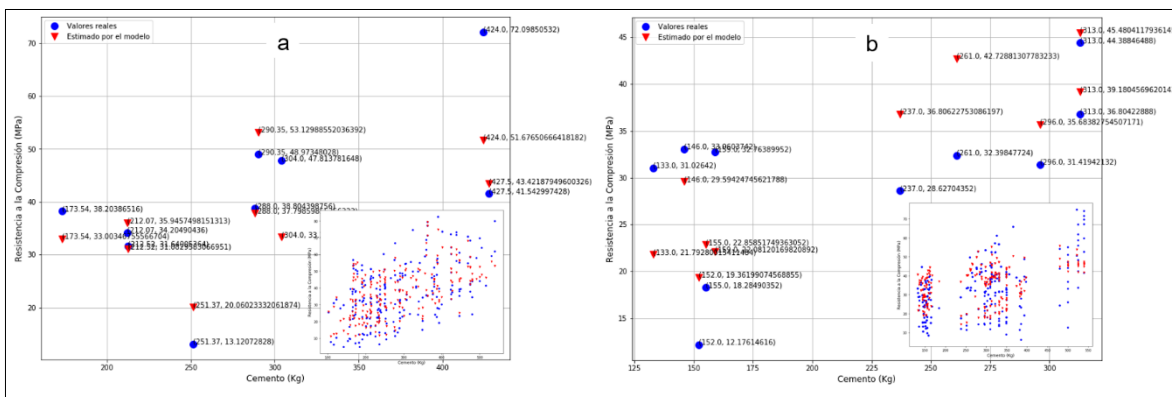


Figura 12. Gráfico del comportamiento de la resistencia a la compresión respecto a la cantidad de cemento.

La variación del comportamiento de la RC respecto a al parámetro cantidad de cemento en la mezcla de hormigón se muestra en la Figura 12. Es posible visualizar gráficamente los resultados y observar el comportamiento de las predicciones de la RC respecto a los otros parámetros (como Escoria de Alto horno, Cenizas Volantes, Agua, Superplastificante, Agregado Grueso, 'Agregado Fino) y evaluar su influencia. Se podría realizar, pero sería un análisis insulso porque la influencia de cada

variable o parámetro de entrada (o característica) sobre la RC ya se vio y se cuantifico.

Hasta el momento se presentó las tablas y los gráficos pertinentes, para discutir los resultados. Adicional a lo mostrado en esta sección, el apéndice contiene las tablas completas de los resultados obtenidos en la etapa de validación. Las tablas de los resultados correspondiente a la estimación de la resistencia a la compresión con cada una de los modelos obtenidos se muestra en la Tabla 11, Tabla 12, mientras que la Tabla 13 y la Tabla 14, muestran los datos de validación (que corresponde a los valores reales) de la resistencia a la compresión y de los valores de los componentes de la mezcla de hormigón. En la Tabla 14, los títulos de las columnas fueron codificadas como sigue. C1: Cemento, C2: escoria de alto C3: horno (Kg), C4: cenizas volantes (Kg), C5: agua, C6: superplastificante (Kg), C7: agregado grueso (Kg), C8: agregado fino (Kg), C9: edad (días), RC: Resistencia a la Compresión (MPa)).

V. DISCUSIÓN

El análisis en el que se puso mayor atención fue en el análisis correlacional, el mismo que se obtuvo en la Figura 9, el cual comprueba las afirmaciones de la no linealidad en la relación de los componentes de la relación no lineal entre los componentes del hormigón y la RC. En dicha correlación se observaron coeficientes de correlación bajos, como el coeficiente de correlación positiva de 0.5 entre la variable cantidad de cemento y la resistencia a la compresión. Este resultado no es suficiente para afirmar que exista una relación lineal entre las variables mencionadas. Mientras que por el otro extremo se observó un coeficiente de correlación negativo máximo de -0.66 correspondiente a las variables cantidad de superplastificante y cantidad de agua, de igual manera al análisis anterior el valor de correlación no es suficiente para afirmar la existencia de una correlación negativa entre ambas variables. Por otro lado, la revisión de la literatura sugiere que la variación de cualquier componente del hormigón con la RC es no lineal. Esto se comprueba en el análisis de correlación que se llevó a cabo y se muestra en la Figura 10 en donde el máximo valor de correlación de las variables de entrada con la RC

es de 0.5 que corresponda la cantidad de cemento, mientras el grado de correlación de las demás variables con la RC no pasa de 0.37.

En la sección de resultados, se inició mostrando los valores de los indicadores que cuantifican la calidad (del modelo a través del NLML) y la eficiencia del modelo como, el error cuadrático medio (RMSE), el error absoluto porcentual medio (MAPE) y el error absoluto medio (MAE), para la etapa de prueba como se ve en la Tabla 3, y para la etapa de validación, como se muestra en la

Según las tablas de resultados de prueba y de validación cuatro son los kernels más prometedores que podrían garantizar resultados precisos a la hora de predecir la resistencia a la compresión. Los kernels seleccionados son: Constant kernel X Matern 32 + Constant kernel X Matern 52, Matern 32 + Matern 52, Matern 32 + RBF y Dot Product X Constant Kernel.

Tabla 4. En este análisis se incluyó el MAE y el MAPE, porque son indicadores que describe la eficiencia del modelo para predecir eventos posteriores y que son útiles para comparar con resultados obtenidos por otros investigadores de la literatura referenciada en esta investigación.

El resultado correspondiente al indicador del grado de sobre ajuste que puede llegar a tener el modelo, sirve para comparar entre modelos que hayan sido obtenidos bajo la aplicación de procesos gaussianos. Por lo tanto, el NLML solo sirve para indicar cuál de los modelos que se obtuvo es más propenso a sobre ajustarse a los datos de entrenamiento. Según la Tabla 3. 1753.63 fue el valor de NLML más bajo que se obtuvo, corresponde al kernel "ConstantKernel X RBF", los valores que fluctúan en el rango del valor más bajo corresponden a los siguientes kernels: ConstantKernel X Matern3/2, ConstantKernel X Matern 5/2, ConstantKernel X RBF y DotProduct X RBF, los cuales son poco confiables para hacer predicciones debido al bajo valor de NLML que se obtuvo. Mientras que el valor más alto de NLML corresponde al modelo cuyo kernel es el Matern3/2 + Matern5/2. El valor alto de NLML garantiza que el modelo con ese kernel es menos propenso a sobre ajustarse

a los datos. solo de eso se puede estar seguro. Lo que no garantiza que se obtendrá mayor precisión en la estimación de eventos posteriores.

En la etapa de prueba al hacer la predicción y compararlas con los valores reales de los datos de prueba, se obtuvo los indicadores RMSE, de los cuales se observó un valor mínimo de 4.704091, que corresponde al modelo cuyo kernel es el ConstantKernel X Matern3/2 + ConstantKernel X Matern5/2. Este valor puede ser comparado con las estimaciones de precisión obtenidas utilizando otros algoritmos mostradas en la literatura, como el RMSE obtenido por Mustapha y Mohamed (2017) con valor mínimo y máximo de 6.03 y 9.76, respectivamente, los valores máximos y mínimos obtenidos en Golafshani (2020), respecto al RMSE son 4.6877 y 10.5713. Bui (2018) presentó resultados de RMSE mínimo de 4.85 y máximo de 7.31 (los resultados de la literatura se puede ver en más detalle la sección “Resultados de la literatura” en las tablas: Tabla 8, Tabla 9 y Tabla 10), mientras que los resultados presentados por DeRousseau (2019), que se muestran en la Figura 13, no son tan buenos. Estas comparaciones respecto al indicador de precisión RMSE con los resultados de la literatura, sugiere que el modelo desarrollado es competitivo en términos de precisión según el indicador RMSE. En cuanto a las comparaciones respecto a los indicadores MAE y MAPE se obtuvo valores mínimos de MAE y MAPE de 3.335 y 12.977 respectivamente. Mientras que en la literatura se observó que en Bui (2018) se presentó valores de MAE que oscilan entre 3.41 y 5.48 y valores de MAPE entre 11.7 y 15.2. Mustapha y Mohamed (2017) mostró resultados de MAE máximo y mínimo de 5.89 y 8.76. Golfashani (2020) obtuvo resultados máximos y mínimos de entre 3.5219 y 8.2313 correspondiente al MAE. Las comparaciones respecto a MAE obtenidos en la etapa de entrenamiento supera por la mínima diferencia a los resultados obtenidos en la literatura mencionada. En cuanto al MAPE el valor que se obtuvo en el presente trabajo compite con el que fue presentado en Bui (2018). Las comparaciones hasta hechas hasta el momento fueron correspondiente a la etapa de prueba.

En cuanto a las comparaciones en la etapa de validación. El artículo, que llega a la etapa de validación es el que fue reportado por Golafshani (2020), cuyo reporte de

RMSE mínimo y máximo es de 5.0674 y 10.827 y el MAE máximo y mínimo es de 3.7039 y 8.5297 y el resultado óptimo, que se obtuvo en el presente trabajo respecto a RMSE es de 9.155 que corresponde al modelo cuyo kernel es el Matern3/2 +RBF y el MAE mínimo es 7.076, el cual corresponde al modelo con kernel Dot Product X Constant Kernel. Estos resultados en la etapa de validación al menos compite con la referencia presentada.

En relación al resultado visual presentado en la Figura 11, en el que se puede observar la evolución de la RC del hormigón respecto del tiempo. Las curvas ploteadas corresponden los valores reales y los valores estimados por el modelo en la etapa de validación. Gráficamente se puede observar que la mayoría predicciones presentan un buen comportamiento a corto y mediano plazo. Esto es, se observa que las predicciones de la RC de la mayoría de los modelos elegidos se aproximan bastante a los valores reales hasta el día noventa de dosificado. Esto quiere decir que las predicciones con los modelos son bastante confiables hasta el día 90.

Todas las comparaciones hechas hasta ahora se llevaron a cabo con modelos que se obtuvieron con algoritmos diferentes a procesos gaussianos. En realidad solo se encontró un artículo que utiliza procesos gaussianos para obtener modelos que estiman la resistencia a la compresión, ese es el artículo publicado por DeRousseau (2019), al comparar los resultados obtenidos en el presente trabajo con los obtenidos en DeRousseau (2019). Se observa una superlativa superioridad de los modelos desarrollados en esta investigación. La virtud del método desarrollado en el presente proyecto es el bajo grado de complejidad del algoritmo en comparación con modelos desarrollados en la literatura. Otra fortaleza del método es que el grado de precisión de los modelos desarrollados para predecir a horizontes de tiempo de noventa días es confiable, adicionalmente el costo computacional para ejecutar los modelos con el método desarrollado es relativamente bajo en comparación con métodos desarrollados con ANN, SVN, Random Forest, etc. Mientras que la debilidad del método desarrollado en el presente trabajo es que los modelos desarrollados usando el método propuesto son proclives a caer en sobre ajuste,

esto quiere decir que los modelos tienden a ceñirse demasiado a los datos de entrenamiento.

Por todo lo anterior expuesto. se puede concluir que el objetivo de mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado aplicando procesos gaussianos ha sido cumplido.

VI. CONCLUSIONES

1. El análisis correlacional que se presentó en la Figura 9, permitió comprobar las afirmaciones de la relación no lineal que existe entre los componentes de la mezcla del hormigón y de los mismos con la resistencia a la compresión.
2. El método desarrollado en la presente investigación dio como resultado el desarrollo del algoritmo y la obtención de la aplicación que permite obtener la resistencia a la compresión del concreto reforzado.
3. La aplicación de la metodología permitió obtener nuevos kernels de covarianza. Estos kernels de covarianza obtenidos constituyen a los hallazgos y contribuciones principales de la presente investigación.
4. Los valores obtenidos del logaritmo de la probabilidad marginal de cierta forma contribuyen a la elección del kernel de covarianza
5. Se comprobó que la obtención de los valores del RMSE es un indicador crucial y útil, para encontrar los parámetros e hiper parámetros optimizados los mismos que fueron utilizados en los modelos. Su utilidad es imprescindible para la determinación de la precisión del modelo a la hora de estimar la RC como se pudo comprobar en la presente investigación, por ello es considerado como un indicador imprescindible para caracterizar la precisión en las predicciones, es por eso que el RMSE fue útil para comparar la precisión del modelo desarrollado aquí, con modelos reportados en la literatura. Esta comparación se realizó para determinar qué tan bueno es el modelo presentado en este documento. Esta comparación permite afirmar que los modelos obtenidos en el presente proyecto de investigación son competitivos.
6. La competitividad del modelo no solo se constata con el indicador RMSE si no que se comprueba también haciendo uso de los indicadores MAE y MAPE. Se tuvo que hacer el cálculo los valores de estos indicadores porque muchos reportes utilizan este indicador para determinar la eficiencia de sus modelos en la predicción.

VII. RECOMENDACIONES

Una investigación más extensa se puede llevar a cabo desarrollando los experimentos en campo (o sea fuera de laboratorio) para la recopilación de datos ya que los factores meteorológicos, como temperatura de ambiente y humedad, también influyen, tanto en el tiempo de dosificado del concreto, como en la resistencia a la compresión definitiva que alcanza la estructura

La base de datos que se utilizó en la presente investigación, fue registrada de forma desordenada, quiere decir que no era una base de datos bien estructurada, en la que los registros no estaban clasificados por experimento. Esto dificulta el análisis exploratorio de por series temporales. Por ello si se desea hacer investigaciones relacionados a la recopilación de datos llevando a cabo los experimentos, es recomendable recopilar los datos en registros ordenados por experimento.

La ejecución o el compilado de los algoritmos desarrollados en el presente trabajo de investigación requieren de un ordenador con una buena capacidad para disminuir el tiempo de ejecución. El tiempo de ejecución de los códigos fue aproximadamente de entre 10 a 15 minutos en el peor de los casos hasta media hora. Este tiempo se obtuvo con un ordenador con una capacidad de 16 Giga Bytes de memoria RAM. Se recomienda ejecutar los algoritmos en un ordenador con capacidad de 32 GB de RAM. Para disminuir el tiempo de ejecución.

La librería de aprendizaje automático de Python cuenta con una extensa cantidad de algoritmos, disponibles para ser utilizados en investigaciones orientadas a solucionar problemas de regresión. Por ello, trabajos futuros pueden ser desarrollados utilizando otros algoritmos como el Naive Bayes, Ridge Regression, SVM, o métodos de apilación (Staking), que consiste generar un algoritmo híbrido que contenga por ejemplo Naive Bayes con SVM, para generar modelos más eficientes, y precisos a la hora de predecir posteriores.

Esta investigación se centró en mejorar la precisión de la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado, el valor de este parámetro incide de forma directa en el tiempo de vida de la estructura. Por ello como trabajo futuro, se pueden desarrollar investigaciones orientadas a desarrollar modelos que permitan estimar el tiempo de vida de una estructura de concreto.

REFERENCIAS

- Alencar, D., Carvalho, D., Koenders, E., Mourão, F., & Rocha, L. (2017). Devising a computational model based on data mining techniques to predict concrete compressive strength. *Procedia Computer Science*, 108, 455-464. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2017.05.018>
- Alilou, V. K., & Mohammad, T. (2011). Prediction of 28-day compressive strength of concrete on the third day using artificial neural networks. *International Journal of Engineering*, 3(6), 565-576.
- Ayaz, Y., Kocamaz, A. F., & Karakoç, M. B. (2015). Modeling of compressive strength and UPV of high-volume mineral-admixed concrete using rule-based M5 rule and tree model M5P classifiers. *Construction and Building Materials*, 94, 235-240. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.06.029>
- Bui, D. K., Nguyen, T., Chou, J. S., Nguyen-Xuan, H., & Ngo, T. D. (2018). A modified firefly algorithm-artificial neural network expert system for predicting compressive and tensile strength of high-performance concrete. *Construction and Building Materials*, 180, 320-333. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.05.201>
- Chawla, D., & Sondhi, N. (2015). *Concepts and Cases*.
- Deepa, C., Sathiyakumari, K., & Sudha, V. P. (2010). Prediction of the Compressive Strength of High Performance Concrete Mix using Tree Based Modeling. *International Journal of Computer Applications*, 6(5), 18-24. <https://doi.org/10.5120/1076-1406>
- Deisenroth, M. (2010). *Efficient Reinforcement Learning using Gaussian Processes*. *Booksgooglecom*. Recuperado de <http://eprints.pascal-network.org/archive/00007628/>
- DeRousseau, M. A., Kasprzyk, J. R., & Srubar, W. V. (2018). Computational design optimization of concrete mixtures: A review. *Cement and Concrete Research*, 109(December 2017), 42-53. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2018.04.007>
- DeRousseau, M. A., Laftchiev, E., Kasprzyk, J. R., Rajagopalan, B., & Srubar, W. V. (2019). A comparison of machine learning methods for predicting the compressive strength of field-placed concrete. *Construction and Building Materials*, 228, 116661. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.08.042>
- Duvenaud, D. K. (2014). Automatic Model Construction with Gaussian Processes. *Thesis*, (June), 144. Recuperado de <https://www.cs.toronto.edu/~duvenaud/thesis.pdf>
- Feng, D. C., Liu, Z. T., Wang, X. D., Chen, Y., Chang, J. Q., Wei, D. F., & Jiang, Z. M. (2020). Machine learning-based compressive strength prediction for concrete: An adaptive boosting approach. *Construction and Building Materials*, 230, 117000. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.117000>

- Fernández-Jiménez, A., & Palomo, A. (2003). Characterisation of fly ashes. Potential reactivity as alkaline cements. *Fuel*, 82(18), 2259-2265. [https://doi.org/10.1016/S0016-2361\(03\)00194-7](https://doi.org/10.1016/S0016-2361(03)00194-7)
- Fox, J. M. (2017). Fly Ash Classification – Old and New Ideas. *World of Coal Ash (WOCA) Conference in Lexington, KY - May 9-11, 2017*, 1-19.
- Golafshani, E. M., Behnood, A., & Arashpour, M. (2020). Predicting the compressive strength of normal and High-Performance Concretes using ANN and ANFIS hybridized with Grey Wolf Optimizer. *Construction and Building Materials*, 232, 117266. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.117266>
- Hernández, R., Feránadez, C., & Baptizta, M. D. P. (2014). *Metodología de la investigación. Metodología de la investigación*. Recuperado de <http://observatorio.epacartagena.gov.co/wp-content/uploads/2017/08/metodologia-de-la-investigacion-sexta-edicion.compressed.pdf>
- Jiao, P., Roy, M., Barri, K., Zhu, R., Ray, I., & Alavi, A. H. (2019). High-performance fiber reinforced concrete as a repairing material to normal concrete structures: Experiments, numerical simulations and a machine learning-based prediction model. *Construction and Building Materials*, 223, 1167-1181. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.07.312>
- Mamlouk, M. S., & Zaniewski, J. P. (2011). *Materials for Civil and Construction Engineers*.
- Mosavi, A., Rabczuk, T., & Varkonyi-Koczy, A. R. (2018). Reviewing the novel machine learning tools for materials design. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 660(2017), 50-58. https://doi.org/10.1007/978-3-319-67459-9_7
- Mustapha, R., & Mohamed, E. A. (2017). High-Performance Concrete Compressive Strength Prediction Based Weighted Support Vector Machines. *International Journal of Engineering Research and Applications*, 07(01), 68-75. <https://doi.org/10.9790/9622-0701016875>
- Naderpour, H., Rafiean, A. H., & Fakharian, P. (2018). Compressive strength prediction of environmentally friendly concrete using artificial neural networks. *Journal of Building Engineering*, 16(January), 213-219. <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2018.01.007>
- Ozturan, M., Kutlu, B., & Ozturan, T. (2008). Comparison of concrete strength prediction techniques with artificial neural network. *Building Research Journal*, 56(1), 23-36.
- Paultre, A. L. (2003). Ad astra per aspera. *Electronic Products (Garden City, New York)*, 45(10), 7.
- Ramezaniapour, A. A., & Malhotra, V. M. (1995). Effect of curing on the compressive strength, resistance to chloride-ion penetration and porosity of

- concretes incorporating slag, fly ash or silica fume. *Cement and Concrete Composites*, 17(2), 125-133. [https://doi.org/10.1016/0958-9465\(95\)00005-W](https://doi.org/10.1016/0958-9465(95)00005-W)
- Rasmussen, C. E., & Nickisch, H. (2010). Gaussian processes for machine learning (GPML) toolbox. *Journal of Machine Learning Research*, 11, 3011-3015.
- Rasmussen, C. E., & Williams, C. K. I. (2006). *Gaussian processes for machine learning*. 2006. The MIT Press, Cambridge, MA, USA (Vol. 38).
- Richardson, R. R., Osborne, M. A., & Howey, D. A. (2017). Gaussian process regression for forecasting battery state of health. *Journal of Power Sources*, 357, 209-219. <https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2017.05.004>
- Richardson, R. R., Osborne, M. A., & Howey, D. A. (2019). Battery health prediction under generalized conditions using a Gaussian process transition model. *Journal of Energy Storage*, 23, 320-328. <https://doi.org/10.1016/j.est.2019.03.022>
- Rubio Liniers, M. C. (2004). El análisis documental: indización y resumen en bases de datos especializadas. *Preprint*, (El análisis documental: Indización y resumen en base de datos especializadas). Recuperado de http://eprints.rclis.org/6015/1/Análisis_documental_indización_y_resumen.pdf
- Sánchez, H., Reyes, C., & Mejía, K. (2018). *Manual de términos en investigación científica, tecnológica y humanística*. *Mycological Research*. Recuperado de <http://repositorio.urp.edu.pe/bitstream/handle/URP/1480/libro-manual-de-terminos-en-investigacion.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Sun, J., Zhang, J., Gu, Y., Huang, Y., Sun, Y., & Ma, G. (2019). Prediction of permeability and unconfined compressive strength of pervious concrete using evolved support vector regression. *Construction and Building Materials*, 207, 440-449. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.02.117>
- VanderPlas, J. (2016). *Python Data Science Handbook: Essential Tools for Working with Data*. O'Reilly. Recuperado de <http://shop.oreilly.com/product/0636920034919.do%0Ahttps://jakevdp.github.io/PythonDataScienceHandbook/05.01-what-is-machine-learning.html>
- Yeh, I. C. (2009). Optimization of concrete mix proportioning using a flattened simplex - Centroid mixture design and neural networks. *Engineering with Computers*, 25(2), 179-190. <https://doi.org/10.1007/s00366-008-0113-2>
- Yeh, I. C., Lien, C. H., Peng, C. H., & Lien, L. C. (2010). Modeling concrete strength using genetic operation trees. *2010 International Conference on Machine Learning and Cybernetics, ICMLC 2010*, 3(July), 1572-1576. <https://doi.org/10.1109/ICMLC.2010.5580800>
- Young, B. A., Hall, A., Pilon, L., Gupta, P., & Sant, G. (2019). Can the compressive strength of concrete be estimated from knowledge of the mixture proportions?:

New insights from statistical analysis and machine learning methods. *Cement and Concrete Research*, 115(July), 379-388.
<https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2018.09.006>

Yu, J. (2018). State of health prediction of lithium-ion batteries: Multiscale logic regression and Gaussian process regression ensemble. *Reliability Engineering and System Safety*, 174(June 2017), 82-95.
<https://doi.org/10.1016/j.ress.2018.02.022>

ANEXOS

Matriz de Operacionalización.

