



UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO

## **ESCUELA DE POSGRADO**

### **PROGRAMA ACADÉMICO DE DOCTORADO EN EDUCACIÓN**

Programa “Mathapps” en el análisis de funciones de varias variables en  
estudiantes de ingeniería ambiental de una universidad pública

#### **TESIS PARA OBTENER EL GRADO ACADÉMICO DE:**

Doctor en Educación

#### **AUTOR:**

Zuñiga Fiestas, Luis Alfredo (ORCID: 0000-0001-8254-405X)

#### **ASESOR:**

Dr. Méndez Vergaray, Juan (ORCID: 0000-0001-7286-0534)

#### **LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:**

Innovaciones Pedagógicas

**LIMA-PERÚ  
2021**

### **Dedicatoria**

Este proyecto de investigación lo dedico de manera muy especial a mis padres, que están en el cielo y yo sé que están festejando este nuevo logro en mi vida profesional.

A mi familia, por ser el pilar y motor para crecer en forma personal y profesional, siendo mi soporte emocional en estos momentos difíciles que estamos pasando a nivel mundial.

### **Agradecimiento**

Agradezco a Dios por mantenerme sano y unido a mi familia, pese a la crisis mundial de la salud que atraviesa nuestro país y el mundo.

Agradezco a la Universidad Nacional Tecnológica de Lima Sur por darme la facilidad de aplicar mi proyecto de investigación a los estudiantes del curso de matemática III.

Agradezco en especial al Dr. Juan Méndez Vergaray, por compartir su sabiduría en el desarrollo del presente estudio.

## Índice de contenidos

Carátula	i
Dedicatoria	ii
Agradecimiento	iii
Índice de contenidos	iv
Índice de tablas	v
Índice de figuras	vi
Resumen	viii
Abstract	xi
Resumo	x
I. INTRODUCCIÓN	1
II. MARCO TEÓRICO	8
III. METODOLOGÍA	35
3.1 Tipo y diseño de la investigación	35
3.2 Variables y operacionalización	37
3.3 Población, muestra, muestreo y unidad de análisis	38
3.4 Técnicas e instrumentos de recolección de datos	39
3.5 Procedimientos	41
3.6 Método de análisis de datos	42
3.7. Aspectos éticos	42
IV. RESULTADOS	43
V. DISCUSIÓN	58
VI. CONCLUSIONES	63
VII. RECOMENDACIONES	65
VIII. PROPUESTA	67
REFERENCIAS	75
ANEXOS	



## Índice de tablas

Tabla 1	38
<i>Distribución de la población de estudio</i>	38
Tabla 2	40
<i>Baremo de la variable funciones de varias variables</i>	40
Tabla 3	40
<i>Confiabilidad del instrumento análisis de funciones de varias variables – KR 20</i>	40
Tabla 4	41
<i>Juicio de expertos para el instrumento funciones de varias variables</i>	41
Tabla 5	44
<i>Niveles del análisis de funciones de varias variables de los grupos control y experimental</i>	44
<i>Tabla 6</i>	46
<i>Niveles de la dimensión superficies cuádricas</i>	46
Tabla 7	47
<i>Niveles de la dimensión derivadas parciales</i>	47
Tabla 8	49
<i>Niveles de la dimensión plano tangente</i>	49
Tabla 9	51
<i>Niveles de la dimensión áreas y volúmenes</i>	51
Tabla 10	52
<i>Prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov para la variable y sus dimensiones.</i>	52
Tabla 11	53
<i>Prueba de U Mann Whitney del análisis de funciones de varias variables</i>	53
Tabla 12	54
<i>Prueba de U Mann Whitney del análisis de las superficies cuádricas.</i>	54
Tabla 13	55
<i>Prueba de U Mann Whitney del análisis de derivadas parciales</i>	55
Tabla 14	56
<i>Prueba de U Mann Whitney del análisis de planos tangentes.</i>	56
Tabla 15	56
<i>Prueba de U Mann Whitney del análisis de áreas y volúmenes</i>	56

## Índice de Figura

Figura 1	20
Pantalla de inicio de geogebra 3d móvil	20
Figura 2	20
Pantalla principal de geogebra 3d móvil	20
Figura 3	21
Icono de Wolfram Alpha móvil	21
Figura 4	21
Hoja de trabajo de wólfram alpha	21
Figura 5	22
Pantalla de inicio de Symbolab móvil	22
Figura 6	22
Pantalla principal de Symbolab móvil	22
Figura 7	23
Pantalla de inicio de desmos calculator	23
Figura 8	23
Pantalla principal de desmos calculator	23
Figura 9	25
Función de varias variables	25
Figura 10	26
Gráfica de una esfera en Geogebra 3D	26
Figura 11	26
Graficar de un elipsoide de una hoja en geogebra 3D	26
Figura 12	26
Graficar de un hiperboloide de dos hojas en geogebra 3D	26
Figura 13	27
Graficar de un cono elíptico en geogebra 3D	27
Figura 14	27
Graficar de un paraboloides elíptico en geogebra 3D	27
Figura 15	27
Gráfica de un paraboloides hiperbólico en geogebra 3D	27
Figura 16	30
Plano tangente en 3D	30
Figura 17	30
Área de una superficie	31

Figura 18	31
El punto $q$ se representa en coordenadas polares $(r, \theta)$	32
Figura 19	32
Aproximación de la superficie por la suma de riemann	32
Figura 20	33
Tipos de región	33
Figura 21	33
Volumen del bloque cilíndrico	33
Figura 22	34
Aproximación al volumen esférico	34
Figura 23	45
Niveles del análisis de funciones de varias variables	45
Figura 24	45
Contrastación de rendimiento del análisis de funciones de varias variables	45
Figura 25	46
Niveles del análisis de superficies cuádricas	46
Figura 26	47
Contrastación de la media de rendimiento del análisis de superficies cuádricas	47
Figura 27	48
Niveles del Análisis de derivadas parciales	48
Figura 28	49
Contrastación de la media de rendimiento del análisis de derivadas parciales	49
Figura 29	50
Niveles del análisis de plano tangente	50
Figura 30	50
Contrastación de la media de rendimiento del análisis de plano tangente	50
Figura 31	51
Niveles del análisis de áreas y volúmenes	51
Figura 32	52
Contrastación de la media de rendimiento del análisis de plano tangente	52

## Resumen

El presente trabajo de investigación tuvo como finalidad la implementación de un programa formado por 4 aplicaciones móviles matemáticas como el Geogebra 3D, Desmos calculator, Symbolad y Wolfram Alpha, donde aplicados en forma secuencial y en el marco de las nuevas herramientas tecnológicas del aprendizaje y conocimiento (TAC) genere conocimientos significativos sobre el análisis de funciones de varias variables en estudiantes de ingeniería de una universidad pública; debido a que una gran cantidad de estudiantes presentan dificultades en el estudio de superficies en el espacio tridimensionales del curso de Matemática III y dada la situación actual de la pandemia fue necesario complementarla con las Tecnologías de Empoderamiento y Participación (TEP). El enfoque de la investigación es cuantitativo, de tipo aplicada, se enmarcó dentro del diseño preexperimental, para el que contó con una muestra de 60 estudiantes (30 en el grupo control y 30 en el experimental); la validez el contenido del instrumento se realizó a través del juicio de expertos y la confiabilidad con KR-20= 0.955. El autor implementó un proyecto educativo de doce sesiones de aprendizaje, que fue aplicado al grupo experimental y validado por expertos. Se concluye que el programa Mathapps influye significativamente en el análisis de funciones de varias variables en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública; habiéndose obtenido un valor U de Mann-Whitney=200,500 y  $p= 0,000$ .

**Palabras clave:** Aplicaciones, móviles, geogebra, variables, software

## Abstract

The purpose of this research work was to implement a program consisting of 4 mathematical mobile applications such as Geogebra 3D, Desmos calculator, Symbolad and Wolfram Alpha, where applied sequentially and within the framework of new technological tools for learning and knowledge (TAC) generate significant knowledge about the analysis of functions of several variables in engineering students of a public university; Due to the fact that a large number of students have difficulties in the study of surfaces in three-dimensional space in the Mathematics III course and given the current situation of the pandemic, it is necessary to complement it with Empowerment and Participation Technologies (TEP). The research approach is quantitative, of an applied type, it was framed within the preexperimental design, for which it had a sample of 60 students (30 in the control group and 30 in the experimental group); the validity of the content of the instrument was made through the judgment of experts and the reliability with KR-20 = 0.955. The author implemented an educational project of twelve learning sessions, which was applied to the experimental group and validated by experts. And he concluded: It was determined that the Mathapps program significantly influences the analysis of functions of several variables in students of Environmental Engineering from a Public University; having obtained a Mann-Whitney U value = 200,500 and a  $p = 0.000$ .

**Keywords:** Applications, mobile, Geogebra, variables, software

## Resumo

O objetivo deste trabalho de investigação foi implementar um programa constituído por 4 aplicações matemáticas móveis, tais como Geogebra 3D, calculadora Desmos, Symbolad e Wolfram Alpha, onde aplicadas sequencialmente e no âmbito de novas ferramentas tecnológicas de aprendizagem e conhecimento (TAC) de geração significativa conhecimento sobre a análise de funções de diversas variáveis em estudantes de engenharia de uma universidade pública; Devido ao grande número de alunos apresentarem dificuldades no estudo de superfícies no espaço tridimensional no curso de Matemática III e dada a situação atual da pandemia, é necessário complementá-la com Tecnologias de Capacitação e Participação (TEP) . A abordagem da pesquisa é quantitativa, do tipo aplicada, enquadrou-se no delineamento pré-experimental, para o qual teve uma amostra de 60 alunos (30 no grupo controle e 30 no grupo experimental); a validade de conteúdo do instrumento foi feita por meio do julgamento de especialistas e da confiabilidade com KR-20 = 0,955. O autor implementou um projeto educacional de doze sessões de aprendizagem, o qual foi aplicado ao grupo experimental e validado por especialistas. E concluiu: Foi determinado que o programa Mathapps influencia significativamente a análise de funções de diversas variáveis em alunos de Engenharia Ambiental de uma Universidade Pública; tendo obtido um valor U de Mann-Whitney = 200.500 e um  $p = 0,000$ .

**Palavras-chave:** Aplicativos, celular, Geogebra, variáveis, software

## **I. INTRODUCCIÓN**

En la actualidad, el mundo afronta un gran reto a origen del COVID - 19, Por ese motivo, la OMS declaró a este virus como pandemia por su rápida difusión y su alta gama de contagio, eso conllevó, al cierre total de las instituciones educativas en la mayor parte de los países del mundo, esto se realizó como estrategia para poder evitar la propagación y el contagio en un nivel más alto. Asimismo, la UNESCO afirma que el 70% de la población estudiantil del mundo ha sido afectada por la pandemia (Sandoval, 2020).

Ante el problema de salud , a nivel mundial en se han generado constantes cambios en el sistema educativo, sobre la aptitud docente ante los nuevos cambios, exigiendo nuevos retos metodológicos y por coyuntura la tecnología cumple un papel primordial en todos los ámbitos personales y profesionales, donde la problemática principal para los docentes es entender la diferenciar entre la TIC y las nuevas Tecnologías del Aprendizaje y Conocimiento (TAC) que tratan de reconducir las TIC, a un uso más pedagógico y formativo, que permitan aplicar herramientas tecnológicas en beneficio al aprendizaje y conocimiento en el sistema educativo, donde las TIC es más genérico (Ulloa, 2021).

Por ello, a nivel mundial más científicos estudian la aplicación de nuevas formas de métodos para la enseñanza-aprendizaje en la educación superior, las diferentes profesiones requieren más capacitaciones y talleres sobre el uso de las TAC, generándose otra problemática debido a que en el sistema educativo dicha tecnología del conocimiento y aprendizaje e debe ser complementadas con las Tecnologías del Empoderamiento y Participación (TEP) cuando los docentes y estudiantes involucren sus trabajos colaborativos realizados con las TAC, en las redes sociales, blogs, páginas web, entornos virtuales, entre otros y así poder interactuar con cualquier persona del mundo (Gutiérrez, 2020).

A nivel de país iberoamericano, la Organización de Estados Iberoamericanos, proyectó lograr las metas educativas e incluir en la educación al 2021 relacionados con la tecnología educativa; en base a dos grupos, el primero es cuando se compra infraestructura y equipamiento en instituciones educativas, y el segundo es cuando se utilizan las TIC; donde se mantiene la problemática en el sistema educativo porque los docentes siguen capacitándose en el uso de herramientas de las TIC con el fin mejorar su alfabetización digital y alcanzar



objetivos educativos a largo plazo, donde es necesario masificar la aplicación de las TAC como formación de los docentes y difundir métodos de enseñanza innovadores (UNESCO, 2020).

En un estudio en Colombia, se resaltó la importancia del TAC, donde se incluyen Mathlab, Maple, Mathcad, GeoGebra, y Statgraphics; estos asistentes han sido ampliamente utilizados de diversas formas para diferentes niveles educativos, impartiendo matemáticas de diversos modos en ingeniería, desde sus inicios, ha estado estrechamente relacionada a las matemáticas, convirtiéndola en conocimiento indispensable para todo ingeniero, ya que le permite hacer cálculos para llevar los conocimientos teóricos a la práctica; el problema actual no es el grado de importancia de las matemáticas en la ingeniería, sino la aprehensión de estos conocimientos que solo lo aplican un 22.5% en el sistema educativo colombiano (Alvarez, 2018).

En el Perú, en el lustro a partir 1982, se inicia la incorporación de la informática en las instituciones educativas, con un enfoque tecnológico y sin el criterio del ¿Por qué? y ¿Para qué?, se implementó el equipamiento de computadoras (ordenadores), cuyos contenidos de los cursos sobre tecnologías (TIC) y capacitación docente de emergencia, derivó en sendas propuestas desvinculadas con el diseño curricular y centradas solo en herramientas virtuales (Cuicas et al., 2007).

Desde la década de los 90, se generó factores positivos relacionados con las políticas y planes de tecnología educativa a lo largo de su desarrollo, por lo que en 1996 se conforma Departamento de Redes Educativas (EDURED); una red de 200 instituciones educativas urbanas implementó cuestionarios para perfeccionar la calidad de la educación básica regular; se inició el programa para estudiar a distancia (EDIST) para que así la educación llegue a las regiones lejanas donde el gobierno no puede llegar, pero no tuvo respaldo en el mantenimiento sostenible de la redes, software y hardware e infraestructura como las capacitaciones continuas sobre el manejo de las nuevas herramientas digitales (Trinidad, 2016).

Luego se lanzó el plan Huascarán para dotar a las escuelas de Internet y formar docentes en TIC, creando aulas de innovación docente (AIP); en el 2011 se creó la (DIGETE) y se lanzó el proyecto "Una computadora portátil por niño"

creándose el Centro de Recursos Técnicos (CRT) pero muchas de las computadoras portátiles eran incompatibles con los softwares necesarios para su procesamiento de datos, donde los docentes y estudiantes no tuvieron la capacitación adecuada. A partir de 2012, el gobierno proporcionó líneas virtuales a escuelas, estableció unas conexiones inalámbricas en áreas donde la instalación era imposible y lanzó la web peruana Educa, pero en cada cambio de gobierno, no se mantenían las políticas educativas. Si bien los gobiernos de diferentes países han brindado inversión en la provisión de TIC al sector educativo, no ha habido un seguimiento adecuado en implementación en cada cambio de gobierno (Laura & Bolívar , 2009).

A nivel nacional, la comprensión de la educación matemática se ha visto menguada por un desnivel social, debido a las debilidades tecnológicas sobresalientes dentro de la ruralidad y pobreza (CEPAL, 2020); logrando que en el año 2015 y 2018 nuestro país ocupe el puesto 64 de 72 y 79 países en la prueba PISA, con más del 50% de estudiantes muestreados debajo de la media necesaria (MINEDU, 2019).

En la actualidad en el Perú, se debe estructurar un nuevo concepto de las TAC, que deben ir más allá de utilizarlas TIC, direccionándolo al servicio de aprendizaje y adquisición de conocimientos, acompañada de propuestas metodológicas, convirtiéndolas herramientas tecnológicas en recursos didácticos (Cabero, 2015).

En la especialidad de ingeniería ambiental de una institución universitaria pública, se observó que los estudiantes en la asignatura de matemática III, presentan deficiencias para el cálculo de funciones de varias variables, como el cálculo de superficies cuadráticas, derivadas parciales, planos tangentes, así como el cálculo de áreas y volúmenes; ello debido que no están acostumbrado a una enseñanza remota, sin interés, ni motivaciones, y también por el desconocimiento de software educativos para matemática en el nivel superior, como el geogebra 3D, Wolfram Alpha, Symbolab, Desmos calculator, que permite a los estudiantes desarrollar matemáticas en los estudiantes a través del celular o una computadora para realizar cálculos en los problemas que ha encontrado

usando formas tradicionales de lápiz y papel, donde la calculadora puede analizar como un apoyo para su cognición.

Debido al problema descrito, es necesario la implementación de software matemáticos móviles (TAC), que otorgue al estudiante herramientas didácticas, para mejorar su rendimiento académico, pues se sabe que el uso de aplicaciones móviles, traen consigo beneficios y por consiguiente un mayor interés por la matemática por parte del estudiante; ya que esta materia no solo se enfoca en un plano bidimensional sino que también en un plano tridimensional; por ello el uso de aplicaciones móviles, es de gran ayuda para graficar y ubicar cuerpos tridimensionales en el espacio, pues brinda al estudiante un enfoque realista y le genera un aprendizaje más significativo que le permita una mejor aplicación de la realidad.

Luego de la problemática descrita, se formuló como problemática general ¿Cuál es la influencia del programa Mathapps en el análisis de funciones de varias variables en estudiantes de ingeniería ambiental de una universidad pública?; asimismo los problemas específicos:

- ¿Cuál es la influencia del programa Mathapps en el análisis de las superficies cuádricas en estudiantes de ingeniería ambiental de una universidad pública?
- ¿Cuál es la influencia del programa Mathapps en el análisis de las derivadas parciales en estudiantes de ingeniería ambiental de una universidad pública?
- ¿Cuál es la influencia del programa Mathapps en el análisis de la ecuación del plano tangente en estudiantes de ingeniería ambiental de una universidad pública?
- ¿Cuál es la influencia del del programa Mathapps en el análisis de áreas y volúmenes en estudiantes de ingeniería ambiental de una universidad pública?

El estudio de investigación se justifica en forma teórica, basándose en la necesidad mejorar las teorías que sustentan el concepto de funciones de varias variables, el resultado de la investigación permitirá, por ende, la implementación del uso de las TAC y TEP, para así lograr un mejor producto académico de los estudiantes y evaluar las competencias blandas de los alumnos; por la

característica del curso, que es en tercera dimensión, los softwares matemáticos móviles facilitan la comprensión y análisis de las variables a estudiar, la investigación va a motivar a los estudiantes a que generen nuevos conocimientos de investigación académico, desde una perspectiva formal, científica y especializada; por otra parte, el estudio responde a las exigencias y rigurosidad educativa, enriqueciendo lo pedagógico, tecnológico y lo evidentemente pluralista (Rodríguez & Gallardo, 2020).

En la justificación práctica se realiza porque debido al nuevo contexto de la educación peruana donde se busca que los estudiantes alcancen los nuevos conocimientos de una manera práctica y didáctica; en razón de una nueva forma de aprender a través de aplicaciones móviles, para el mejor rendimiento académico de los estudiantes, así mismo el trabajo de investigación va a permitir a los estudiantes reorientar su aprendizaje de una manera eficaz y eficiente frente a cualquier dificultad o problema y plantear estrategias metodológicas en los alumnos de ingeniería de una universidad nacional. (Marquéz, 2018)

La justificación metodológica, es porque el estudio tiene un enfoque cuantitativo, se inicia desde un análisis estadístico descriptivo e inferencial, desde una idea de investigación y en esa dirección se elaboran instrumentos debidamente validados para medir respectivamente las variables de estudio investigación de operaciones (Bravo & Quezada, 2021). Estableciendo de ese modo secuencial, la relación que existe entre las aplicaciones móviles y el análisis de funciones de varias variables en el curso de matemática superior en una universidad pública, para lo cual se emplea el programa Mathapps (software matemáticos móviles) que es una secuencia metodológica de la utilización de los software matemáticos móviles gratuitos en el sistema Android, GeoGebra 3D, Demos Calculator, Symbolad y Wólfram Alpha, de tal manera que al aplicarlos en forma secuencial, se calcule las gráficas de las superficies cuádricas, derivadas parciales, graficas de planos tangentes a una superficie y el cálculo de áreas y volúmenes aplicando integrales múltiples, donde se logró el objetivo de resolver funciones de varias variables aplicados a proyectos de Ingeniería Ambiental en una universidad pública.

La justificación epistemológica está basada en el paradigma positivista porque el único conocimiento autentico que es repetible, visible y verificable en la contrastación de la hipótesis en la construcción del conocimiento científico, siendo

August Comte el padre del paradigma positivista, el sistema es hipotético-deductivo, de naturaleza cuantitativa para aseverar el rigor y la credibilidad científica, donde se busca el conocimiento comparable, susceptibles de medición, análisis y control experimental (Morales et al., 2013).

Se planifico como objetivo general: Determinar la influencia del programa Mathapps en el análisis de funciones de varias variables en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública, así como los objetivos específicos:

- Determinar la influencia del programa Mathapps en el análisis de las superficies cuádricas en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública
- Determinar la influencia del programa Mathapps en el análisis de las derivadas parciales en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública
- Determinar la influencia del programa Mathapps en el análisis de la ecuación del plano tangente en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública
- Determinar la influencia del programa Mathapps en el análisis de áreas y volúmenes en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública

Asimismo, cómo hipótesis general: El programa Mathapps influye en el análisis de funciones de varias variables en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública, y las hipótesis específicas:

- El programa Mathapps influye en el análisis de las superficies cuádricas en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública
- El programa Mathapps influye en el análisis de las derivadas parciales en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública
- El programa Mathapps influye en el análisis de planos tangentes en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública
- El programa Mathapps influye en el análisis de áreas y volúmenes en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública.

## **II. MARCO TEÓRICO**

En el marco teórico se menciona los antecedentes internacionales y nacionales de investigaciones previas, así como los conceptos fundamentales necesarios para argumentar el trabajo de investigación desarrollado, de este modo se pueda comprender el contexto de la investigación, obteniendo un mejor enfoque sobre las aplicaciones móviles matemáticas (Mathapps) que se han integrado como una herramienta más para el marketing móvil.

En el ámbito internacional la educación superior en Europa, lo que se busca es tener una estructura pedagógica que garantice que el estudiante realmente está asimilando los conocimientos, para ello no se tiene que ver al alumno como un objeto plenamente receptor, sino por el contrario se tiene que hacer de él partícipe y protagonista del ejercicio evaluativo. En el siglo XXI existen dos realidades en la enseñanza: La física, directa y sensitiva y la enseñanza experimental virtual, las TAC no solo afinan las competencias digitales, sino que fortalecen las habilidades tecnológicas, cuyos resultados se ven en el campo laboral, actualmente se perfila esta característica en un 95% con el uso mediado de las TAC según (Mariana & Rodríguez, 2019)

Así mismo se hizo un sondeo muestral sobre las competencias comprensión de los estudiantes de la Universidad de Venezuela del Centro occidental Lisandro Alvarado, ante la implementación de Wolfram Alpha en el cálculo áreas y volúmenes en coordenadas polares ,donde los resultados fueron presentados a mediados del 2019, los cuales confirmaron que mejoraron las competencias de comprensión, siendo el rendimiento final que el 61,25% de los alumnos que cursan Matemática II, manifiestan que el uso de Wolfram alpha ha facilitado la comprensión de conceptos clave en el cálculo de volúmenes y se concluye los Softwares matemáticos sirven de guía y atenúan esa distancia que puede existir entre esclarecer y confundir el ejercicio de una materia de cálculo, por ende su implementación es de suma importancia en el nivel educativo. (Bullones, Vivas & Caceres, 2019)

Al respecto, se hizo un estudio en relación al efecto causado en el estudiantado con respecto al desempeño académico sobre el aprendizaje de las ecuaciones del plano tangente de una superficie tridimensional evaluado en 710 estudiantes del tercer año de la Universidad Nacional de Ingeniería en Managua,

Nicaragua, realizado en el año 2020. Como resultado se obtuvo una mejora del 62.5% en el desempeño académico de los alumnos, asimismo resultó importante su vinculación con el incremento del 52.3% del desempeño académico docente, observándose que los alumnos que obtuvieron mayor rendimiento académico, fueron de los docentes más jóvenes, adaptados a las nuevas metodologías de enseñanza y aplicaciones de Software matemático en sus aulas. Se concluye que se deben buscar más variables que relacionen el desempeño académico en estrategias de enseñanza del curso, ya que incide ser un factor netamente importante, para el desempeño académico del estudiantado. (Mercedes & Hernández, 2020)

En un trabajo de investigación realizado en Colombia, se tuvo como objetivo estimar el mejor modelo de enseñanza de derivadas parciales de los alumnos de Ingeniería Civil de Bogotá, con el propósito de realizar un cambio paradigmático de la enseñanza tradicional desfasada, a una nueva con el uso de aplicaciones móviles; para llevar a cabo la investigación se desarrolló una nueva estrategia metodológica, realizando un taller, conformado por docentes asistentes al Relme 32, para la interacción de la interpretación gráfica de una derivada parcial dado un boceto con la herramienta de Desmos Calculator 3D, que fue posible mediante tres procesos: La sensibilización, en el aspecto teórico práctico; la creación y la participación de forma individual de un dibujo en un papel con un lápiz, posteriormente utilizando el Desmos; y la reflexión, donde los estudiantes socializaban entre ellos las actividades realizadas y se concluyó, que el taller realizado permitió a los estudiantes recrear actitudes críticas y reflexivas, mejorando su desempeño académico en un 62.5% ante la nueva metodología pedagógica en el curso de matemática 3, debido a la aplicación de estrategias no convencionales y curiosas, atrajo al estudiante una mayor motivación; por otro lado, a los docentes les permitió crear un nuevo ambiente en el aprendizaje, como un desarrollo más práctico en las aulas (Vicente et al., 2019).