Tabla 6. Matriz de Operacionalización de variables.

Objetivo general: Aplicar procesos gaussianos para mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado.					
VARIABLES DE ESTUDIO	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIÓN	INDICADORES	ESCALA DE MEDICIÓN
<p>Dependiente. Mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado.</p>	<p>La resistencia a la compresión del concreto es la medida que sirve para evaluar la capacidad del hormigón para soportar cargas que reducirán el tamaño del hormigón. La resistencia a la compresión se prueba rompiendo probetas cilíndricas de hormigón en una máquina especial diseñada para medir este tipo de resistencia. Las pruebas se realizan de acuerdo con la norma C39 de la ASTM (American Society for Testing & Materials)</p>	<p>Estimar la resistencia a la compresión del concreto reforzado con la mayor precisión posible ya que es el criterio principal que se utiliza para determinar si una determinada mezcla de concreto satisfará las especificaciones requeridas de una estructura y evitar el deterioro temprano y posibles colapsos de la estructura.</p>	<p>Precisión en la estimación con datos de prueba</p> <p>Precisión en la estimación de la resistencia a la compresión con datos de validación</p>	<p>1) Error cuadrático medio.</p> <p>2) Error absoluto.</p>	<p>Valor mínimo 0, valor máximo infinito</p>
<p>Independiente. Optimización de procesos gaussianos.</p>	<p>Un proceso gaussiano está definido por una distribución de probabilidad sobre funciones de covarianza y funciones media, cuya optimización consiste en elegir una función de covarianza y función media con sus respectivos parámetros para optimizar procesos (Richardsson, 2017).</p>	<p>La optimización de un proceso gaussiano conduce a la obtención de un modelo capaz de describir con alto grado de precisión algún comportamiento físico.</p>		<p>1) Logaritmo de la probabilidad marginal</p>	<p>Valor mínimo: 0, valor máximo: infinito</p>

Matriz de Consistencia.

Tabla 7. Matriz de consistencia.

TÍTULO: APLICACIÓN DE PROCESOS GAUSSIANOS PARA MEJORAR LA PRECISIÓN EN LA ESTIMACIÓN DE LA RESISTENCIA A LA COMPRESIÓN DEL CONCRETO REFORZADO							
	PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	METODOLOGÍA
GENERAL	¿Será posible mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado aplicando procesos gaussianos?	Aplicar procesos gaussianos para mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado.	Los procesos gaussianos permiten mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado	Variable Independiente: Aplicación de procesos gaussianos	Modelo de regresión ajustado a la estructura de datos.	Grado de ajuste.	Diseño de Investigación: Experimental Tipo de investigación: Aplicada Nivel de Investigación: Explicativa
	¿Será posible mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado obteniendo un modelo de regresión con bajo grado de sobreajuste a través de aplicaciones de procesos gaussianos?	Obtener un modelo de regresión con un bajo grado de sobreajuste a través de la aplicación de procesos gaussianos permite mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado.	Un bajo grado de sobre ajuste en los modelos obtenidos a través de la aplicación de procesos gaussianos influye en la precisión de la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado	Variable Dependiente : Mejorar la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado	Optimización del modelo de proceso gaussiano	Error cuadrático medio	Enfoque de Investigación: Cuantitativa Unidad de Análisis: Análisis Resistencia a la compresión del concreto reforzado Población: Conjunto e experimentos realizados en laboratorio Muestra: Subconjunto de experimentos realizados en laboratorio Técnica: Análisis
	¿Será posible mejorar la precisión en la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado minimizando el error cuadrático medio en las aplicaciones?	Minimizar el error cuadrático medio para aplicar procesos gaussianos permite mejorar la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado	Minimizar el error cuadrático medio de la aplicación de procesos gaussianos influye en el mejoramiento de la precisión de la estimación de la resistencia a la compresión del concreto reforzado.				

Resultados Obtenidos en La Literatura.

Con fines comparativos se mostrará resultados extraídos de la literatura.

Los resultados obtenidos por Mustapha y Mohamed (2017).

Tabla 8.

Resultado RMSE y MAE publicado por Mustapha y Mohamed (2017)

Algoritmo	RMSE	MAE
SVM Polinomial	9.76	8.76
SVM RBF	6.87	6.49
wSVMPolinomial	6.34	5.89
wSVM RBF	6.03	5.89

Los resultados obtenidos por Golafshani (2020).

Tabla 9.

Resultado de RMSE y MAE publicado por Golafshani (2020)

Algoritmo	RMSE_t	RMSE_v	MAE_t	MAE_val
ANN1	4.9641	5.0674	3.5219	3.7039
ANN2	10.5713	10.827	8.2313	8.5297
ANN3	6.837	6.6648	5.229	5.0915
ANN4	4.6877	5.2224	3.5349	3.8473
ANN5	8.7349	8.9711	6.5023	6.9064
ANN6	5.903	5.6886	4.4001	4.245
ANFIS1	10.0636	10.2929	7.621	7.9673
ANFIS2	7.5996	7.9996	5.6804	6.0547
ANFIS3	6.7731	6.9604	5.1772	5.2465

Mientras que los resultados proporcionados por DeRousseau (2019) lo muestra a través de diagramas de caja como se muestra en el figura...

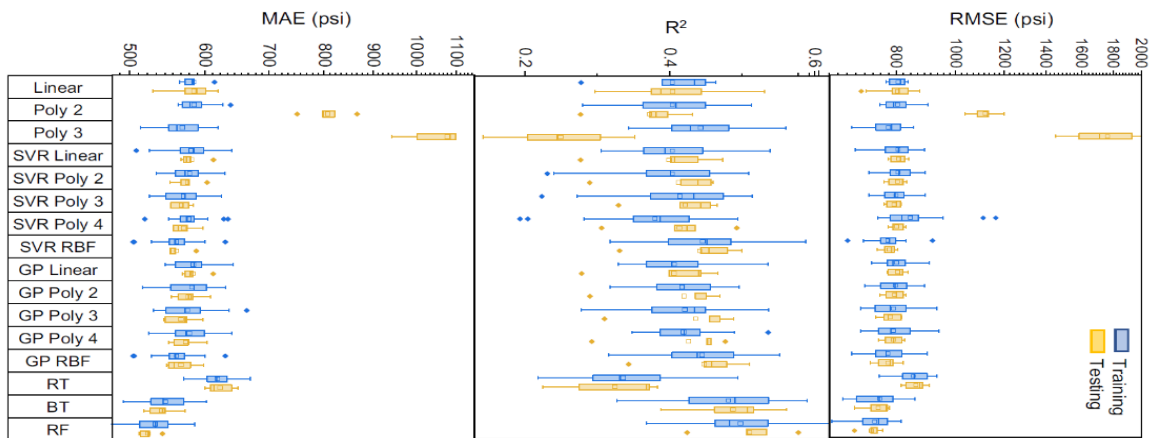


Figura 13. Resultados de MAE y RMSE publicado por DeRousseau (2019)

Hasta el momento se presentó las tablas y los gráficos pertinentes para discutir el porqué de los resultados. Adicional a lo mostrado en esta sección el apéndice contiene la tabla completa de resultado de las particiones de los datos con los resultados de las predicciones de la RC. Para que para verificar la veracidad de los resultados

Resultados extraídos del análisis de Bui (Bui, 2018)

Tabla 10.
Tabla de resultados por Bui (2018)

Algoritmo	RMSE	MAE	MAPE
Multi-gene Genetic Programming (MGGP)	7.31	5.48	N/A
Ensemble modelo (ANN + SVR)	6.17	4.24	15.2
SFA-LSSVR	5.62	3.86	12.28
MFA-ANN	4.85	3.41	11.7

Tabla de resultados en la etapa de validación

Tabla 11.

Resultados de las predicciones del a resistencia a la compresión con cada uno de los modelos Parte (1)

Matern5/2	RBF(1)	Matern32+ Matern52	Matern32+RBF	Matern52+RBF	DotProduct*RBF	ConstantKernel* Matern32	ConstantKernel* Matern52
RC_Estimado(1)	RC_Estimado(1)	RC_Estimado(1)	RC_Estimado(1)	RC_Estimado(2)	RC_Estimado(2)	RC_Estimado(3)	RC_Estimado(4)
14.92910342	15.54029139	16.21858377	17.560874	17.3873587	13.0065631	11.20338997	12.13719436
16.21327039	16.97869433	17.23517293	18.5284316	18.365712	15.2839504	13.86118887	14.72319116
23.74959256	25.15745741	22.96597928	23.9058685	23.8044713	25.3583576	24.77505437	25.18534626
36.69233313	37.4042226	36.92066735	36.5051889	36.4350102	39.4562003	32.00209287	32.05321966
37.05750884	35.94585811	39.68801564	38.8913954	38.5543726	39.9014366	30.4211861	30.14861045
16.13249324	16.29511896	18.26490564	19.7650877	19.4062317	14.0295442	13.13269999	13.43708797
17.42747504	17.73518258	19.27011556	20.6929653	20.3468378	16.3488295	15.84255945	16.1053765
25.16044546	26.07687031	24.98182267	25.9061257	25.6301525	26.6129425	27.02259602	27.01846827
39.25705821	39.82424232	39.25545568	38.6990982	38.4289296	40.9631929	34.86387402	34.65850959
39.74975886	38.67555763	42.20991105	41.347296	40.8011798	41.3594732	33.02061924	32.40504442
16.75106719	16.32341863	20.24410218	21.6708465	21.1916418	14.0089615	13.0439322	12.7858416
17.98266341	17.624171	21.14710302	22.4870622	22.0154921	16.3559776	15.70874986	15.47076056
25.67286781	25.50347677	26.40426797	27.2411739	26.7887564	26.7287345	27.0572307	26.77721615
40.70379416	40.86853628	40.3942048	40.128904	39.5072282	41.0349085	38.03523886	36.91471358
41.55178802	40.58632311	43.62030858	43.2437747	42.3452583	41.2144173	36.93690427	35.08467255
12.3947315	12.35155858	14.50412912	14.5060528	14.5775753	8.20586127	9.416533573	9.207748269
17.72749866	17.55176492	18.91405124	18.7457	18.7289133	17.5064813	18.61335577	18.92722466
18.49160095	18.06985629	19.26525182	18.6870833	18.5020094	17.2872233	14.30318457	14.16714441
25.43643369	25.58058721	24.32794351	23.5932638	23.3401886	27.0567505	25.58292362	25.43346078
26.6194731	28.41386471	22.61502809	20.1432187	20.0277987	24.0008057	18.44227856	19.70168884
41.77854055	41.63904521	42.71934098	49.0705713	49.2829412	46.3269532	45.63167967	46.83830989
53.78714495	53.53062314	53.37560052	55.7543148	55.8380605	57.2515693	55.31993836	55.56192056
39.5312682	39.42670119	38.06655282	39.0592798	39.2339332	40.1981131	41.5297793	42.3668276

16.91452073	16.31899323	18.22496862	17.8944066	17.755657	14.5889081	12.83865584	12.64780933
23.35564028	23.17153367	23.1160056	22.6833886	22.4850765	24.6959201	23.94734776	23.93570769
43.93329831	43.4058737	46.04272479	45.0544701	45.076489	36.8503154	34.14653189	34.4539008
44.01087689	43.49467203	46.14038843	45.1687184	45.1824608	37.4628695	34.95830218	35.22871092
44.15457934	43.65630249	46.32817525	45.3915262	45.3878502	38.6043128	36.52983534	36.7223459
44.36638014	43.88316874	46.63079828	45.7612936	45.7242117	40.3386424	39.10953509	39.15448145
44.62177435	44.096954	47.12528438	46.4114746	46.2955632	42.8412736	43.59276876	43.31613034
44.92996875	44.08836507	47.93802756	46.0484013	45.6980519	58.1609546	42.80419723	42.22842659
45.14202222	44.31446387	48.2055499	46.3402571	45.9560297	59.597188	45.11202722	44.34957219
45.36440467	44.5107725	48.60291356	46.835549	46.3727792	61.4532365	49.17387908	47.97176589
43.35272272	41.74196051	48.05192811	47.4104263	46.4441086	55.5046658	58.70217458	54.64793698
39.03131102	37.7015135	43.65327222	44.864923	43.2224676	18.5658916	54.91987857	46.51633142
37.69617331	37.3314577	40.21211058	41.7786894	40.2038684	-29.8690393	45.27855593	35.26093552
20.9296985	20.88231059	21.99489755	22.6736031	22.5459395	20.5898498	19.11125595	18.71803457
23.68737611	23.51829611	23.91515702	24.4437193	24.3110218	24.1681644	23.81245338	23.17057905
29.32251243	29.00444255	27.92601365	28.113423	27.9793527	30.3411504	31.06065671	30.22519069
37.97987406	38.1635975	35.67108316	34.9654812	34.9576328	39.0929502	37.51323945	37.53850281
42.3843467	42.38403759	42.67685479	40.9318127	41.0311618	44.2491969	36.79461199	38.11929393
41.36210431	39.41023386	46.49387044	44.0895313	43.339786	39.4590859	35.33402813	35.03134531
25.4569402	25.20068429	26.89683313	30.1388624	29.9815521	24.6082043	24.16133315	23.91785526
26.10965089	25.92024921	27.4213273	30.6092861	30.4627402	25.7785811	25.7476385	25.46370039
27.47272997	27.41617236	28.49536294	31.567661	31.4424978	28.0313185	28.78946477	28.41234583
29.99712173	30.16928524	30.44103975	33.288186	33.1996005	31.6968138	33.66687183	33.10553605
35.21099825	35.82825817	34.47146386	36.7912962	36.7726016	38.0125572	41.5674095	40.68366886
36.71581041	35.6189529	41.81624955	40.4111666	39.4362328	36.0802797	32.89032783	32.26056496
36.19299754	36.31681039	36.64064146	37.5372893	36.7692039	29.097407	32.50578561	31.79592691
17.04229862	16.70301723	20.15995664	21.568368	21.1016337	15.032365	14.43121262	14.11172471
14.48663955	14.64920521	18.27531594	19.9475271	19.8782172	16.0652961	14.1333562	15.1780751
28.39832201	28.79881478	30.4306447	30.6927732	30.816869	28.6719308	24.45821829	25.82419779
36.60102982	36.55927091	35.41745919	35.3600598	35.431855	38.3752169	37.38496057	38.14056072

19.38221373	18.86726467	27.82762117	28.9915593	29.1402147	20.5435123	13.55905143	14.27868082
23.27827406	23.10546961	22.99698896	22.5595894	22.3565024	24.258908	23.53193936	23.49422695
22.36334743	22.15573915	23.86670179	23.0076965	22.7795608	23.4745068	18.35902002	18.16411923
30.28061659	30.20721295	29.04414624	27.8471198	27.5908728	33.3409124	30.89047492	30.25454105
19.44483684	19.94034684	18.80467958	18.0487765	17.8554849	19.1400983	16.16075458	16.48434249
27.10067741	28.18556358	24.30762166	23.3010481	23.0868919	28.9567652	27.79028019	27.84457785
17.76407912	17.60657166	19.04412812	18.7928446	18.7800792	18.0071988	19.00033979	19.33820954
18.80766522	18.66987374	18.78180474	17.9831192	17.7697608	15.704146	12.35130081	12.22153684
25.68962273	26.131815	23.84753389	22.8872801	22.6155379	25.3188623	23.60918176	23.36232723
40.56340696	41.8448811	37.72983712	36.6221275	36.1676326	38.3369574	35.56438673	34.08507135
25.41500567	26.07842099	22.68823022	24.5566566	24.4624958	14.9998599	16.35491265	15.49408935
15.86832794	16.13868914	19.33255357	20.9538631	20.889463	18.3198592	16.96491436	17.89489371
24.13391707	24.71325375	25.28004426	26.5482065	26.488864	28.2886053	28.60735794	28.90811688
38.2359219	38.58011823	39.59536428	39.1082416	39.101182	42.1657947	35.21703049	35.91462123
18.36967368	18.09582117	21.1158368	22.4195736	21.9621868	17.3684149	17.15405677	16.83306788
26.46510513	26.37449586	26.57644433	27.3381143	26.9125122	27.6956763	28.61588089	28.20786269
41.23323911	41.52605778	40.80673474	40.3637897	39.8138381	41.9753939	38.55263105	37.69884464
39.58912897	37.67043956	44.26700992	43.9985887	42.4196527	34.8964047	34.03215854	31.68665526
37.33226142	37.23590645	38.19262857	39.1732384	38.1660768	21.888158	31.63455048	30.44456964
16.91304096	17.60933906	17.18870515	18.0679449	18.0466965	18.3026203	15.40807407	16.10751749
34.03161165	33.34238837	38.27369136	36.7516293	36.0321188	32.5986707	30.13830697	30.28574815
39.09467049	37.71428951	43.66943211	45.0006636	43.4271052	14.5486015	52.3271148	45.66301553
43.11642085	41.55739341	47.29112071	47.5391526	46.8811955	40.5830084	53.25442261	51.17364734
39.15981119	37.70634878	43.71897418	45.2891944	43.7978336	11.4443158	49.23348272	43.80023506
37.8279056	37.34770751	40.53582061	42.2189454	40.6778648	-26.4108689	41.04028247	34.29448398
44.78156888	43.92474126	47.76623887	45.8697754	45.5372473	57.1823805	41.40281883	40.92406109
13.36433687	13.42511106	15.56887979	15.351351	15.3903544	11.0853554	11.15855031	11.08997389
19.43322175	19.47770779	20.13145799	19.8806376	19.8368786	20.5554453	20.91100317	21.23865105
31.46242982	31.52414048	29.1879403	27.8081649	27.557913	33.874231	32.13835132	31.45553606
27.17737963	26.11318627	28.00807351	32.0094884	31.8134802	24.75219	22.45996799	22.69446665

35.12911037	34.95464505	34.82139177	37.9011822	37.8775146	36.7461069	38.42575785	37.99938328
48.91014661	48.77104981	49.38897866	49.5097383	49.6450358	50.5761303	49.7618477	48.73343733
28.54438815	28.97135553	30.56237954	30.8374877	30.9652982	29.0395266	24.83771039	26.19901242
36.75073241	36.73999389	35.55050248	35.5096424	35.5858197	38.7571462	37.7876154	38.53594163
13.31836971	13.39686677	15.46649665	15.2504601	15.287417	10.6921999	10.79851712	10.71777433
19.43322175	19.47770779	20.13145799	19.8806376	19.8368786	20.5554453	20.91100317	21.23865105
14.58212546	15.0954283	17.30978364	18.7308589	18.7886117	15.7136824	14.60489762	15.58814074
22.62213528	23.09587746	22.85389966	24.1516738	24.1416265	25.4246423	25.81235214	25.94157412
35.39466724	35.5785818	36.05657739	36.0699764	36.05913	38.6618273	32.98970064	32.79613226
33.86360057	33.22472965	38.232588	37.2653474	36.3596126	32.1648182	31.41273839	30.55924901
34.11203619	34.07196277	34.26992161	35.2269754	34.4998362	27.3748464	30.13624912	29.20611072
44.6651055	43.9717718	47.20314521	45.604158	45.4226568	47.5993224	38.88028255	39.12525251
44.81600198	44.13904948	47.38177437	45.7986011	45.5994433	48.6396398	40.34673478	40.50339326
45.03373397	44.37121374	47.66347236	46.1183006	45.8854119	50.190894	42.75620794	42.74474109
45.27255975	44.57764535	48.0973484	46.6687898	46.3569892	52.3037871	46.96596433	46.57127081
43.37150574	41.80373331	47.79016155	47.4395159	46.6063273	47.92938	56.39499155	53.63202959
37.74618449	37.33758636	40.32373923	41.9280272	40.3737849	-28.9079054	43.21866872	35.02484418
18.98146703	19.08678841	19.66426439	20.3010301	20.2096656	20.6416392	18.26281671	18.61338856
24.45201204	24.48688026	23.62370271	24.0428039	23.934777	26.7493141	25.21275799	25.21649714
36.98642535	35.86608125	41.65323991	39.5862164	38.8797074	35.6706888	31.71676642	31.90574213
22.06244205	22.78147804	21.00068444	21.7598208	21.7092695	24.2992409	22.12720983	22.36367429
39.681978	39.61376125	38.19837922	39.2098	39.3871529	40.5679767	41.93196959	42.74104413
32.54676977	32.45715219	37.32183713	44.8105087	44.9258018	35.4215519	33.60280399	34.38050826
51.13057933	51.98346947	50.88153238	50.9900938	51.108503	61.8023746	52.32527686	52.00024437
55.55443425	56.86714581	54.13476009	53.8774636	53.9834957	70.1072283	61.74534248	61.26934033
42.65447446	42.18655449	43.22729654	40.1042419	40.5295687	43.6658286	49.5790606	48.73084776
43.16197571	42.86293731	44.92323465	44.4199261	45.2216132	87.5446624	58.42790965	62.74159333
37.57056966	38.20859838	36.79822511	35.1846652	36.1039222	40.3528838	39.53455087	42.49332725
33.14860197	35.05404484	29.67471856	28.8635282	29.3588184	50.7497819	31.41892428	31.43721087
38.47036326	39.12113649	39.05084295	38.6559946	39.0625787	52.9427943	45.41871936	47.75861714

42.3329107	39.72563645	47.50436753	46.7780025	46.3918515	54.6866048	60.17104103	58.67247271
30.95117488	32.39828507	27.64753074	27.3517664	27.5861568	27.9813629	30.12342028	29.93619968
41.34937612	40.14766858	41.20486421	38.3239517	38.4900146	47.8478705	36.74061782	36.47490441
37.61140765	38.59761546	35.31561631	34.6291191	34.6788543	43.3978117	38.90259493	39.97921179
37.97268484	38.9842466	37.30682534	36.692161	37.2063548	47.6305321	45.81574792	47.78577915
27.89935345	28.46307649	25.2009694	24.6540379	24.5227608	35.610521	24.46101553	25.87375332
46.03138125	45.39860308	47.06336946	46.8841326	47.3624087	47.162526	46.17514061	46.74761856
40.76212432	42.04396999	37.51083059	35.5466872	35.6531848	38.144093	36.38472029	37.13815721
30.95996781	32.65779462	27.73425693	26.7742999	26.7224754	22.0009571	28.73178858	27.79412749
39.54482662	40.29383338	39.37971133	38.5385703	39.3691756	63.3724183	49.02688349	53.19068515
42.74149349	40.94222968	46.35821313	44.7587183	44.8194251	44.5556083	56.9415435	55.44063897
45.23010385	42.43622977	48.00870485	46.672518	47.0098257	48.3170559	39.48003196	39.59567131
48.0544193	45.01162347	52.88985032	50.3878553	50.3914285	62.310395	50.92707537	52.90319495
55.66221447	57.10221248	52.9411046	52.8674525	53.636498	63.2092422	60.39391634	58.74966789
41.81114076	43.02193464	39.8802163	40.1298545	40.7095192	48.8133854	41.6019642	38.65146788
25.91773967	25.74047482	23.68273992	23.9001602	23.7004662	21.6037414	20.44972998	19.1814957
24.44946432	24.91191267	23.88034124	25.1907116	24.8253012	44.0092487	26.88462897	28.75005033
41.13671461	40.38246896	43.17091626	42.6948033	43.429534	76.115676	54.61094368	58.58085436
33.84787953	34.08365819	31.57348127	34.5919443	34.5894373	33.006526	35.73895479	35.53486501
39.71588035	40.17947079	37.80782479	39.155155	39.5244558	31.7753865	36.18503133	36.89802875
44.79027445	43.46862748	47.39904756	45.7171073	46.0583134	46.5986444	55.07664582	53.66228562
47.61377977	45.53397289	50.22943849	49.3450074	49.7254896	50.8228909	44.50352103	45.24183815
43.9975608	45.09310886	43.32368964	44.5716698	44.8783432	40.5261249	40.94943217	43.78336477
39.51914751	38.9804384	41.13419933	40.7648211	41.3714574	68.0894802	49.35394355	54.42654935
41.5094866	40.94049479	41.72544831	41.5765279	41.495925	46.7332625	43.64367342	44.72086807
33.79052889	34.7300858	30.4217437	31.009587	31.1881953	30.5704017	23.74380391	21.8291922
41.65249742	42.69659839	38.2647149	39.7399807	39.9028909	41.0189844	45.24608959	45.58134517
40.44426511	41.09326265	37.75382013	40.5359197	40.7227094	39.6310979	41.41636073	42.17650375
38.07333928	37.86278557	38.46014375	37.3654803	38.2590004	45.9703961	42.12897664	46.45833478
40.50621872	40.66980796	40.08748597	39.4749728	39.8515945	40.3411408	39.89852505	39.10342961

36.83387059	37.25314674	34.0591504	35.1578594	35.4097581	33.0551676	33.43395241	34.10422148
48.80669589	50.18510077	46.69417543	46.4388547	47.3328364	51.8675718	49.40955506	46.75651007
27.26330371	27.62649117	26.57637853	28.2710867	27.9181257	46.9244138	30.65814204	32.47383311
34.26112766	35.08599065	32.66282148	33.9329786	34.2870364	61.0335141	32.59746978	33.73113632
51.40675816	52.28189011	50.26852388	49.7947637	50.6890507	52.443554	56.84239094	55.49967793
37.22010691	37.56985839	35.82523507	38.7767942	38.8974483	32.9713294	32.38931532	33.09626428
36.99788053	38.29967398	35.65539235	34.6243657	35.5007096	48.168783	43.08836406	45.58463142
20.29871244	20.25232394	19.8763997	22.0812017	21.6751654	39.4060311	34.78632241	34.92533811
44.65824362	45.39657846	43.68947	42.7288131	43.6012671	48.4014653	47.43963223	45.94217682
40.28711209	40.20465449	39.84206552	36.8062275	37.8722404	44.591173	43.7855703	45.54072643
43.6043342	44.52413816	41.80744428	39.180457	39.2379225	41.8207489	40.30183126	40.34844155
22.87534323	23.23134075	21.60931272	22.8585175	22.5957389	37.7611668	22.1057153	22.72811082
32.35747674	33.3216578	29.60028667	29.5942475	29.8149424	47.0870356	20.27971901	18.24214048
35.59687289	35.95544357	33.42788619	35.6838275	35.9805544	26.8960185	27.62391927	27.66719991
20.37936877	20.38812854	19.63056153	21.7928002	21.7218571	28.1091501	27.76183354	27.51785811
45.94684268	44.73851039	46.61672563	45.4804118	45.8555441	46.3181348	40.59859821	39.16617355
23.29476928	24.92200681	18.45754761	19.3619907	19.3940358	18.0410805	23.44423925	22.9229241
35.8464407	37.07802712	33.86517019	33.6702779	33.8930667	29.7234038	32.59608191	31.59103298
35.36614109	36.89347755	33.50454301	32.2775805	33.1939326	42.0210168	40.18702272	43.09212909
31.32378721	32.05373446	28.85840053	29.0063999	28.9715299	51.3612686	26.32276405	26.25838215
38.02990504	38.22565222	35.83745927	36.6908373	36.9985545	32.9948078	35.04901678	35.96328677
37.92013832	39.22869321	36.35524434	35.4874864	36.094546	58.4186748	43.76242166	45.91638654
26.86393553	27.88817779	23.29660076	23.6424062	23.6433086	24.0971122	27.87922877	27.42797122
38.94099259	39.20701685	38.46928662	41.0068527	41.2029059	35.4962717	34.76507661	36.38550502
20.14612672	20.32722702	18.41396016	19.2671676	19.1327926	29.9353417	29.93782149	31.30571748
44.72593079	44.97314985	45.1713025	43.5562229	44.3053875	43.2447212	50.90396323	49.83687533
33.99685582	34.63284653	31.06238527	30.7347544	31.1004883	15.7481227	24.79456028	25.73294101
32.56247853	33.38425332	29.71020514	29.0225121	29.0555727	16.7717717	12.34804464	11.26766007
31.88764022	32.26889905	28.81347436	29.1278803	29.0979879	34.1499561	31.72686053	32.51481174
32.54152237	34.83277815	30.09370584	29.4489941	29.9724903	36.0664917	40.53031999	42.96379606

37.21983124	37.94765255	36.71401424	35.9897125	36.4210117	26.4452173	31.75076721	31.62896936
42.38526649	42.5404096	44.23550767	43.5331049	44.2284675	45.3776274	53.20315634	53.77436665
43.08727268	42.36692824	45.3769452	45.7388203	46.0457096	50.6390675	43.08137583	44.91479888
43.36805488	44.35091761	41.9174878	41.8635438	42.4090905	41.586235	48.06067257	48.47705171
26.68316654	27.39564462	27.42218179	28.6035251	28.5482373	34.5623724	34.24254755	34.78641937
25.24928255	26.71874462	20.89034695	21.2264977	21.2979198	19.7245208	25.54092276	25.00521443
30.12712497	30.94351039	28.01805562	29.0811346	28.9393169	46.0955556	29.42115299	31.06403587
40.38930527	40.36004816	40.39321155	39.5017783	40.2385776	78.8837313	43.57071791	44.90089826
45.65099862	43.10535938	48.96203202	47.340021	47.5061116	58.4811122	41.35616343	40.45849809
28.22824612	28.70255111	24.06773204	24.2450393	24.2557505	14.6766056	12.80883527	11.28625503
23.15247696	22.55845375	22.46488637	23.0335502	22.8033585	42.6187153	24.4486027	22.92427231
28.89878018	30.68750981	24.63324732	24.1295579	24.3294207	17.7495861	25.93509107	25.50967375
45.3496966	45.24553678	46.80706376	45.8537847	46.5756326	48.1189065	54.71786012	54.47378287
47.92847099	46.24190959	52.26937074	51.1367212	51.3314691	54.3527746	65.31305522	64.37849924
53.7086846	54.42313764	54.71604127	55.3246043	56.169466	49.709948	74.23288336	75.73734245
17.76303801	17.47022916	17.49382276	19.205555	18.9297639	22.4321855	29.9915056	30.12259356
35.2620708	37.22808358	33.41161699	32.6480828	33.2899779	39.8536467	44.03726356	46.91708821
34.50295793	35.94097155	30.10888774	30.0109944	30.4816524	28.5867445	20.12238765	18.54097045
40.95212934	39.65349307	42.83537072	40.8769032	40.8608725	37.9299614	47.62061742	45.59419707
41.23406268	42.80279616	38.44244165	38.800462	39.0610166	42.3656462	47.67825889	48.40491713
41.86852191	41.1709827	41.42054719	41.8166182	41.7864146	44.9064536	46.68760654	47.66823365
39.90354966	39.55432675	41.43660707	40.8035447	41.5533622	58.0133123	50.77037003	54.48315761
39.4141582	38.86123107	39.3420865	38.3092096	38.5649863	43.023021	35.96200252	36.27168592
20.38351565	20.63263732	19.00798196	20.651342	20.410952	19.0161943	33.32370014	33.92097886
34.63618055	36.02896397	30.02264196	29.8159599	30.3662396	19.7626038	15.37260027	12.46085844
25.88407752	27.40309576	25.62904138	26.5811414	26.5965715	38.0280726	33.30951015	34.89581924
37.88948523	39.28162599	37.16193361	36.3669197	37.1260244	50.5093524	46.97392801	51.07481825
29.81949049	31.35935267	24.65674562	24.7801684	25.1073458	22.7545003	21.98907509	20.85651838
41.06941688	41.32747786	41.66094178	40.2456823	40.8711925	41.0163172	47.63384722	47.35220058
38.33871204	37.63533666	40.44604534	40.537977	40.6203603	67.6516629	50.79431091	54.80231983

38.62712298	39.17036831	38.02559203	37.4959514	38.409809	69.6529953	43.31516334	46.54983429
37.14020341	37.73826656	36.91399783	36.1416186	36.5486247	29.9796552	35.19210426	35.11089643
39.60318964	38.59348127	42.2490446	42.280102	42.5509278	81.0653038	55.36125401	60.02027603
40.3582394	39.39309414	42.8156764	42.6973307	43.1864727	83.9424777	55.47855681	60.26057219
37.52644642	37.48302424	38.22558016	37.890891	38.088946	21.9901608	31.74453317	30.67958
36.8443364	37.24083179	36.09867639	35.3840949	35.8311089	12.1710044	23.42070204	22.05307003
39.19807535	38.33683737	41.49636335	41.3895351	41.7298332	64.6735254	52.14550464	56.18886363
31.53910353	32.39084608	29.11740107	28.2803254	28.3368004	13.1653743	19.04881302	18.30580166
37.77539562	37.39934411	39.08184952	38.9676157	39.1162018	39.9326014	42.72877931	45.35203409
38.12224385	37.60627043	40.12247962	40.1680664	40.1477721	40.25176	43.12904518	43.62690506
37.22674534	37.15559458	37.54652113	37.0810695	37.3429514	19.6135613	32.43873355	31.53868105
37.8166205	37.41710266	39.21642608	39.1247176	39.2487426	39.6234708	42.77835791	45.04130626
40.26602764	40.179211	39.82232064	36.8127662	37.8768971	44.4896688	43.71294959	45.44353107
43.60118303	44.5280792	41.79361123	39.1670494	39.2249321	41.7566498	40.182392	40.23655627
22.95783367	23.32268038	21.6582715	22.8964276	22.6370557	38.0097964	22.03734557	22.67283295
32.39284001	33.36372928	29.63098926	29.6259758	29.8510968	48.0493773	20.19620138	18.20315525
35.56047085	35.93015882	33.36070747	35.6119802	35.9085949	26.519906	27.41099654	27.4064164
20.36313069	20.37379855	19.6182248	21.7948911	21.7192494	28.2144588	27.83741268	27.60846767
45.93157114	44.7161397	46.60245485	45.4691499	45.8432322	46.3755109	40.40096379	38.97802558
23.2761816	24.91379874	18.39735431	19.2957582	19.3310382	17.856487	23.29315225	22.77694474
35.83746445	37.07129938	33.85997743	33.6555299	33.8818006	29.7892741	32.5446707	31.56038681
35.35165439	36.88328285	33.47327108	32.244453	33.1600652	42.604832	40.10364442	43.04492872
31.37397081	32.1033356	28.92134875	29.066154	29.0325097	50.6750637	26.4108874	26.31125149
38.04952455	38.24148086	35.86478013	36.702133	37.010743	33.0338131	35.25132036	36.15739804
37.89969331	39.21253917	36.32846898	35.4595237	36.0669472	58.5243719	43.64820831	45.8080744
26.85330023	27.89464539	23.27199334	23.6275825	23.6307176	24.1813206	27.92077188	27.48117284
38.97202432	39.24694389	38.49462384	41.0276755	41.2234425	35.4931097	34.7129868	36.33350641
20.11878003	20.3041641	18.36791867	19.2125326	19.0809462	29.8782525	29.84226534	31.22153196
44.60826299	44.84038398	45.0608899	43.4311561	44.1759138	43.1402775	50.73853121	49.67286575
33.99760503	34.62747142	31.07771773	30.7595818	31.1212487	15.8412106	24.88687909	25.80632971

32.57434779	33.39494811	29.72007889	29.0301644	29.0633992	16.4135052	12.2517763	11.1463833
31.81794995	32.20378536	28.74088735	29.0501065	29.0201788	33.8928834	31.78026873	32.52570203
32.48066678	34.78963013	30.01275891	29.3745546	29.8945463	36.0781864	40.47696525	42.91321558
37.21614219	37.95563538	36.70523566	35.9857516	36.4137591	27.1356873	31.8289604	31.7395465
42.40961162	42.55958534	44.2775113	43.5852421	44.2830229	45.7326224	53.39392612	54.00392545
43.15294035	42.40953224	45.42666597	45.7699414	46.080307	50.0411074	43.20877416	44.98296733
43.3408099	44.33331761	41.87664766	41.8156448	42.3621292	41.8239576	47.9463373	48.37927909
26.77584571	27.4725372	27.51566285	28.7060607	28.6506777	34.9389672	34.38141848	34.96211679
25.2476118	26.72475851	20.85523385	21.200159	21.2706313	19.6990393	25.48557068	24.93879677
30.18495816	31.00812854	28.06004399	29.1216213	28.9825726	45.8362725	29.48600453	31.11405421
40.36570991	40.34116863	40.36082906	39.4697514	40.2045369	79.4062175	43.61573984	44.98626252
45.63900422	43.1118421	48.91327256	47.295142	47.4652462	58.4554117	41.30250029	40.36172854
28.26364099	28.7532515	24.06844062	24.2448769	24.2605455	14.6865191	12.71688527	11.21178962
23.1514703	22.56605777	22.46426171	23.0375635	22.810882	42.8933762	24.393736	22.88893785
28.87870448	30.67014764	24.58907909	24.0870023	24.2900714	17.6390172	25.85733866	25.43621253
45.4466976	45.33256176	46.92686052	45.9788119	46.7009478	48.5935961	54.88525808	54.6647978
47.96592322	46.28734709	52.30686921	51.1821304	51.3762274	54.4527138	65.35550331	64.42640721
53.64001646	54.36476791	54.62723893	55.2231608	56.0696845	49.6097198	74.01928982	75.52036727
17.73672634	17.4421542	17.47236795	19.1770768	18.9035758	23.0821493	30.0171276	30.18991489
35.26551497	37.24185468	33.40158529	32.6425092	33.2815199	40.6044762	44.05272614	47.00640858
34.50673753	35.94599607	30.10999686	30.0088666	30.4805901	28.6720272	20.00021563	18.42572014
40.93445868	39.63071283	42.82559175	40.8740177	40.8546634	37.8274653	47.6292837	45.5959255
41.34946012	42.92953183	38.56317681	38.9150026	39.1795525	42.3898256	47.88499303	48.58812422
41.85530465	41.14822816	41.39514894	41.762878	41.7281199	44.9036515	46.51744251	47.49188822
39.91465675	39.55283901	41.46778459	40.8392326	41.5851161	58.2093575	50.88108037	54.59328374
39.4096861	38.86163903	39.31924409	38.280402	38.5359059	42.3069202	35.96304655	36.22161139
20.38826293	20.6447298	18.99417466	20.6315038	20.3935105	19.3632317	33.28891345	33.93253467
34.62095519	36.01364783	30.01043147	29.8180308	30.3630312	19.6944634	15.48196287	12.54351898
25.83836315	27.3555277	25.5808217	26.536752	26.5537684	37.9733317	33.2344572	34.82146666
37.91470959	39.30061303	37.20823449	36.4139853	37.1733588	50.9494888	47.16241293	51.27451663