De igual manera se analizó la aplicación de las TAC para la enseñanza de las matemáticas en las clases virtuales como una alternativa en el colegio militar Academia Pantano de Vargas, la metodología se centra en usar la aplicación GeoGebra como una herramienta estratégica, desde un enfoque de enseñanza activa, mejorando el aprendizaje matemático; esta herramienta les permitiría tener



la facilidad de resolver problemas, sacar conclusiones y retener información de manera más sensata; En conclusión, la investigación se logró los resultados: El estudio es de tipo básico y cuyo diseño no es experimental, de un nivel expositivo, longitudinal y correlacional, siendo la totalidad de la población de 80 estudiantes, después de haber realizado el análisis estadístico se llegó a la conclusión que las TAC se relacionan significativamente en la enseñanza de las matemáticas en las clases virtuales permitiendo a los estudiantes involucrarse en los conocimientos matemáticos aplicando esta metodología a un nivel práctico, incentivo al alumno a una participación más constante a tal punto que los alumnos logran aplicar los conceptos matemáticos a circunstancias de la vida cotidianas y se recomienda para las futuras investigaciones invertir más tiempo para el manejo de herramientas didácticas, lo cual les permitirá familiarizarse con cada componente del tema, recreando competencias matemáticas; también recomienda que al utilizar estas herramientas pedagógicas no extenderían las horas de clases que normalmente duran entre 2 horas o 3 horas, donde el alumno suele agotarse frente a un ordenador, en esta época de educación virtual (Moreno, 2021).

Continuando en el ámbito nacional, Reyes (2020) estudió la efectividad que tiene el software Symbolab para la enseñanza de Funciones Matemáticas en los alumnos de segundo ciclo de la Universidad Privada del Norte, sostuvo como fin determinar si en realidad el uso del Symbolab permitía un mejor desempeño educativo de los estudiantes en la asignatura de Matemática básica, utilizó una muestra de 80 alumnos, esta muestra fue dividida en dos grupos de análisis, el experimental y el de control; donde se llegó a comprobar que el grupo de control obtuvo una nota promedio de 8.27, en cambio, el grupo experimental que había puesto en práctica el software Symbolab obtuvo una nota promedio de 11.32 concluyendo que el programa presentó una influencia positiva en la enseñanza a los universitarios en el tema funciones matemáticas, asimismo se sugirió la elaboración de guías para el empleo del Symbolab y otros softwares matemáticos con el fin de tener más herramientas para el Cálculo de funciones de varias variables.

Por otra parte, Ortiz desarrolló un estudio sobre la utilización del Software Geogebra 3D para la enseñanza del tema superficies cuádricas, en la materia de

Matemática Analítica III dirigido a los universitarios que cursan el tercer ciclo de la profesión Ingeniería Electrónica de la UPC que tuvo como finalidad proporcionar una herramienta que simplifique la enseñanza de dicho curso, es por ello, que mantuvo como propósito evidenciar que el uso de Geogebra les permite a los estudiantes describir las diversas superficies y facilitándole posteriormente el cálculo del volumen de estas mismas haciendo uso de integrales, donde se utilizó hizo uso de una muestra de 100 alumnos de dicha universidad, los cuales fueron instruidos y separados en cuatro grupos, que serían dos de control y dos experimentales, permitiendo así medir la variable objetivo con un test, obteniéndose como resultado que los alumnos del grupo de control consiguieron una nota media de 9.58 y los estudiantes del grupo experimental una nota media de 13.54, en la cual se recomendó que las universidades en el Perú deben impulsar la instrucción de la matemática empleando softwares matemáticos (Ortiz, 2019).

Asimismo, Ochoa et al. (2021) en su artículo tuvo como objetivo establecer como el programa de optimización influye en el análisis de la investigación operativa donde las herramientas didácticas utilizadas fueron POM-QM, Lingo y Solver, para mejorar el análisis y rendimiento de ejercicios en investigación operativa en alumnos de una universidad estatal en Lima- Perú. El estudio fue de enfoque cuantitativo y de tipo aplicado, siendo su población de 80 participantes (40 en el grupo experimental y 40 en grupo control). En el estudio se utilizó un diseño experimental con medida solo después. Para el grupo experimental se realizó 12 sesiones de aprendizaje utilizando el programa Invesoft, pero para el grupo control aplico la enseñanza tradicional. Se utilizó una prueba de rendimiento sometido a una validez de contenido por juicio de experto que evidenció 0.94 en la V de Aiken; mientras que la confiabilidad  $\alpha = 0,965$ . En los resultados se observaron diferencias significativas entre el grupo control y experimental, siendo el nivel de confianza  $p < 0.05$ ; los alumnos del grupo experimental obtuvieron un mejor rendimiento que el grupo control, llegando a la conclusión que el empleo del programa Invesoft mejora el análisis de problemas investigación operativa.

Por otro lado, Chávez en la tesis sobre la administración del conocimiento en el aprendizaje de la matemática superior implementando el software GeoGebra en los alumnos de ingeniería de la universidad privada del norte, el enfoque fue cuantitativo de tipo aplicada, de diseño experimental y tipo cuasiexperimental, donde la población estuvo compuesta por 120 estudiantes y una muestra de 76 estudiantes, a un 95% de confiabilidad, en la etapa de posttest el promedio obtenido por el grupo control (31.00) y el grupo experimental (46.00) aplicando una prueba no paramétrica que la cantidad de la muestra se utilizó la prueba de U de Mann Whitney, obteniéndose  $U = 436.000$ ,  $Z = -3.476 < -1.96$  ( $p = .001 < .05$ ) donde los alumnos que conformaron el grupo llamado experimental lograron óptimos resultados, siendo la finalidad establecer de qué forma la utilización del modelo de administración influye en la enseñanza de la matemática, con la implementación del software GeoGebra en los alumnos de ingeniería, Asimismo, Chávez recomienda fomentar que los alumnos traspasen el desenvolvimiento de las habilidades blandas de las capacidades individuales y es necesario que los alumnos tengan la habilidad de afrontar la realidad haciendo uso de los recursos del geogebra emprendiendo un análisis de las capacidades s de cómo los alumnos van mejorando sus aprendizajes en la matemática, ya que después ellos pondrán en práctica estos conocimientos en la vida diaria y en el ámbito profesional (Chávez, 2019).

Al respecto Martínez llevó a cabo un trabajo de investigación sobre el resultado que tiene el empleo del programa Geogebra en el desempeño pedagógico sobre el tema de Funciones Reales, en los alumnos de la Universidad Científica del Sur; donde se planteó como objetivo comprobar si la utilización del software Geogebra refuerza el desempeño académico sobre el tema de funciones reales en los alumnos de dicha casa de estudios, se utilizó una muestra de 44 alumnos, siendo separados en dos grupos, el primero denominado grupo llamado experimental y el segundo grupo llamado de control, la herramienta usada fue una evaluación inicial y una final para lograr determinar la prueba de hipótesis; lográndose obtener los siguientes resultados, el grupo que fue sometido al experimento obtuvo una nota final promedio de 15.14, en cambio, el grupo de control logro sacar una nota promedio de 13.09, llegando a la conclusión que Geogebra reforzó el desempeño de los alumnos sobre el capítulo de funciones de

variables reales, en la materia de Matemática superior. Para finalizar, se aconseja que los docentes empleen Geogebra, como una herramienta de aprendizaje y motivadora para la enseñanza de las Matemáticas (Martínez, 2019)

Por otro lado, en el trabajo de investigación sobre el uso del software GeoGebra cuyo propósito ha sido analizar el aprendizaje de las superficies cuádricas en el curso matemática 3, de la escuela profesional de Ingeniería de una Universidad Privada de lima metropolitana, siendo su enfoque cuantitativo y el diseño llamado experimental, donde la muestra de análisis estaba conformada por un grupo de control y otro denominado experimental, conformada por 35 estudiantes en cada grupo, obteniéndose como resultados que la media aritmética del grupo control fue de 10.5 y del grupo llamado experimental fue de 14.6. Asimismo, se concluye que la utilización de GeoGebra posibilita entender mejor y resolver con más facilidad los inconvenientes numéricos y simbólicos de las superficies cuádricas, ya que tienen la posibilidad de ser visualizados por medio de dibujos interactivos, tanto para los estudiantes y maestros de Matemática superior, con la finalidad de implementar una nueva estrategia de aprendizaje. (Cordova, 2019)

Las consecuencias que trajo consigo el COVID-19 removieron las estructuras del sistema formativo a nivel sudamericano y las entidades de enseñanza superior no fueron una distinción. Los métodos compartidos que se han tomado en los diferentes países del territorio latinoamericano, han galvanizado una atmósfera de digitalización obligada; en el caso de la enseñanza, la parte pedagógica ha sido bruscamente afectada y forzada a modificar o incluso a reformar sus mecanismos de instrucción para acoplarse a los de la teleeducación, con la finalidad de seguir en funcionamiento y mantener su mismo flujo de caja. Por ello, varias universidades latinoamericanas han recurrido al aprovechamiento y los beneficios de aplicar las herramientas virtuales para la adquisición de conocimientos y aprendizajes (Banco Interamericano de Desarrollo, 2020).

En un estudio sobre la influencia de la aplicación del software GeoGebra 3D en el aprendizaje de funciones de varias variables en el curso de Matemática III de la carrera de Ingeniería en Industrias Pecuaria de la Escuela Superior

Politécnica de Chimborazo ubicada en Ecuador, se investigó el uso de software GeoGebra 3D en el campo educativo, el objetivo de la investigación fue confirmar que el uso del programa estimula las capacidades numéricas de los alumnos. Se experimentó con 36 estudiantes masculinos y femeninos, 18 para hacer las pruebas del grupo experimental y 18 estudiantes que formarán un grupo de control. El método de investigación es un enfoque cuantitativo de tipo cuasi-experimental; para la comprobación de la hipótesis se usó como herramienta un test que medirá los conocimientos del alumno en el curso de Matemática 3, con pre test y para que los resultados sean más precisos se realizará una prueba de pre test y una prueba de post test. Se determinó que la aplicación del programa tuvo un gran impacto, en un 35 % en la habilidad de razonar y demostrar, 30 % en lenguaje Matemático y un 39 % en encontrar respuesta a problemas matemáticos, así queda demostrada la hipótesis y se cumplen los objetivos. (Chávez, 2018).

ha dado importantes saltos en el campo académico (explicados en parte por la vinculación de las nuevas tecnologías al proceso educativo), involucrando a todos los ámbitos de la sociedad, logrando instituciones de educación superior y gobiernos de entidades, entre otras cosas hacer de los resultados de estas encuestas uno de los ejes centrales de su agenda de trabajo, con miras a cambiar las políticas públicas en este campo y reforzar la productividad del estudiante (Grisales, 2018).

El uso de las aplicaciones móviles como herramientas de desarrollo de habilidades operacionales en estudiantes de ingeniería en educación superior, donde los usuarios pueden desarrollar determinadas tareas, como búsqueda, información, ubicación, docencia, etc. Las ventajas de este software en dispositivos móviles se han revelado anteriormente. Redefinimos el concepto de aplicaciones móviles. Por ejemplo, se puede utilizar en dispositivos móviles como software diseñado para brindar a los usuarios herramientas en el contexto de transformada de Laplace, en circuitos eléctricos, utilizando el software Maple 13 (Ruiz et al., 2016).

En la actualidad, estamos viviendo un desarrollo tecnológico sin precedentes, ya sea a nivel técnico, como a nivel de dispositivo (aparición de Smartphone y tablets) y software, con una gran cantidad de servicios online

(gratuitos y de pago) y para diferentes dispositivos. Las aplicaciones que nos permiten realizar todo tipo de actividades de ocio, entretenimiento, trabajo, educación (Reverte, 2015).

Las grandes empresas de tecnología (Microsoft, Google, Apple) o las pequeñas empresas de creación de contenido que brindan un gran número de aplicaciones para grandes sistemas no han ignorado este desarrollo tecnológico y su uso en educación; aplicaciones Web que pueden ejecutarse (aplicables a dispositivos móviles y computadoras de escritorio y portátiles) o usarse en la nube, aumentando así la cantidad de recursos disponibles para profesores y estudiantes (Reverte, 2015).

Sobre la implementación de un taller para el diseño y construcción de planos tangentes a superficies cuádricas no parametrizadas, utilizando el software Geogebra 3D, donde los participantes desarrollan paso a paso ejercicios con el apoyo de docentes facilitadores, concluyendo en un análisis constructivo del trabajo de investigación, indicando las limitaciones o recomendaciones formuladas por los participantes sobre la implementación de actividades didácticas, de Geogebra en tercera dimensión y su implicancia en el análisis y visualización de entornos matemáticos, donde la visualización de las superficies y volúmenes es un componente pedagógico primordial (Acuña, 2006).

Sobre el uso de software matemáticos móviles en las carreras profesionales de ingeniería en la Universidad de Camagüey, se concluyó que los softwares matemáticos son utilizados por los docentes si un criterio o metodología adecuada, teniendo en cuenta solo las ventajas y obviando las desventajas, teniendo como único criterio la experiencia profesional y habilidad cognitiva del docente sobre los asistentes matemáticos (Morales & Blanco, 2019).

El propósito es demostrar que el programa GeoGebra 3D genera la motivación del estudiante en desarrollar las competencias y capacidades para entender el entorno tridimensional de las funciones utilizadas a nivel superior en el curso de Matemática de una Universidad Peruana privada. La investigación se experimentó con estudiantes, mediante la evaluación del rendimiento académico, con el uso del GeoGebra 3D se obtuvo una gran mejoría en el desarrollo de las

capacidades matemáticas, como de representar, graficar y razonar, en los alumnos de la escuela de Ingeniería Electrónica de una universidad privada; modificando las estrategias de enseñanza tradicional de las universidades, promoviendo y fomentando las habilidades blandas necesarias en su vida profesional, insertando las aplicaciones matemáticas móviles en el proceso de enseñanza, como el software GeoGebra 3D, y Wolfram Alpha, Desmos Calculator en el tema de funciones de Varias Variables que los estudiante llevan en Matemática superior (Ortíz, 2020).

El objetivo es mostrar la repercusión de la implementación de aplicaciones móviles en la estrategia de la enseñanza de cálculo en el nivel de educación media, Institución Educativa Cristóbal Colón de la Ciudad de Montería en Córdoba, Colombia. Para realizar este proceso, se consideró la capacidad de los estudiantes de comunicar la solución de un problema. Este proceso de evaluación permitió una retroalimentación sobre lo que se está enseñando y lo que se está aprendiendo. Se pudo evidenciar que las aplicaciones son un medio para que los estudiantes resuelvan situaciones además pueden ser utilizadas en cualquier momento y lugar, facilitan la solución de expresiones matemáticas dándole al estudiante una retroalimentación del resultado paso a paso del proceso. Además, el aprendizaje mediante aplicativos, es una herramienta que, a través de una planificación y coordinación adecuada en la enseñanza, puede contribuir al desarrollo de una disciplina como lo es el cálculo matemático (Hoyos, 2017).

La educación superior a nivel global está atravesando un cambio de paradigmas y a la vez está orientada hacia un modelo activo y participativo, dejando atrás el concepto de la enseñanza y aprendizaje como transmisión, recepción y observación. Así mismo, el progreso de habilidades digitales desarrolladas en la educación superior cumple una función importante en la enseñanza autónoma y autorreguladora del estudiante, quien contribuye con firmeza en la construcción de su inteligencia y en la contribución de la enseñanza de los demás. Por ende, estas aptitudes lo preparan para el progreso de una extensa gama de funciones, es por ello que el estudiante de nivel superior debe contar con herramientas digitales, como la TAC (Tecnología de aprendizaje y conocimiento) que le posibiliten no solo investigar, acertar, estudiar, valorar y aprovechar pujantemente la información digital encontrada en la red de la misma

forma informar y contribuir en la ampliación del conocimiento y compartir los resultados mediante el uso de la TAC (Ureta & Rosseti, 2020).

En lo referente a los planteamientos teóricos de la variable programa Mathapps, se afirma que es la capacidad de poder articular la teoría con la práctica pedagógica, a través del Mathapps, que comprenderá un secuencia de sesiones de aprendizaje paso a paso en forma de tutoriales, y que tiene como finalidad mejorar el análisis de funciones de variables, y tendrá como estructura actividades planificadas en las estrategias pedagógicas, paradigmas cognitivos, competencias metodológicas, utilización de procedimientos y evaluación (Rábago, 2004). Asimismo, la aplicación de un programa en el sistema educativo requiere la importancia de la cantidad de una cierta población que se han organizado con un propósito con fines educativos, siendo objetivo primordial que la personas generen nuevas estrategias metodológicas y materiales educativos, que no sean sólo materiales importados de otra realidad educativa (Betancourt, 2010).

El programa Mathapps, es un recurso software educativo que se utiliza en la enseñanza de la matemática en ingeniería y otras especialidades de ciencias, donde intervienen operaciones numéricas; siendo un software educativo un programa educativo y didáctico credo para computadoras y ser utilizado en todas la etapas de la planificación y aplicación de las estrategias metodológicas de la matemática superior (Gutiérrez, 2020). Es un software educativo de matemática aplicada, que se utiliza para el aprendizaje de la matemática de manera interactiva o para el mejoramiento de las habilidades matemáticas, y que utiliza el geogebra 3D en su versión móvil, que comprende geometría, probabilidades, trigonometría, matrices y determinantes; así como: Wolfram Alpha, Symbolab, Desmos calculator (Cioruta et al., 2018).

En lo referente a los planteamientos teóricos sobre la utilización del Programa Mathapps, plantearon que el software matemático permite la mejora del aprendizaje de la matemática; donde, en su aplicación logra generar entornos agradables y motivadores, y que está basada en una metodología instruccional constructivista, que permite la mejora de la comprensión y aprendizaje de la matemática (Cuicas et al., 2007). Así también, se planteó la obligación de que se implementen las habilidades blandas y duras en función al cambio de un aprendizaje memorístico y mecánico, por ello, es esencial la implementación de



materiales digitales para el desarrollo del proceso o estrategia metodológica en los cursos de matemática superior en estudiantes universitarios (Triana et al., 2016). De la misma manera, propuso que la aplicación de un software educativo influye positivamente en las matemáticas de la educación superior, donde los docentes realizan diversificaciones en las formas de enseñanza de la matemática, y produce entornos agradables para desarrollar intereses, creatividad e innovación en los estudiantes (Zhang, 2017).

También, planteó que un software educativo proporciona información pertinente a los estudiantes, aviva el interés, ya que, ofrece nuevas herramientas pedagógicas, orientando hacia el logro de los objetivos claro y concretos, y propicia un aprendizaje individual y colectivo, mediante la multimodalidad del lenguaje e interactividad (Marquéz, 2018); de la misma manera, se formuló elementos propios de un software educativo, señalando que permite la interactividad con los estudiantes, los retroalimenta y evalúa lo aprendido, facilita la representación a través de la práctica (Rodríguez et al., 2014). En la actualidad, se ha extendido el uso de los ordenadores a través del software educativo a nivel mundial en la planificación de estrategias educativas; y en especial, debido a la pandemia del Covid 19, se utilizan los softwares educativos para desarrollar funciones matemáticas (Tobías, 2011).

Así también, los componentes del programa Mathapps, fueron: Geogebra 3D, Wolfram Alpha, Symbolab, Desmos calculator. Cuando las actividades matemáticas de un estudiante están mediadas por una calculadora o una computadora para realizar cálculos en los problemas que ha encontrado usando formas tradicionales de lápiz y papel, la calculadora puede analizar como un apoyo para su cognición; donde la calculadora es una herramienta útil, ya que su ayuda complementa el proceso de aprendizaje del alumno (Carranza, 2011).

El GeoGebra, es un software de geometría dinámica que se puede usar en todos los niveles educativo y está dirigido a profesores y estudiantes; el programa fue desarrollado por la esposa de Markus y Judith Hohenwarter (Bello, 2013). Así también, es un herramienta didáctica y fácil de usar que puede construir geometría, cálculo y material matemático, todos ellos con puntos, segmentos de línea, líneas, secciones cónicas y funciones modificables dinámicamente (Arteaga et al., 2019) De la misma manera, se señaló que es una herramienta matemática que puede

combinar de forma dinámica geometría del espacio, álgebra lineal y cálculo de funciones de varias dimensiones, y proporciona tres dimensiones x, y, z, para cada superficie matemática que están determinadas por: vista en gráficas 2D y 3D, vista numérica, simulación algebraica y hoja de cálculo en Excel (Hohenwarther, ét al., 2008).

La matemática universitaria, así como el cálculo son importantes en las carreras de ingeniería, ya que en la mayoría se pide gráficas de superficies, y el software GeoGebra 3D facilita la gráfica de dichas superficies aplicadas en los temas de cálculo de varias variables (Ortíz, 2020).

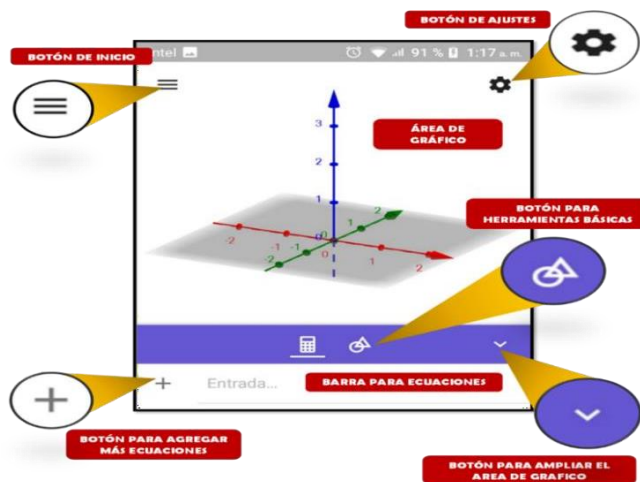
**Figura 1**

*Pantalla de inicio de geogebra 3d móvil*



**Figura 2**

*Pantalla principal de geogebra 3d móvil*



El Wolfram Alpha, es utilizado por múltiples usuarios todos los días a través de Internet, teléfonos móviles, asistentes inteligentes y despliegues empresariales. Representa uno de los proyectos de software más complejos y ambiciosos de la historia, y es un gran logro intelectual y tecnológico. Y la visualización de síntesis altamente dinámica de conocimientos de alto nivel,

referenciados a partir de un conjunto de información básica, que se basa en el procesamiento algebraico, cálculos numéricos y simbólicos (Castañeda, 2020). Es también, una herramienta para profesores, estudiantes y otras personas que quieran ampliar sus conocimientos; el software es reconocido mundialmente e incluye un plan de desarrollo con soluciones precisas, modelos de simulación, visualización, desarrollo y documentación; es apto para todos los grados de una institución educativa, a partir desde las instituciones de educación básica, hasta la universidad o incluso grados superiores como posgrado (Alvaro, 2020).

**Figura 3**

*Icono de Wolfram Alpha móvil*



**Figura 4**

*Hoja de trabajo de wólfram alpha*



El software Symbolad, proporciona resultados de búsqueda más importantes, estos resultados de búsqueda son similares en teoría y semántica, no solo en apariencia parece similar. Por tanto, esta aplicación ofrece mejores

resultados que otras aplicaciones porque entiende la consulta detrás del símbolo para obtener el resultado, la aplicación fue creada por Eqsquest, Avny, Alyshayev y Arnon, debido a su frustración con los estudiantes graduados, descubrió que no podía encontrar una buena manera de buscar contenido matemático en Internet (Campos, 2017). Es una aplicación gratuita, que requiere mucha publicidad cada vez que se calcula; es una gran herramienta porque contiene ejemplos y está estratificada por temas y subtemas; asimismo, contiene informaciones sobre funciones trigonométricas, álgebra, matrices y vectores (Mosquera & Vivas, 2017).