29.78820837	31.32386769	24.61839074	24.7361763	25.0649547	22.7439244	21.92510147	20.80454062
41.10998002	41.35850754	41.72568483	40.329947	40.9566331	41.5520696	47.78808184	47.55485701
42.65422487	42.1888839	43.22558183	40.0964573	40.5216105	43.6582097	49.70125369	48.86277609
43.17789277	42.88313444	44.93513459	44.4317501	45.2334723	87.3619262	58.42660136	62.72990265
37.56245717	38.20195265	36.78623695	35.178038	36.0968329	40.4565231	39.43733929	42.40738912
33.09683645	35.01248497	29.59349078	28.7821272	29.273197	50.3900325	31.2897848	31.2945933
38.45376254	39.10718886	39.03356904	38.6426668	39.046769	53.0630302	45.44819632	47.79552252
42.34985905	39.74131047	47.53185624	46.8112612	46.4272132	54.7708471	60.23499389	58.7460513
30.92195515	32.35792846	27.59744877	27.3007552	27.53915	27.8977452	29.99201843	29.81919081
41.31100728	40.1172218	41.17019624	38.3185289	38.4868574	48.0332544	36.77785412	36.54016909
37.56565486	38.52431292	35.27489824	34.6139983	34.6633532	43.0932916	38.84827563	39.88574519
37.94860046	38.97001762	37.24671048	36.6295454	37.1427665	47.5039162	45.67083336	47.62684597
27.93632926	28.51264763	25.21277112	24.6499735	24.5229938	36.1836932	24.50454954	25.95932576
46.03601373	45.41514646	47.05892915	46.8853889	47.3644905	47.1399436	46.23667512	46.81154713
40.71789604	42.00314706	37.44907541	35.4688849	35.5720577	38.0029803	36.31832545	37.0530464
30.94889613	32.63807679	27.72395415	26.7625538	26.708417	21.7382592	28.69297895	27.69807992
39.53838105	40.2903475	39.35961217	38.5176032	39.3471114	62.9941893	49.06207567	53.18219981
42.74695223	40.95600444	46.34570092	44.741027	44.8035093	44.588654	56.80934747	55.29681998
45.2036639	42.39778937	47.98899812	46.6480716	46.9821205	47.9071538	39.29213101	39.39743652
48.05484339	45.01625727	52.87196321	50.3645005	50.3691221	61.8796564	50.82720298	52.79716771
55.65172011	57.10178066	52.91678209	52.8500848	53.6197336	63.6835107	60.28530586	58.66366193
41.78228702	42.99588334	39.85446519	40.1002708	40.6759758	49.0453943	41.6068201	38.68886356
25.94752851	25.77549723	23.7141952	23.9217985	23.7224494	21.2715141	20.39323729	19.07745126
24.50408791	24.97498429	23.90698117	25.1815793	24.8213842	43.4120682	26.72647396	28.57979813
41.12826679	40.36617527	43.17846889	42.7076288	43.4364227	76.6214178	54.63776715	58.62320861
33.81790296	34.05261202	31.54166192	34.5573141	34.5529287	32.9840459	35.54105011	35.34257117
39.73666982	40.1879807	37.86481256	39.2133446	39.5840738	31.7198525	36.37685766	37.08075289
44.7684437	43.42444474	47.39744157	45.7172165	46.0538845	46.6825304	55.11426099	53.7099024
47.57800234	45.48353655	50.20643586	49.3103299	49.6900702	50.7424226	44.48878201	45.21770744
43.95769821	45.0547094	43.26411695	44.5297766	44.8370596	40.3905162	40.76111637	43.56992512

39.52520448	38.98588076	41.14252061	40.7696049	41.3774505	68.4315673	49.43298712	54.50977227
41.68167395	41.1231037	41.87748689	41.7327886	41.6562548	47.3969732	43.80237466	44.90621408
33.76886436	34.70525633	30.40266127	30.9927179	31.1694379	30.4962833	23.69618397	21.76471591
41.62696944	42.67908398	38.24790353	39.7057296	39.8697865	41.030284	45.27696288	45.62112073
40.50168981	41.1650299	37.79008741	40.5532508	40.7415779	39.7190549	41.24378143	42.04243425
38.0698048	37.85866712	38.45483226	37.3611188	38.2552063	45.5656495	42.19080453	46.52402163
40.50817433	40.67361206	40.08184785	39.4694193	39.8429585	40.3558295	39.70143871	38.89606187
36.86366191	37.28392023	34.09953374	35.2152347	35.4683106	33.1528497	33.54711971	34.221186
48.73081371	50.11974929	46.60902948	46.3630111	47.2558599	51.8905837	49.19045435	46.51395214
27.23693367	27.59867696	26.5476119	28.2411372	27.8889691	47.4681872	30.5552363	32.38968965
34.25747341	35.08174121	32.65838784	33.9252503	34.2814713	60.5564331	32.55281091	33.65090212
51.47020912	52.33245211	50.34979219	49.894925	50.7870813	52.3992487	56.97892926	55.63399117
37.22283811	37.57313622	35.82969207	38.7728001	38.8917449	33.0562088	32.32834188	33.06139819
36.93759685	38.24576247	35.59012479	34.5648186	35.4391657	48.1952552	43.11033808	45.64550961
20.37324018	20.34091127	19.94522256	22.139827	21.7366674	39.8704051	34.96493844	35.14631779
44.75794851	45.51961196	43.76773996	42.8185606	43.6919139	48.0675182	47.52735795	45.99675574

Tabla 12.

Resultados de la estimación de la resistencia a la compresión con los modelos obtenidos usando datos de validación parte (2)

ConstantKernel*RBF	ConstantKernel*Matern32+ ConstantKernel*Matern52	DotProduct*ConstantKernel
RC_Estimado(4)	RC_Estimado(4)	RC_Estimado(4)
12.88557854	12.112523	19.2086705
15.22864025	14.7708482	20.2086705
25.18213564	25.26190655	21.2086705
35.08439104	31.98764507	30.2086705
33.85078854	30.19812481	36.7086705
13.87611424	13.13528912	22.2086705
16.31664878	15.9010667	22.2086705
26.75011351	26.92209331	26.7086705
37.34809	34.31070415	36.7086705
35.88545614	32.08820049	39.2086705
13.36167757	12.03863995	25.7086705
15.83401773	14.89398662	26.2086705
26.54166738	26.54285137	29.7086705
38.29196932	36.04413311	37.7086705
37.08969414	33.98376934	40.2086705
9.74614284	8.79135601	15.7086705
18.78517505	19.09534161	18.7086705
14.08099281	14.03357403	20.7086705
24.55737973	25.44733135	23.7086705
21.82661573	20.23761455	18.2086705
47.32414635	47.85010235	37.7086705
55.62944374	55.42487041	45.7086705
42.45938587	42.76984112	35.2086705
12.46253671	12.37296001	21.7086705
23.13902553	24.01141827	22.2086705
36.4176176	29.12598125	41.2086705
36.99516735	30.32263653	42.2086705
38.1084732	32.61215679	43.7086705
39.91946978	36.28958599	44.2086705
43.00043571	42.43066875	45.2086705
43.76529854	35.28937237	51.2086705
45.12063201	38.87735454	53.7086705
47.33720768	44.87375347	53.2086705
49.48320069	55.24573223	61.7086705
39.41583524	42.38846294	73.7086705
31.66838495	23.42993633	89.2086705
18.84793815	18.78900616	23.2086705
22.89956986	23.25238506	22.2086705

29.61562176	30.22470562	24.7086705
37.83213617	37.43521587	28.2086705
40.36609666	38.2602586	30.7086705
34.99816802	34.84488384	43.7086705
23.82915971	23.91922466	27.7086705
25.22878456	25.51141827	27.7086705
27.90929762	28.52637188	27.7086705
32.2154698	33.26553814	27.7086705
39.35097234	40.76642315	33.2086705
32.4688836	31.81015484	42.7086705
33.91192398	29.92920391	67.2086705
14.45374587	13.47790996	24.2086705
16.17100685	15.2541856	22.7086705
27.82669432	26.19308941	29.2086705
38.98663916	38.69037334	34.7086705
17.6310645	13.42184917	31.7086705
22.58884769	23.53827373	26.2086705
19.73033799	18.39169781	24.2086705
30.89183779	30.53159038	28.7086705
16.41759582	16.51413433	19.7086705
26.90606848	27.80963604	23.7086705
19.23538308	19.53662579	21.2086705
11.66042252	12.01556866	21.7086705
21.93600109	23.24527447	22.7086705
34.38326417	33.00464336	31.7086705
13.1454191	15.26050274	17.2086705
18.62958382	18.02768413	22.7086705
29.0398658	29.02740948	24.7086705
38.75677074	36.0639085	33.2086705
16.95339927	16.34146587	25.2086705
27.74270757	27.96017925	29.7086705
39.2747799	36.93744366	36.2086705
33.42889264	30.65042583	48.7086705
35.03721154	30.68448345	70.2086705
16.32550671	16.0482835	19.2086705
30.25816762	30.34506695	37.7086705
40.74047861	43.65747539	70.7086705
48.16738405	53.21509258	52.7086705
40.70033459	42.58759014	64.7086705
34.20205489	28.36401836	73.7086705
42.918872	33.05682842	50.7086705
11.22850841	10.81116192	18.7086705
20.68333894	21.40341656	21.7086705
31.88477894	31.65549175	26.7086705
22.89346917	23.13379375	26.2086705

36.92127581	38.43848125	29.2086705
47.88323227	48.14416973	38.7086705
28.24286067	26.55716412	29.2086705
39.42070688	39.07440655	30.7086705
10.77438981	10.40802471	15.7086705
20.68333894	21.40341656	21.7086705
16.31798562	15.72836773	17.2086705
25.92762184	26.12631695	19.2086705
34.85536406	32.83969585	31.2086705
30.43125504	29.77902691	40.2086705
31.44853875	26.2760667	66.2086705
41.4213127	33.05600445	45.7086705
42.37686102	35.31134502	49.2086705
43.91853701	38.93497173	49.2086705
46.48862909	44.98920147	52.7086705
49.86066908	55.53702251	59.2086705
33.23305967	26.74493877	83.2086705
18.80082995	18.6114854	17.2086705
25.07659094	25.14233868	19.2086705
32.15182846	31.94934551	41.7086705
22.18208674	22.24292461	17.2086705
42.84274901	43.12222759	33.2086705
35.34573013	34.16919414	32.2086705
51.71208065	52.97830669	51.7086705
60.31357998	63.45511333	53.7086705
45.91055595	46.61761944	29.7086705
67.21196954	64.01337139	36.7086705
44.5192982	41.8423814	18.2086705
31.34550258	32.82300274	19.2086705
50.35428824	47.35580913	39.7086705
55.51173899	56.43570415	48.7086705
28.03007503	29.91681377	27.7086705
35.07529459	37.24911968	27.7086705
41.36444997	42.03500835	33.7086705
48.28393097	48.3757066	31.7086705
28.31810384	28.91989605	25.2086705
44.72010498	46.76224224	37.7086705
38.53622319	38.32852642	26.2086705
23.96866634	26.78949444	29.7086705
58.6016709	55.43829815	29.7086705
50.69211684	51.39978496	35.2086705
38.57753956	40.59732525	33.7086705
54.03125537	55.5477647	40.2086705
55.01571144	57.51132671	41.2086705
33.66463897	36.99954693	25.2086705

16.57839047	19.3587083	25.2086705
31.0150983	32.62900249	30.2086705
61.97770453	57.59982769	27.7086705
35.0837342	36.55591289	28.2086705
37.02630607	36.67770855	25.2086705
50.69825304	51.2731065	36.7086705
44.4039675	46.36218731	40.7086705
47.43315058	43.34650127	34.7086705
62.96347303	53.95407574	30.2086705
43.73555737	44.40091412	37.2086705
17.20833242	18.03033916	22.7086705
46.19056754	46.69260113	36.2086705
42.87778945	43.32013409	33.7086705
50.41760105	44.49924175	13.7086705
36.10386359	39.08606426	31.7086705
34.38744732	34.91260235	25.7086705
42.24588811	44.54236309	27.2086705
34.78152148	35.9751939	36.2086705
34.82192107	34.81744854	30.7086705
53.11087279	54.27112286	36.2086705
33.85931804	32.68481914	29.7086705
48.3862819	46.85571758	22.2086705
31.83068598	37.42435162	28.7086705
43.25278245	44.65918438	28.2086705
44.67241765	43.38327495	11.7086705
41.7087535	41.14166729	35.7086705
24.66842871	25.95538799	25.2086705
14.93458956	11.74078838	18.2086705
26.44890639	26.1922044	19.7086705
26.6790052	28.67200176	17.2086705
35.62051785	39.39886944	37.2086705
20.20886135	23.32495586	16.7086705
29.79274585	29.63864605	29.7086705
45.52453951	44.32059185	20.2086705
24.07710529	25.27722637	28.2086705
36.13057439	36.45306866	24.2086705
48.74363462	47.92612163	25.7086705
24.57439476	27.50809185	27.2086705
38.20407031	35.14230816	30.2086705
29.12520213	33.04077618	24.7086705
47.47199639	47.81149761	30.2086705
19.8906818	25.13837139	12.7086705
10.05284462	9.580967826	25.7086705
33.42014013	33.88187115	22.7086705
43.59539353	44.20547954	22.7086705

31.96865725	26.70233623	27.7086705
52.59690919	52.98489849	37.2086705
44.53681722	45.47354595	38.7086705
46.52590404	47.40924541	35.7086705
35.40443708	35.53851787	25.7086705
21.8443032	25.58762066	17.2086705
34.0145795	34.45502178	35.2086705
45.34151807	43.32239239	23.7086705
37.67792285	40.66342632	34.7086705
8.634932928	11.50510113	20.2086705
19.67058315	23.3430833	20.2086705
22.08955023	25.62231914	19.7086705
52.97012212	53.36505596	38.7086705
61.22842475	61.88885967	46.2086705
75.26414054	74.52975933	50.2086705
27.38407534	30.8663377	23.2086705
48.61145928	48.22440044	24.7086705
16.22243168	14.18948833	19.2086705
42.20588567	42.80670635	35.7086705
48.79505605	49.20413677	33.7086705
47.17800564	47.74329082	40.2086705
58.84339943	53.50302593	28.7086705
34.96774751	36.53766338	28.7086705
30.81803386	34.51236431	25.7086705
7.271212418	6.085728568	10.7086705
36.50461735	36.63818829	27.2086705
55.58340479	52.76959698	28.2086705
18.61078774	21.36371319	14.2086705
45.73438017	46.14502422	29.7086705
56.73048919	51.34735577	28.2086705
50.86210258	47.59503643	24.7086705
34.47259527	31.33951275	27.2086705
64.18912509	58.60040752	28.7086705
65.18414729	59.46106426	31.2086705
29.82525125	21.47244732	31.2086705
21.33451461	15.12180035	22.2086705
60.61196595	53.64963238	30.2086705
16.72919238	16.2468919	25.7086705
45.27065508	38.41360943	21.7086705
44.49035732	35.94348614	37.2086705
27.96492666	25.71170513	23.7086705
45.15509136	37.84714214	21.7086705
44.55969323	43.27127544	14.2086705
41.59696056	41.04153912	36.2086705
24.64866262	25.95477764	23.7086705

14.99543799	11.74219219	21.2086705
26.16397383	25.87244121	20.7086705
26.76601039	28.79132549	19.2086705
35.49206173	39.20624248	38.2086705
20.05755896	23.17932598	15.2086705
29.78035277	29.62942974	30.7086705
45.53196591	44.36291973	21.2086705
24.08307608	25.24658672	26.7086705
36.30326762	36.66235821	24.7086705
48.6689115	47.8154649	29.7086705
24.62899657	27.57309429	26.2086705
38.18629599	35.08582012	29.7086705
29.05884567	32.9613084	24.2086705
47.3108889	47.64148418	29.7086705
19.94726362	25.20618145	10.7086705
9.966980284	9.379368705	28.7086705
33.37765611	33.85519878	25.2086705
43.52837457	44.1672105	22.2086705
32.09956616	26.93753521	29.2086705
52.87165877	53.25925152	34.2086705
44.49172654	45.46194927	41.7086705
46.47526463	47.35040752	34.2086705
35.63288926	35.77283184	28.7086705
21.75174815	25.51166241	19.2086705
34.05257753	34.44379131	34.7086705
45.45021514	43.52417461	23.2086705
37.49641622	40.54269878	37.2086705
8.562567615	11.4633836	18.2086705
19.69105605	23.32986919	20.7086705
22.00913919	25.55634014	19.7086705
53.20053013	53.58768169	34.7086705
61.29998667	61.94412701	45.7086705
75.03936171	74.32037823	50.7086705
27.46703123	31.03131573	20.7086705
48.78099938	48.41235821	27.7086705
16.13016845	14.03125469	22.2086705
42.20811038	42.80112163	34.7086705
48.94266906	49.36890118	37.7086705
47.00544041	47.5984544	42.2086705
58.92877871	53.62125103	30.2086705
34.82833392	36.37851421	31.2086705
30.89170205	34.59036724	24.2086705
7.317037543	6.205479545	11.7086705
36.42425932	36.56280987	26.7086705
55.75212853	53.02545635	29.7086705

18.54858442	21.32800762	13.2086705
45.99389544	46.41898052	30.7086705
46.03798197	46.75327007	29.2086705
67.20958647	63.97784893	37.2086705
44.46209203	41.78070537	18.2086705
31.19061277	32.66769878	17.2086705
50.39399567	47.40421001	38.2086705
55.60078808	56.52005474	53.2086705
27.94914504	29.81982891	25.7086705
35.17157826	37.35681621	26.2086705
41.1944051	41.8725938	32.2086705
48.11777816	48.20871441	29.7086705
28.46132963	29.11960308	24.7086705
44.77493903	46.81378643	40.7086705
38.42973324	38.22208111	26.2086705
23.85650295	26.66263287	26.7086705
58.51413167	55.40689556	29.2086705
50.56212226	51.25619976	36.2086705
38.40234969	40.34506695	35.2086705
53.92128122	55.39120953	40.2086705
54.97548203	57.41525738	40.2086705
33.74713074	37.08725445	28.7086705
16.44373951	19.1934251	21.2086705
30.86475212	32.3774461	33.2086705
62.00915779	57.67014019	24.2086705
34.91142545	36.34665386	27.7086705
37.17448604	36.84375469	26.2086705
50.76081997	51.3507127	38.2086705
44.38177811	46.34909527	40.7086705
47.19173797	43.1102647	32.7086705
62.99039512	54.09732525	31.7086705
43.94702651	44.65182964	37.2086705
17.15640111	17.97217266	22.2086705
46.23657008	46.73660747	34.7086705
42.79162578	43.17361919	33.7086705
50.48463176	44.52982037	14.2086705
35.92516611	38.87253277	33.2086705
34.50144409	35.04092876	23.7086705
41.99333226	44.2456712	29.2086705
34.7254116	35.9895982	35.7086705
34.69344891	34.65372173	31.2086705
53.24239306	54.39996807	36.7086705
33.84860492	32.64889995	27.7086705
48.4731788	46.96210186	21.2086705
32.05535709	37.71533672	26.7086705

Datos de la resistencia a la compresión en la etapa de la validación.

Tabla 13.
Resistencia la compresión de la validación.