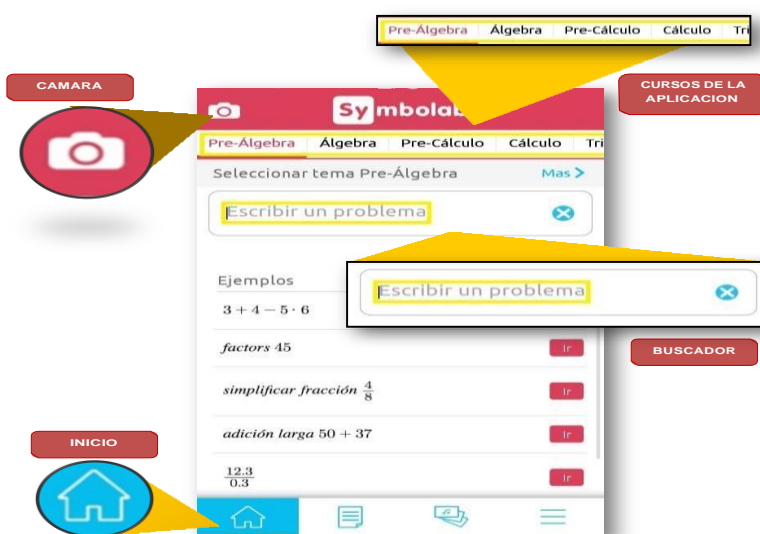
**Figura 5**

*Pantalla de inicio de Symbolab móvil*



**Figura 6**

*Pantalla principal de Symbolab móvil*



Desmos Calculator es una aplicación gratuita, que permite realizar cálculos que se pueden realizar con una calculadora gráfica, así como más funciones gráficas, una tabla de valores para las funciones, puede ajustar una línea a un conjunto de datos y usar controles deslizantes para crear un gráfico; asimismo, contiene una pantalla gráfica que puede simular cualquier función y su comportamiento en el plano cartesiano según el valor de cada variable (González, 2020). Cuando se estudia una especialización precisa en ciencias o ingeniería, existen aplicaciones que pueden dibujar gráficos de funciones en esta aplicación gratuita, se puede usar este trazador de manera competente, la pantalla principal es muy simple, lo que puede asegurar la optimización de los recursos (Samacá & Ochoa, 2019).

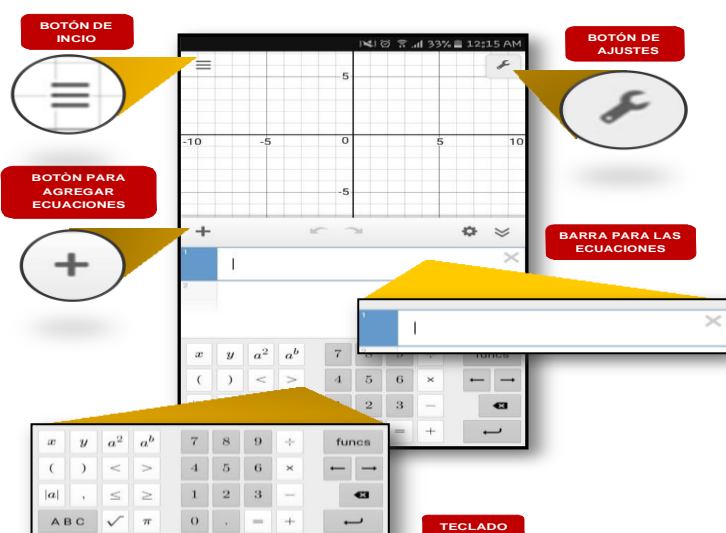
**Figura 7**

*Pantalla de inicio de desmos calculator*



**Figura 8**

*Pantalla principal de desmos calculator*



En lo referente a la variable dependiente, análisis de expresiones algebraicas de varias variables, se conceptualiza que una expresión algebraica de

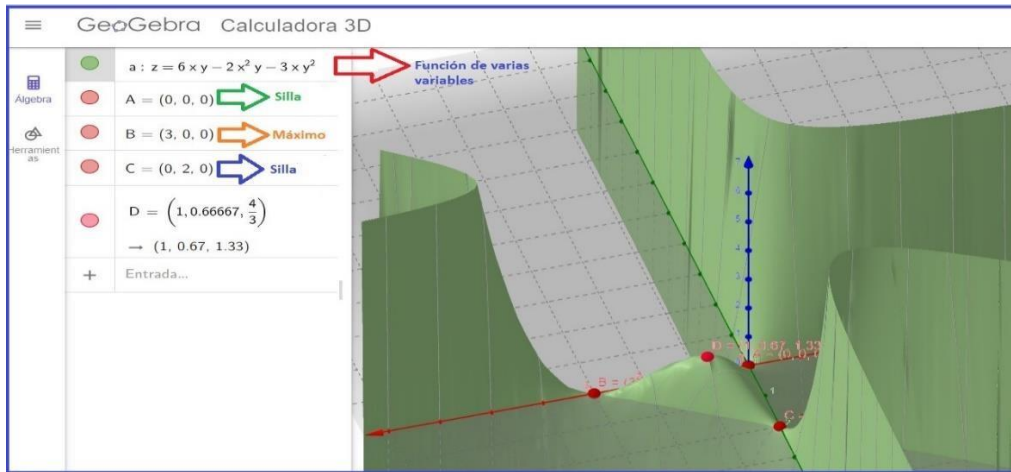
valor real de una función de dimensión dependiente y una función de dimensión independiente, como una función de una variable; en el caso que el número de variable independiente son mayores o iguales de dos variables, se denominará funciones de varias variables, las cuales solo se podrán graficar en forma algebraica por medio de una tabla de simulación 3D en forma expresión algebraica por medio de un dominio en el plano  $x$  y, en forma gráfica a partir de simuladores gráficos (Campos & Castelló, 2008).

El modelo matemático de la gráfica de una función bidimensional, en la cual la primera sesión del tema se centra en la función de una variable:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ahora analizamos la función de dos variables.  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  estas funciones suelen estar representadas por el símbolo  $z = f(x, y)$ . Una función de dos variables posee un par de números en el dominio (por lo tanto, a cada par se le asignará un nuevo número). Generalmente, el dominio con una función de varias variables ( $n \geq 2$ ) conformado por puntos con varias coordenadas, donde se asocia un número real específico con cada punto. La función con varias variables es determinada por una regla de correspondencia, que se vincula a cada punto  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  en el dominio de la función dado con un número real  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  (Edwards & Larson, 2010).

El área  $D$  es un subconjunto de  $\mathbb{R}^n$ , es decir, formada por trazos o puntos con coordenadas  $n$ . Manifestamos la función expresada en lo siguiente: Deseamos señalar la acción de la función en un punto, expresado en: 4.1. El gráfico cuyo dominio está en el plano  $xy$  determinada por dos variables, formada por un grupo de infinitos puntos  $(x, y, z)$  tales que  $z = f(x, y)$  donde  $x \in$  al dominio de  $f$ . Es decir,  $Graf f = \{(x, y) \in D\}$  la representación de una función bidimensional  $z$  en función de  $x$  e  $y$ , se puede relacionar gráficamente como un área  $S$  en el sistema tridimensional, de tal manera que su proyección en el plano formado por los ejes  $x$ ,  $y$  es el Dominio de la función, Por tanto, se tiene que la terna ordenada  $(x, y, z)$  en el dominio de la función, está relacionada con cada terna  $(x, y, z)$  en el área de la misma, y de igual manera, cada terna  $(x, y, z)$  en el área, pertenece a un par ordenado en el dominio del plano formado por  $(x, y)$  (Stewart, 2012).

**Figura 9**

*Función de varias variables*



Las superficies cuádricas, están representadas por ecuaciones con variables de segundo orden. Estas superficies están representadas por las siguientes fórmulas generales:

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + gx + hy + iz + j = 0$$

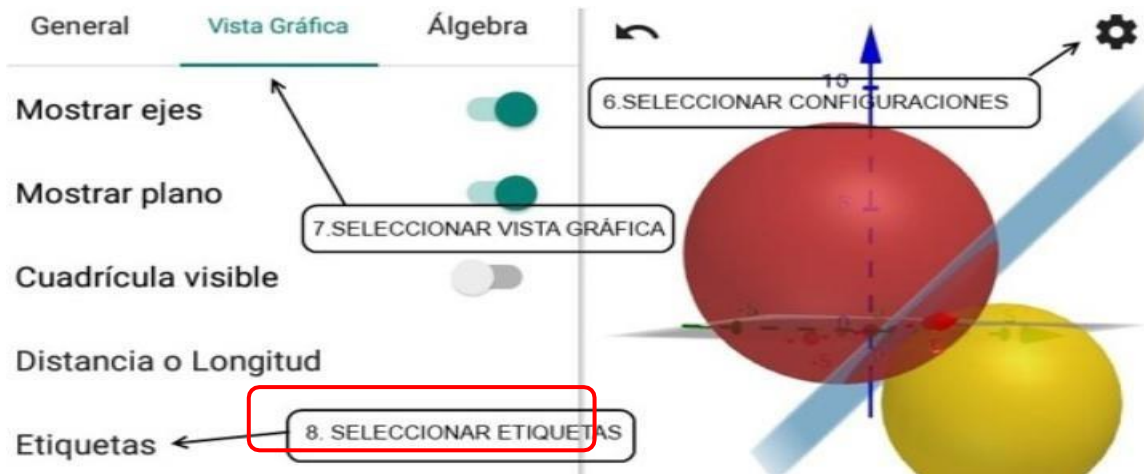
Es una ecuación cuadrática con tres variables, donde A, B, C, E y F son todas cero. Dado que esta ecuación es difícil de manipular, se puede convertir a otra ecuación más manejable, que se obtiene después de la traslación y / o rotación de la misma manera que la ecuación de una cónica en  $\mathbb{R}^2$  (Rivera & Álvarez, 2020), quedando como una de las siguientes, en  $\mathbb{R}^3$  :

- $Mx^2 + Ny^2 + Pz^2 = R$ . Que se conoce como cuádricas con centro.
- $Mx^2 + Ny^2 = Sz$ . Que se conoce como cuádricas sin centro.

Se les llama centrados o sin centro porque, por ejemplo, en  $\mathbb{R}^2$ , el centro de un cónicas es como un círculo, una elipse o una hipérbola, mientras que una parábola no tiene centro, como en  $\mathbb{R}^3$ . Algunas superficies también tienen un centro (una superficie cuadrática centrada), mientras que otras no tienen un centro (una superficie cuadrática sin centro)

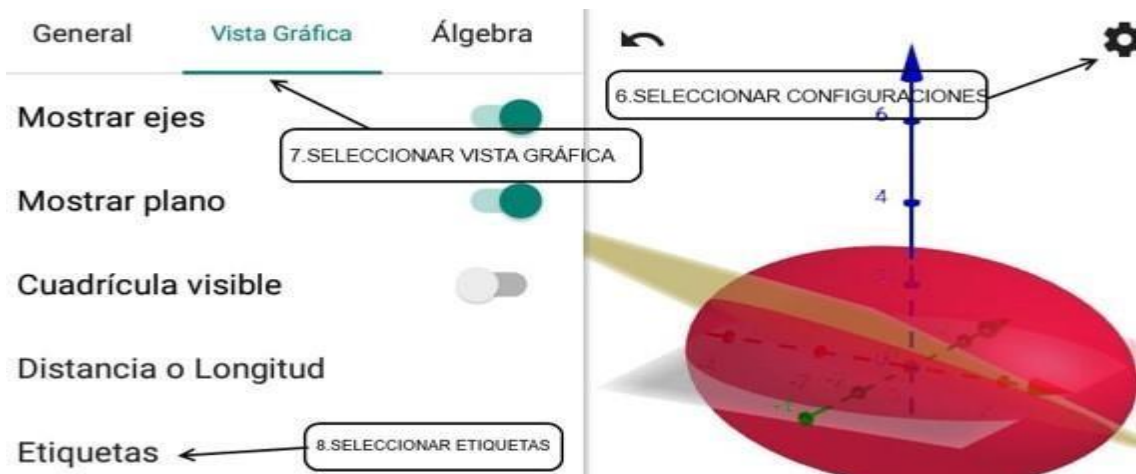
**Figura 10**

Gráfica de una esfera en Geogebra 3D



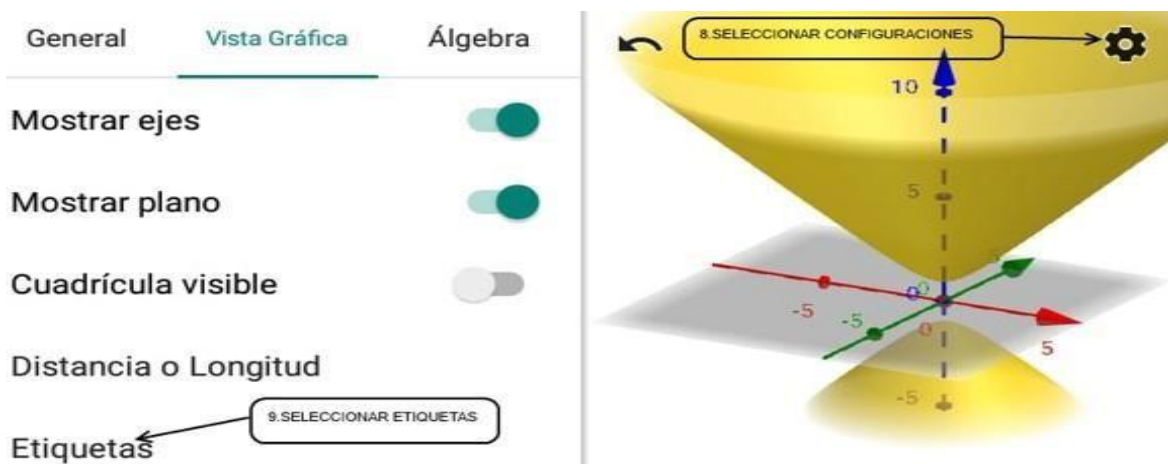
**Figura 11**

Gráfico de un elipsoide de una hoja en geogebra 3D



**Figura 12**

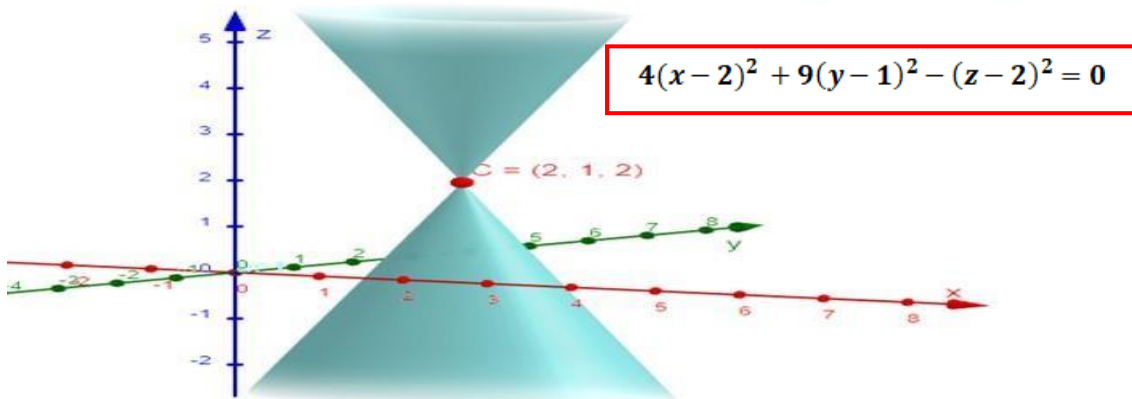
Gráfico de un hiperboloide de dos hojas en geogebra 3D





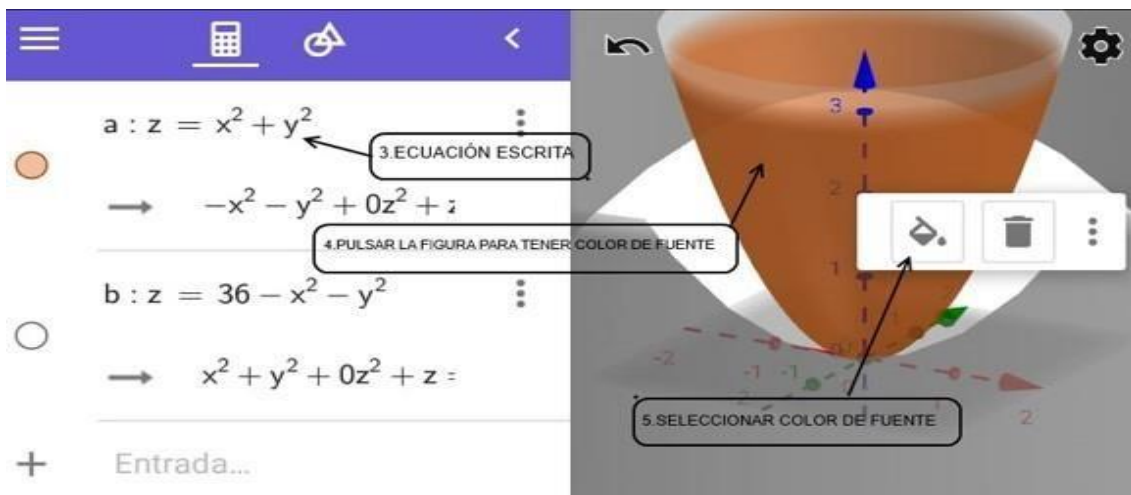
**Figura 13**

Graficar de un cono elíptico en geogebra 3D



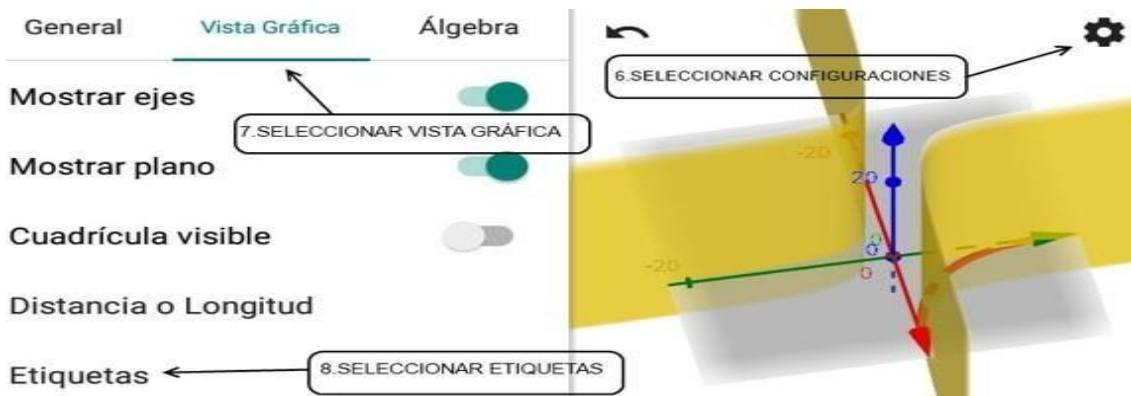
**Figura 14**

Graficar de un paraboloides elíptico en geogebra 3D



**Figura 15**

Gráfica de un paraboloides hiperbólico en geogebra 3D



Asimismo, funciones de derivadas parciales, cuando se tiene una función escalar, una función puntual, es decir, tres coordenadas (generalmente  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ), que determinan la posición espacial que describe un sistema de coordenadas dado (Edwards & Larson, 2010).

$$f = (x, y, z)$$

Y tomando en cuenta el valor particular de aquella función en dicho punto  $(x_0, y_0, z_0)$ , mostrada como

$$f_0 = (x_0, y_0, z_0)$$

En puntos cercanos a  $(x_0, y_0, z_0)$ , las funciones tendrán valores diferentes. Por ejemplo, si solo se modifica una coordenada  $x$ , mientras que las otras dos muestras de funciones permanecen sin cambios, se comporta como si dependiera solo de la variable  $x$ .

$$f(x) = f_0(x, y_0, z_0)$$

Si derivamos esta función respecto de su variable independiente, se tiene:

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{\partial}{\partial x} f(x, y_0, z_0)$$

Donde al segundo miembro, se le llama derivada parcial de  $f = f(x, y, z)$  respecto de  $x$ , calculada en  $y = y_0$  y  $z = z_0$ .

Si se repite el cálculo para los diferentes valores tomados por las variables  $y$ ,  $z$ , se tendrá la derivada parcial de  $w = f(x, y, z)$  con respecto a  $x$  para todo su dominio.

Es necesario aprender matemáticas para aprender formas de pensar, de entender y resolver problemas en el campo profesional; segundo, debe ser adecuado para la organización del contenido de la asignatura, próximo principio: hay tres conceptos básicos en las matemáticas que estudiamos el llamado campo del cálculo,, estos conceptos son: Función, organiza todo lo que ves en Matemática I; concepto estrictiones, "dinamización" de relaciones simples entre dominios funcionales e imágenes para ampliar la comprensión de lo que está sucediendo en el punto de campo, entorno circundante y su imagen; el concepto complejo de dimensiones, es decir, el alcance del problema de investigación del espacio tridimensional (Millan Huamán, 2018).

El tema se centrará en ampliar los conocimientos previos en tres dimensiones. Por lo tanto, se tiene tres pasos: 1) Identificar elementos (puntos, vectores, Líneas, planos, superficies, etc.); 2) Operaciones (entre vectores, entre vectores y puntos, Vector y escalar), están estrechamente relacionados con la operación en  $\mathbb{R}$ , hasta 3) Ampliar los conceptos de límite, derivada e integral cercana en el espacio vectorial  $\mathbb{R}^3$ . Además, el uso del software de GeoGebra es importante, ya que va a permitir el cálculo de derivadas parciales usando GeoGebra (Edwards & Larson, 2010).

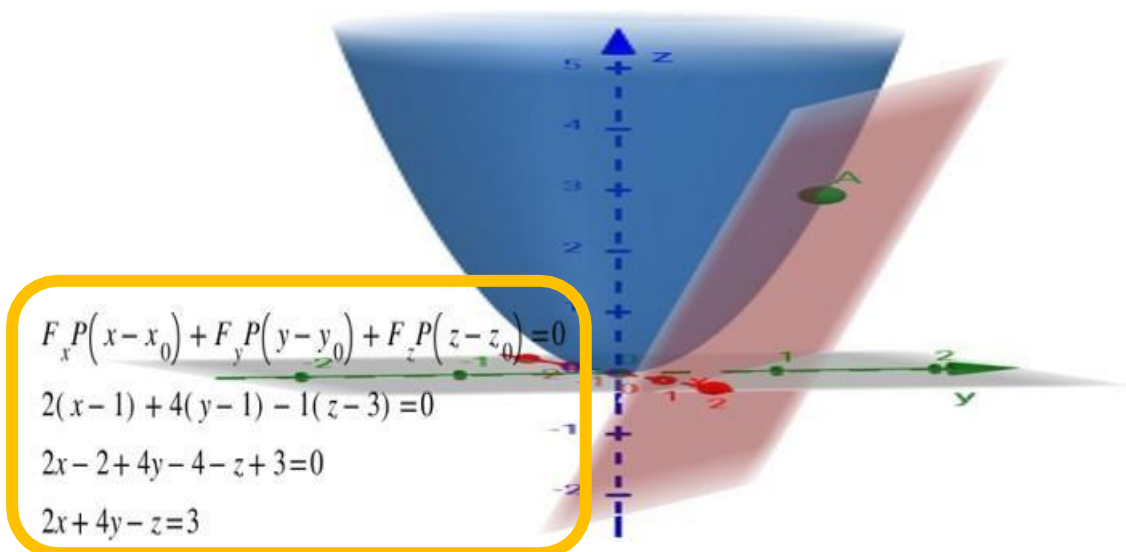
También, el plano tangente sobre una superficie es una representación tridimensional que requieren de mucha presión para realizar una gráfica precisa que albergue correctamente los conceptos. Una superficie es una función vectorial definida como  $r: A \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $A \subset \mathbb{R}^2$ ;  $(u, v) \mapsto (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$  donde  $x(u, v)$ ,  $y(u, v)$  y  $z(u, v)$  son funciones escalares de dos variables. Esta superficie se puede expresar en forma paramétrica por  $x = x(u, v)$ ,  $y = y(u, v)$ ,  $z = z(u, v)$ . La superficie se puede representar en forma implícita esto, quiere decir, que la ecuación que representa la función no está resuelta en ninguna de sus variables en cambio en el caso que sea implícita estaría resuelta en una variable (Edwards & Larson, 2010).

También en el trabajo sobre deducción y construcción de la fórmula del plano tangente dado en una superficie manejado en GeoGebra 3D, de forma similar indica las ventajas que puede tener la implementación del software que en este caso será el software gratuito GeoGebra 3D; en el cálculo diferencial de varias variables sobre todo en el tema de planos tangentes a superficies, se entiende que para lograr un aprendizaje óptimo no basta con encontrar conceptos desde una forma algebraica y simbólica, por lo cual es necesario la parte visual pero debido a que es difícil en algunos casos dibujarlo en a mano, la parte visual es dejada en segundo plano. GeoGebra desde su interfaz en 3D completaría el aprendizaje a través modelos virtuales precisos (Acuña, 2006).

De la misma manera, el plano tangente a la superficie  $S$ , la ecuación  $z = f(x, y)$ , y su derivada parcial es continua; se ubica en el punto  $P(x_0, y_0, z_0)$  sobre la superficie  $S$ , un plano tangente en el que se encuentran todas las rectas tangentes trazadas sobre la superficie  $S$  por el punto.

**Figura 16**

Plano tangente en 3D



Si  $S$ , la superficie, posee una ecuación  $z = f(x, y)$  con  $f$  continua en todo su dominio determinado por un plano tangente en  $P \in S$ , siendo su ecuación ordinaria

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_1, y_1)(x - x_1) + \frac{\partial f}{\partial y}(x_1, y_1)(y - y_1) = z - z_1$$

Si  $S$ , la superficie, posee una ecuación  $G(x, y, z) = 0$  con  $G$  continua en todo su dominio determinado por un plano tangente en  $P \in S$ , siendo su ecuación ordinaria

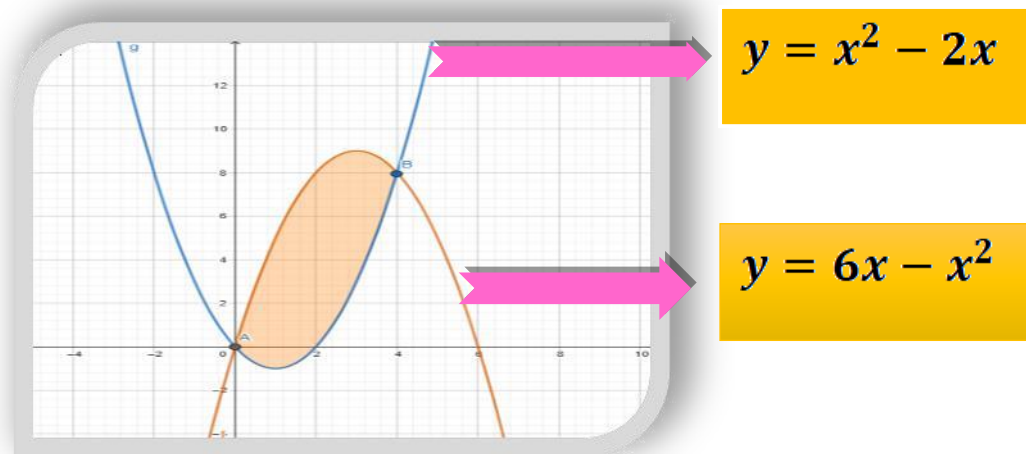
$$G_x(P)x + G_y(P)y + G_z(P)z = \nabla G(P) \cdot P$$

Otro trabajo, son hallar áreas de una superficie, si se tienen una superficie con ecuación:

$$z = f(x, y),$$

Se quiere encontrar el valor del área de la parte  $R$  de la superficie, se puede trabajar dividiendo el área  $R$  y luego agregando un número entero (Stewart, 2012).

**Figura 17**  
 Área de una superficie



Se llama  $S$ , al valor de la región de la porción  $R$  de la superficie, entonces:

$$S = \iint_R dS$$

El problema es proyectar el área de la región sobre el plano  $xy$ , obtener la región  $R$ , se puede pensar en la conversión de  $R^3$  a  $R^2$ .

Denotando como  $R$  la función vectorial para la superficie, se tiene:

$$R = (x, y, f(x, y))$$

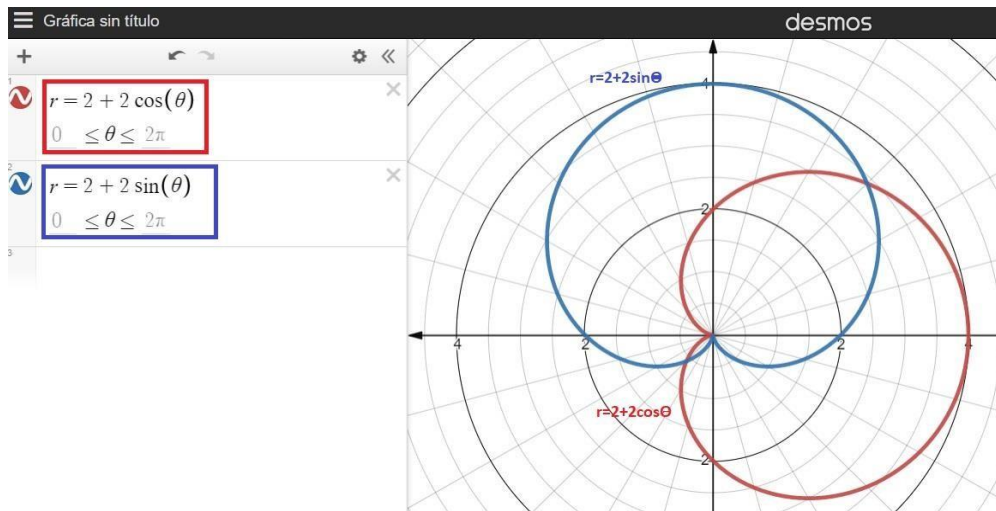
De la misma manera, las integrales dobles con coordenadas polares son más fáciles de evaluar con respecto a las coordenadas cartesianas, debido a que utilizan las propiedades y conversiones de coordenadas polares; especialmente si las funciones o regiones son circulares, elípticas, paramétricas, cardioides, lemniscatas o pétalo de  $n$  hojas, en las cuales las integrales contienen

$$x^2 + y^2.$$

$$S = \iint_R dS = \iint_R \sqrt{1 + f_x^2 + f_y^2} dA$$

**Figura 18**

El punto  $q$  se representa en coordenadas polares  $(r, \theta)$



**Para analiza los parámetros de integración:** El proceso de cálculo del límite integral de coordenadas rectangulares es aplicable a coordenadas polares. Para evaluar  $\iint_R f(r, \theta) dA$  en el área  $R$  en la coordenada polar  $R$  primero integrado con respecto a "a"  $r$  y luego con respecto a la integral "u" en coordenadas polares, realice los siguientes pasos (Edwards & Larson, 2010).

**Figura 19**

Aproximación de la superficie por la suma de Riemann



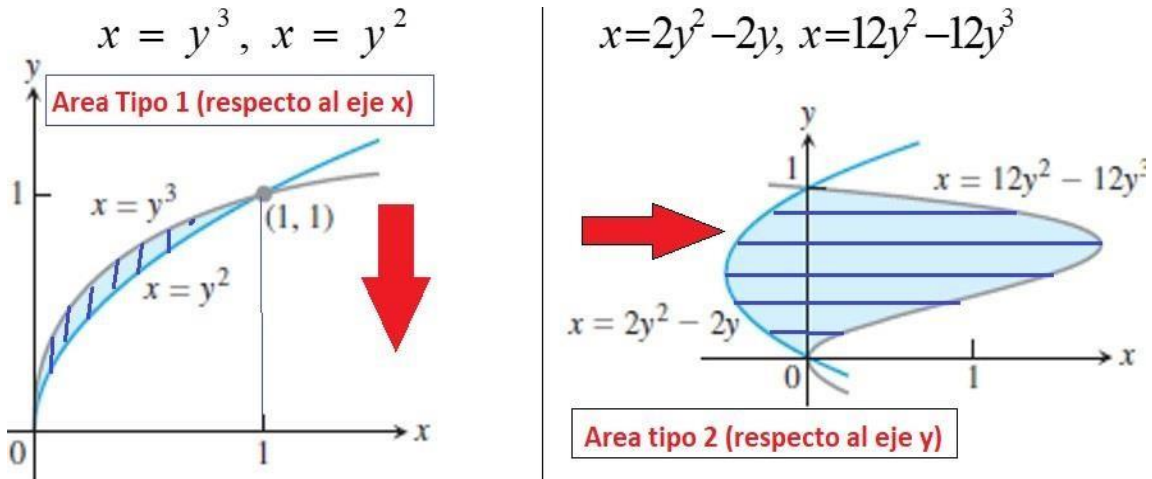
Así también el cambio de variable en forma polar; para lo cual se tiene que  $T$  es una transformación lineal cuyo constante del jacobino no es cero y que la superficie  $S$  en el plano  $(u, v)$  está relacionada con la superficie  $S$  en el plano  $xy$ . Donde se tiene que  $f$  es continua en  $R$  además  $R$  y  $S$  son superficies planas del tipo I o el tipo II, se sabe que la transformación es uno a uno, sin considerar en el límite de  $S$ . (Thomas & George, 2005)



$$\iint_R f(x,y)dA = \iint_S f(x(u,v), y(u,v)) \left| \frac{\delta(x,y)}{\delta(u,v)} \right| dudv$$

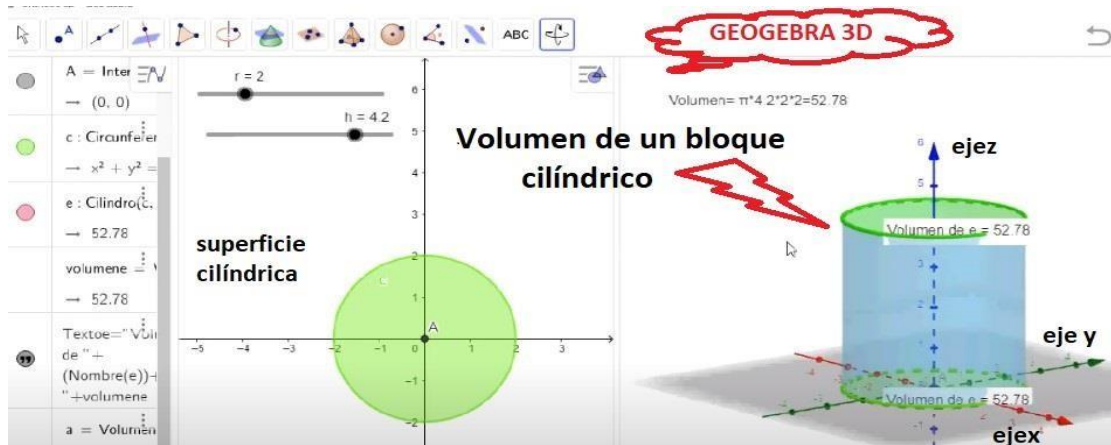
**Figura 20**

*Tipos de región*



**Figura 21**

*Volumen del bloque cilíndrico*



También, en un sistema tridimensional formado por coordenadas esféricas es particularmente importante en problemas que tienen simetría, con respecto a una terna, debido a que el centro está en esa terna.

En la figura, una esfera de radio  $R$  y cuyo centro está en el origen de coordenadas tiene una ecuación muy simple  $r = c$ , por este motivo se denota como coordenadas esféricas (Stewart, 2012).

Hay que recordar, que las transformaciones en coordenadas esféricas son:

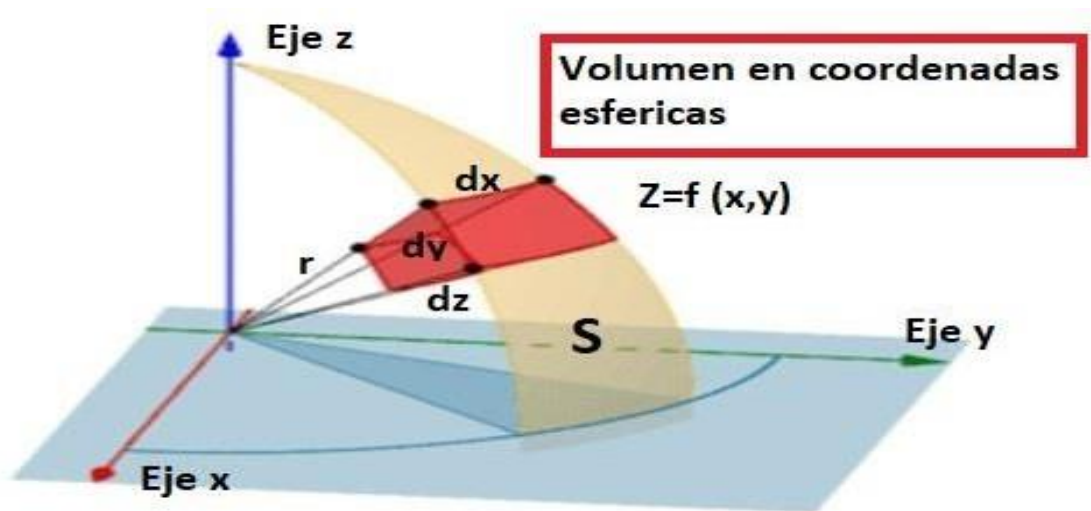
$$x = \rho \sin \varphi \cos \theta \quad y = \rho \sin \varphi \sin \theta \quad z = \rho \cos \varphi$$

Similar a la integral doble, ahora la integral triple bajo condiciones especiales se puede expresar de la siguiente manera:(Villena, 2009).

$$\iiint_Q f(x, y, z) dV = \iiint_Q f(\rho, \theta, \varphi) \left| \frac{\delta(x, y, z)}{\delta(\rho, \theta, \varphi)} \right| d\rho d\theta d\varphi$$

**Figura 22**

*Aproximación al volumen esférico*



Finalmente, los volúmenes con integrales doble, donde se considera un T sólido cuyo volumen está limitado por  $z = f(x, y)$  la función depende de x e y. Por lo tanto, el volumen de T se puede calcular como una integral doble

$$V = \iint_{\theta}^r f(x, y) dx dy$$

Se establece el límite integral de dx a dy, la integral doble del cálculo de volumen se ve así:

$$V = \int_a^b \int_{g(x)}^{g(y)} f(x, y) dx dy$$



### **III. METODOLOGÍA**

### 3.1 Tipo y diseño de la investigación

El enfoque de la investigación es cuantitativo, porque comprende datos numéricos medibles y observables, considerando diferentes niveles de medición, recurriendo a técnicas estadísticas descriptivas e inferencial (Sánchez et al., 2018).

El tipo de investigación es aplicada, dado que busca la generación de nuevos conocimientos, con la implementación en el aspecto práctico, del programa Mathapps (softwares matemáticos móviles gratuitos) en beneficio de los alumnos que están inmersos en la investigación, como también para la sociedad en general, de tal manera que se incluyan los nuevos conocimientos sobre el análisis de funciones de varias variables, enriqueciendo los conocimientos de la matemática superior (Ñaupás et al., 2018).

Según Klimovsky (2011), el estudio se denomina como el método hipotético-deductivo, cuando el proceso de investigación se inicia con la formulación de hipótesis, y luego de determinar el resultado obtenido al contrastar la hipótesis, se deducen conclusiones de las hipótesis formuladas.

El diseño de esta investigación según la manipulación de las variables, es de tipo experimental correspondiente a la clase preexperimental, debido a que los sujetos o grupos de estudios no están determinados en forma aleatoria, aunque el factor de exposición es manipulada por el investigador y solamente difieren de los experimentos puros, porque son estos son aleatorios y además cumplen los dos condiciones para determinar la validez interna y el control de los instrumentos, así como en el grado de certidumbre o fiabilidad que se pueda obtener sobre el grado de igualdad inicial de los sujetos a investigar Hernández-Sampieri & Mendoza, (2018) y se utilizó un diseño preexperimental, con un grupo control y experimental, teniendo en cuenta la siguiente estructura:

GE	X	O <sub>1</sub>
GC	-	O <sub>2</sub>

Dónde

X: Aplicación del Programa Mathapps

GE: Grupo experimental, Matemática 3 ciclo III IA03R1 Grupo A con 30 estudiantes

GC: Grupo de control, Matemática 3 ciclo III IA03R1 Grupo B con 30 estudiantes

O<sub>1</sub> y O<sub>2</sub>: Prueba Postest

- = Sin estímulo

### 3.2 Variables y operacionalización

**Variable Independiente (X):** Programa Mathapps

#### Definición conceptual

Aplicaciones matemáticas móviles (Mathapps) aplicadas, están formada por los 4 softwares matemáticos: Geogebra 3D, Symbolab, Desmos y Wolfram Alpha, los cuales se denomina EasyMath, por su fácil manejo y su accesibilidad ya que se pueden usar desde un móvil, Tablet o PC, permitiendo que los estudiantes puedan tener una mejor comprensión de las clases de matemática básica, matemática superior y cálculo dándoles otra perspectiva para solucionar problemas. Estos softwares matemáticos se pueden descargar desde Play Store y App Store siendo estas plataformas digitales con mayor preferencia en el público para la descarga de aplicaciones (Cioruta et al., 2018).

#### Definición operacional

La aplicación de las sesiones de aprendizaje de forma virtual utilizando los softwares Geogebra 3D, Desmos Calculator, Wolfram Alpha y Symbolad, para mejorar el análisis de funciones de varias variables en el curso de matemática 3 de una universidad pública en los estudiantes de ingeniería ambiental, y así conceptualizar y analizar su simulación.

**Variable dependiente (Y):** Funciones de varias variables

Descripción de la gráfica de una función bidimensional, en la cual la primera sesión del tema se centra en la función de una variable:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ahora analizamos la función de dos variables.  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  estas funciones suelen estar representadas por el símbolo  $z = f(x, y)$ . Una función de dos variables posee un par de números en el dominio (por lo tanto, a cada par se le asignará un nuevo número)(Edwards & Larson, 2010).

Z como variable dependiente, (x, y) como variables independientes.

#### Definición operacional

Es la acción de medir el análisis de funciones de varias variables a través de sus dimensiones superficies cuádricas, derivadas parciales, planos tangentes y áreas y volúmenes; mediante los niveles de inicio, proceso y logro.

### 3.3 Población, muestra, muestreo y unidad de análisis

#### Población

La población, está determinada según Hernández-Sampieri & Mendoza (2018) por todas las unidades a investigar, y donde los elementos de la población, tienen iguales características de la cual se va a investigar y puede ser considerada como un número manejable de los datos a investigar; la población de estudio está determinada por 60 estudiantes de matemática III de la escuela profesional de ingeniería ambiental de una universidad pública, de las secciones IA03R1 grupo A y B .

**Tabla 1**

*Distribución de la población de estudio*

Aulas	Estudiantes		Total
	H	M	
IA03R1 A	19	11	30
IA03R1 B	20	10	30
Total	39	21	60

*Nota:* Nómina de matrícula 2021

#### Muestra

La muestra según Hernández-Sampieri & Mendoza (2018), se determina como un subconjunto de la población, en la cual se observan características similares entre ellos y que conforman una determinada razón de la investigación en las cuales se recolectaran los datos para realizar la contrastación de las hipótesis.

#### Muestreo

El muestreo se aplica una técnica no probabilístico y no aleatorio, será por conveniencia del investigador, que según López & Fachelli (2015), porque representa a toda población, y se aplica cuando se tiene una base de datos pequeña, es de fácil acceso y de bajo costo comprendiendo el 100% de la población.

#### Unidad de análisis

La unidad de análisis, es la denominación de los componentes a quienes pertenecen las características, que se da en un contexto dado, logrando definir la población (Corbetta, 2007), es y para efectos del estudio fueron los alumnos de la escuela profesional de ingeniería ambiental de una universidad estatal.

#### **Criterio de exclusión**

En esta investigación solo se aplica a los alumnos del III ciclo de la escuela profesional de ingeniería ambiental de una universidad estatal, que hayan firmado el consentimiento informado.

#### **Criterio de exclusión**

Se excluyó a aquellos estudiantes que repitieron el curso de matemática III por repitencia y los demás estudiantes de las otras escuelas de ingeniería.

### **3.4 Técnicas e instrumentos de recolección de datos**

#### **Técnica de recolección de datos**

La técnica utilizada fue una prueba de rendimiento, que permitió que se aprecien las características cognitivas; y permitieron organizar los datos que fueron extraídos de la investigación, sin necesidad de explicar las causas o consecuencias, sino, se limita a describir el comportamiento que se sigue en los objetivos (Ander-Egg, 2011).

#### **Instrumento de recolección de datos**

El instrumento implementado fue la prueba para cuantificar las funciones de varias variables, que tiene como objetivo determinar las capacidades, características cognitivas y competencias en los estudiantes (Lotito, 2015).

Para efectos del estudio, se utilizó una prueba de matemática sobre el análisis de funciones de varias variables, cuyo autor fue Luis Zuñiga en el año 2020, que tuvo como objetivo medir el análisis de funciones de varias variables, comprende 20 ítems, distribuidos en cuatro dimensiones: superficies cuádricas (6 ítems), derivadas parciales (2 ítems), plano tangente (6 ítems), áreas y volúmenes (6 ítems) mediante las escalas dicotómicas: correcto (1) e incorrecto (0), y se aplicó de manera individual, y con un tiempo de aplicación de 120 minutos.

**Tabla 2***Baremo de la variable funciones de varias variables*

Niveles	Rangos				
	Funciones de varias variables	Superficies Cuádricas	Derivadas Parciales	Plano Tangente	Áreas y Volúmenes
<b>Inicio</b>	00 - 07	00 - 02	0	00 - 02	00 - 02
<b>Proceso</b>	08 - 14	03 - 04	1	03 - 04	03 - 04
<b>Logrado</b>	15 - 20	05 - 06	2	05 - 06	05 - 06

Para establecer la confiabilidad se utilizó la fórmula KR-20, que se aplica en especial para datos dicotómicos, a partir de la aplicación del coeficiente de alfa de Cronbach, para cuantificar la consistencia interna del instrumento, el cual mide el nivel de relación de comparación de sus ítems. La confiabilidad del instrumento fue de 0.920, categoría muy alta. (Hernández - Fernández & Baptista, 2018)

**Tabla 3***Confiabilidad del instrumento análisis de funciones de varias variables – KR 20*

Instrumento	KR 20	Nº Ítems
Análisis de Funciones de varias variables	0,920	20

**Validez**

De la misma manera, se realizó la validez de contenido, en la cual se tiene como factor principal validar la suficiencia de una prueba o instrumento para calcular de manera representativa y acertada, el rasgo de cuya cuantificación se diseñó. Se realizó mediante la opinión de jueces o expertos en relación al instrumento de investigación, tomándose en cuenta criterios de claridad, pertinencia y coherencia (Hernández., et al. 2014).

En la tabla 4 se aprecia las conclusiones que llegaron los expertos señalando que la guía de observación de la variable dependiente posee pertinencia, relevancia y claridad.

**Tabla 4**

*Juicio de expertos para el instrumento funciones de varias variables*

N°	Experto	Especialidad	Resultado
1	Cruz Yupanqui Gladys Marcionila	Investigadora- Matemática	Existe suficiencia
2	Méndez Vergaray Juan	Metodólogo	Existe suficiencia
3	Napaico Arteaga Miriam Elizabeth	Metodólogo	Existe suficiencia
4	Zapillado Huanca Oscar Adrián	Investigador -Matemático	Existe suficiencia
5	Manrique Suárez Luis Humberto	Investigador-Sistemas	Existe suficiencia

Fuente: resultados obtenidos de los certificados de validación

### **3.5 Procedimientos**

Se aplicó un protocolo de consentimiento informado con la finalidad de salvaguardar los intereses de los participantes de la investigación. Para ello se brindó una explicación sencilla y precisa del propósito del estudio, así como el rol que cumplen dentro de la misma. En efecto, se trató de proteger la privacidad de los participantes, dándoles la libertad de decidir y con el respectivo conocimiento del proceso a seguir. Antes de ello, de manera escrita y directa se solicitó el permiso al jefe de la escuela de Ingeniería Ambiental, para la ejecución de la investigación. Para obtenerlo se aplicó el consentimiento informado de la investigación descrito anteriormente. (Hernández Fernández & Baptista, 2014)

La planificación de la administración donde se determinan el propósito esperado del estudio de investigación que se sustentan en la secuencia metodológica del trabajo colaborativo, por lo cual se determinan las siguientes etapas: determinar la población total de estudiantes para acceder al Programa Mathapps; distribución equitativa de las responsabilidades entre todos los miembros de la Facultad de Ingeniería Ambiental de una universidad pública y comunidad, determinar el lugar y las fechas para el desarrollo del programa Mathapps, comunicación permanente con los estudiantes de tal forma de ir retroalimentando y realizar un seguimiento en el desarrollo del proyecto.