RC (1)	RC (2)	RC (3)	RC (4)	RC (5)
11.8520924	11.8520924	11.8520924	11.8520924	11.8520924
17.2437948	17.2437948	17.2437948	17.2437948	17.2437948
27.8272514	27.8272514	27.8272514	27.8272514	27.8272514
35.7631201	35.7631201	35.7631201	35.7631201	35.7631201
38.7002879	38.7002879	38.7002879	38.7002879	38.7002879
14.306627	14.306627	14.306627	14.306627	14.306627
17.436848	17.436848	17.436848	17.436848	17.436848
31.743475	31.743475	31.743475	31.743475	31.743475
37.9142852	37.9142852	37.9142852	37.9142852	37.9142852
39.3828691	39.3828691	39.3828691	39.3828691	39.3828691
15.8717375	15.8717375	15.8717375	15.8717375	15.8717375
9.01145132	9.01145132	9.01145132	9.01145132	9.01145132
33.6050602	33.6050602	33.6050602	33.6050602	33.6050602
40.6583997	40.6583997	40.6583997	40.6583997	40.6583997
40.8583478	40.8583478	40.8583478	40.8583478	40.8583478
12.0520405	12.0520405	12.0520405	12.0520405	12.0520405
17.5402694	17.5402694	17.5402694	17.5402694	17.5402694
18.9123267	18.9123267	18.9123267	18.9123267	18.9123267
25.1796635	25.1796635	25.1796635	25.1796635	25.1796635
30.9574724	30.9574724	30.9574724	30.9574724	30.9574724
43.8920422	43.8920422	43.8920422	43.8920422	43.8920422
54.2755507	54.2755507	54.2755507	54.2755507	54.2755507
36.9352293	36.9352293	36.9352293	36.9352293	36.9352293
14.4996803	14.4996803	14.4996803	14.4996803	14.4996803
22.435549	22.435549	22.435549	22.435549	22.435549
12.6380951	12.6380951	12.6380951	12.6380951	12.6380951
26.0621928	26.0621928	26.0621928	26.0621928	26.0621928
33.2120589	33.2120589	33.2120589	33.2120589	33.2120589
36.9352293	36.9352293	36.9352293	36.9352293	36.9352293
44.0919902	44.0919902	44.0919902	44.0919902	44.0919902
52.6139136	52.6139136	52.6139136	52.6139136	52.6139136
59.7637797	59.7637797	59.7637797	59.7637797	59.7637797
67.3066471	67.3066471	67.3066471	67.3066471	67.3066471
69.6577603	69.6577603	69.6577603	69.6577603	69.6577603
71.6227669	71.6227669	71.6227669	71.6227669	71.6227669
74.1669333	74.1669333	74.1669333	74.1669333	74.1669333
18.126324	18.126324	18.126324	18.126324	18.126324

22.5320757	22.5320757	22.5320757	22.5320757	22.5320757
27.3377234	27.3377234	27.3377234	27.3377234	27.3377234
29.9784165	29.9784165	29.9784165	29.9784165	29.9784165
31.3504737	31.3504737	31.3504737	31.3504737	31.3504737
32.722531	32.722531	32.722531	32.722531	32.722531
6.26733684	6.26733684	6.26733684	6.26733684	6.26733684
14.6996283	14.6996283	14.6996283	14.6996283	14.6996283
23.2215517	23.2215517	23.2215517	23.2215517	23.2215517
27.923778	27.923778	27.923778	27.923778	27.923778
31.3504737	31.3504737	31.3504737	31.3504737	31.3504737
38.9967626	38.9967626	38.9967626	38.9967626	38.9967626
41.2444543	41.2444543	41.2444543	41.2444543	41.2444543
14.9892082	14.9892082	14.9892082	14.9892082	14.9892082
13.5206244	13.5206244	13.5206244	13.5206244	13.5206244
24.0006596	24.0006596	24.0006596	24.0006596	24.0006596
37.4247573	37.4247573	37.4247573	37.4247573	37.4247573
11.4659859	11.4659859	11.4659859	11.4659859	11.4659859
22.435549	22.435549	22.435549	22.435549	22.435549
21.1600184	21.1600184	21.1600184	21.1600184	21.1600184
31.8400017	31.8400017	31.8400017	31.8400017	31.8400017
14.796155	14.796155	14.796155	14.796155	14.796155
25.1796635	25.1796635	25.1796635	25.1796635	25.1796635
17.5402694	17.5402694	17.5402694	17.5402694	17.5402694
14.2032056	14.2032056	14.2032056	14.2032056	14.2032056
21.6495464	21.6495464	21.6495464	21.6495464	21.6495464
29.3923619	29.3923619	29.3923619	29.3923619	29.3923619
13.5206244	13.5206244	13.5206244	13.5206244	13.5206244
16.2647388	16.2647388	16.2647388	16.2647388	16.2647388
31.4470004	31.4470004	31.4470004	31.4470004	31.4470004
37.231704	37.231704	37.231704	37.231704	37.231704
18.126324	18.126324	18.126324	18.126324	18.126324
32.722531	32.722531	32.722531	32.722531	32.722531
39.4862905	39.4862905	39.4862905	39.4862905	39.4862905
41.051401	41.051401	41.051401	41.051401	41.051401
42.1269836	42.1269836	42.1269836	42.1269836	42.1269836
18.126324	18.126324	18.126324	18.126324	18.126324
26.744774	26.744774	26.744774	26.744774	26.744774
61.9218396	61.9218396	61.9218396	61.9218396	61.9218396
47.2222112	47.2222112	47.2222112	47.2222112	47.2222112
51.0419083	51.0419083	51.0419083	51.0419083	51.0419083
55.15808	55.15808	55.15808	55.15808	55.15808
41.6374556	41.6374556	41.6374556	41.6374556	41.6374556
13.7136776	13.7136776	13.7136776	13.7136776	13.7136776
19.6914346	19.6914346	19.6914346	19.6914346	19.6914346
31.6469484	31.6469484	31.6469484	31.6469484	31.6469484

19.10538	19.10538	19.10538	19.10538	19.10538
39.5828172	39.5828172	39.5828172	39.5828172	39.5828172
48.7942165	48.7942165	48.7942165	48.7942165	48.7942165
24.0006596	24.0006596	24.0006596	24.0006596	24.0006596
37.4247573	37.4247573	37.4247573	37.4247573	37.4247573
11.4659859	11.4659859	11.4659859	11.4659859	11.4659859
19.6914346	19.6914346	19.6914346	19.6914346	19.6914346
14.9892082	14.9892082	14.9892082	14.9892082	14.9892082
27.923778	27.923778	27.923778	27.923778	27.923778
34.6806428	34.6806428	34.6806428	34.6806428	34.6806428
37.3282306	37.3282306	37.3282306	37.3282306	37.3282306
38.1142333	38.1142333	38.1142333	38.1142333	38.1142333
33.7981135	33.7981135	33.7981135	33.7981135	33.7981135
42.4234583	42.4234583	42.4234583	42.4234583	42.4234583
48.4012152	48.4012152	48.4012152	48.4012152	48.4012152
55.9440826	55.9440826	55.9440826	55.9440826	55.9440826
58.7847238	58.7847238	58.7847238	58.7847238	58.7847238
67.1135938	67.1135938	67.1135938	67.1135938	67.1135938
20.7739119	20.7739119	20.7739119	20.7739119	20.7739119
25.1796635	25.1796635	25.1796635	25.1796635	25.1796635
29.5854152	29.5854152	29.5854152	29.5854152	29.5854152
21.7529678	21.7529678	21.7529678	21.7529678	21.7529678
39.0932892	39.0932892	39.0932892	39.0932892	39.0932892
24.3936609	24.3936609	24.3936609	24.3936609	24.3936609
50.5110118	50.5110118	50.5110118	50.5110118	50.5110118
74.9874098	74.9874098	74.9874098	74.9874098	74.9874098
37.1696512	37.1696512	37.1696512	37.1696512	37.1696512
33.756745	33.756745	33.756745	33.756745	33.756745
16.4991607	16.4991607	16.4991607	16.4991607	16.4991607
19.9879092	19.9879092	19.9879092	19.9879092	19.9879092
36.3491747	36.3491747	36.3491747	36.3491747	36.3491747
33.6877974	33.6877974	33.6877974	33.6877974	33.6877974
15.4166834	15.4166834	15.4166834	15.4166834	15.4166834
33.4189017	33.4189017	33.4189017	33.4189017	33.4189017
39.0519206	39.0519206	39.0519206	39.0519206	39.0519206
27.6755666	27.6755666	27.6755666	27.6755666	27.6755666
26.8550902	26.8550902	26.8550902	26.8550902	26.8550902
45.2985732	45.2985732	45.2985732	45.2985732	45.2985732
30.1232064	30.1232064	30.1232064	30.1232064	30.1232064
15.5683681	15.5683681	15.5683681	15.5683681	15.5683681
44.6090972	44.6090972	44.6090972	44.6090972	44.6090972
53.5240219	53.5240219	53.5240219	53.5240219	53.5240219
57.2127185	57.2127185	57.2127185	57.2127185	57.2127185
65.9070108	65.9070108	65.9070108	65.9070108	65.9070108
52.8207564	52.8207564	52.8207564	52.8207564	52.8207564

33.3982174	33.3982174	33.3982174	33.3982174	33.3982174
18.0297974	18.0297974	18.0297974	18.0297974	18.0297974
37.3627044	37.3627044	37.3627044	37.3627044	37.3627044
32.8397419	32.8397419	32.8397419	32.8397419	32.8397419
42.6371958	42.6371958	42.6371958	42.6371958	42.6371958
40.0585556	40.0585556	40.0585556	40.0585556	40.0585556
41.9408251	41.9408251	41.9408251	41.9408251	41.9408251
61.2323636	61.2323636	61.2323636	61.2323636	61.2323636
40.8652425	40.8652425	40.8652425	40.8652425	40.8652425
33.3016908	33.3016908	33.3016908	33.3016908	33.3016908
52.4208603	52.4208603	52.4208603	52.4208603	52.4208603
15.0857349	15.0857349	15.0857349	15.0857349	15.0857349
38.4589713	38.4589713	38.4589713	38.4589713	38.4589713
37.259283	37.259283	37.259283	37.259283	37.259283
35.2253288	35.2253288	35.2253288	35.2253288	35.2253288
42.1338784	42.1338784	42.1338784	42.1338784	42.1338784
31.8744755	31.8744755	31.8744755	31.8744755	31.8744755
41.540929	41.540929	41.540929	41.540929	41.540929
39.4518167	39.4518167	39.4518167	39.4518167	39.4518167
37.9142852	37.9142852	37.9142852	37.9142852	37.9142852
44.2781487	44.2781487	44.2781487	44.2781487	44.2781487
31.1781047	31.1781047	31.1781047	31.1781047	31.1781047
23.6903954	23.6903954	23.6903954	23.6903954	23.6903954
32.7638995	32.7638995	32.7638995	32.7638995	32.7638995
32.3984772	32.3984772	32.3984772	32.3984772	32.3984772
28.6270435	28.6270435	28.6270435	28.6270435	28.6270435
36.8042289	36.8042289	36.8042289	36.8042289	36.8042289
18.2849035	18.2849035	18.2849035	18.2849035	18.2849035
33.0603742	33.0603742	33.0603742	33.0603742	33.0603742
31.4194213	31.4194213	31.4194213	31.4194213	31.4194213
31.02642	31.02642	31.02642	31.02642	31.02642
44.3884649	44.3884649	44.3884649	44.3884649	44.3884649
12.1761462	12.1761462	12.1761462	12.1761462	12.1761462
25.5588753	25.5588753	25.5588753	25.5588753	25.5588753
36.4388066	36.4388066	36.4388066	36.4388066	36.4388066
32.9569528	32.9569528	32.9569528	32.9569528	32.9569528
23.8351853	23.8351853	23.8351853	23.8351853	23.8351853
26.227667	26.227667	26.227667	26.227667	26.227667
17.953955	17.953955	17.953955	17.953955	17.953955
40.679084	40.679084	40.679084	40.679084	40.679084
19.0088533	19.0088533	19.0088533	19.0088533	19.0088533
33.7153764	33.7153764	33.7153764	33.7153764	33.7153764
8.53571288	8.53571288	8.53571288	8.53571288	8.53571288
13.4585715	13.4585715	13.4585715	13.4585715	13.4585715
32.2398978	32.2398978	32.2398978	32.2398978	32.2398978

23.5180264	23.5180264	23.5180264	23.5180264	23.5180264
29.7233104	29.7233104	29.7233104	29.7233104	29.7233104
49.7732724	49.7732724	49.7732724	49.7732724	49.7732724
52.4415446	52.4415446	52.4415446	52.4415446	52.4415446
40.9341901	40.9341901	40.9341901	40.9341901	40.9341901
44.8642033	44.8642033	44.8642033	44.8642033	44.8642033
13.1965706	13.1965706	13.1965706	13.1965706	13.1965706
37.431652	37.431652	37.431652	37.431652	37.431652
29.8681003	29.8681003	29.8681003	29.8681003	29.8681003
56.6128744	56.6128744	56.6128744	56.6128744	56.6128744
12.4588313	12.4588313	12.4588313	12.4588313	12.4588313
23.786922	23.786922	23.786922	23.786922	23.786922
13.2930973	13.2930973	13.2930973	13.2930973	13.2930973
39.4173429	39.4173429	39.4173429	39.4173429	39.4173429
46.2293658	46.2293658	46.2293658	46.2293658	46.2293658
44.5194653	44.5194653	44.5194653	44.5194653	44.5194653
23.7386587	23.7386587	23.7386587	23.7386587	23.7386587
26.1449299	26.1449299	26.1449299	26.1449299	26.1449299
15.5201048	15.5201048	15.5201048	15.5201048	15.5201048
43.5748832	43.5748832	43.5748832	43.5748832	43.5748832
35.8596468	35.8596468	35.8596468	35.8596468	35.8596468
41.051401	41.051401	41.051401	41.051401	41.051401
28.985571	28.985571	28.985571	28.985571	28.985571
46.2431553	46.2431553	46.2431553	46.2431553	46.2431553
26.917143	26.917143	26.917143	26.917143	26.917143
10.5351933	10.5351933	10.5351933	10.5351933	10.5351933
25.0969264	25.0969264	25.0969264	25.0969264	25.0969264
29.0683082	29.0683082	29.0683082	29.0683082	29.0683082
9.73540112	9.73540112	9.73540112	9.73540112	9.73540112
33.7981135	33.7981135	33.7981135	33.7981135	33.7981135
39.844818	39.844818	39.844818	39.844818	39.844818
26.9654064	26.9654064	26.9654064	26.9654064	26.9654064
27.234302	27.234302	27.234302	27.234302	27.234302
30.6472082	30.6472082	30.6472082	30.6472082	30.6472082
33.0534794	33.0534794	33.0534794	33.0534794	33.0534794
24.5798194	24.5798194	24.5798194	24.5798194	24.5798194
21.9115473	21.9115473	21.9115473	21.9115473	21.9115473
30.88163	30.88163	30.88163	30.88163	30.88163
15.340841	15.340841	15.340841	15.340841	15.340841
24.3385028	24.3385028	24.3385028	24.3385028	24.3385028
23.8903434	23.8903434	23.8903434	23.8903434	23.8903434
22.9319718	22.9319718	22.9319718	22.9319718	22.9319718
29.4130462	29.4130462	29.4130462	29.4130462	29.4130462
28.6298014	28.6298014	28.6298014	28.6298014	28.6298014
36.8049184	36.8049184	36.8049184	36.8049184	36.8049184

18.2876614	18.2876614	18.2876614	18.2876614	18.2876614
32.7204625	32.7204625	32.7204625	32.7204625	32.7204625
31.4201108	31.4201108	31.4201108	31.4201108	31.4201108
28.9379972	28.9379972	28.9379972	28.9379972	28.9379972
40.9252269	40.9252269	40.9252269	40.9252269	40.9252269
12.1809725	12.1809725	12.1809725	12.1809725	12.1809725
25.5595648	25.5595648	25.5595648	25.5595648	25.5595648
36.4436329	36.4436329	36.4436329	36.4436329	36.4436329
32.9638476	32.9638476	32.9638476	32.9638476	32.9638476
23.8358748	23.8358748	23.8358748	23.8358748	23.8358748
26.2331828	26.2331828	26.2331828	26.2331828	26.2331828
17.9594708	17.9594708	17.9594708	17.9594708	17.9594708
38.6306508	38.6306508	38.6306508	38.6306508	38.6306508
19.0095428	19.0095428	19.0095428	19.0095428	19.0095428
33.7188238	33.7188238	33.7188238	33.7188238	33.7188238
8.53640236	8.53640236	8.53640236	8.53640236	8.53640236
13.4613294	13.4613294	13.4613294	13.4613294	13.4613294
32.2454136	32.2454136	32.2454136	32.2454136	32.2454136
23.5242316	23.5242316	23.5242316	23.5242316	23.5242316
29.7260683	29.7260683	29.7260683	29.7260683	29.7260683
49.7732724	49.7732724	49.7732724	49.7732724	49.7732724
52.4463709	52.4463709	52.4463709	52.4463709	52.4463709
40.9348796	40.9348796	40.9348796	40.9348796	40.9348796
44.8683402	44.8683402	44.8683402	44.8683402	44.8683402
13.2020864	13.2020864	13.2020864	13.2020864	13.2020864
37.431652	37.431652	37.431652	37.431652	37.431652
29.8708582	29.8708582	29.8708582	29.8708582	29.8708582
56.6190796	56.6190796	56.6190796	56.6190796	56.6190796
12.4595208	12.4595208	12.4595208	12.4595208	12.4595208
23.786922	23.786922	23.786922	23.786922	23.786922
13.2937868	13.2937868	13.2937868	13.2937868	13.2937868
39.4214798	39.4214798	39.4214798	39.4214798	39.4214798
46.2341921	46.2341921	46.2341921	46.2341921	46.2341921
44.5236022	44.5236022	44.5236022	44.5236022	44.5236022
23.7441745	23.7441745	23.7441745	23.7441745	23.7441745
26.1476878	26.1476878	26.1476878	26.1476878	26.1476878
15.52631	15.52631	15.52631	15.52631	15.52631
43.5783306	43.5783306	43.5783306	43.5783306	43.5783306
35.865852	35.865852	35.865852	35.865852	35.865852
41.0534695	41.0534695	41.0534695	41.0534695	41.0534695
28.9910868	28.9910868	28.9910868	28.9910868	28.9910868
46.2472922	46.2472922	46.2472922	46.2472922	46.2472922
26.9226588	26.9226588	26.9226588	26.9226588	26.9226588
10.5358828	10.5358828	10.5358828	10.5358828	10.5358828
25.1038212	25.1038212	25.1038212	25.1038212	25.1038212

29.0731345	29.0731345	29.0731345	29.0731345	29.0731345
9.73815902	9.73815902	9.73815902	9.73815902	9.73815902
33.798803	33.798803	33.798803	33.798803	33.798803
37.1710301	37.1710301	37.1710301	37.1710301	37.1710301
33.7622608	33.7622608	33.7622608	33.7622608	33.7622608
16.503987	16.503987	16.503987	16.503987	16.503987
19.9879092	19.9879092	19.9879092	19.9879092	19.9879092
36.3498642	36.3498642	36.3498642	36.3498642	36.3498642
38.2155863	38.2155863	38.2155863	38.2155863	38.2155863
15.4235781	15.4235781	15.4235781	15.4235781	15.4235781
33.4195912	33.4195912	33.4195912	33.4195912	33.4195912
39.0560575	39.0560575	39.0560575	39.0560575	39.0560575
27.6810824	27.6810824	27.6810824	27.6810824	27.6810824
26.8599165	26.8599165	26.8599165	26.8599165	26.8599165
45.3047785	45.3047785	45.3047785	45.3047785	45.3047785
30.1232064	30.1232064	30.1232064	30.1232064	30.1232064
15.569747	15.569747	15.569747	15.569747	15.569747
44.6118551	44.6118551	44.6118551	44.6118551	44.6118551
53.5247114	53.5247114	53.5247114	53.5247114	53.5247114
57.2182343	57.2182343	57.2182343	57.2182343	57.2182343
65.9090793	65.9090793	65.9090793	65.9090793	65.9090793
52.8269616	52.8269616	52.8269616	52.8269616	52.8269616
33.3995964	33.3995964	33.3995964	33.3995964	33.3995964
18.0339343	18.0339343	18.0339343	18.0339343	18.0339343
37.3633939	37.3633939	37.3633939	37.3633939	37.3633939
35.3142712	35.3142712	35.3142712	35.3142712	35.3142712
42.6440906	42.6440906	42.6440906	42.6440906	42.6440906
40.062003	40.062003	40.062003	40.062003	40.062003
43.7982734	43.7982734	43.7982734	43.7982734	43.7982734
61.2358109	61.2358109	61.2358109	61.2358109	61.2358109
40.8686899	40.8686899	40.8686899	40.8686899	40.8686899
33.3065171	33.3065171	33.3065171	33.3065171	33.3065171
52.4263761	52.4263761	52.4263761	52.4263761	52.4263761
15.0912507	15.0912507	15.0912507	15.0912507	15.0912507
38.4610397	38.4610397	38.4610397	38.4610397	38.4610397
37.2654883	37.2654883	37.2654883	37.2654883	37.2654883
35.2253288	35.2253288	35.2253288	35.2253288	35.2253288
42.1400836	42.1400836	42.1400836	42.1400836	42.1400836
31.875165	31.875165	31.875165	31.875165	31.875165
41.542308	41.542308	41.542308	41.542308	41.542308
39.4559536	39.4559536	39.4559536	39.4559536	39.4559536
37.9170431	37.9170431	37.9170431	37.9170431	37.9170431
44.284354	44.284354	44.284354	44.284354	44.284354
31.1787942	31.1787942	31.1787942	31.1787942	31.1787942
23.6966006	23.6966006	23.6966006	23.6966006	23.6966006

32.7680364	32.7680364	32.7680364	32.7680364	32.7680364
32.4012351	32.4012351	32.4012351	32.4012351	32.4012351

Tabla 14.