### **3.6 Método de análisis de datos**

El método que se aplicó en el análisis de los datos en la utilización de los instrumentos, primero se ejecutó una crítica al procedimiento, luego se codificó las unidades de observación, posteriormente se realizó su tabulación, para luego aplicar las herramientas estadísticas como el cuadro de distribución de frecuencias y su las variables, con un análisis descriptivo en una representación gráfica en forma porcentual, finalmente se procederá a graficarlos, mediante la representación de los resultados en gráficas de barras verticales u horizontales, diagrama de torta o circular para determinar su r análisis cuantitativo descriptivo o inferencial. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014)

Finalmente, como las variables serán medidas de forma cuantitativa y su instrumento que se realizará por la técnica de una prueba se aplicará el Coeficiente de Kuder Richarson KR20 para la confiabilidad y la prueba U Mann Whitney para la contrastación de las hipótesis. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2014)

### **3.7. Consideraciones éticas**

La investigación, se elaboró siguiendo los procedimientos señalados en el diseño de investigación con el enfoque cuantitativo de la Universidad Privada César Vallejo, que, a través de la propuesta de un formato, guía al investigador con los pasos que debe seguir la investigación. La información que será publicada en esta investigación deberá consignar respetando la autoría de las diferentes fuentes tomadas, citándose a los autores y entidades a quienes le pertenecen.



## **IV. RESULTADOS**

## Análisis descriptivos

Luego de recolectare los datos, se procedió a su procesamiento, evidenciando un mejor desempeño del grupo experimental en el análisis de funciones de varias variables, superficies cuádricas, derivadas parciales, plano tangente como el cálculo de áreas y volúmenes que se aprecia en la tabla.

**Tabla 5**

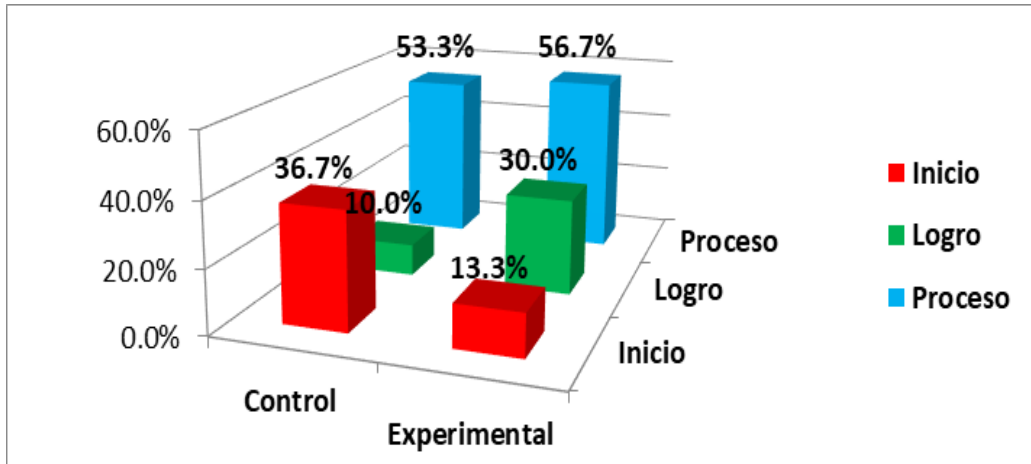
*Niveles del análisis de funciones de varias variables de los grupos control y experimental*

			GRUPO		Total
			Experimental	Control	
Análisis de Funciones de varias variables	Inicio	Recuento	4	11	15
		% del grupo	13,3%	36,7%	25,0%
	Proceso	Recuento	17	16	33
		% del grupo	56,7%	53,3%	55,0%
	Logro	Recuento	9	3	12
		% del grupo	30,0%	10,0%	20,0%
	Total	Recuento	30	30	60
		% del grupo	100,0%	100,0%	100,0%

De los 60 participantes en la investigación: 55% (33) alcanzaron el nivel proceso, 25% (15) nivel de inicio y 20% (12) se ubicaron en el nivel logro. Además de los 30 participantes del grupo experimental: el 56.7% (17) se ubicó en el nivel en proceso del análisis de funciones de varias variables, 30% (9) se ubicó en el nivel logro y 13.3% (4) en el nivel inicio. Por otra parte, de los 30 participantes del grupo control: 53.3% (16) se ubicó en el nivel de proceso, 36.7% (11) se ubicó en el nivel inicio y 10% (3) en el nivel logro.

**Figura 23**

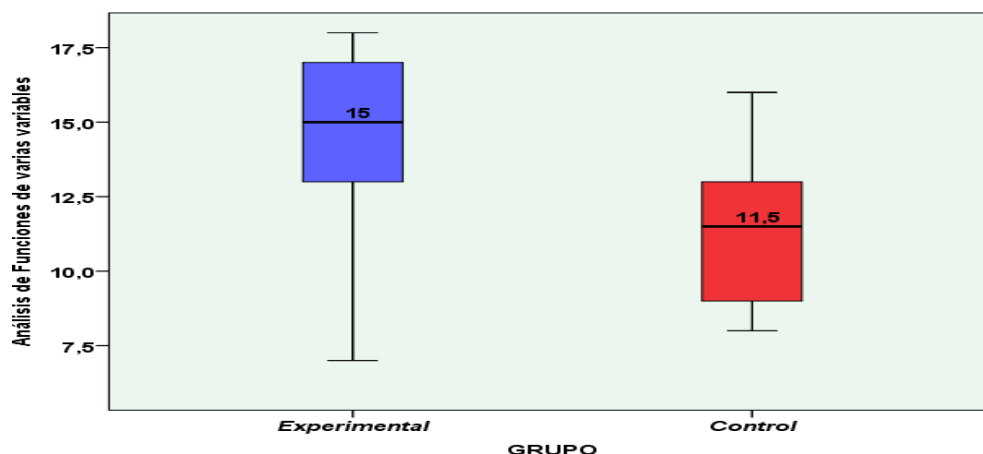
*Niveles del análisis de funciones de varias variables*



En la figura 23 se observa que el 36.7% del grupo control y el 13.3% del grupo experimental se ubican en el nivel inicio; 53.3% del grupo control y 56.7% del grupo experimental se ubican en el nivel de proceso. Finalmente, el 10% del grupo control y el 30% del grupo experimental se ubican en el nivel logro.

**Figura 24**

*Contrastación de la media de rendimiento del análisis de funciones de varias variables*



La contrastación del nivel de rendimiento en el análisis de funciones de varias variables de un puntaje máximo de 20 puntos, se demuestra una media de 15 para el grupo experimental y una media de 11.5 del grupo control.

**Tabla 6**

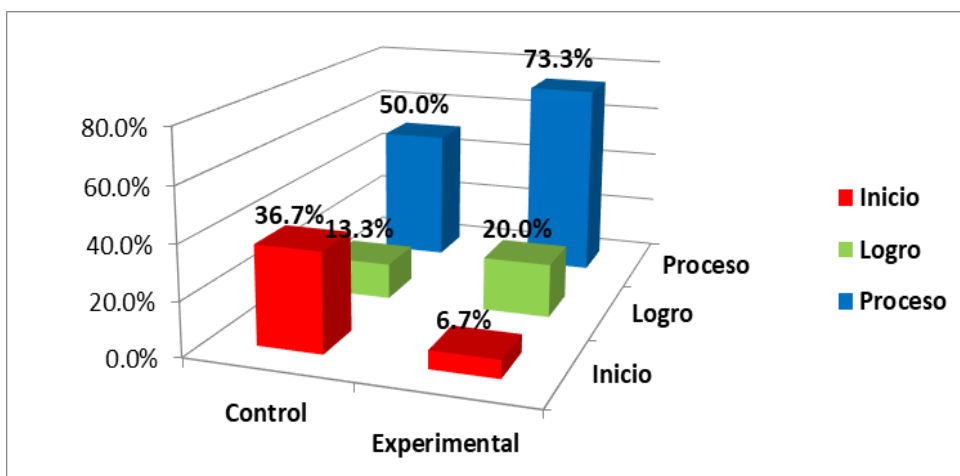
*Niveles de la dimensión superficies cuádricas*

			GRUPO		Total
			Experimental	Control	
Superficies Cuádricas	Inicio	Recuento	2	11	13
		% del grupo	6,7%	36,7%	21,7%
	Proceso	Recuento	22	15	37
		% del grupo	73,3%	50,0%	61,7%
	Logro	Recuento	6	4	10
		% del grupo	20,0%	13,3%	16,7%
Total	Recuento	30	30	60	
	% del grupo	100,0%	100,0%	100,0%	

De los 60 participantes en la investigación de superficies cuadráticas: 61.7% (37) alcanzaron el nivel proceso, 21.7% (13) nivel de inicio y 16.7%(10) se ubicaron en el nivel logro. Además de los 30 participantes del grupo experimental: el 73.3% (22) se ubicó en el nivel en proceso, 20% (6) se ubicó en el nivel logro y 6.7% (2) en el nivel inicio. Por otra parte, de los 30 participantes del grupo control: 50% (15) se ubicó en el nivel de proceso, 36.7% (11) se ubicó en el nivel inicio y 13.3% (4) en el nivel logro.

**Figura 25**

*Niveles del análisis de superficies cuádricas*

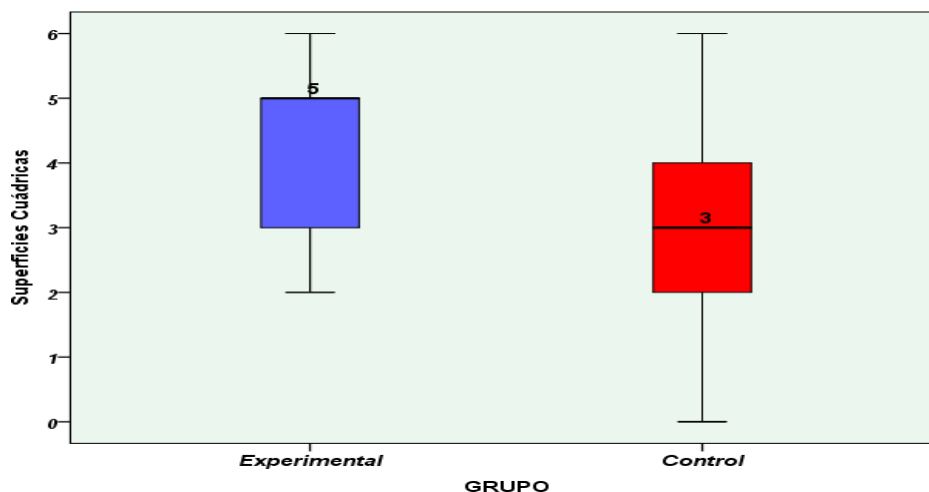


En la figura 25 se observa que el 36.7% del grupo control y el 6.7% del grupo experimental se ubican en el nivel inicio; 50% del grupo control y 73.3% del grupo

experimental se ubican en el nivel de proceso. Finalmente, el 13.3% del grupo control y el 20% del grupo experimental se ubican en el nivel logro.

**Figura 26**

*Contrastación de la media de rendimiento del análisis de superficies cuádricas*



La contrastación del nivel de rendimiento en el análisis de superficies cuádricas de un puntaje máximo de 6 puntos, se demuestra una media de 5 para el grupo experimental y una media de 3 del grupo control.

**Tabla 7**

*Niveles de la dimensión derivadas parciales.*

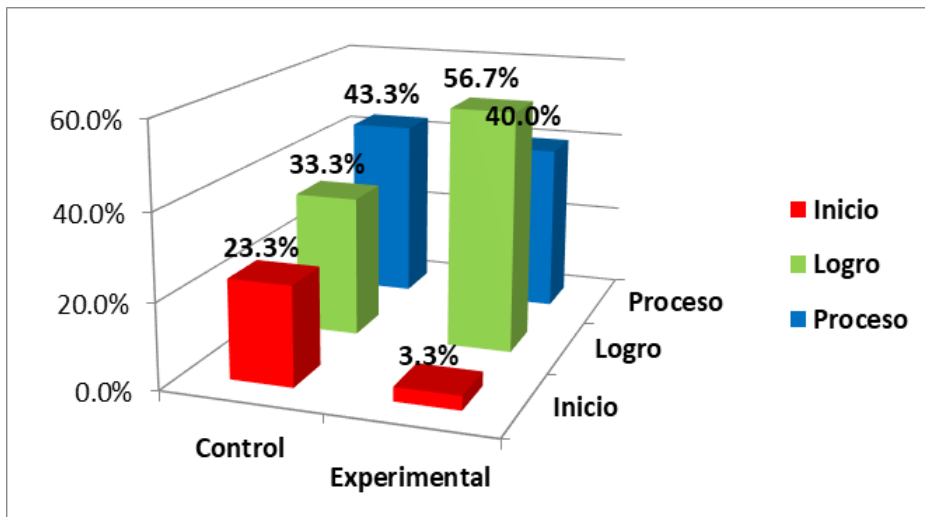
			GRUPO		Total
			Experimental	Control	
Derivadas Parciales	Inicio	Recuento	1	7	8
		% del grupo	3,3%	23,3%	13,3%
	Proceso	Recuento	12	13	25
		% del grupo	40,0%	43,3%	41,7%
	Logro	Recuento	17	10	27
		% del grupo	56,7%	33,3%	45,0%
Total	Recuento	30	30	60	
	% del grupo	100,0%	100,0%	100,0%	

De los 60 participantes en la investigación de derivadas parciales: 41.7% (25) alcanzaron el nivel proceso, 13.3% (8) nivel de inicio y 45 % (27) se ubicaron en el nivel logro. Además de los 30 participantes del grupo experimental: el 40% (12) se ubicó en el nivel en proceso, 56.7% (17) se ubicó en el nivel logro y 3.3% (1) en el

nivel inicio. Por otra parte, de los 30 participantes del grupo control: 43.3% (13) se ubicó en el nivel de proceso, 23.3% (7) se ubicó en el nivel inicio y 33.3% (10) en el nivel logro.

**Figura 27**

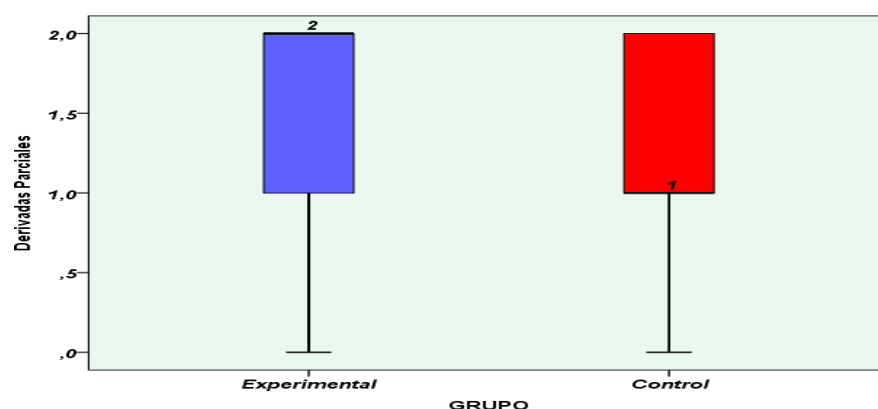
*Niveles del Análisis de derivadas parciales*



En la figura 27 se observa que el 23.3% del grupo control y el 3.3% del grupo experimental se ubican en el nivel inicio; 43,3% del grupo control y 56.7% del grupo experimental se ubican en el nivel de proceso. Finalmente, el 33.3% del grupo control y el 40% del grupo experimental se ubican en el nivel logro.

**Figura 28**

*Contrastación de la media de rendimiento del análisis de derivadas parciales*



La contrastación del nivel de rendimiento en el análisis de derivadas parciales de un puntaje máximo de 2 puntos, se demuestra una media de 2 para el grupo experimental y una media de 1 del grupo control.

**Tabla 8**

*Niveles de la dimensión plano tangente*

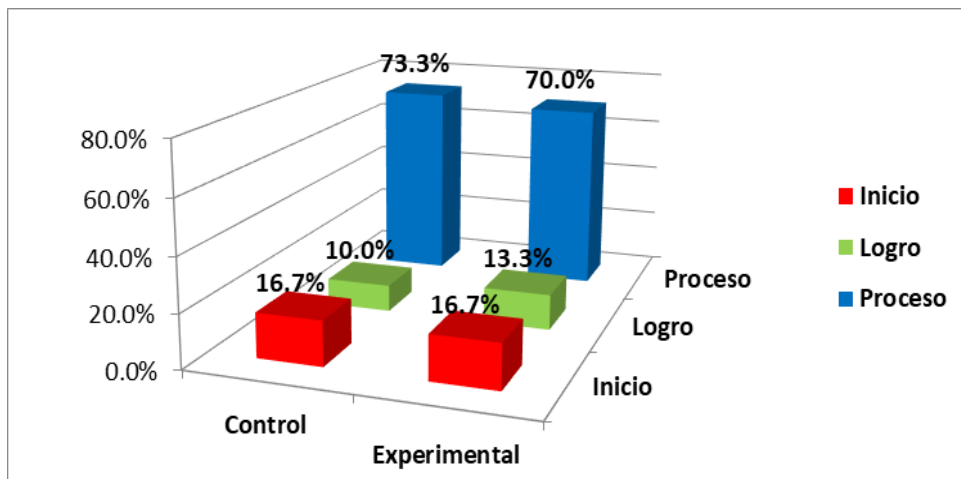
			GRUPO		Total
			Experimental	Control	
Inicio	Recuento		5	5	10
	% del grupo		16,7%	16,7%	16,7%
Proceso	Recuento		21	22	43
	% del grupo		70,0%	73,3%	71,7%
Logro	Recuento		4	3	7
	% del grupo		13,3%	10,0%	11,7%
Total	Recuento		30	30	60
	% del grupo		100,0%	100,0%	100,0%

De los 60 participantes en la investigación de plano tangente: 71.7% (43) alcanzaron el nivel proceso, 16.7% (10) nivel de inicio y 11.7%(7) se ubicaron en el nivel logro. Además de los 30 participantes del grupo experimental: el 70% (21) se ubicó en el nivel en proceso, 13.3% (4) se ubicó en el nivel logro y 16.7% (5) en el nivel inicio. Por otra parte, de los 30 participantes del grupo control: 73.3%

(22) se ubicó en el nivel de proceso, 16.7% (5) se ubicó en el nivel inicio y 10% (3) en el nivel logro.

**Figura 29**

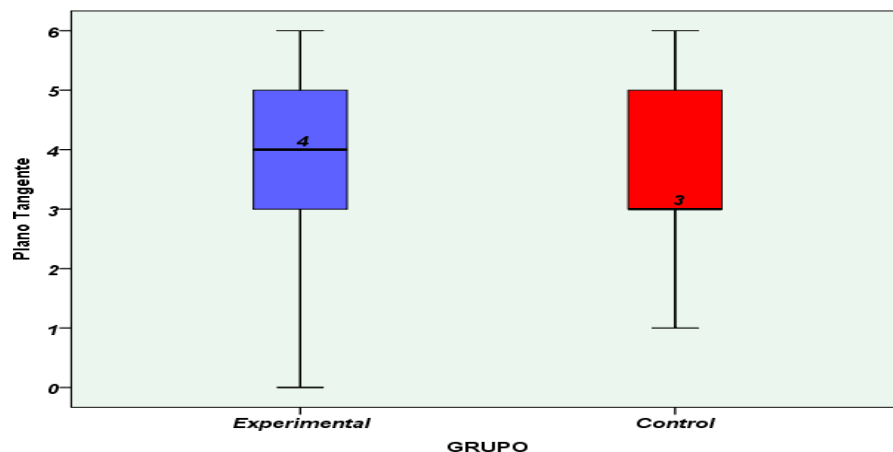
*Niveles del análisis de plano tangente*



En la figura 29 se observa que el 16.7% del grupo control y el 16.7% del grupo experimental se ubican en el nivel inicio; 73,3% del grupo control y 70% del grupo experimental se ubican en el nivel de proceso. Finalmente, el 10% del grupo control y el 13.3% del grupo experimental se ubican en el nivel logro.

**Figura 30**

*Contrastación de la media de rendimiento del análisis de plano tangente*



La contrastación del nivel de rendimiento en el análisis de plano tangente de un puntaje máximo de 6 puntos, se demuestra una media de 4 para el grupo experimental y una media de 3 del grupo control.



**Tabla 9**

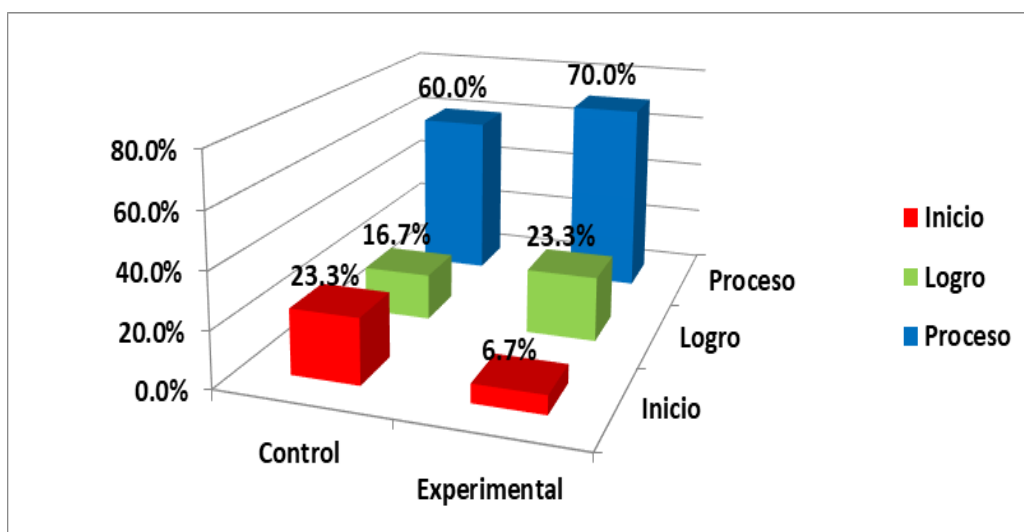
*Niveles de la dimensión áreas y volúmenes*

			GRUPO		Total
			Experimental	Control	
Áreas y Volúmenes	Inicio	Recuento	2	7	9
		% del grupo	6,7%	23,3%	15,0%
	Proceso	Recuento	21	18	39
		% del grupo	70,0%	60,0%	65,0%
	Logro	Recuento	7	5	12
		% del grupo	23,3%	16,7%	20,0%
Total	Recuento	30	30	60	
	% del grupo	100,0%	100,0%	100,0%	

De los 60 participantes en la investigación de áreas y volúmenes: 65%(39) alcanzaron el nivel proceso, 15% (9) nivel de inicio y 20%(12) se ubicaron en el nivel logro. Además de los 30 participantes del grupo experimental: el 70% (21) se ubicó en el nivel en proceso, 23.3%(7) se ubicó en el nivel logro y 16.7% (2) en el nivel inicio. Por otra parte, de los 30 participantes del grupo control: 60% (18) se ubicó en el nivel de proceso, 23,3% (7) se ubicó en el nivel inicio y 16.7% (5) en el nivel logro.

**Figura 31**

*Niveles del análisis de áreas y volúmenes*

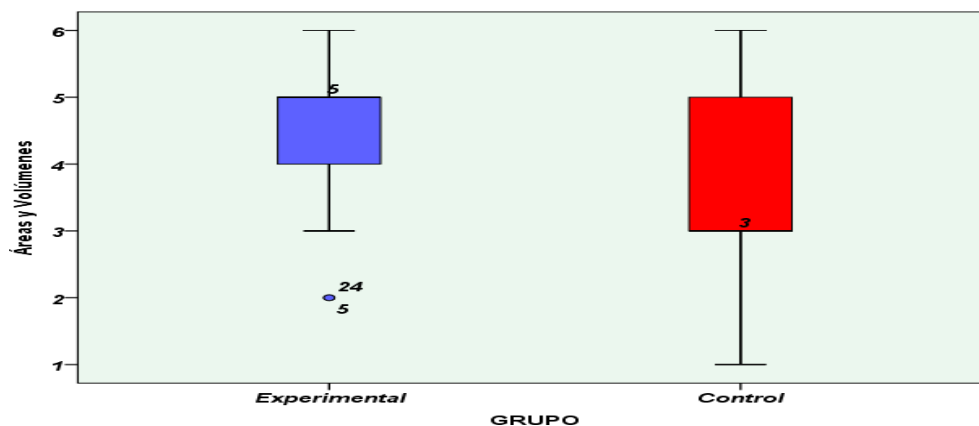


En la figura 31 se observa que el 23.3% del grupo control y el 6.7% del grupo experimental se ubican en el nivel inicio; 60% del grupo control y 70% del grupo

experimental se ubican en el nivel de proceso. Finalmente, el 16.7% del grupo control y el 23.3% del grupo experimental se ubican en el nivel logro.

**Figura 32**

*Contrastación de la media de rendimiento del análisis de plano tangente*



La contrastación del nivel de rendimiento en el análisis de derivadas parciales de un puntaje máximo de 6 puntos, se demuestra una media de 5 para el grupo experimental y una media de 3 del grupo control.

### Análisis inferencial

#### Prueba de normalidad

**Tabla 10**

*Prueba de normalidad Kolmogorov-Smirnov para la variable y sus dimensiones.*

	Kolmogorov-Smirnov		
	Estadístico	gl	Sig.
Superficies Cuádricas	,149	60	,002
Derivadas Parciales	,285	60	,000
Plano Tangente	,176	60	,000
Áreas y Volúmenes	,188	60	,000
<b>Análisis de Funciones de varias variables</b>	<b>,099</b>	<b>60</b>	<b>,020</b>

**Ho:** La variable Análisis de Funciones de varias variables y sus dimensiones tienen distribución normal.

**Ha:** La variable Análisis de Funciones de varias variables y sus dimensiones No tienen distribución normal.

**Nivel de significancia:**  $\alpha = 0.05$

**Regla de decisión:**

Si: Sig. =  $p > \alpha = 0.05$ ; No Rechazar la hipótesis nula

Si: Sig. =  $p \leq \alpha = 0.05$ ; Rechazar la hipótesis nula

**Análisis e interpretación:** La tabla 9, muestran resultados de la prueba de normalidad “Kolmogorov-Smirnov”, se han asumido el nivel de significación del 0.05, el cual se compara con los valores de la significación (Sig.), como se muestra todos son inferiores al nivel de significancia 0.05; por lo tanto podemos afirmar que la variable Análisis de Funciones de varias variables y sus dimensiones no tienen distribución normal, entonces usaremos una prueba no paramétrica U de Mann-Whitney para probar las hipótesis.

**Contrastación de la hipótesis general**

H0: El programa Mathapps no influye positivamente en el nivel de análisis de funciones de varias variables en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública.

Ha: El programa Mathapps influye positivamente en el nivel de análisis de funciones de varias variables en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública.

**Tabla 11**

*Prueba de U Mann Whitney del análisis de funciones de varias variables*

Análisis de funciones de varias variables	
U de Mann-Whitney	200,500
W de Wilcoxon	665,500
Z	-3,711
Sig. asintót. (bilateral)	,000

a. Variable de agrupación: GRUPO

**Interpretación:** En la tabla 10 se puede observar que, el análisis de funciones de varias variables en los estudiantes de ingeniería ambiental del grupo control y experimental según pre test y pos test no presentan diferencias significativas con

los puntajes obtenidos con un U-Mann-Whitney:  $p= 200,500$  y un  $p=0,000$ ; lo que permitió determinar el rechazo de la  $H_0$  y aceptar la hipótesis alterna: El programa Mathapps influye positivamente en el nivel de análisis de funciones de varias variables en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública.

### Contrastación de las hipótesis específicas

#### Hipótesis específica 1

$H_0$ : El programa Mathapps no influye positivamente en el nivel de análisis de las superficies cuádricas en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública.

$H_a$ : El programa Mathapps influye positivamente en el nivel de análisis de las superficies cuádricas en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública.

**Tabla 12**

*Prueba de U Mann Whitney del análisis de las superficies cuádricas.*

	Superficies cuádricas
U de Mann-Whitney	258,500
W de Wilcoxon	723,500
Z	-2,880
Sig. asintót. (bilateral)	,004

a. Variable de agrupación: GRUPO

**Interpretación:** En la tabla 11 se puede observar que, el análisis de superficies cuadráticas en los estudiantes de ingeniería ambiental del grupo control y experimental según pre test y poste test no presentan diferencias significativas con los puntajes obtenidos con un U-Mann-Whitney:  $p= 258,500$  y un  $p=0,004$ ; lo que permitió determinar el rechazo de la  $H_0$  y aceptar la hipótesis alterna: El programa Mathapps influye positivamente en el nivel de análisis de las superficies cuádricas en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública.

### Hipótesis específica 2

H0: El programa Mathapps no influye positivamente en el nivel de análisis de las derivadas parciales en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública.

Ha: El programa Mathapps influye positivamente en el nivel de análisis de las derivadas parciales en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública.

**Tabla 13**

*Prueba de U Mann Whitney del análisis de derivadas parciales*

	Derivadas parciales
U de Mann-Whitney	309,500
W de Wilcoxon	774,500
Z	-2,274
Sig. asintót. (bilateral)	,023

a. Variable de agrupación: GRUPO

**Interpretación:** En la tabla 12 se puede observar que, el análisis derivadas parciales en los estudiantes de ingeniería ambiental del grupo control y experimental según pre test y poste test no presentan diferencias significativas con los puntajes obtenidos con un U-Mann-Whitney:  $p= 309,500$  y un  $p=0,023$ ; lo que permitió determinar el rechazo de la H0 y aceptar la hipótesis alterna: El programa Mathapps influye positivamente en el nivel de análisis de las derivadas parciales en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública.

### Hipótesis específica 3

H0: El programa Mathapps no influye positivamente en el nivel de análisis de planos tangentes en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública.

Ha: El programa Mathapps influye positivamente en el nivel de análisis de planos tangentes en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública.

**Tabla 14***Prueba de U Mann Whitney del análisis de planos tangentes.*

	Plano tangente
U de Mann-Whitney	382,000
W de Wilcoxon	847,000
Z	-1,030
Sig. asintót. (bilateral)	,003

a. Variable de agrupación: GRUPO

**Interpretación:** En la tabla 13 se puede observar que, el análisis de planos tangentes en los estudiantes de ingeniería ambiental del grupo control y experimental según pre test y poste test no presentan diferencias significativas con los puntajes obtenidos con un U-Mann-Whitney:  $p= 382,000$  y un  $p=0,003$ ; lo que permitió determinar el rechazo de la  $H_0$  y aceptar la hipótesis alterna: El programa Mathapps influye positivamente en el nivel de análisis de planos tangentes en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública.

**Hipótesis específica 4**

$H_0$ : El programa Mathapps no influye positivamente en el análisis de áreas y volúmenes en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública.

$H_a$ : El programa Mathapps influye positivamente en el análisis de áreas y volúmenes en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública.

**Tabla 15***Prueba de U Mann Whitney del análisis de áreas y volúmenes.*

	Áreas y volúmenes
U de Mann-Whitney	308,000
W de Wilcoxon	773,000
Z	-2,145
Sig. asintót. (bilateral)	,032

a. Variable de agrupación: GRUPO

**Interpretación:** En la tabla 14 se puede observar que, el análisis de áreas y volúmenes en los estudiantes de ingeniería ambiental del grupo control y experimental según pre test y poste test no presentan diferencias significativas con los puntajes obtenidos con un U-Mann-Whitney:  $p= 308,000$  y un  $p=0,032$ ; lo que permitió determinar el rechazo de la  $H_0$  y aceptar la hipótesis alterna: El programa Mathapps influye positivamente en el análisis de áreas y volúmenes en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública

## V. DISCUSIÓN



Realizado el estudio de investigación y en función a los resultados obtenidos en el postest con respecto a la influencia del programa Mathapps en el análisis de funciones de varias variables en estudiantes de una universidad pública, evidencia que se han utilizado cuatro herramientas digitales para la resolución de problemas del área y volúmenes en este estudio de investigación; como el Geogebra 3D, Desmos calculator, Symbolab o Wolfram Alpha; en contraste con otros estudios de investigación como menciona Bullones, Vivas & Caceres,(2019) sobre la implementación de Wolfram Alpha en el cálculo áreas y volúmenes en coordenadas polares, así como Reyes (2020) y en un estudio la efectividad que tiene el software Symbolab para la enseñanza de Funciones Matemáticas en los alumnos de segundo ciclo de la Universidad Privada del Norte un estudio sobre la utilización del Software Geogebra 3D para la enseñanza del tema superficies cuádricas, en la materia de Matemática Analítica III dirigido a los universitarios que cursan el tercer ciclo de la profesión Ingeniería Electrónica de la UPC matemáticos (Ortiz, 2019).Donde solo se aplicaron una herramienta digital, para la solución del análisis de área y volumen de funciones de varias variables.

Los resultados de la investigación demuestran que el análisis de funciones de varias variables que el 30% de los participantes sometidos al programa y 10% del grupo control alcanzaron el nivel logrado; asimismo, 56,7% del grupo experimental y 53,3% de grupo control se ubicaron en el nivel de proceso; por el contrario 13,3% de grupo experimental y 36,7% del grupo control se ubicaron en el nivel de inicio; estos resultados evidencian que el uso del programa tuvo efectos positivos en el grupo de experimento; además, la prueba de hipótesis demostró que existían diferencias significativas entre el grupo control y el experimental después de aplicar el programa. Al respecto, Hernández et al. (2021) destacan la importancia del uso de estas herramientas digitales, especialmente debido al contexto de pandemia que ha obligado a hacer un uso masivo de esta tecnología digital, convirtiéndose en el eje didáctico del proceso enseñanza-aprendizaje de la virtualidad, las bondades del Geogebra se ha visto incrementada en la medida que permite desarrollar materiales didácticos que facilitan el proceso educativo tanto desde la perspectiva del profesor como del estudiante. Sin embargo, Rojas (2020), hace hincapié en que el uso del Desmos, si bien ayuda a la solución problemas matemáticos, sin embargo, su uso se ve

limitado cuando se trabaja las derivadas, en especial los teoremas; por que recomienda hacer uso de otras herramientas para poder acceder a la resolución eficiente especialmente en el campo de la trigonometría y el álgebra donde es importante la experticia para la resolución de problemas matemáticos con esa herramienta. Esto hace evidente nuestra postura que en la resolución de varias variables es importante utilizar diversos recursos al mismo tiempo tal como se demuestra en este estudio.

Por otra parte, los resultados de la evaluación de las superficies Cuádricas post test, evidenció diferencias significativas entre el desempeño del grupo control y el experimental aun nivel de confianza de  $p < 0.05$ . los datos descriptivos mostraron que 20,0% experimental y 13,3% del grupo control se ubicaron el nivel logrado; así mismo, 73,3% del grupo experimental y 50,0% del grupo control se situaron en el nivel proceso; mientras que 6,7% del grupo experimental y 36,7% del grupo control se accedieron solo al nivel inicio. La investigación de Acuña & Ramirez (2019) resaltan la importancia del uso de varias herramientas en la resolución de superficies cuádricas, haciendo énfasis en los procedimientos didácticos para facilitar el aprendizaje teniendo en cuenta que se aprende a hacer haciendo, dónde el aprendiz debe acceder a la solución siguiendo una secuencia de pasos y utilizando más de una herramienta digital; además, de tener el acompañamiento del profesor en esta tarea para finalmente, adquirir autonomía en esta aventura matemática dentro del campo de la virtualidad, concordando con nuestra postura del uso de diversas herramientas en la resolución de problemas matemáticos.

El análisis de los resultados con referencia al desempeño de las derivadas parciales evidenció diferencias significativas entre los grupos investigados a un nivel de confianza del 95% y con un margen de error de 5%; la información descriptiva evidenció que 56,7% del grupo expuesto al programa y 33,3% del grupo control alcanzaron el nivel logrado; mientras que 40,0% del grupo experimental y 43,3% de control mostraron un desempeño en proceso; cabe destacar que solo 3,3% del grupo experimental y 23,3% del grupo control se ubicaron en el nivel de inicio; esto último refleja la mejor performance del grupo experimental en la resolución de problemas de derivadas parciales con el uso de

las herramientas digitales Desmos calculator, Symbolab y Wolfram Alpha de manera holística. Al respecto, Muñante-toledo et al. (2021), consideran importante que el proceso de aprendizaje con el Geogebra se ve potencializada cuando se adiciona la estrategia colaborativa de los participantes, haciendo que los estudiantes se vuelvan creativos, reflexivos, críticos e innovadores. En la misma línea, Durán & Rodríguez (2018) enfatizan que los estudiantes inclinan sus preferencias por uso del Geogebra por su versatilidad y acceso libre a diferencia de otras herramientas similares; sin embargo, al contrastar la facilidad para ejecución de ejercicios matemáticos los participantes de la investigación se inclinan por el uso del MATLAB 2010 por considerarlo excelente para los resultados, en contraste con lo consideran solo bueno para la resolución de las derivadas parciales, pero más confiable para obtener los resultados. Asimismo, al contrastar la factibilidad de comprender mejor los procedimientos para la solución de los ejercicios que se les plantean, consideraron que el Geogebra les da mayores posibilidades para entender los problemas. En consecuencia, se ratifica que el Geogebra herramienta digital le brinda mayores posibilidades al estudiante para los problemas matemáticos.

Las evaluaciones del plano tangente en el post test evidenciaron que 13,3% del grupo experimental y 10,0% del grupo control se ubicaron en el nivel Logrado, mientras que 70,0% del grupo experimental y 73,3% del grupo control se ubicó en el nivel Proceso; finalmente, 16,7% del grupo experimental y 16,7% del grupo control se ubicaron en el nivel de inicio; las contrastaciones de las hipótesis evidenciaron que no existían diferencias significativas entre ambos grupos. Al respecto se plantea que la versatilidad del Geogebra le va facilitar al estudiante realizar cambios de los componentes de la matriz relacionada, así como verificar los cambios en el plano posibilitando la visualización del cambio lineal como de sus componentes, sistematizando los signos algebraicos, matriciales y geométricos de los cambios, buscando una interpretación más adecuada de la noción matemática de estudio (Gallo et al., 2019); en consonancia con esta postura, existen evidencias de cambios sustanciales en el desempeño para solución de plano tangente cuyos resultados de una evaluación mostró que solo un 5% fue capaz de resolver estos problemas, pero, la evaluación final evidenció que el 89% tuvo un desempeño satisfactorio (Granados-Ortiz & Padilla-Escorcia,

2021), estos hallazgos evidencian la efectividad del uso de herramientas digitales como facilitadores del desempeño en la resolución del plano tangente en contraste con el hallado en nuestra investigación.

Finalmente, la investigación relacionada con áreas y volúmenes utilizando como herramientas el Desmos calculator, Symbolab o Wolfram Alpha mostró evidencias que existían diferencia significativa entre el grupo experimental y control a un nivel de confianza de  $p < 0.05$ . Además, estos resultados se evidencian con la información estadística descriptiva donde, 23,3% del grupo experimental y 16,7% del grupo control alcanzan un desempeño que corresponde al nivel logrado; asimismo, 70,0% del grupo experimental y 60,0% del control se ubicaron en el nivel de proceso; en tanto que, solo 6,7% del grupo experimental y 23,3% del control tuvieron un desempeño que correspondió al nivel de inicio, estos resultados evidencian que el programa aplicado al grupo experimental tuvo efectos satisfactorios, a pesar que únicamente se realizaron 12 sesiones, además se evidencia que la enseñanza tradicional no es la más efectiva, por lo que los maestros deben capacitarse y utilizar las herramientas digitales para facilitar los aprendizajes de matemática de los estudiantes. La pesquisa de Ballesteros et al. (2020) (Durán & Rodríguez, 2018) con un diseño Solomon, mostró evidencias que los grupos sometidos a programa tuvieron mejor performance que los otros dos grupos que habían servido de control. Por otra parte, se hallaron evidencia que el pretest tuvo un efecto mínimo en el post test; la prueba de hipótesis constató que el uso del Geogebra tuvo efectos; es decir, es evidente que la aplicación móvil afecta el desempeño de los estudiantes, esto permite colegir que el aprendizaje de la matemática está mediado por el uso de las herramientas digitales en particular en el aprendizaje de áreas y volúmenes. En esa misma línea, Ramírez (2020) agrega que, los participantes se mostraron seguros y motivados porque llegaban a soluciones acertadas relacionadas con varias variables.

## **VI. CONCLUSIONES**

### **Primera**

Se determinó que el programa Mathapps influye significativamente en el análisis de funciones de varias variables en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública; habiéndose obtenido un valor U de Mann-Whitney=200,500 y un  $p=0,000$ .

### **Segunda**

Se determinó que el programa Mathapps sí influye en el análisis de las superficies cuádricas en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública; habiéndose obtenido un valor U de Mann-Whitney=258,500 y un  $p=0,004$ .

### **Tercera**

Se determinó que el programa Mathapps sí influye en el análisis de las derivadas parciales en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública; habiéndose obtenido un valor U de Mann-Whitney= 309,500 y un  $p=0,023$ .

### **Cuarta**

Se determinó que el programa Mathapps sí influye en el análisis de planos tangentes en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública; habiéndose obtenido un valor U de Mann-Whitney=382,000 y un  $p=0,003$ .

### **Quinta**

Se determinó que el programa Mathapps influye en el análisis de áreas y volúmenes en estudiantes de Ingeniería ambiental de una Universidad Pública; habiéndose obtenido un valor U de Mann-Whitney=308,000 y un  $p=0,032$ .

## **VII. RECOMENDACIONES**

### **Primera**

Se recomienda a los docentes de la escuela profesional de estudios generales del área de matemática la implementación y ejecución del programa Mathapps en otras aulas del mismo nivel en la universidad, por cuanto fue demostrada su efectividad en mejorar el análisis de la función de varias variables en estudiantes de ingeniería ambiental.

### **Segunda**

Se sugiere a los docentes de las asignaturas de matemáticas la aplicación del programa Mathapps para el mejoramiento del análisis de la identificación de superficies cuádricas en 3D, como la simulación de superficies centradas y no centradas, su relación con respecto a los tipos de superficies completas y no completas, ecuaciones cuadráticas canónica y ordinarias, así como la interpretación geométrica

### **Tercera**

Se recomienda a los directivos y docentes de la universidad pública, la implementación y ejecución del programa Mathapps para mejorar el análisis de las derivadas parciales o gradiente de una superficie cuadrática, así como la identificación de la regla de la cadena de forma explícita e implícita, y las sus diferentes aplicaciones a la Ingeniería.

### **Cuarta**

Se sugiere a los docentes la aplicación del programa Mathapps en las asignaturas de matemática superior, por cuanto, quedó demostrada su efectividad en mejorar la visualización del plano tangente de superficies cuádrica, así como la aplicación de las derivadas parciales según si la función es explícita o implícita.

### **Quinta**

Se recomienda a las autoridades educativas y docentes de la universidad aplicar el programa Mathapps, porque quedó evidenciada su aplicabilidad porque mejoró significativamente el análisis e identificación de áreas y volúmenes de superficies, aplicación en el cálculo de volúmenes.



## **VIII. PROPUESTA**

## **Propuesta para la solución del problema**

### **Generalidades**

Región:	Lima
Provincia:	Lima
Localidad:	Villa el Salvador
Institución:	Universidad Estatal

**Título del proyecto:** “Taller de capacitación sobre el uso de las TAC y TEP, edición de videos y redes sociales en el análisis de funciones de varias variables en alumnos de Ingeniería de una universidad estatal”

### **Ubicación geográfica:**

Región Lima

### **Aspecto legal**

Según la ley Universitaria N° 30220 del reglamento de extensión universitaria Planificación acorde con el estatuto de la universidad privada Reglamento de Organizaciones y Funciones de la universidad privada(ROF)

### **Beneficiarios**

- A. Directos:60 estudiantes de Ingeniería ambiental de la Universidad estatal del tercer ciclo.
- B. Indirectos: docentes de matemática de la Escuela profesional de Estudios Generales

### **Justificación**

Como justificación teórica, en primer lugar, el uso de las TAC, TEP, edición de videos y redes sociales, toma como base de estudio el análisis de funciones de varias variables con respecto a los softwares matemáticos; por ello, se mencionará lo que es una función. En segundo lugar, se explicará la importancia de las funciones en su aplicación a estudiantes de Ingeniería Ambiental de una universidad. En tercer lugar, se explicará la relación de los softwares matemáticos con las funciones como sustento de la importancia del programa Mathapps,

puesto que los softwares GeoGebra 3D, Symbolab, Wólfram Alpha y Desmos trabajan con estos. Y, por último, lo que se estima lograr con el programa al finalizar nuestra investigación.

### **Descripción de la problemática**

La Organización Mundial de la Salud declara el brote de COVID-19 como una pandemia en marzo de 2020. En América Latina, el Perú fué uno de los primeros países en implementar la cuarentena para controlar la expansión del virus SARS-CoV-2, situación que ha originado la suspensión de las clases presenciales en las instituciones educativas. Ante esta coyuntura, se han generado modificaciones en la planificación del modelo educativo dentro de los cuales destaca la aplicación de la modalidad virtual en todos los niveles educativos con el uso de diversas plataformas que garanticen una enseñanza adecuada.

El propósito de esta propuesta es la implementación en forma secuencial de las Tecnologías del y Conocimiento Aprendizaje como el Geogebra 3D, Desmos Calculator, Symbolad, Wolfram Alpha, edición de videos y redes sociales en el análisis de funciones de varias variables en alumnos de Ingeniería de una universidad estatal; debido a que un mayor número de estudiantes presentan dificultades en el estudio de superficies en el espacio tridimensional y a la situación actual de la pandemia es necesario complementarla con las Tecnologías de Empoderamiento y Participación (TEP). La investigación cuantitativa, aplicada, se enmarcó dentro del diseño preexperimental es, para el que se contó con una muestra intencional de 60 participantes (30 en el control y 30 en el experimental).

### **Impacto de la propuesta a beneficiarios directos e indirectos**

#### **A. Impacto de la propuesta en los beneficiarios directos**

Los resultados obtenidos luego de aplicar la propuesta de las 15 sesiones de aprendizaje a los 60 estudiantes de ingeniería ambiental, mediante videoconferencia meet, Compartiremos información importante sobre la aplicación de programas matemáticos como Geogebra 3D, Wolfram Alpha, Desmos Calculator, Symbolad, edición y videos, aplicando programas libres que no representan gastos en su Implementación en el aprendizaje de

funciones de varias variables del curso de Matemática 3. Con esto motivaremos a los estudiantes de Ingeniería a dar la importancia debida de los cursos de Matemática Superior para las carreras de ingeniería y gestión.

## **B. Impacto de la propuesta a beneficiario indirectos**

La propuesta genera a los docentes de matemática de la escuela de Estudios Generales un espacio académico de motivación y de capacitación sobre la implementación de las TAC y TEP, que se debe implementar en las demás carreras de ingeniería y así compartirán experiencias significativas que vivenciarán en su rol de maestro e ingeniero o administrador de empresas. Los actores involucrados en el proyecto, son los estudiantes de Ingeniería que conforman las diferentes carreras de la Universidad, cuya prueba piloto se realizará en los estudiantes de ingeniería ambiental

### **Objetivos:**

#### **A. Objetivo general**

Determinar la influencia del taller sobre el uso de las TAC, TEP, edición de videos y redes sociales, en el cálculo de varias variables en  $n$  alumnos de Ingeniería de una universidad estatal.

#### **B. Objetivos específicos**

##### **Objetivo específico 1**

Determinar la influencia del taller sobre el uso de las TAC, TEP, edición de videos y redes sociales en el cálculo de las superficies cuádricas en alumnos de Ingeniería de una universidad estatal

##### **Objetivo específico 2**

Determinar la influencia del taller sobre el uso de las TAC, TEP, edición de videos y redes sociales, en el cálculo de las derivadas parciales en alumnos de Ingeniería de una universidad estatal.

##### **Objetivo específico 3**

Determinar la influencia del taller sobre el uso de las TAC, TEP, edición de videos y redes sociales, en el cálculo de planos tangentes a una superficie cuádrica en alumnos de Ingeniería de una universidad estatal.

#### **Objetivo específico 4**

Determinar la influencia del taller sobre el uso de las TAC, TEP, edición de videos y redes sociales, en el cálculo de áreas y volúmenes de superficies cuádricas en alumnos de Ingeniería de una universidad estatal.

#### **Meta**

Ejecutar la propuesta de intervención en los estudiantes de Ingeniería Ambiental de una universidad pública, para luego capacitar a los docentes de Matemática de estudios generales e implementar esta estrategia metodológica de las TAC, TEP, edición de videos y redes sociales, en la enseñanza en todas las facultades de Ingeniería de una universidad pública.

#### **DESCRIPCIÓN DEL CURSO TALLER**

##### **Modalidad.**

La actividad primordial de la propuesta, son las capacitaciones en alumnos de Ingeniería de una universidad estatal de la aplicación de la TAC, TEP, edición de videos y redes sociales en los cursos de matemática superior en todas las carreras profesionales de la universidad que se asumirá en la modalidad virtual.

##### **Organización de sesiones presenciales**

<b>N ETAPA</b>	<b>PRODUCTO</b>	<b>ACTIVIDAD</b>
1	Planificación	Oficio de la propuesta y carta de consentimiento a la oficina de gestión educativa
2	Ejecución	Realización de las sesiones de aprendizaje utilizando PC, Laptop y celulares.
3	Evaluación	Informe final del ejecutor de la propuesta del taller

## Sesiones y número de participantes

Las 15 Sesiones de aprendizaje, se harán efectiva con la presencia de 60 estudiantes Ingeniería de dos grupos de 30 estudiantes cada uno, al primer grupo de estudiantes lo llamaremos grupo Control y al segundo grupo Experimental, donde aplicaremos las aplicaciones móviles, edición de video y redes sociales.