Datos de las cantidades de los componentes de la mezcla del hormigón en la etapa de validación.

C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
310	0	0	192	0	1012	830	3
310	0	0	192	0	1012	830	7
310	0	0	192	0	1012	830	28
310	0	0	192	0	1012	830	90
310	0	0	192	0	1012	830	120
331	0	0	192	0	1025	821	3
331	0	0	192	0	1025	821	7
331	0	0	192	0	1025	821	28
331	0	0	192	0	1025	821	90
331	0	0	192	0	1025	821	120
349	0	0	192	0	1056	809	3
349	0	0	192	0	1056	809	7
349	0	0	192	0	1056	809	28
349	0	0	192	0	1056	809	90
349	0	0	192	0	1056	809	120
238	0	0	186	0	1119	789	7
238	0	0	186	0	1119	789	28
296	0	0	186	0	1090	769	7
296	0	0	186	0	1090	769	28
297	0	0	186	0	1040	734	7
480	0	0	192	0	936	721	28
480	0	0	192	0	936	721	90
397	0	0	186	0	1040	734	28
281	0	0	186	0	1104	774	7
281	0	0	185	0	1104	774	28
500	0	0	200	0	1125	613	1
500	0	0	200	0	1125	613	3
500	0	0	200	0	1125	613	7
500	0	0	200	0	1125	613	14
500	0	0	200	0	1125	613	28
540	0	0	173	0	1125	613	7
540	0	0	173	0	1125	613	14
540	0	0	173	0	1125	613	28
540	0	0	173	0	1125	613	90
540	0	0	173	0	1125	613	180
540	0	0	173	0	1125	613	270

350	0	0	203	0	974	775	7
350	0	0	203	0	974	775	14
350	0	0	203	0	974	775	28
350	0	0	203	0	974	775	56
350	0	0	203	0	974	775	90
350	0	0	203	0	974	775	180
385	0	0	186	0	966	763	1
385	0	0	186	0	966	763	3
385	0	0	186	0	966	763	7
385	0	0	186	0	966	763	14
385	0	0	186	0	966	763	28
331	0	0	192	0	978	825	180
331	0	0	192	0	978	825	360
349	0	0	192	0	1047	806	3
331	0	0	192	0	978	825	3
382	0	0	186	0	1047	739	7
382	0	0	186	0	1047	739	28
382	0	0	186	0	1111	784	7
281	0	0	186	0	1104	774	28
339	0	0	185	0	1069	754	7
339	0	0	185	0	1069	754	28
295	0	0	185	0	1069	769	7
295	0	0	185	0	1069	769	28
238	0	0	185	0	1118	789	28
296	0	0	192	0	1085	765	7
296	0	0	192	0	1085	765	28
296	0	0	192	0	1085	765	90
331	0	0	192	0	879	825	3
331	0	0	192	0	978	825	7
331	0	0	192	0	978	825	28
331	0	0	192	0	978	825	90
349	0	0	192	0	1047	806	7
349	0	0	192	0	1047	806	28
349	0	0	192	0	1047	806	90
349	0	0	192	0	1047	806	180
349	0	0	192	0	1047	806	360
302	0	0	203	0	974	817	14
302	0	0	203	0	974	817	180
525	0	0	189	0	1125	613	180
500	0	0	200	0	1125	613	90
500	0	0	200	0	1125	613	180
500	0	0	200	0	1125	613	270
540	0	0	173	0	1125	613	3
252	0	0	185	0	1111	784	7
252	0	0	185	0	1111	784	28

339	0	0	185	0	1060	754	28
393	0	0	192	0	940	758	3
393	0	0	192	0	940	758	28
393	0	0	192	0	940	758	90
382	0	0	185	0	1047	739	7
382	0	0	185	0	1047	739	28
252	0	0	186	0	1111	784	7
252	0	0	185	0	1111	784	28
310	0	0	192	0	970	850	7
310	0	0	192	0	970	850	28
310	0	0	192	0	970	850	90
310	0	0	192	0	970	850	180
310	0	0	192	0	970	850	360
525	0	0	189	0	1125	613	3
525	0	0	189	0	1125	613	7
525	0	0	189	0	1125	613	14
525	0	0	189	0	1125	613	28
525	0	0	189	0	1125	613	90
525	0	0	189	0	1125	613	270
322	0	0	203	0	974	800	14
322	0	0	203	0	974	800	28
322	0	0	203	0	974	800	180
302	0	0	203	0	974	817	28
397	0	0	185	0	1040	734	28
480	0	0	192	0	936	721	3
522	0	0	146	0	896	896	7
522	0	0	146	0	896	896	28
273	105	82	210	9	904	680	28
162	190	148	179	19	838	741	28
154	144	112	220	10	923	658	28
147	115	89	202	9	860	829	28
152	178	139	168	18	944	695	28
310	143	111	168	22	914	651	28
144	0	175	158	18	943	844	28
304	140	0	214	6	895	722	28
374	0	0	190	7	1013	730	28
159	149	116	175	15	953	720	28
153	239	0	200	6	1002	684	28
310	143	0	168	10	914	804	28
305	0	100	196	10	959	705	28
151	0	184	167	12	991	772	28
142	167	130	174	11	883	785	28
298	137	107	201	6	878	655	28
321	164	0	190	5	870	774	28
366	187	0	191	7	824	757	28

280	129	100	172	9	825	805	28
252	97	76	194	8	835	821	28
165	0	150	182	12	1023	729	28
156	243	0	180	11	1022	698	28
160	188	146	203	11	829	710	28
298	0	107	186	6	879	815	28
318	0	126	210	6	861	737	28
287	121	94	188	9	904	696	28
326	166	0	174	9	882	790	28
356	0	142	193	11	801	778	28
132	207	161	179	5	867	736	28
322	149	0	186	8	951	709	28
164	0	200	181	13	849	846	28
314	0	113	170	10	925	783	28
321	0	128	182	11	870	780	28
140	164	128	237	6	869	656	28
288	121	0	177	7	908	829	28
298	0	107	210	11	880	744	28
265	111	86	195	6	833	790	28
160	250	0	168	12	1049	688	28
166	260	0	183	13	859	827	28
276	116	90	180	9	870	768	28
322	0	116	196	10	818	813	28
149	139	109	193	6	892	780	28
159	187	0	176	11	990	789	28
261	100	78	201	9	864	761	28
237	92	71	247	6	853	695	28
313	0	113	178	8	1002	689	28
155	183	0	193	9	1047	697	28
146	230	0	202	3	827	872	28
296	0	107	221	11	819	778	28
133	210	0	196	3	949	795	28
313	145	0	178	8	867	824	28
152	0	112	184	8	992	816	28
153	145	113	178	8	1002	689	28
140	133	103	200	7	916	753	28
149	236	0	176	13	847	893	28
300	0	120	212	10	878	728	28
153	145	113	178	8	867	824	28
148	0	137	158	16	1002	830	28
326	0	138	199	11	801	792	28
153	145	0	178	8	1000	822	28
262	111	86	195	5	895	733	28
158	0	195	220	11	898	713	28
151	0	185	167	16	1074	678	28

273	0	90	199	11	931	762	28
149	118	92	183	7	953	780	28
143	169	143	191	8	967	643	28
260	101	78	171	10	936	763	28
313	161	0	178	10	917	759	28
284	120	0	168	7	970	794	28
336	0	0	182	3	986	817	28
145	0	134	181	11	979	812	28
150	237	0	174	12	1069	675	28
144	170	133	192	8	814	805	28
331	170	0	195	8	811	802	28
155	0	143	193	9	1047	697	28
155	183	0	193	9	877	868	28
135	0	166	180	10	961	805	28
266	112	87	178	10	910	745	28
314	145	113	179	8	869	690	28
313	145	0	127	8	1000	822	28
146	173	0	182	3	986	817	28
144	136	106	178	7	941	774	28
148	0	182	181	15	839	884	28
277	117	91	191	7	946	666	28
298	0	107	164	13	953	784	28
313	145	0	178	8	1002	689	28
155	184	143	194	9	880	699	28
289	134	0	195	6	924	760	28
148	175	0	171	2	1000	828	28
145	0	179	202	8	824	869	28
313	0	0	178	8	1000	822	28
136	162	126	172	10	923	764	28
155	0	143	193	9	877	868	28
255	99	77	189	6	919	749	28
162	207	172	216	10	822	638	28
136	196	98	199	6	847	783	28
164	163	128	197	8	961	641	28
162	214	164	202	10	820	680	28
157	214	152	200	9	819	704	28
149	153	194	192	8	935	623	28
135	105	193	196	6	965	643	28
159	209	161	201	7	848	669	28
144	15	195	176	6	1021	709	28
154	174	185	228	7	845	612	28
167	187	195	185	7	898	636	28
184	86	190	213	6	923	623	28
156	178	187	221	7	854	614	28
236.9	91.7	71.5	246.9	6	852.9	695.4	28

313.3	0	113	178.5	8	1001.9	688.7	28
154.8	183.4	0	193.3	9.1	1047.4	696.7	28
145.9	230.5	0	202.5	3.4	827	871.8	28
296	0	106.7	221.4	10.5	819.2	778.4	28
133.1	210.2	0	195.7	3.1	949.4	795.3	28
313.3	145	0	178.5	8	867.2	824	28
151.6	0	111.9	184.4	7.9	992	815.9	28
153.1	145	113	178.5	8	1001.9	688.7	28
139.9	132.6	103.3	200.3	7.4	916	753.4	28
149.5	236	0	175.8	12.6	846.8	892.7	28
299.8	0	119.8	211.5	9.9	878.2	727.6	28
153.1	145	113	178.5	8	867.2	824	28
148.1	0	136.6	158.1	16.1	1001.8	830.1	28
326.5	0	137.9	199	10.8	801.1	792.5	28
152.7	144.7	0	178.1	8	999.7	822.2	28
261.9	110.5	86.1	195.4	5	895.2	732.6	28
158.4	0	194.9	219.7	11	897.7	712.9	28
150.7	0	185.3	166.7	15.6	1074.5	678	28
272.6	0	89.6	198.7	10.6	931.3	762.2	28
149	117.6	91.7	182.9	7.1	953.4	780.3	28
143	169.4	142.7	190.7	8.4	967.4	643.5	28
259.9	100.6	78.4	170.6	10.4	935.7	762.9	28
312.9	160.5	0	177.6	9.6	916.6	759.5	28
284	119.7	0	168.3	7.2	970.4	794.2	28
336.5	0	0	181.9	3.4	985.8	816.8	28
144.8	0	133.6	180.8	11.1	979.5	811.5	28
150	236.8	0	173.8	11.9	1069.3	674.8	28
143.7	170.2	132.6	191.6	8.5	814.1	805.3	28
330.5	169.6	0	194.9	8.1	811	802.3	28
154.8	0	142.8	193.3	9.1	1047.4	696.7	28
154.8	183.4	0	193.3	9.1	877.2	867.7	28
134.7	0	165.7	180.2	10	961	804.9	28
266.2	112.3	87.5	177.9	10.4	909.7	744.5	28
314	145.3	113.2	178.9	8	869.1	690.2	28
312.7	144.7	0	127.3	8	999.7	822.2	28
145.7	172.6	0	181.9	3.4	985.8	816.8	28
143.8	136.3	106.2	178.1	7.5	941.5	774.3	28
148.1	0	182.1	181.4	15	838.9	884.3	28
277	116.8	91	190.6	7	946.5	665.6	28
298.1	0	107.5	163.6	12.8	953.2	784	28
313.3	145	0	178.5	8	1001.9	688.7	28
155.2	183.9	143.2	193.8	9.2	879.6	698.5	28
289	133.7	0	194.9	5.5	924.1	760.1	28
147.8	175.1	0	171.2	2.2	1000	828.5	28
145.4	0	178.9	201.7	7.8	824	868.7	28

312.7	0	0	178.1	8	999.7	822.2	28
136.4	161.6	125.8	171.6	10.4	922.6	764.4	28
154.8	0	142.8	193.3	9.1	877.2	867.7	28
255.3	98.8	77	188.6	6.5	919	749.3	28
272.8	105.1	81.8	209.7	9	904	679.7	28
162	190.1	148.1	178.8	18.8	838.1	741.4	28
153.6	144.2	112.3	220.1	10.1	923.2	657.9	28
146.5	114.6	89.3	201.9	8.8	860	829.5	28
151.8	178.1	138.7	167.5	18.3	944	694.6	28
309.9	142.8	111.2	167.8	22.1	913.9	651.2	28
143.6	0	174.9	158.4	17.9	942.7	844.5	28
303.6	139.9	0	213.5	6.2	895.5	722.5	28
374.3	0	0	190.2	6.7	1013.2	730.4	28
158.6	148.9	116	175.1	15	953.3	719.7	28
152.6	238.7	0	200	6.3	1001.8	683.9	28
310	142.8	0	167.9	10	914.3	804	28
304.8	0	99.6	196	9.8	959.4	705.2	28
150.9	0	183.9	166.6	11.6	991.2	772.2	28
141.9	166.6	129.7	173.5	10.9	882.6	785.3	28
297.8	137.2	106.9	201.3	6	878.4	655.3	28
321.3	164.2	0	190.5	4.6	870	774	28
366	187	0	191.3	6.6	824.3	756.9	28
279.8	128.9	100.4	172.4	9.5	825.1	804.9	28
252.1	97.1	75.6	193.8	8.3	835.5	821.4	28
164.6	0	150.4	181.6	11.7	1023.3	728.9	28
155.6	243.5	0	180.3	10.7	1022	697.7	28
160.2	188	146.4	203.2	11.3	828.7	709.7	28
298.1	0	107	186.4	6.1	879	815.2	28
317.9	0	126.5	209.7	5.7	860.5	736.6	28
287.3	120.5	93.9	187.6	9.2	904.4	695.9	28
325.6	166.4	0	174	8.9	881.6	790	28
355.9	0	141.6	193.3	11	801.4	778.4	28
132	206.5	160.9	178.9	5.5	866.9	735.6	28
322.5	148.6	0	185.8	8.5	951	709.5	28
164.2	0	200.1	181.2	12.6	849.3	846	28
313.8	0	112.6	169.9	10.1	925.3	782.9	28
321.4	0	127.9	182.5	11.5	870.1	779.7	28
139.7	163.9	127.7	236.7	5.8	868.6	655.6	28
288.4	121	0	177.4	7	907.9	829.5	28
298.2	0	107	209.7	11.1	879.6	744.2	28
264.5	111	86.5	195.5	5.9	832.6	790.4	28
159.8	250	0	168.4	12.2	1049.3	688.2	28
166	259.7	0	183.2	12.7	858.8	826.8	28
276.4	116	90.3	179.6	8.9	870.1	768.3	28
322.2	0	115.6	196	10.4	817.9	813.4	28

148.5	139.4	108.6	192.7	6.1	892.4	780	28
159.1	186.7	0	175.6	11.3	989.6	788.9	28
260.9	100.5	78.3	200.6	8.6	864.5	761.5	28

Tabla 15. Resultados del cálculo de la desviación estándar

Matern32	Matern52	RBF	Matern32_ Matern52	Matern32 _RBF	Matern52 _RBF	ConstantKerne l XMatern32	ConstantKerne l XMatern52	Constant KernelXRBF	ConstantKernelX Matern32_ ConstantKernelX Matern52
σ_f^2									
0.66628019	0.60757902	0.49068974	1.11317345	1.12196494	1.031904	7.81829889	6.24517468	3.3564369	6.17078368
0.6619703	0.6024631	0.4840108	1.11040484	1.11990848	1.03076744	7.79263504	6.21936475	3.30383157	6.45723034
0.6689825	0.61016686	0.49151741	1.10696214	1.12279461	1.02946815	8.21521349	6.6543484	3.72718882	6.78032639
0.73634885	0.69482369	0.62038974	1.14305115	1.18384666	1.05068101	10.5917345	9.72922916	7.81980099	8.07469506
0.77939306	0.74397159	0.68170271	1.16440156	1.19954258	1.06498943	12.2230807	11.7661306	10.4275712	8.43579746
0.71427011	0.66083999	0.54918153	1.12513561	1.12001274	1.03395064	6.31316408	4.85452112	2.76133171	6.36832291
0.70798411	0.65348494	0.54025064	1.12205683	1.11814587	1.03279782	6.32751086	4.87234558	2.75366822	6.07360369
0.69945272	0.64434042	0.53229156	1.11717945	1.12304374	1.03183517	7.39223199	5.92358013	3.68481257	6.69558139
0.79290736	0.7586812	0.6919296	1.16379243	1.1937601	1.05883308	12.178443	11.4965077	9.8244865	8.44590893
0.83515337	0.80971437	0.76485425	1.19328582	1.21689294	1.07777508	14.3888826	14.3157887	13.467373	9.59429816
0.69648763	0.6488873	0.56679748	1.13212356	1.10342828	1.04015747	2.65915239	2.22584296	1.97254383	5.95155178
0.68444156	0.63594739	0.55380343	1.12837569	1.10132864	1.03893725	2.79741612	2.31248245	2.02250508	5.77491735
0.65360782	0.60435321	0.52550636	1.12245662	1.11011223	1.0385467	5.41477515	4.38659592	3.6533555	6.31798313
0.83695857	0.80914668	0.75242593	1.19711603	1.2107398	1.07774314	14.0098133	13.6153251	12.7761597	9.88720018
0.89459542	0.87965602	0.85425196	1.24057294	1.24925361	1.10641425	17.617574	18.1109773	18.3949215	11.9129332
0.38573326	0.38554101	0.3545596	1.10085647	1.10295301	1.04910466	4.99015971	4.045714	3.43261745	5.60194504
0.51205672	0.47051045	0.41390543	1.10657552	1.10054466	1.048114	1.47267403	1.51705582	1.4845925	5.4923992
0.36002899	0.3489253	0.30144764	1.08247727	1.1061984	1.03776545	5.90092067	4.24526791	2.55882115	6.24461289
0.46747178	0.41846268	0.34690064	1.08529972	1.10816372	1.03706331	5.56550825	4.01197052	2.51914292	6.01094851
0.78536941	0.75339815	0.7032854	1.16295028	1.18189271	1.05999175	12.1447683	11.5384238	10.4505604	8.50336578
0.39732064	0.37553859	0.33616035	1.10541395	1.10864895	1.04910567	2.88027411	2.52258724	2.04649668	5.42029228
0.85095579	0.82667912	0.78567654	1.21666484	1.15513317	1.07512608	12.8114337	11.8354385	9.81012313	9.64456224
0.30585322	0.28916092	0.25153802	1.06259297	1.07980752	1.03221072	2.73062215	2.00308393	1.45452431	5.56493553