## Estructura y Contenido.

N°	ACTIVIDAD	CONTENIDO	TIEMPO	RESPONSABLE
1	3 sesiones de aprendizaje	Geogebra 3D	100''	Mag. fiestas, Luis Alfredo Ing. Zúñiga
2	3 sesiones de aprendizaje	Wolfram Alpha	100''	Mag. fiestas, Luis Alfredo Ing. Zúñiga
3	3 sesiones de aprendizaje	Desmos Calculator	100''	Mag. fiestas, Luis Alfredo Ing. Zúñiga
4	3 sesiones de aprendizaje	Symbolad	100''	Mag. fiestas, Luis Alfredo Ing. Zúñiga
5	3 sesiones de aprendizaje	Edición de videos y manejos de las redes sociales	100''	Mag. fiestas, Luis Alfredo Ing. Zúñiga

## Metodología

En esta investigación de tipo aplicada se buscó la implementación del aprendizaje móvil para el análisis de funciones de varias variables; considerando las TAC, TEP, edición de videos y redes sociales como herramientas virtuales en este momento de la pandemia.

La aplicación de la propuesta está conformada por 60 alumnos del tercer ciclo de matemática 3 de Ingeniería Ambiental de una universidad pública, que fueron matriculados teniendo su promedio ponderado; entendiéndose población por el conjunto de elementos de un contexto con características similares, por otra parte, se consideró un muestreo no probalístico intencional, aplicaremos una nueva metodología de aprendizaje de las aplicaciones móviles en forma secuencial para el desarrollo de un proyecto aplicativo a la ingeniería complementándolo con la edición

de videos y manejo de la redes sociales, esto se irá implementando en función al software desarrollado en varias dimensiones y su aplicación teórica de las dimensiones de funciones de varias variables según la actividad desarrollada.

El manejo de las herramientas digitales o programas como Wolfram Alpha, Symbolad, Desmos Calculator y Geogebra 5.0, como la edición de videos y manejo de las redes sociales.

Las sesiones de aprendizaje se diseñarán en función al manejo e instalación de cada software, como una metodología de enseñanza en forma de programas tutoriales paso a paso así los alumnos de Ingeniería de la universidad estatal, realizan sus consultas y desarrollan sus habilidades mediante la elaboración de sesiones de trabajo en sus celulares.

### Presupuesto

La ejecución del proyecto no genera costo porque el dictado de las sesiones de aprendizaje, está incluido en las horas no lectivas del docente, con respecto al software utilizados, tampoco genera costos porque son aplicaciones móviles gratuitas, con respecto a la edición de videos, se utiliza el programa de fotos de la última edición de Windows 10, así como las redes sociales.

**Tabla 16**

*Cronograma de actividades*

Nº	Nombre de la Actividad	Meses						
		Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1	Diseño de la propuesta del Taller	X						
2	3 sesiones de Geogebra 3D		X					
3	3 sesiones de Wolfram Alpha			X				
4	3 sesiones de Desmos Calculator				X			
5	3 sesiones de Symbolad					X		
6	3 sesiones de Edición de videos y redes						X	
7	Evaluación e informe final del Taller							X

### **Productos esperados**

- Publicación del proyecto de investigación en una revista científica indexada en Scopus y que sea arbitrado por sociedades académicas científicas de gran prestigio.
- Exposición del proyecto de investigación en un congreso nacional o internacional o revista nacional.
- El impacto en la comunidad Universitaria es mejorar el análisis y aplicación de los conceptos teóricos de los alumnos del área de matemática de la escuela de estudios generales.



## REFERENCIAS

- Acuña, C. (2006). Concepciones en graficación, el orden entre las coordenadas de los puntos del plano cartesiano. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 4(3).
- Acuña, R., & Ramirez, B. (2019). Construcción y deducción de la fórmula del plano tangente a una superficie apoyado en GeoGebra 3D. *XV CIAEM*, 1–6. <https://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xvciaem/xv/paper/view/125>
- Álvarez de Nieves, A. (2018). *Módulo didáctico de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden para mejorar las capacidades matemáticas en los estudiantes de ingeniería civil de la Universidad César Vallejo, Chiclayo - 2014*. Universidad Cesar Vallejo.
- Álvaro Ortega, A. (2020). *Aplicaciones del servicio Wolfram Alpha para el aprendizaje de Matemáticas en el grado en ADE Índice*. Universidad Politécnica de Cartagena, Colombia.
- Ander-Egg, E. (2011). *Aprender a investigar: Nociones básicas para la investigación social* (Brujas (ed.)).
- Angulo-Acunso, K. N., Maldonado-Ibarra, G. E., Ochoa-González, F. A., Santos-Cedeño, F. H., & Reyes-Castillo, W. B. (2017). Mathematical softwares for learning. *Polo Del Conocimiento*, 2(12), 102-112. <https://doi.org/10.23857/pc.v2i12.419>. <https://doi.org/10.23857/pc.v2i12.419>
- Angulo Romero, A. (2016). Mathematical software in the learning of calculus for students of the National Intercultural University of the Amazon. *Cultura Viva Amazónica - Revista de Investigación Científica - Pucallpa, Perú*, 1(3), 46-49. <https://doi.org/10.37292/riccva.v1i03.38>
- Arteaga Valdés, El; Medina Mendieta, J. &, & Del Sol Martínez, J. (2019). El Geogebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. *Revista Conrado*, 15(70), 102–108.
- Banco Interamericano de Desarrollo (BID). (2020). La educación superior en tiempos de COVID-19. *Bid*.
- Ballesteros-Ballesteros, V. A., Rodríguez-Cardoso, Ó. I., Lozano-Forero, S., & Nisperuza-Toledo, J. L. (2020). Mobile learning in higher education: An

- experience from engineering education. *Revista Científica*, 38(2), 243-257.  
<https://doi.org/10.14483/23448350.15214>.
- Ballesteros, V. A., Lozano, S., & Rodríguez, O. I. (2020). Notion of approximating the area under the curve Using the GeoGebra Graphing Calculator application. *Praxis & Saber*, 11(26), 1-16.  
<https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.9989>.
- Bello Durand, J. (2013). *Mediación del software geogebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria*. Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Betancourt Zambran, S. (2010). Desarrollo del pensamiento crítico a través de la controversia. *Congreso Iberoamericano de Educación, Buenos Aires, República Argentina, septiembre 13, 14 y 15 de 2010*, 9.
- Bravo, F., & Quezada, T. (2021). Virtual education in the university in times of Covid-19. *Espíritu Emprendedor TES*, 5(1), 154-166.  
<https://doi.org/10.33970/eetes.v5.n1.2021.238>
- Bravo Guerrero, F. E., & Quezada Matute, T. G. (2021). Virtual education in the university in times of Covid-19. *Espíritu Emprendedor TES*, 5(1), 154-166.  
<https://doi.org/10.33970/eetes.v5.n1.2021.238>
- Bullones, M., Vivas, M., & Cáceres, E. (2019). Actitud de los estudiantes frente al uso de tecnologías educativas para el aprendizaje de la matemática: una vision desde los estudiantes de ingeniería de la Universidad Centrocidental Lisandro Alvarado. *Revista Digital Educacion En Ingenieria*, 10(20), 143.
- Cabero Almenara, J. (2015). Educational reflections on information and communication technologies (ICT). *Revista Tecnología, Ciencia y Educación*, 1, 19-27. <https://doi.org/10.51302/tce.2015.27>.
- Camacho Marín, R., Rivas Vallejo, C., Gaspar Castro, M., & Quiñonez Mendoza, C. (2020). Innovation and educational technology in the current LatinAmerican context. *Revista de Ciencias Sociales (Ve)*, 26.  
<https://doi.org/10.31876/rcs.v26i0.34139>.

<https://doi.org/10.31876/rcs.v26i0.34139>

- Camacho Ríos, A., Caldera Franco, M. I., & Valenzuela Gonzales, V. (2019). Fidelity in the use of app for solving differential equations. *Apertura*, 11(1), 74-89. <https://doi.org/10.32870/Ap.v11n1.1>
- Campos Sancho, B. & Castelló Benavent, J. (2008). *Matemáticas Volumen II* (U. Jaume (ed.)).
- Campos Viegas, E. (2017). *O uso do Symbolab e MalMath em dispositivos móveis: uma ferramenta prática para o cálculo de integrais duplas*. Universidad Federal de Paarába, Río Tinto, Brasil.
- Canaza-Choque, F. A. (2020). Higher education in the global quarantine: disruptions and transitions. *Revista Digital de Investigación En Docencia Universitaria*, 14(2), e1315. <https://doi.org/10.19083/10.19083/ridu.2020.1315>
- Carranza Rodríguez, M. (2011). *Exploracion del impacto producido por la integración del ambiente de geometría dinámica (agd) geogebra en la enseñanza de los cursos de matemáticas básicas de primer semestre de la Universidad Nacional De Colombia Sede Palmira*. Universidad Nacional de Colombia.
- Castañeda Paredes, K. (2020). *Actividades de aprendizaje para la enseñanza de la matemática utilizando geogebra y wolfram mathematica para estudiantes de décimo año de educación general básica de la Unidad Educativa "Capitán Edmundo Chiriboga" periodo septiembre 2019 – febrero 2020*. Unversidad Nacional de Chiimborazo, Ecuador.
- Chávez, N. (2007). *Introducción a la investigación educativa*. Maracaibo: La Columna.
- Chávez, W. (2019). *Gestión del conocimiento en el aprendizaje de la matemática con el software GeoGebra en los estudiantes del III ciclo de ingeniería de la universidad privada del norte los olivos, 2018-II*. 1, 110.
- Cioruta, B., Coman, M., Luran, A., & Cioruta, A.-A. (2018). From Human-Environment Interaction to Environmental Informatics (I): Theoretical and Practical Implications of Knowledge-Based Computing. *Magazine of*

*Hydraulics, Pneumatics, Tribology, Ecology, Sensorics, Mechatronics*, 1, 71–82.

Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL). (2020). *La educación en tiempos de la pandemia de COVID-19*. [https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/45904/1/S2000510\\_es.pdf](https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/45904/1/S2000510_es.pdf)

Corbetta, P. (2007). *Metodología y técnicas de investigación social* (Mc Graw-Hill (ed.)).

Cordova, W. R. B. (2019). El uso del software Geogebra en el aprendizaje de las secciones cónicas en matemática básica en la Facultad de Ingeniería de una Universidad Privada de Lima Metropolitana. *Universidad nacional de educación* "Enrique Guzmán y Valle," 1–78. [http://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/UNE/2491/TD\\_CE\\_1943\\_S1\\_Salazar\\_Llerena.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/UNE/2491/TD_CE_1943_S1_Salazar_Llerena.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

Cuicas, M., Debel, E., Casadei, L., & Álvarez, Z. (2007). El software matemático como herramienta para el desarrollo de habilidades del pensamiento y mejoramiento del aprendizaje de las matemáticas. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas En Educación,"* 7(002), 1–34. <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/447/44770209.pdf>

Del Rio, L. S. (2017). Teaching and learning calculus using GeoGebra's 3D graphical view. *Digital Journal: Mathematics, Education and the Internet*, 17(1), 1-13. <https://doi.org/10.18845/rdmei.v17i1.2739>

Durán Pico, U. C., & Rodríguez Alava, L. A. (2018). Asistencia de softwares matemáticos en cálculo diferencial en estudiantes de ingeniería. *Revista Bases de La Ciencia*, 3(2), 61–76.

Edwards, R. & Larson, B. (2010). Cálculo 2 de varias variables. In Mc Graw-Hill (Ed.), *Mc Graw-Hill*.

Gallo, H. G., Verón, C. A., & Herrera, C. G. R. (2019). Interpretation of linear transformations in the plane using GeoGebra. *Revista Iberoamericana de Tecnología En Educación y Educación En Tecnología*, 24, 32-37.

<https://doi.org/10.24215/18509959.24.e04>.

González Ogando, P. (2020). Desmos: una herramienta didáctica para trabajar con funciones y gráficas. *NÚMEROS. Revista de Didáctica de Las Matemáticas*, 104, 9–28.

Granados-Ortiz, C. A., & Padilla-Escorcía, I. A. (2021a). Graphical learning of the tangent line through the modeling of conic sections using GeoGebra. *Revista Científica*, 40(1), 118-132. <https://doi.org/10.14483/23448350.16137>.

Grisales Aguirre, A. M. (2018). Use of ICT resources in mathematics education: challenges and perspectives. *Entramado*, 14(2), 198-214. <https://doi.org/10.18041/1900-3803/entramado.2.4751>

Gutiérrez Segura, M. (2020). Software educativo como recurso para el aprendizaje en la carrera de Estomatología en Holguín Introducción. *Correo Científico Médico*, 24(2), 799–811.

Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. P. (2018b). Metodología de la Investigación. Las rutas Cuantitativa Cualitativa y Mixta. En *universidad tecnológica Iaja Bajío*.

Hernández, R. (2014). Metodología de la investigación. McGraw-Hill; Interamericana Editores. <https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf>

Hernández, C. M., Artega, E., & Del Sol, J. L. (2021). Utilización de los materiales didácticos digitales con el GeoGebra en la enseñanza matemática. *Revista Conrado*, 17(19), 7–14. [http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S1990-86442021000200007&script=sci\\_arttext&tlng=en](http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S1990-86442021000200007&script=sci_arttext&tlng=en)

Hohenwarter, M., & Hohenwarter, J.; Kreis, Y. & Lavicza, Z. (2008). Teaching and calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra. *11th International Congress on Mathematical Education, January*, 1–9.

Hoyos Prioló, V. (2017). Aprendizaje móvil en el proceso de enseñanza aprendizaje del cálculo Mobile learning in the teaching and learning process calculus. *Pedagogía Profesional*, 15(2).

Klimovsky, G. (2011). El método hipotético deductivo y la lógica. *Memoria*

*Académica*, 3-24.

Laura Quispe, C. &, & Bolívar Díaz, E. (2009). Una laptop por niño en escuelas rurales del Perú: Un análisis de las barreras y facilitadores. *Cies*, 84.

León-Salinas, C. E. (2017). Covariational thinking and GeoGebra: tools for the scientific explanation of some realities. *Tecné, Episteme, and Didaxis: TED*, 42, 159-171. <https://doi.org/10.17227/01203916.6969>.

López, & Fachelli. (2015). *METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN SOCIAL CUANTITATIVA* (Número 17). <https://doi.org/10.1344/rezyd2018.17.13>

Lotito Catino, F. (2015). Test psicológicos y entrevistas: usos y aplicaciones claves en el proceso de selección e integración de personas a las empresas. *Revista Academia & Negocios*, 1(2), 79–90.

Mariana, C., & Rodríguez, A. (2019). Las TIC y las TAC dentro de la educación para comunicadores sociales y periodistas: el nuevo reto del perfil profesional. *XXIII Cátedra UNESCO de Comunicación*, 1–8.

Marquéz, I. (2018). *Móviles 24/7, el teléfono móvil en la era de la hiperconectividad*. UOC.

Martínez, J. G. C. (2019). *Software geogebra y rendimiento académico en funciones reales en estudiantes de la universidad científica del sur*. 1–95.

Mayorga, M. de los A. (2020). Knowledge, Application and Integration of ICT-CT and PET by University Teachers in the City of Ambato. *Revista Tecnológica-Educativa Docentes*, 9(1), 5-11. <https://doi.org/10.37843/rted.v9i1.1>

Mercedes, M., & Hernández, V. (2020). Factors determining academic performance in Mathematics in the context of a technological university: application of a structural equation model. *University of Costa Rica, Costa Rica*, 15(5), 11. <https://doi.org/10.11144/Javeriana.upsy15-5.eetc>

Millán Huamán, J. C. (2018). Conceptos generales, tipos de plataformas educativas, implementación, herramientas, recursos, principales plataformas educativas, recursos, aplicaciones. In *Universidad Nacional De Educación*. Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle.

- Ministerio de Educación(MINEDU). (2019). *Evaluación PISA 2018*.  
[http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2020/10/PPT-PISA-2018\\_Web\\_vf-15-10-20.pdf](http://umc.minedu.gob.pe/wp-content/uploads/2020/10/PPT-PISA-2018_Web_vf-15-10-20.pdf)
- Molinero Bárcenas, M. del C., & Chávez Morales, U. (2019). Technological tools in the teaching-learning process in higher education students. In RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo (Vol. 10, Issue 19). <https://doi.org/10.23913/ride.v10i19.494>
- Morales, F., Cuevas, A., Martínez, R. E., & Mario, J. (2013). Analysis of mathematical software used at higher level. *Revista Vínculos*, 10(1), 299-307. <https://doi.org/10.14483/2322939X.4670>
- Morales Olivera, Y. & Blanco Sánchez, R. (2019). ingeniería Analysis of the use of software for mathematics teaching in engineering majors. *Transformación*, 15(3), 367–382.
- Moreno, S. (2021). GeoGebra como herramienta didáctica en la enseñanza y aprendizaje de la Matemáticas. *Escuela de Ciencias de La - ECEDU*, 1(9), 35.
- Mosquera Ríos, M. & Vivas Idrobo, S. (2017). Análisis comparativo de software matemático para la formación de competencias de aprendizaje en cálculo diferencial. *Plumilla Educativa*, 19(1), 98–113. <https://doi.org/10.30554/plumillaedu.19.2476.2017>
- Muñante-toledo, M. F., Salazar-Lozano, G. del C., Rojas-Placencia, K. M., Méndez, J., & Rivera-Arellano, E. G. (2021). Geogebra Software in Mathematical Skills of High School Students: Systematic Review. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 12(6), 4164–4172. <https://conferencia.ciaem-redumate.org/index.php/xvciaem/xv/paper/view/125>
- Navarro-Hudiel, S. J. (2020). Trends in the use of educational technology resources and tools in university education in the face of the COVID-19 pandemic. *El Higo Journal of Science and Technology*, 10(2), 111-122. <https://doi.org/10.5377/elhigo.v10i2.10557>.
- Ñaupas, H., Valdivia, M., & P. J., & Romero, H. (2018). *Ñaupas, H. Valdivia, M.;*



Palacios Vilela, J & Romero Delgado, H. U Carrera.

- Ochoa, N., Zúñiga, L., Méndez, J., & Flores, E. (2021). *Optimization Software in Operational Research Analysis in a Public University*. 11(4), 3061-3079.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.47059/revistageintec.v11i4.2350>
- Ortiz Lozada, A. (2019). *Software Geogebra 3D en el aprendizaje de la descripción de superficies en el curso de Matemática Analítica 3 en estudiantes del tercer ciclo de la carrera de Ingeniería Electrónica en la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas*. In *Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle* (pp. 1–107).
- Rabago, G. (2004). *Teatro de títeres*. Trillas.
- Ramírez, B. A. (2020). GeoGebra in 2D and 3D as a didactic resource in a multiple integration course: a teaching-learning experience. *Digital Journal: Mathematics, Education and the Internet*, 21(1), 1-17.  
<https://doi.org/10.18845/rdmei.v21i1.5341>
- Resende, M. A., & Gonçalves Martins, L. (2018). Wolfram | Alpha: a search engine to aid the teaching-learning process of mathematical content in distance education. *BoEM, Joinville*, 6(11), 432-448.  
<https://doi.org/10.5965/2357724X06112018432> Wolfram.
- Reyes, E. (2020). *El uso del software educativo Symbolab y su influencia en el aprendizaje de las funciones matemáticas en estudiantes del primer ciclo de la universidad privada del norte - Sede san juan de Lurigancho - lima, durante el ciclo 2018-1*. 2507(February), 1–86.
- Reverte Lorenzo, J. (2015). ¿Usamos el móvil en clase de matemáticas? 17 *Jornadas Sobre El Aprendizaje y La Enseñanza de La Matemática*, 1–12.
- Rivera Berrio, J. & Álvarez Saiz, E. (2020). *Cálculo Vectorial Cálculo Vectorial Parte I* (Pascual Bravo (ed.)).
- Rodríguez, C., Czerwonogora, A., Verde, J., & Doninalli, M. (2014). *Evaluación formativa y herramientas tecnológicas*.
- Rodríguez Tenjo, J. &, & Gallardo Pérez, Ó. (2020). Perfil docente con visión inclusiva: TIC-TAC-TEP y las habilidades docentes. *Encuentro Internacional*

*de Educación En Ingeniería ADH (Eiei)*, 1–8.

- Rojas, E. R. (2020). Understanding fundamental concepts of calculus using Desmos . An intervention. *Ride*, 10(20), 1-15. <https://doi.org/https://doi.org/10.23913/ride.v10i20.672>.
- Ruiz-Rube, I.; Mota Macías, J.; Person, T.; Berns, A. & Doderó, J. (2016). Autoría y analítica de aplicaciones móviles educativas multimodales. *XVIII Simposio Internacional de Informática Educativa SIIE, September*, 289–294.
- Samacá Ramírez, J. & Ochoa Camacho, E. (2019). Uso De Desmos Para La Modelación Matemática Como Apoyo Al Proceso Enseñanza- Aprendizaje En El Aula: El Caso De Las Ecuaciones Use of Demos for Mathematical Modeling As Support To the Teaching-Learning Process in the Classroom: the Case of the Equations. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 32, 670–675.
- Sánchez Carlessi, H., Reyes Romero, C. & Mejía Sáenz, K. (2018). Manual de términos en investigación científica, tecnológica y humanística. In *Mycological Research*.
- Sandoval, C. H. (2020). La Educación en Tiempo del Covid-19 Herramientas TIC: El Nuevo Rol Docente en el Fortalecimiento del Proceso Enseñanza Aprendizaje de las Prácticas Educativa Innovadoras. *Revista Tecnológica-Educativa Docentes 2.0*, 9(2), 24–31. <https://doi.org/10.37843/rted.v9i2.138>
- Stewart, J. (2012). Cálculo de Varias Variables. In *Cengage Learning Editores, S.A.*
- Tamayo y Tamayo, M. (2012). *El proceso de la investigación científica* (Limusa (ed.)).
- Thomas Jr. & George B. (2005). Cálculo Varias Variables Undécima Edición. In *Pearson Educación* (Vol. 11).
- Tobías, G. (2011). *Las tecnologías de la información y la comunicación en la enseñanza de las funciones matemáticas*. Universidad del Zulia.
- Triana, M., Ceballos, J., & Violla, J. (2016). Una dimensión didáctica y conceptual

- de un instrumento para la Valoración de Objetos Virtuales de Aprendizaje. El caso de las fracciones. *Entramado*, 12(2), 166–186.
- Trinidad, Y. (2016). Análisis de los procesos de evaluación para una gestión de calidad en los centros educativos del 2do ciclo de tanda extendida del Nivel Primario del Distrito Educativo 10-02. In *Universidad de Sevilla*. Universidad de Sevilla.
- Ulloa Avellan, A. (2021). La influencia de la pandemia provocada por la COVID-19 sobre la aptitud docente y las técnicas empleadas para la incorporación de las TIC, TAC y TEP en el proceso de aprendizaje de los estudiantes de undécimo año del Colegio El Carmen de Alajuela. In *Universidad Técnica Nacional*.
- UNESCO (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura) (2020), “Nuevas publicaciones cubanas para enfrentar efectos de la COVID-19 sobre la educación”, Oficina de la UNESCO en La Habana [en línea] <https://es.unesco.org/news/nuevas-publicaciones-cubanas-enfrentar-efectos-covid-19-educacion> [fecha de consulta: 12 de junio de 2020]
- Ureta, L. & Rosseti Beiram, G. (2020). CATs in the construction of disciplinary knowledge: a learning experience with university students. *Revista Iberoamericana de Tecnología En Educación y Educación En Tecnología*, 26, 100-109. <https://doi.org/10.24215/18509959.26.e11>
- Vicente, J., Ramírez, S., & Camacho, E. O. (2019). *Uso De Desmos 3D Para La Modelación Matemática de derivadas parciales al Proceso Enseñanza-Aprendizaje En El Aula: El Caso De Las Ecuaciones Use of Demos for Mathematical Modeling As Support To the Teaching-Learning Process in the Classroom : the Case of the Equations*. 32, 670–675.
- Zhang, F. (2017). Designing and applying a pedagogical interaction model in the smart cloud platform. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(7), 2911–2922. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00726a>

## **ANEXOS**

## Anexo A: Operacionalización de la variable funciones de varias variables

Dimensiones	Indicadores	Ítems	Escala de medición	Niveles y rangos
Superficies cuádricas	Identificación de superficies en 3D. Simulación de superficies centradas y no centradas.	2, 3, 4, 10, 15, 16	Correcto (1)	
	Relacionar superficies completas e incompletas Ecuaciones cuádricas canónicas y ordinarias Interpretación geométrica.			
Derivadas parciales	La gradiente de una superficie cuádrica.	7, 17	Incorrecto (0)	Inicio (00, 07)
	Identificación de la regla de la cadena Identificación de la forma explícita e implícita Aplicación de las derivadas parciales.			Proceso (08, 14)
	Plano tangente	Visualización del plano tangente de superficies. Aplicación de las integrales dobles y triples. Identificación de áreas y volúmenes de superficies.		5, 6, 8, 14, 19, 20
Áreas y volúmenes	Aplicación en el cálculo de volúmenes. Software para el cálculo de integrales múltiples	1, 9, 11, 12, 13, 18		