0.46800234	0.41890099	0.34611685	1.09372367	1.11217186	1.04275313	6.18563509	4.75169591	3.28130147	6.68145662
0.53829026	0.48302993	0.40250508	1.09831886	1.11385481	1.0420642	5.28655101	3.95650426	2.7564721	5.70139279
0.89997652	0.8853644	0.8681213	1.27285762	1.20283843	1.13006502	10.0280579	10.3118754	12.7113078	8.76707372
0.89759149	0.88248871	0.86430585	1.27115778	1.19925336	1.12846011	9.37521343	9.60784938	11.8226744	8.65734883
0.89318694	0.87717804	0.85725847	1.26808293	1.19254873	1.12559292	8.0482206	8.1908306	10.0408285	7.81649428
0.8869284	0.86963326	0.84724709	1.26384654	1.18272073	1.12171101	5.67854261	5.71413945	6.94046012	7.09709414
0.88156739	0.86317407	0.83867726	1.26029854	1.17368155	1.11846691	2.0044668	2.08569116	2.32601901	6.18697395
0.93828294	0.93170542	0.92963743	1.30004566	1.25127126	1.1510996	15.452469	15.5815176	17.5845773	12.3057491
0.93527163	0.92810479	0.92492538	1.29694732	1.24606592	1.14752905	14.5987689	14.5491366	16.0005763	11.742231
0.93272831	0.92505966	0.92091891	1.29434924	1.24168305	1.14460098	13.8550834	13.649931	14.603718	11.0601318
0.96660592	0.96507405	0.97103026	1.33315559	1.30301681	1.19383881	22.9311262	24.5937591	31.0400299	17.238581
0.99744384	0.99815739	0.99978329	1.39613699	1.38765795	1.3237492	36.558654	39.6436346	52.049119	30.6263469
0.9997104	0.9998597	0.99999887	1.40963413	1.40584503	1.38126543	43.096696	45.1721416	57.1960664	41.7278293
0.4006672	0.35418382	0.28512787	1.07642053	1.08691791	1.0316203	2.83998831	1.89120969	1.41532516	4.64924292
0.38739801	0.33822278	0.26840035	1.07159919	1.08328497	1.02958797	2.81748363	1.85108951	1.35895851	5.04259288
0.39896677	0.34927112	0.27172808	1.0685534	1.08522409	1.02792671	2.99298707	2.06432309	1.50960545	4.93171232
0.48371155	0.41447021	0.30954441	1.07646573	1.10957514	1.03159085	4.39243903	2.97867944	1.86893455	5.93871245
0.43006566	0.38899685	0.31860889	1.09364523	1.1378831	1.04239359	3.90826098	3.14305654	2.60832773	5.67498629
0.81834496	0.78484739	0.71665765	1.21141113	1.16642666	1.08508878	4.7525943	4.2152215	4.2118888	6.70353
0.56529107	0.49759316	0.39138977	1.09448545	1.11079702	1.0377601	6.53158248	5.11765332	3.05495724	6.25474031
0.56090203	0.49270923	0.38602956	1.0926182	1.10914324	1.03680081	6.49277021	5.07885939	2.99713609	5.9965911
0.5552333	0.48626201	0.37856588	1.08952499	1.10657425	1.03511355	6.44087645	5.02612874	2.91401084	6.42323118
0.55468491	0.48497339	0.37517431	1.08606843	1.10432716	1.03289209	6.40538751	4.99007165	2.85211543	6.12262156
0.57717143	0.5079864	0.39339679	1.08536502	1.10667688	1.03096733	6.4464348	5.0425654	2.91496682	5.86221459
0.64914913	0.60984627	0.55283775	1.17542474	1.16522212	1.08562538	8.47433991	8.0029462	7.62447514	7.56186432
0.62168353	0.57701646	0.51394819	1.16671012	1.20452784	1.1543621	9.72571345	9.59731324	9.85752003	8.30765444
0.67603935	0.62448474	0.53417696	1.12157512	1.09648887	1.03568647	1.50486777	1.60025399	1.63243695	5.17713001
0.51051613	0.45076938	0.36212095	1.08091646	1.09272636	1.02842668	6.44510951	5.2552206	3.19019795	5.94086513
0.29190005	0.27061742	0.22729526	1.06064874	1.0798211	1.03372997	1.45321892	1.44346827	1.3038694	5.53918466
0.35192397	0.30679717	0.24787287	1.05943106	1.07225554	1.03092918	1.4395075	1.4360347	1.32971878	4.43853234

0.86785206	0.84858656	0.81732933	1.21852297	1.15117616	1.07139681	2.43952852	2.24994412	2.15628589	6.10086805
0.53860673	0.48336797	0.40283208	1.09850374	1.11403725	1.04213923	5.29073318	3.95836439	2.76585076	6.36245165
0.3362419	0.32077468	0.27154765	1.07357838	1.08411625	1.03341483	1.51795954	1.57410711	1.48715675	5.15257051
0.32509333	0.31028642	0.2700471	1.07144057	1.0885793	1.03211695	3.73700565	2.79826677	2.03583021	5.4899466
0.46910191	0.42015195	0.35573238	1.080896	1.10019107	1.03374458	6.09412752	4.88470422	3.6089561	6.22364969
0.49648625	0.44270258	0.37195671	1.08090157	1.10137649	1.0326779	5.88420835	4.81201361	3.71570055	5.95575072
0.50906459	0.46712747	0.41019948	1.10517608	1.09929922	1.04742972	1.47779192	1.51169189	1.49413267	5.57416077
0.41202509	0.38587724	0.33357474	1.08758161	1.11241722	1.03890539	6.46252566	4.95012336	3.52030221	6.2796142
0.4957974	0.44544692	0.3739178	1.08995192	1.11423628	1.03801365	6.23643166	4.80479337	3.54264674	6.07051195
0.85264757	0.82947633	0.78645716	1.2062976	1.22023569	1.08062	13.8086454	13.2531069	11.6839446	9.86444632
0.81005163	0.77624476	0.71606372	1.18786324	1.20096256	1.07785693	14.6536587	14.6587136	14.3573016	9.5974805
0.50579904	0.44543693	0.35607561	1.07816755	1.09026955	1.02722309	6.40652532	5.21130097	3.11701689	6.01023453
0.53078958	0.47104581	0.37693955	1.07605059	1.09355765	1.02531106	6.80862246	5.50692725	3.25699722	5.95518919
0.57405069	0.5226931	0.44633085	1.10457582	1.15291193	1.04223204	7.33910154	6.64529124	5.35394181	6.88023909
0.6630216	0.61056339	0.5203136	1.11772092	1.09434213	1.03445309	1.76538378	1.69888897	1.65502573	5.36446163
0.62890981	0.5760006	0.49019731	1.11123944	1.10289506	1.03382632	4.91611573	3.88282613	3.11921387	5.75139077
0.81311187	0.78068267	0.7148068	1.18205553	1.19966445	1.07030234	13.2324902	12.6816022	11.5053806	9.43344331
0.93754271	0.93012095	0.92112402	1.29342434	1.28417624	1.15389673	21.0468892	22.5786228	25.7130855	14.4023507
0.93748686	0.92932325	0.92085418	1.31009154	1.31999873	1.23147528	25.9530058	27.8411159	35.4755858	21.1854194
0.40413482	0.36367465	0.30320926	1.07446878	1.08609348	1.02822867	4.60959597	3.85749143	2.81420662	5.95100915
0.47304115	0.44895392	0.40481045	1.14310625	1.14291111	1.07568709	4.68209327	4.40729576	4.45606945	6.23657218
0.99701251	0.997815	0.99972335	1.39398422	1.3848223	1.31668553	35.6966588	38.9181945	51.35027	29.1922069
0.94728054	0.94221875	0.94257771	1.31233591	1.27333435	1.17051218	19.7432247	21.330936	27.3398985	14.5792035
0.99635115	0.99725461	0.99956334	1.39104401	1.38159194	1.30860177	34.7032018	38.0650338	50.4459299	27.5445678
0.99946182	0.99971153	0.99999504	1.40725832	1.4025999	1.37063987	41.3820629	43.9626999	56.4384233	38.0676019
0.94043222	0.93427042	0.93297341	1.30230034	1.2550084	1.15374414	16.0499501	16.3001937	18.6716902	12.8235348
0.43801802	0.39570721	0.33422826	1.09366217	1.0960243	1.04434785	4.77469557	3.79994805	3.0501694	5.85478257
0.52070486	0.46761124	0.39575595	1.09930682	1.09686209	1.04347918	1.48214368	1.49034996	1.39768374	5.00915922
0.33827261	0.30969621	0.26492266	1.06636296	1.08268218	1.0301128	3.56510565	2.6832813	2.01879593	5.55869945
0.57270355	0.5186674	0.43979867	1.11297632	1.12833468	1.04625746	6.82507106	5.75445571	3.6059449	6.14851217

0.61607149	0.55630775	0.45898884	1.10739109	1.12638829	1.03900955	6.70406215	5.62574213	3.40702106	5.88545858
0.60546903	0.5604378	0.48977404	1.13664767	1.1512678	1.05233345	7.0045247	6.00807139	4.18383522	6.49178122
0.29228555	0.27090001	0.22756028	1.06079574	1.0800028	1.03376299	1.4746613	1.45905422	1.31775179	4.84827057
0.35233306	0.30725586	0.24852347	1.05966789	1.07245529	1.03097716	1.45071779	1.43555833	1.32107731	5.4132491
0.43833734	0.39609798	0.33465081	1.09386775	1.09620669	1.04443643	4.77647993	3.79999063	3.04442351	6.12905381
0.52070486	0.46761124	0.39575595	1.09930682	1.09686209	1.04347918	1.48214368	1.49034996	1.39768374	5.00915922
0.34997895	0.33086167	0.2852791	1.07116914	1.08063922	1.02831316	5.80006103	4.64499278	3.348969	6.08165745
0.45978776	0.40136304	0.32189016	1.07109715	1.0858396	1.02621372	5.90916567	4.70188947	3.37230994	5.47877344
0.54644509	0.48824047	0.40493875	1.10062202	1.14297045	1.04108017	7.36042385	6.35733433	5.02129017	6.40321081
0.60100684	0.55153325	0.48314436	1.14730251	1.16131234	1.08259806	7.27810996	6.49989717	6.08166855	6.8746687
0.60707476	0.55887411	0.4946353	1.15679537	1.24635706	1.17443083	8.74414279	8.35116643	8.35658126	8.08668623
0.92824456	0.91987443	0.91519708	1.29013118	1.22588164	1.14034913	12.2189209	12.2927126	14.4002447	10.491313
0.92555914	0.91664916	0.91093136	1.28758288	1.2207141	1.13757213	11.3018514	11.235854	12.9290635	9.72168846
0.92178743	0.91211153	0.90489782	1.28407837	1.21337733	1.13381713	9.89945565	9.61171924	10.62415	9.04848557
0.91859422	0.9082652	0.89975906	1.28113859	1.20705338	1.13071072	8.55768727	8.04362974	8.31208215	8.41916707
0.96047008	0.95810201	0.9635382	1.32473281	1.28747751	1.18182512	21.0738029	22.655559	28.8773429	15.5480451
0.99960841	0.99979942	0.99999748	1.40862638	1.40440364	1.37638129	42.346904	44.6570827	56.8945821	40.0285304
0.40682543	0.35111435	0.27917691	1.07156182	1.0838228	1.02816566	4.23748122	3.30553417	2.28571946	5.19652598
0.42194881	0.36708306	0.28870008	1.07017812	1.08750397	1.02715076	4.81902264	3.71166068	2.44788774	5.48564579
0.58931809	0.55484814	0.5012506	1.17047552	1.14404004	1.07798248	4.67705471	4.24967505	4.40618353	5.90121828
0.42357905	0.38349321	0.31509916	1.07387822	1.09039876	1.02738685	5.61129755	4.42376415	2.99262649	5.4411072
0.3062011	0.28926298	0.25148263	1.06273821	1.07992252	1.03221826	2.71771882	1.97742416	1.4279756	5.55318282
0.35741599	0.3391604	0.3059732	1.10448523	1.12578763	1.05937118	2.79685915	2.39442363	1.92202478	5.0320128
0.79983873	0.76663111	0.71724441	1.20570868	1.21051184	1.11441709	12.7518123	12.693234	13.6116282	9.69616102
0.80197249	0.76973937	0.72164395	1.20189542	1.20780484	1.10927479	12.3587056	12.2904079	13.0777134	9.39073682
0.94785331	0.94624441	0.95455494	1.28266054	1.27802456	1.12361816	20.3570362	22.478919	27.9994874	12.9738619
0.97952757	0.97993754	0.98685803	1.34628365	1.35614516	1.24387866	27.8579372	30.9664081	41.2328899	20.0203043
0.97767273	0.97849061	0.98623476	1.33216142	1.33396093	1.19118338	26.6829684	29.3573215	36.6162514	18.5628408
0.88179474	0.86476835	0.84492345	1.23599955	1.24766253	1.1129552	16.6866976	17.7157148	20.7171266	11.0911615
0.95245111	0.94793021	0.94374244	1.29004032	1.29560974	1.1434858	23.6003072	25.3361608	29.4216127	16.5133042

0.97751253	0.98000111	0.99178392	1.32766636	1.32714601	1.1867081	25.3686725	28.634998	38.1501031	16.7811395
0.87839734	0.86174179	0.8376856	1.22720151	1.23867961	1.10729169	18.3239147	19.2989031	22.1235028	13.5564792
0.85039003	0.82781397	0.78942742	1.20019671	1.20512894	1.07323441	14.0489	14.1998051	14.3733476	9.39130119
0.56895128	0.51344449	0.43735428	1.08252396	1.10388842	1.03379785	7.44635835	6.60063763	5.46358905	6.33614549
0.85663591	0.83385522	0.79647713	1.19668046	1.21059576	1.07931862	16.7498622	17.5485039	19.7109049	11.2240788
0.65734477	0.60941715	0.53173424	1.1443164	1.12892264	1.04979157	8.68530113	7.85372034	7.01922733	7.33000911
0.87556836	0.86138861	0.84572745	1.1946115	1.21065773	1.05710242	14.841692	15.0448565	14.8428953	9.67668932
0.88511366	0.86925871	0.84161004	1.20982849	1.22922498	1.07062646	15.6976941	15.8767035	14.9365967	9.79881499
0.80812987	0.77751964	0.72185352	1.16941543	1.18788693	1.07424114	14.7023809	14.7912534	15.4831177	10.5755905
0.96084239	0.96028936	0.9707414	1.29801893	1.30337215	1.14797944	22.1487809	24.3874503	30.6003019	14.4204366
0.97593277	0.97775237	0.98867579	1.32759104	1.32996357	1.19280029	24.7718057	27.8183695	36.7034015	16.3632124
0.88671631	0.87177909	0.8486453	1.22096438	1.23516129	1.08903017	15.851629	16.2677663	17.1477986	10.3687884
0.94277682	0.93868485	0.93989382	1.28206931	1.29019646	1.14568605	20.7826627	22.4636786	26.7082235	13.9445758
0.86207758	0.84213961	0.81749251	1.2334908	1.27477995	1.14389804	16.0983274	17.3353536	21.3548553	10.5203018
0.93339413	0.9290554	0.9356477	1.26321446	1.27505634	1.12110682	19.3609125	21.1722053	25.985782	12.2648529
0.80560197	0.77223735	0.70694544	1.16697498	1.18582344	1.07079655	13.9886384	13.6718429	13.7545236	10.2000507
0.77184028	0.73168894	0.65317578	1.16785621	1.13664043	1.0536093	9.48697511	9.01578959	9.19225054	7.88879671
0.99016943	0.99126344	0.99616886	1.36957447	1.37484335	1.28118076	31.0838415	34.3882181	45.770042	23.4333396
0.76986434	0.73060565	0.65601759	1.14865275	1.16767535	1.0518583	11.7428216	11.1317797	9.58210059	8.47354975
0.90712163	0.8970301	0.89024754	1.24446558	1.25470831	1.11152202	18.7967685	20.233935	23.9273377	12.7725981
0.95405525	0.9546334	0.96927093	1.28342428	1.28895152	1.12765939	20.5941521	22.7904409	28.0674392	12.9602446
0.86064121	0.84117184	0.81082727	1.19648819	1.21412909	1.07128149	14.4864003	14.5642521	14.8427308	9.60518338
0.88323565	0.86526847	0.83873671	1.22513941	1.24128584	1.11479875	16.8044209	17.0015866	17.3278364	11.8181294
0.99151414	0.99298159	0.9980891	1.36750534	1.36711491	1.25434577	31.0601854	34.3396758	45.3145889	23.3313114
0.75774535	0.72130302	0.66338293	1.13395625	1.14486837	1.03318741	11.3494233	11.0558088	9.92234615	8.0114252
0.97934499	0.98009191	0.98826894	1.33823045	1.34071531	1.20896116	27.7568459	30.33255	38.3022661	20.6441104
0.79018655	0.75495096	0.68791834	1.14780057	1.16520956	1.04165138	11.8257537	11.2211597	9.53751839	7.92240506
0.76430843	0.72508876	0.6593495	1.15715266	1.17460891	1.06385799	12.0118232	11.6944578	11.0848862	8.76457219
0.99425202	0.99542985	0.99877981	1.37933829	1.37778024	1.28367838	33.0816134	36.2678953	46.9297324	25.7340643
0.9219144	0.91866469	0.93110976	1.22985666	1.24127917	1.0701742	16.9292601	17.7742081	18.4404005	10.4270426

0.91189399	0.90380336	0.90334586	1.24234392	1.25198419	1.1002022	18.4739039	19.8341844	22.7117015	11.8616152
0.91178189	0.90234601	0.89801071	1.25468434	1.27973847	1.13548178	18.5238395	20.2255696	25.1553429	11.9365975
0.87201566	0.85102721	0.81034965	1.22199769	1.19062815	1.08087433	13.3481426	13.3083819	13.7432295	10.1834668
0.93334431	0.92494589	0.91462203	1.27570258	1.29466409	1.16150169	20.7817964	22.1899572	25.670255	14.2240043
0.89683663	0.88566028	0.87994176	1.23686047	1.26451812	1.1123798	16.7697496	17.9817879	20.7814748	10.9051671
0.82932305	0.80301987	0.76635709	1.20992121	1.22251289	1.10775864	16.1838771	16.8505224	18.8042523	11.4660638
0.94902441	0.94800916	0.96106389	1.2720197	1.28001574	1.11496091	20.0218227	21.8860711	26.5414293	12.470356
0.71234919	0.66528037	0.58242719	1.10990808	1.13304626	1.03455065	10.5406166	9.97262385	9.13709589	8.07782462
0.93639088	0.93364486	0.94471735	1.26341394	1.2781674	1.11827516	19.0838144	20.8378689	24.9922941	12.1608919
0.98047782	0.98220615	0.99152753	1.33852325	1.33258853	1.19922209	25.2499383	27.9579679	35.0812919	17.0845796
0.81090966	0.77566623	0.70087997	1.17633715	1.21368552	1.06813862	12.4887205	11.9880929	11.2511665	8.80469728
0.84793032	0.82382636	0.78209497	1.19142572	1.1656026	1.0639315	10.5794112	9.98003623	9.43170283	8.34768677
0.96089853	0.95885083	0.96217268	1.30969941	1.31848375	1.18875737	24.9060819	27.1411078	33.6827204	17.8807952
0.87645011	0.85798396	0.83269002	1.24483545	1.25434669	1.13727946	19.397279	20.7521459	25.134332	13.9236026
0.47988371	0.40461953	0.28954145	1.0645739	1.09599105	1.03737622	5.14765736	3.90567801	2.89123646	5.86321304
0.91785423	0.91171531	0.91591119	1.24258973	1.25629704	1.09436255	17.609194	18.7018795	21.0250972	11.0350712
0.82732665	0.80163492	0.75548679	1.16998366	1.18970423	1.06329317	13.9317708	13.6514914	13.2637791	9.67572398
0.85261756	0.82812699	0.78466325	1.1988191	1.20956518	1.08349751	16.8426304	17.3056845	18.0344848	11.2134528
0.94237537	0.93964149	0.94691464	1.26357036	1.27235282	1.11006804	20.2791273	22.118283	26.8050425	12.9863137
0.94722022	0.94243546	0.94019506	1.29224924	1.30544671	1.17409565	22.4691226	24.1200102	28.5951738	15.441396
0.92990901	0.92495441	0.92966461	1.26112228	1.26891934	1.11625154	19.9793872	21.7201887	25.7614516	13.2339672
0.88547376	0.86870952	0.84862429	1.23680273	1.24923074	1.11402288	16.4543481	17.424496	20.289263	10.7258736
0.76394652	0.72887888	0.6728186	1.14878516	1.1627528	1.05678719	12.9633681	12.838589	13.380938	10.1166609
0.85927795	0.83711889	0.80579202	1.22573803	1.23942284	1.1251726	17.3800891	17.883934	19.4072934	12.6833581
0.74920582	0.70806155	0.63642638	1.12913317	1.15379642	1.04519864	11.3116018	10.9113738	10.3354712	8.13225692
0.93919354	0.93784887	0.95285171	1.26006011	1.27203134	1.10662799	18.6010502	20.1807525	23.3026876	11.5325199
0.98169683	0.98156556	0.98591005	1.3478044	1.35335717	1.23820005	29.6765433	31.7320035	37.3235944	22.9962746
0.96377177	0.96141946	0.96171091	1.31284784	1.31818894	1.18007963	25.6968468	27.3083409	32.2373033	19.2120312
0.8742789	0.85801695	0.83294645	1.19217543	1.20981933	1.05738118	14.8448906	14.9026406	13.8994693	9.73734799
0.86977325	0.85304151	0.83296374	1.18965488	1.20606967	1.05976135	15.3206042	15.6929659	16.3251064	9.95476281

0.9804678	0.98064304	0.98542092	1.33873361	1.33813928	1.19688031	28.4360848	30.7398329	36.4397982	20.9253661
0.91475197	0.9096116	0.91667287	1.22242721	1.23602832	1.06799607	16.3385444	16.9030918	16.411903	10.2429137
0.71307023	0.66782149	0.59180305	1.1299375	1.14824336	1.04353767	10.2524575	9.70552643	9.33066043	7.36552045
0.83986239	0.81758394	0.7816148	1.16566463	1.18394868	1.04106894	12.9718299	12.5997531	10.4679249	8.44808053
0.59563145	0.53782704	0.44083894	1.08659899	1.10434097	1.02607152	7.54919525	6.29038374	3.94955614	6.05289819
0.81883692	0.79136584	0.74411359	1.17279667	1.19361527	1.07199687	14.4555821	14.4965729	14.9673871	10.414918
0.90664744	0.89315414	0.87216501	1.24959195	1.22928753	1.10275904	15.7724031	16.0151881	16.2153553	11.2387426
0.94579952	0.93946264	0.93611468	1.30493867	1.31385927	1.20002568	24.0171905	26.4414228	34.6023776	16.8204909
0.95745388	0.95649044	0.96619261	1.3023754	1.31260576	1.1713522	22.7684825	25.0730425	31.6348281	15.1781027
0.91971526	0.90883312	0.88905938	1.25687442	1.26741427	1.12607407	20.2647901	21.008586	23.2293001	14.5047564
0.80118746	0.76922923	0.71794141	1.17391786	1.20177489	1.07857765	13.643029	13.8590342	15.1019188	9.46472952
0.85782796	0.83643655	0.79977951	1.20567464	1.22580383	1.09825281	16.9625395	17.5202405	19.082363	12.0486747
0.93028461	0.92783022	0.94175502	1.24605364	1.25980848	1.09225616	17.750984	18.9979314	20.7269541	11.0531004
0.96069105	0.95925979	0.96384255	1.31027213	1.32951403	1.18898288	22.0958456	24.4771361	31.3261908	14.5332866
0.84908441	0.82737406	0.7992015	1.19203735	1.20437323	1.06922071	14.344656	14.5451463	14.2597782	9.09159321
0.68018247	0.62694743	0.53294089	1.10305299	1.13155246	1.03713913	9.51160606	8.7972605	7.94539536	7.2325919
0.89206454	0.87883405	0.86465156	1.21154519	1.22471365	1.07315259	16.6546253	17.3668835	19.0313651	10.7490383
0.98531443	0.98636366	0.99324023	1.35332943	1.35160021	1.22866842	29.0396453	31.843496	41.3137903	22.1530955
0.95201753	0.9522128	0.96604351	1.28010683	1.27606267	1.11314173	20.6323987	22.7364384	27.6577412	13.0783367
0.78649219	0.7487076	0.66946246	1.13968759	1.16037831	1.03690393	11.4868254	10.7179989	8.89736754	8.08285669
0.7910139	0.76155177	0.71920472	1.15942154	1.15637339	1.04066683	12.8888149	12.9029019	12.239282	8.5620131
0.98659707	0.9882862	0.99561044	1.35110688	1.35325007	1.2240292	28.6334781	31.8116596	41.473276	20.3359145
0.82270782	0.79558178	0.74759849	1.16746226	1.18581264	1.0505186	12.7492554	12.4492698	11.2897917	8.68852357
0.76044049	0.71901006	0.64266831	1.13816924	1.16532937	1.05250728	11.7232475	11.3370032	11.1482751	8.4857093
0.98617863	0.98707477	0.99344786	1.35661373	1.35584784	1.23903977	29.7156259	32.4514449	41.8902196	22.8515905
0.63166831	0.57392204	0.46891866	1.09897095	1.11682481	1.02920574	8.26942023	7.00589401	5.26488328	6.64467465
0.94236517	0.93789047	0.93825205	1.26830748	1.27540037	1.11431344	20.4919694	22.0174042	25.976104	13.563606
0.95122632	0.94877092	0.95485658	1.28764009	1.2952758	1.14297235	21.7882463	23.5011716	27.8052736	14.8112129
0.92584251	0.92306165	0.93702676	1.23518417	1.24705718	1.07667026	17.1192842	18.0960091	19.0050572	10.7062886
0.9986943	0.99915932	0.99993657	1.40143562	1.40059155	1.35731476	38.7198314	41.4840472	53.7746025	34.7397603

0.96953639	0.96993153	0.9801777	1.31768739	1.32249019	1.18447937	24.6580767	27.4611779	35.8573958	16.4871843
0.97666622	0.97712077	0.98391122	1.32809044	1.32811867	1.18019117	26.8146616	29.2698834	35.1305411	18.7767549
0.99630598	0.9970636	0.99921902	1.3908367	1.3930207	1.33183315	35.4888758	38.5635474	50.6619342	29.687656
0.99385344	0.99479262	0.99816453	1.38185769	1.38561271	1.31068393	33.5234094	36.7476458	48.6871136	26.7227932
0.99542099	0.99619754	0.99866228	1.38379979	1.38035809	1.2839453	34.9311199	37.4628744	46.259809	29.1037488
0.9851351	0.9850122	0.98720185	1.35666266	1.35554511	1.23519374	30.8384933	32.7575683	38.6818967	24.6396825
0.99605556	0.9970419	0.99948327	1.38701494	1.38728609	1.31077598	34.5693671	37.816437	49.7741638	27.925691
0.91304398	0.9009634	0.87814944	1.2476689	1.26117401	1.12089715	20.0543884	20.6101712	21.8471383	14.2449358
0.99927654	0.99960422	0.99999236	1.4047068	1.40231039	1.36165613	40.1767339	42.7351093	54.884329	37.1341046
0.99730625	0.99808735	0.99973797	1.39113428	1.38825246	1.30715913	35.9925434	38.9297881	49.8423023	30.0457352
0.99449311	0.99546575	0.99848362	1.37949457	1.37588584	1.27641255	33.3344186	36.1269781	45.3023492	26.1793728
0.9991246	0.99950555	0.99998816	1.40332918	1.40080702	1.35505134	39.5967028	42.2586936	54.3857544	35.9889242
0.98060402	0.98235431	0.99169562	1.33866244	1.33283062	1.19938531	25.2767985	27.9953873	35.1560229	17.1150377
0.81155553	0.77648606	0.70208298	1.17666129	1.21402564	1.06827423	12.5104785	12.0127321	11.2531225	8.27882108
0.84865978	0.82468268	0.7832363	1.1921348	1.16666321	1.06436609	10.6882363	10.1063601	9.58141615	8.22363542
0.96126789	0.95926908	0.96265309	1.3102739	1.31897447	1.18944484	24.9714324	27.21319	33.7836436	17.8148058
0.87711972	0.85878774	0.83373476	1.24519337	1.25465379	1.13731356	19.4205032	20.7825959	25.1712927	13.7312048
0.4810713	0.40589325	0.29089086	1.06470916	1.09613909	1.03734766	5.18066816	3.94677888	2.94441076	5.98000605
0.91787949	0.91175382	0.91597132	1.24249502	1.25616912	1.09415239	17.5949217	18.6822111	20.9789424	11.1871417
0.82874834	0.80333929	0.75781905	1.1709398	1.19058066	1.06379433	13.9815848	13.7081272	13.3231629	9.94608003
0.85384418	0.82960432	0.78659363	1.19955741	1.21028188	1.08378206	16.8899645	17.3626289	18.0962452	11.2793968
0.94251694	0.939812	0.94715475	1.26374474	1.27249186	1.11018714	20.2868079	22.1274181	26.8169894	13.0086594
0.9475502	0.94283896	0.94076366	1.29255978	1.30567578	1.17423042	22.4774425	24.1356553	28.6256021	15.5083252
0.93015514	0.9252628	0.93012334	1.26123106	1.26901169	1.1161642	19.9825652	21.7256685	25.7677617	13.0065977
0.88563849	0.8689244	0.84895865	1.23675904	1.24919039	1.11378328	16.4511772	17.4217182	20.2819901	10.8080082
0.76502264	0.73012636	0.6743032	1.14912259	1.16310938	1.05690472	12.9898438	12.865832	13.4054561	9.92491539
0.85984038	0.83779288	0.80665822	1.22583983	1.23952456	1.12497788	17.38253	17.8881772	19.4069746	12.532062
0.74918075	0.7080749	0.6365708	1.12920789	1.1539052	1.04532742	11.3199879	10.9234301	10.3529175	8.17605489
0.93974738	0.9385175	0.95373262	1.26054354	1.27222867	1.1066698	18.6368999	20.2257729	23.3701758	11.5906888
0.98166958	0.98153763	0.98588199	1.34773283	1.35328853	1.23805767	29.6643988	31.7226007	37.3206563	22.9466804

0.96405283	0.96173785	0.96209154	1.31333391	1.31863705	1.18067026	25.7528604	27.3701287	32.3269216	19.4057963
0.87351434	0.85705776	0.83141006	1.19158313	1.20929085	1.05708708	14.8060529	14.8520185	13.8219915	9.50934786
0.8694886	0.85271508	0.83254746	1.1893723	1.20582288	1.05958641	15.301121	15.6637495	16.2649134	9.75228513
0.98011506	0.98024579	0.98497676	1.33794237	1.33741938	1.195733	28.3475125	30.6375455	36.2665111	20.8976671
0.91524467	0.91018974	0.91741543	1.22298185	1.23650668	1.06843645	16.376474	16.9507723	16.4809461	9.81049175
0.71825448	0.67377398	0.59883729	1.13155293	1.14988012	1.04397778	10.3932168	9.86909089	9.51234984	7.69775717
0.84005914	0.81784514	0.78206053	1.16568365	1.18392398	1.04095972	12.9659152	12.5911257	10.4335049	8.41532105
0.59702555	0.53931265	0.44249028	1.08677008	1.10454009	1.02612915	7.57880916	6.33283618	4.03267174	6.221316
0.82013913	0.79296595	0.74632866	1.17346928	1.19411307	1.07228582	14.5065864	14.5550867	15.0461014	10.4911328
0.90698441	0.89356316	0.87279428	1.2499927	1.22987223	1.10318396	15.8121477	16.061655	16.2727144	11.1208772
0.94546435	0.9390569	0.93557372	1.30461204	1.31352349	1.19966805	23.9834689	26.4017968	34.5419027	16.7537605
0.95739068	0.9564171	0.96611005	1.30234839	1.31258667	1.17134906	22.7740614	25.0832753	31.6647445	15.1036486
0.92078606	0.91011805	0.89084268	1.25802608	1.26843256	1.12696268	20.3487292	21.1067751	23.3621705	14.5560106
0.80016027	0.76798033	0.71627875	1.17358043	1.20145499	1.07856546	13.6216952	13.8358719	15.0861582	9.6799797
0.85869039	0.83747931	0.8012087	1.20627705	1.22635324	1.09863849	17.0041216	17.5676077	19.1402956	12.0858205
0.93059677	0.92817278	0.94210589	1.2466571	1.26047228	1.09302822	17.7923739	19.0553988	20.8379175	11.0274787
0.96049613	0.95900926	0.96345955	1.3101687	1.32958113	1.18914098	22.0807408	24.4568718	31.2949653	14.2012844
0.84935696	0.82772209	0.79970893	1.19200139	1.20433869	1.06898146	14.3410864	14.539427	14.2356424	9.52242038
0.67987747	0.62673327	0.53318902	1.10309959	1.13154641	1.03721556	9.53818618	8.83824981	8.01828694	7.61466601
0.89136461	0.87794408	0.86330114	1.21107904	1.22425552	1.07292545	16.6171209	17.3143593	18.9493997	10.8339791
0.98536815	0.98641827	0.99327741	1.35347358	1.35172798	1.22889879	29.0594402	31.8646231	41.3448409	22.121383
0.95214324	0.95235696	0.96621821	1.2802549	1.2762138	1.11324059	20.6469654	22.7526767	27.6761229	12.9790484
0.78595529	0.74802027	0.66846704	1.13953344	1.16020134	1.03693036	11.469155	10.697533	8.87817712	8.23596644
0.79199654	0.7626824	0.72055323	1.15978583	1.15654828	1.04062997	12.8841642	12.8948312	12.2084597	8.51611873
0.98674896	0.98843613	0.99570279	1.3515907	1.35372727	1.22503005	28.6909564	31.874243	41.5682812	20.4054675
0.82335456	0.79638209	0.74874817	1.16766612	1.1860319	1.05047312	12.7624772	12.4662643	11.3003956	8.64622827
0.76069053	0.7192651	0.64282634	1.13838478	1.16560599	1.05271362	11.7154416	11.3241364	11.1195713	8.52225964
0.9860578	0.98695418	0.99337697	1.3562571	1.35553362	1.23839727	29.6645062	32.3983125	41.8134987	22.814582
0.629691	0.57190293	0.46713334	1.09863706	1.11652938	1.0291716	8.24607976	6.9821625	5.24953194	6.93203954
0.94246085	0.93805795	0.93869257	1.26826909	1.27536939	1.11420946	20.4732852	22.0001483	25.9559793	13.3382089

0.95098755	0.94848016	0.95444725	1.28736888	1.29510044	1.14285895	21.7680947	23.4724083	27.7443302	14.8147461
0.92588464	0.92312638	0.93716724	1.23517818	1.24705762	1.07663439	17.1245248	18.1020258	19.0055527	10.4673121
0.94776766	0.9461386	0.95440693	1.28259751	1.27789693	1.12359268	20.3494787	22.4696278	27.9894025	13.1067048
0.97940458	0.9798026	0.98673432	1.34604776	1.35593834	1.24351826	27.8282694	30.9341726	41.1879714	19.9678662
0.97782101	0.97864691	0.98637557	1.33246308	1.33422428	1.19160435	26.7281956	29.4044336	36.6735217	18.6658254
0.88031625	0.86296332	0.84247728	1.23551607	1.24719685	1.11298224	16.6258874	17.6439679	20.6243736	11.150514
0.95298956	0.94857297	0.94459836	1.29080453	1.29626782	1.14425123	23.6688445	25.4136628	29.5334661	16.629447
0.97759009	0.98008238	0.99184819	1.32780565	1.32732809	1.18691817	25.3744107	28.6410553	38.1542593	16.8761611
0.87956028	0.86312789	0.83951874	1.22802103	1.23934901	1.1076847	18.3702516	19.3522927	22.1834072	13.5017796
0.84896341	0.82612014	0.7872507	1.19917403	1.20427115	1.07262384	13.9861652	14.1241512	14.2758134	9.35869855
0.56257293	0.50669423	0.43050724	1.08116381	1.10251661	1.03345805	7.30791201	6.45367544	5.30675213	6.21531289
0.85629301	0.83341142	0.79578824	1.19658212	1.21046847	1.07938199	16.7478759	17.5417512	19.7031933	11.1536205
0.65924013	0.61141395	0.53380744	1.1448734	1.12967265	1.05017183	8.76323542	7.9443996	7.14085805	7.41332613
0.87554543	0.86137357	0.84574139	1.19451712	1.21055058	1.05698006	14.8411485	15.0449195	14.8404756	9.6000116
0.88467868	0.86870432	0.84068802	1.20942059	1.22882918	1.07028319	15.6625855	15.8285791	14.8604821	10.0050969
0.80727438	0.77652915	0.72068573	1.1689688	1.18740999	1.07400309	14.6796544	14.7690282	15.4685614	10.8740308
0.96059046	0.95998682	0.97036916	1.29777857	1.30316421	1.1479399	22.1216348	24.3546778	30.5564287	14.256385
0.97575746	0.97756977	0.98853189	1.3272191	1.32959183	1.19220488	24.7349526	27.774842	36.6335308	16.314055
0.88664838	0.87166106	0.84833854	1.22103607	1.23520184	1.08913315	15.8385088	16.2485264	17.1135601	10.3841317
0.94242631	0.93825402	0.93926826	1.28169729	1.28983719	1.14532915	20.7416316	22.4110014	26.618384	13.6609659
0.86187743	0.84189483	0.81717461	1.2333247	1.27471311	1.14385104	16.0845568	17.3159424	21.3205633	10.6491139
0.93339694	0.92908177	0.93572027	1.26307805	1.2748269	1.12061662	19.3419067	21.1467037	25.9328917	12.2910084
0.80592439	0.77267296	0.70765917	1.16732309	1.18615074	1.07107184	14.0266732	13.7217525	13.83097	10.3184368
0.77129185	0.73104102	0.65238901	1.16800273	1.13683651	1.05374833	9.47573441	8.99670591	9.13122275	7.99938607
0.99026305	0.99134936	0.99620711	1.36991028	1.3751766	1.28203055	31.1401819	34.4421396	45.8360529	23.5241704
0.77046331	0.73129856	0.65683377	1.14884476	1.16787209	1.05187342	11.7517249	11.1391882	9.57545926	8.12305855
0.90727497	0.8971814	0.89035468	1.24475549	1.25499038	1.11201223	18.8296285	20.2756124	24.0100078	12.3863779
0.95409476	0.95470247	0.96941661	1.28334736	1.28874247	1.12728146	20.5983921	22.7972027	28.0748023	12.9120553
0.86143649	0.84210072	0.81199389	1.19709527	1.21477337	1.07180261	14.5159747	14.5971284	14.878847	9.86823084
0.88289326	0.86487967	0.83829196	1.22480262	1.24095908	1.11447924	16.7751096	16.9701549	17.2942033	11.7128278

0.99149863	0.99296678	0.99808143	1.36744772	1.36707188	1.25423442	31.046152	34.325218	45.2933055	23.3969888
0.75980968	0.72375041	0.66656633	1.13463082	1.14573563	1.03338977	11.425634	11.1460112	10.0358562	7.80555883
0.97918766	0.97991927	0.98809909	1.33789658	1.34044634	1.2084797	27.7181113	30.2889558	38.2293143	20.4931184
0.79101559	0.75595347	0.6892052	1.14805831	1.16549736	1.04167546	11.8519066	11.2515337	9.57758942	7.97239066
0.76667178	0.7278342	0.66270491	1.15794808	1.17541324	1.06402294	12.0691009	11.7609313	11.1681112	8.4137294
0.99429161	0.99546331	0.99878898	1.37953283	1.37797088	1.28423702	33.1187433	36.3038623	46.973566	25.8142736
0.92219855	0.91901987	0.93167783	1.23012615	1.2414691	1.07022642	16.9420135	17.7931649	18.4645038	10.6345867
0.91113491	0.90287464	0.90204575	1.24186462	1.25155044	1.10007595	18.442645	19.7965732	22.672603	12.0032015
0.91210555	0.90271619	0.89847395	1.25498137	1.27998173	1.13591421	18.5576102	20.2658773	25.224942	11.8455741
0.87203831	0.85103029	0.81025092	1.22193992	1.1904307	1.08079425	13.3099945	13.2622813	13.6742543	9.90725226
0.93317497	0.92474712	0.91436267	1.27549893	1.29448251	1.16126606	20.7640158	22.1712443	25.6454353	14.0680549
0.89645807	0.88520464	0.87934056	1.23659786	1.26435962	1.11228377	16.7462211	17.9525585	20.7353081	10.7365248
0.83174224	0.80585195	0.76985717	1.21098885	1.22350513	1.10809247	16.2681431	16.9517856	18.9433481	11.2785052
0.94898809	0.94797911	0.96105401	1.27188515	1.27984785	1.11473221	20.0184006	21.8788096	26.5249879	12.4895944
0.71411232	0.66748478	0.58563545	1.11065091	1.13367269	1.03490885	10.6311589	10.0823057	9.27943297	7.94886092
0.93542758	0.93250826	0.943305	1.26237988	1.27741087	1.11750558	18.9990516	20.7316581	24.8211986	12.1595588