## Anexo B: matriz de consistencia

Programa “Mathapps” en el análisis de funciones de varias variables en estudiantes de ingeniería ambiental en una universidad pública

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES E INDICADORES			
<p><b>Problema General</b> ¿Cuál es la influencia del programa Mathapps en el análisis de funciones de varias variables en estudiantes de Ingeniería ambiental en una universidad pública?</p> <p><b>Problemas específicos</b> 1) ¿Cuál es la influencia del programa Mathapps en el análisis de superficies cuádricas en estudiantes de Ingeniería ambiental en una universidad pública? 2) ¿Cuál es la influencia del programa Mathapps en el análisis de derivadas parciales en estudiantes de Ingeniería ambiental en una universidad pública? 3) ¿Cuál es la influencia del programa Mathapps en el análisis de planos tangentes en estudiantes de Ingeniería ambiental en una universidad pública? 4) ¿Cuál es la influencia del programa Mathapps en el análisis de áreas y volúmenes en estudiantes de Ingeniería ambiental en una universidad pública?</p>	<p><b>Objetivo General</b> Determinar la influencia el programa Mathapps en el análisis de funciones de varias variables en estudiantes de Ingeniería ambiental en una universidad pública.</p> <p><b>Objetivos específicos</b> 1) Determinar la influencia del programa Mathapps en el análisis de superficies cuádricas en estudiantes de Ingeniería ambiental en una universidad pública. 2) Determinar la influencia del programa Mathapps en el análisis de derivadas parciales en estudiantes de Ingeniería ambiental en una universidad pública. 3) Determinar la influencia del programa Mathapps en el análisis de planos tangentes en estudiantes de Ingeniería ambiental en una universidad pública. 4) Determinar la influencia del programa Mathapps en el análisis de áreas y volúmenes en estudiantes de Ingeniería ambiental en una universidad pública.</p>	<p><b>Hipótesis General</b> El programa Mathapps influye en el análisis de funciones de varias variables en estudiantes de Ingeniería ambiental en una universidad pública.</p> <p><b>Hipótesis específicas</b> 1) El programa Mathapps influye en el análisis de superficies cuádricas en estudiantes de Ingeniería ambiental en una universidad pública. 2) El programa Mathapps influye en el análisis de derivadas parciales en estudiantes de Ingeniería ambiental en una universidad pública. 3) El programa Mathapps influye en el análisis de planos tangentes en estudiantes de Ingeniería ambiental en una universidad pública. 4) El programa Mathapps influye en el análisis de áreas y volúmenes en estudiantes de Ingeniería ambiental en una universidad pública.</p>	<b>Variable Independiente: Programa Mathapps</b>			
			<b>Software</b>	<b>Sesiones</b>		
			Geogebra 3D	<p><b>Sesión 1: Superficie cuádrica de un hiperboloide de dos hojas</b>  <b>Sesión 2: Superficie cuádrica de un cono elíptico.</b>  <b>Sesión 3: Superficie cuádrica de un elipsoide</b>  <b>Sesión 4: Derivadas parciales de la superficie 1.</b>  <b>Sesión 5: Derivadas parciales de la superficie 2</b>  <b>Sesión 6: Plano tangente de la superficie 1</b>  <b>Sesión 7: Plano tangente de la superficie 2</b>  <b>Sesión 8: Plano tangente de la superficie 3</b>  <b>Sesión 9: Cálculo de áreas y volúmenes de la superficie 1</b>  <b>Sesión 10: Cálculo de áreas y volúmenes de la superficie 2</b>  <b>Sesión 11: Cálculo de áreas y volúmenes de la superficie 3</b>  <b>Sesión 12: Cálculo de áreas y volúmenes de la superficie.</b></p>		
			Desmos			
			Calculator			
Symbolad						
Wolfram Alpha	<b>Variable Dependiente: Análisis de funciones de varias variables</b>					
<b>Dimensión</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Escala de medición</b>	<b>Rangos</b>			
Superficies Cuádricas	Identificación superficies. Clasifica tipo superficie Simulación de superficies. Relacionar superficies. Determinación geométrica Esbozo de la superficie	Dicotómica Correcto (1) Incorrecto (0)	Rangos:  Inicio (0-07 puntos)			
Derivadas parciales	Identificación de la función Derivada direccional	Dicotómica Correcto (1) Incorrecto (0)	Proceso (08-14 puntos)  Logro (15-20 puntos)			

			Planos tangente	Identifica las tangentes. Analiza la recta normal. Identifica el plano R3. Interpretación geométrica Interpretación de forma Identifica la tangente	Dicotómica Correcto (1) Incorrecto (0)
			Areas y volúmenes	Determinación volumen. Identifica área en R3. Conversión REC a POL. Resuelve cálculo área. Analiza volumen en R3. Resuelve área y volumen	Dicotómica Correcto (1) Incorrecto (0)
TIPO Y DISEÑO DE INVESTIGACIÓN	POBLACIÓN Y MUESTRA	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS	ESTADÍSTICA A UTILIZAR		
<p><b>TIPO:</b> El tipo de investigación es aplicada, dado que busca la generación de nuevos conocimientos, con la implementación en el aspecto práctico (Ñaupas et al., 2018).</p> <p><b>DISEÑO:</b> El diseño de esta investigación, según la manipulación de las variables, es de tipo experimental correspondiente a la clase preexperimental (Hernández, ét. al., 2018)</p> <p>GE -- X O<sub>1</sub> GC -----O<sub>2</sub></p> <p>Dónde X: Aplicación del Programa Mathapps GE: Grupo experimental</p>	<p><b>POBLACIÓN:</b> 60 Estudiantes de la Facultad de Ingeniería ambiental de una universidad pública.</p> <p><b>TIPO DE MUESTRA:</b> Estuvo conformada por 60 estudiantes matriculados en el Curso de Investigación matemática 3 de Ingeniería ambiental de una universidad pública en el ciclo 2020-II, distribuido en grupo experimental (GE = 30 y grupo control (GC = 30)</p> <p><b>TECNICA DE MUESTREO:</b> No probabilístico, desde un inicio estuvo asignada por conveniencia y a criterio del investigador, porque no se escogieron</p>	<p><b>VARIABLE INDEPENDIENTE:</b> Programa Mathapps Esta variable se manipula para observar la influencia con respecto a la variable dependiente.</p> <p><b>VARIABLE DEPENDIENTE:</b> Análisis de funciones de varias variables</p> <p><b>Técnica:</b> Prueba de rendimiento</p> <p><b>Instrumento:</b> Rúbrica de evaluación</p> <p><b>Autor:</b> El investigador</p> <p><b>Año:</b> 2020</p> <p><b>Monitoreo:</b> Observación del análisis</p> <p><b>Ámbito de Aplicación:</b> Mediante la herramienta del meet y formulario</p>	<p><b>DESCRIPTIVA:</b> Se utilizará el software Microsoft Excel y el programa estadístico SPSS para la elaboración de tablas y figuras estadística en la presentación de los resultados por dimensiones</p> <p><b>INFERENCIAL:</b> Se utilizará el software estadístico SPSS en su versión 25, para efectos de la utilización del estadístico para la prueba de hipótesis, se aplicó una prueba de normalidad, que por comprender 30 elementos en la muestra se utilizó la prueba de Kolmogorov Smirov, se afirma que todos los conjuntos de datos no tienen una distribución normal; y para efecto del estudio, se utilizó un estadístico no paramétrico para la contratación de las hipótesis, como le prueba U de Mann-Whitney.</p>		

<p>GC: Grupo de control O<sub>1</sub> y O<sub>2</sub>: Postest</p> <p><b>MÉTODO:</b> Hipotético – deductivo el proceso que se inicia en la formulación de hipótesis, y con el resultado obtenido al contrastar la hipótesis, se deducen conclusiones de las hipótesis formuladas Klimovsky ( 2011)</p>	<p>las aulas y ya estaban asignadas para el GE el aula A y el GC al aula B</p>	<p>Google en estudiantes de una Universidad Pública. <b>Forma de Administración:</b> Individual sincrónica</p>	
--	--	--	--



Anexo C: Instrumento

UNIVERSIDAD NACIONAL TECNOLÓGICA DE LIMA SUR

Wolfram Alpha

Sy

desmos

**EXAMEN DE MATEMATICA**

**CARRERA:**  
Ing. Ambiental

**DOCENTE:**  
Mg.Ing. Luis Zúñiga

GeoGebra

2021

Wolfram Alpha Sy GeoGebra desmos

# EXAMEN DE MATEMATICA 3

NOTA DEL ALUMNO

**DURACION:** 160 min

DOCENTE:	ZÚÑIGA FIESTAS LUIS ALFREDO		
FACULTAD:	INGENIERÍA AMBIENTAL	FECHA:26/01/21	Semestre 2020-II SECCIÓN: IA04M1 SECCIÓN: IA04M2

1. Graficar y calcular el volumen de la región sólida limitada por el paraboloides  $z=4-x^2-2y^2$  y el plano  $xy$

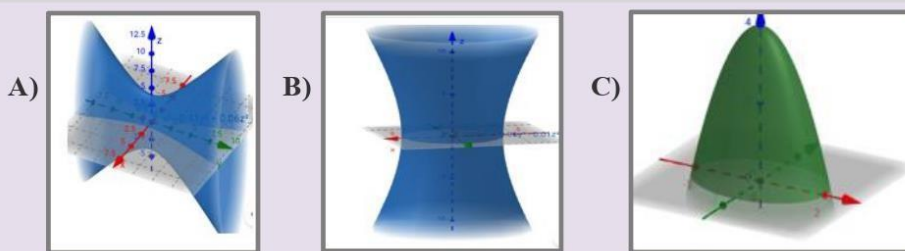
- a)  $8\pi$    b)  $4\sqrt{2}\pi$    c)  $6\sqrt{3}\pi$    d)  $\sqrt{2}\pi$    e) N.A

2. Identificar y dibujar la superficie dada por la ecuación:

$$9y^2 + 4x^2 - x^2 - 18y - 16x + 4x + 21 = 0$$

- a)  $\frac{(y-1)^2}{4} + \frac{(z-2)^2}{9} - \frac{(x-2)^2}{36} = 1$    b)  $\frac{(y-5)^2}{4} + \frac{(z)^2}{9} - \frac{(x-6)^2}{36} = 1$   
 c)  $\frac{(y-1)^2}{4} + \frac{(z-2)^2}{9} - \frac{(x-2)^2}{36} = 1$    d)  $\frac{(y-1)^2}{4} + \frac{(z-2)^2}{9} - \frac{(x-2)^2}{36} = 1$    e) N.A

3. Dadas las siguientes graficas:



Relacione con sus respectivas ecuaciones:

1.  $\frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{3^2} + \frac{z^2}{4^2} = 1$    2.  $\frac{(x-1)^2}{2^2} - \frac{(y-7)^2}{3^2} + \frac{(z-2)^2}{2^2} = 1$    3.  $Z=4-x^2 - 2y^2$

- a) 1a,2b,3c   b)1b,2c, 3a   c) 1b, 2a,3c   d) 1a,2c,3b   e) N.A

4. Identificar y dibujar la superficie dada por la ecuación:

$$x^2 + 2y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z + 3 = 0$$

- a)  $\frac{(x-2)^2}{4^2} - \frac{(y-1)^2}{2^2} + \frac{(z-1)^2}{4^2} = 1$       b)  $z^2 = 2x^2 + y^2$   
c)  $\frac{(x-2)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{2} + \frac{(z-1)^2}{4} = 1$       d)  $x^2 = 2z^2 + y^2$       e) N.A

5. Calcular y graficar un plano tangente a la superficie

$$Z = -4x^2 - y^2 - 3y + 12x - 8 \text{ en el punto } P(2, -3, -1).$$

- a)  $4x - 3y + 1z = 16$       b)  $1x - 3y + 1z = 15$       c)  $5y - 3x + 1z = 10$       d)  $2x - 6y + 1z = 6$   
e) N.A

6. Calcular el volumen del sólido limitado superiormente por  $z = 6 - x^2 - y^2$  con el plano  $z = 2$  aplicando coordenadas polares

- a)  $8\pi u^3$       b)  $v = 9\pi u^3$       c)  $v = 9.1\pi u^3$       d)  $v = 8.1\pi u^3$   
e) N.A.

7. Usando la regla de la cadena, hallar  $\frac{\partial z}{\partial t}$  y  $\frac{\partial z}{\partial s}$  Siendo:  $Z = x^2 - y^2$   
 $x = s \cos t$        $y = t \operatorname{sen} s$

- a)  $2S \cdot \cos t^2 - t^2 \operatorname{sen} 2S$       b)  $S \cdot \operatorname{sen} t^2 - t^2 \operatorname{sen} S$   
c)  $3S \cdot \cos t^2 - t^2 \cos 2S$       d)  $8S \cdot \cos t^2 - t^2 \operatorname{tag} S$       e) N.A

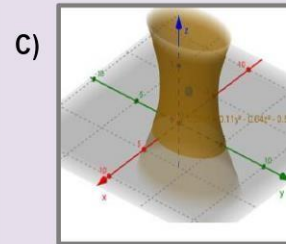
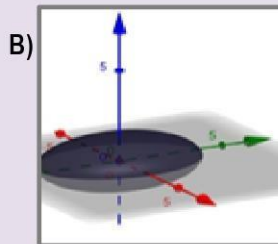
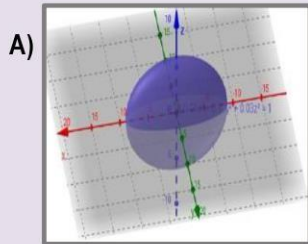
8. Sea S la superficie de ecuación  $z = x^2 + 2y^2$ . Obtener una ecuación Cartesiana del plano tangente a S en  $P = (1, 1, 3)$ .

- a)  $2x + 4y - 1z = 3$       b)  $5x + y - 1z = 0$       c)  $x + 5y - z = 3$   
d)  $9x + y - 1z = 10$       e) N.A

9. Hallar el área encerrada entre las curvas generadas por las dos funciones  $y = 6x - x^2$ ;  $y = x^2 - 2x$  por integrales dobles

- a)  $11/4$       b)  $32/3$       c)  $64/3$       d)  $15/2$       e) N.A

10. Relacione las siguientes graficas:



1.  $\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{3^2} + \frac{z^2}{6^2} = 1$       2.  $\frac{x^2}{\sqrt{14/2}^2} + \frac{y^2}{\sqrt{14}^2} + \frac{z^2}{\sqrt{14/7}^2} = 1$       3.  $\frac{(x-1)^2}{6^2} + \frac{(y-7)^2}{3^2} - \frac{(z-2)^2}{2^2} = 1$

- a) 1a, 2b,3c      b) 1b,2c,3a      c) 2a,1b,3c      d) 1c,2b,3c      e) N.A

11. Hallar el volumen acotada superiormente por la esfera :  $x^2 + y^2 + z^2 = 4^2$  , e inferiormente por el plano  $z = 0$  aplicando integrales dobles:

- a)  $64\pi$       b)  $\frac{128}{3}\pi$       c)  $\frac{64}{3}\pi$       d)  $\frac{32}{3}\pi$   
e) N.A

12. Use coordenadas polares para hallar el volumen del sólido encerrado por la superficie  $-x^2 - y^2 + z^2 = 1$  y el plano  $z = 2$

- a)  $\frac{64}{3}\pi$       b)  $\frac{5}{3}\pi$       c)  $\frac{4}{3}\pi$       d)  $\frac{8}{3}\pi$       e) N.A

13. Se desea hallar el volumen de una piscina acotada inferiormente por el paraboloide  $z = x^2 + y^2$  y superiormente por el plano  $z=9$

- a)  $\frac{31\pi}{2}$       b)  $\frac{81\pi}{2}$       c)  $\frac{80\pi}{3}$       d)  $\frac{31\pi}{6}$       e) N.A

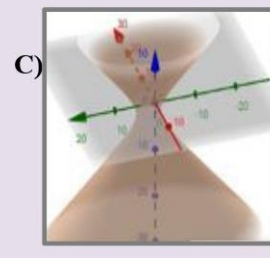
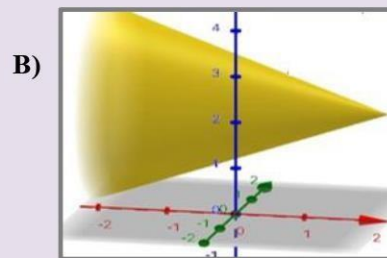
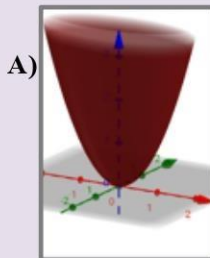
14. Determinar la ecuación del plano tangente. Su ecuación correspondiente es:

$$Z = x^2 + y^2 - 2xy + 2y - 2$$

En el punto P (1,2,3)

- a)  $z = -2x + 4y - 3$       b)  $z = -x + y - 5$       c)  $z = -6x + y - 5$   
 d)  $z = -65x + y$                       e) N.A

15. Relacione las siguientes ecuaciones con sus respectivos nombres y graficas:



1.  $9x^2 + 4y^2 - 4z^2 - 36x - 8y - 24z$       2.  $Z = x^2 + 4y^2$       3.  $\frac{(y-1)^2}{4} + \frac{(z-2)^2}{9} = \frac{(x-2)^2}{36}$

- a) 1a,2b,3c                                      b) 3a,1b,2c                                      c) 2a,3b,1c  
 d) 3b, 1a,2c                                      e) N.A

16. Calcular el valor del área del dominio del semi elipsoide:

$$z = \frac{\sqrt{36 - 36x^2 - 9y^2}}{2}$$

- a)  $4\pi$       b)  $8\pi$       c)  $2\pi$       d)  $10\pi$                                       e) N.A

17. Hallar las derivadas parciales  $Z_{xy}$  ;  $Z_{yy}$  de la siguiente función de varias variables  $Z = x^3y^5 + 3xy - 2x + 3y - 4$  en el punto  $P(-1, -1)$  en ese orden.

- a) 14 y 18                                      b) 15 y 20                                      c) 16 y 22                                      d) 18 y 20  
 e) N.A



18. Hallar el área encerrada entre las curvas generadas de dos botadores ecológicos aplicando integrales dobles

$$y = 3 + 2x - x^2 \quad ; \quad y = x^2 - 4x + 3$$

- a)  $\frac{7}{6}$       b)  $\frac{9}{2}$       c) 9      d) 5      e) N.A

19. Determinar la ecuación del plano tangente a la superficie de un jardín vertical establecido en la Universidad Nacional Tecnológica de Lima Sur. Su ecuación correspondiente es:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 8z - 19 = 0$$

En el punto P (-1,7,1)

- a)  $-6x + 8y + 5z - 36 = 0$       b)  $6x - 8y - 10z + 72 = 0$   
c)  $8x + 6y - 10z - 72 = 0$       d)  $4x + 8y - 5z - 36 = 0$       e) N.A

20. Graficar y calcular la ecuación del plano tangente a la superficie

$$z = -3x^2 - y^2 + 12x - 2y - 10$$

En el punto (4, 1,-13)

- a)  $12x + 4y + z + 39 = 0$       b)  $x - y + z - 9 = 0$   
c)  $12x + 4y + z - 39 = 0$       d)  $4x + y + z - 7 = 0$       e) N.A

## Anexo D: Sesiones del Programa Mathapps

### Sesión 1: Superficies cuádricas (Hiperboloide de dos hojas)

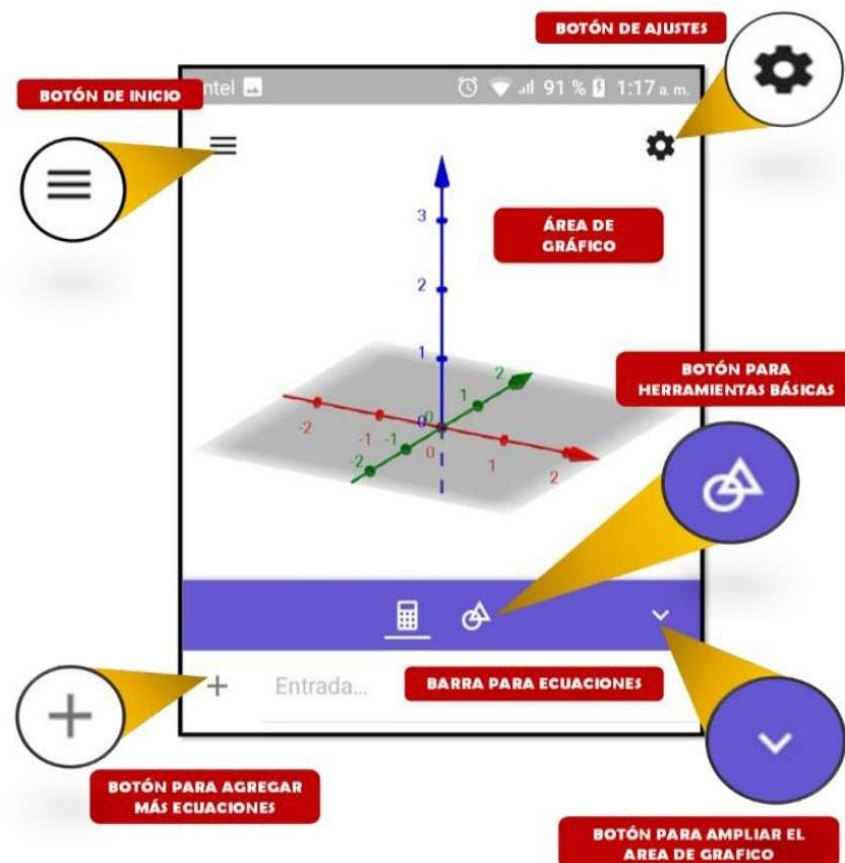
Para esta sesión utilizaremos la aplicación GeoGebra en dicha ecuación

$$4x^2 - y^2 + 2z^2 + 4 = 0$$

- **Paso 1:** Después de instalar GeoGebra, ingrese a la aplicación y se mostrará la siguiente interfaz.

*Figura*

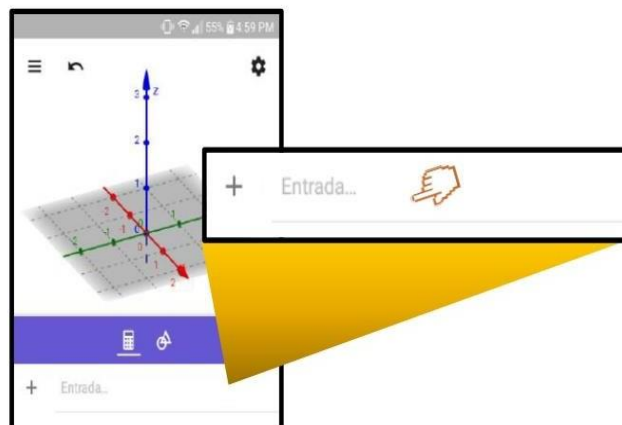
*Pantalla Principal de GeoGebra 3D Móvil*



- **Paso 2:** Después de hacer clic en "Entrada" o "Barra para ecuaciones", se insertará una tecla la cual se escribe la ecuación dada. Al mismo tiempo, cuando la ecuación esté escrita en la parte superior, se formará automáticamente la superficie cuádrica correspondiente.

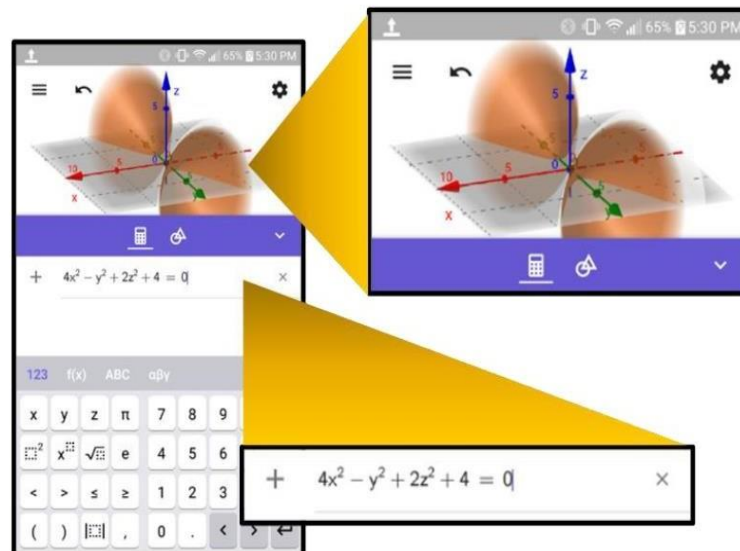
**Figura**

*Barra de ecuaciones o entrada*



**Figura**

*Insertando la ecuación en la entrada*

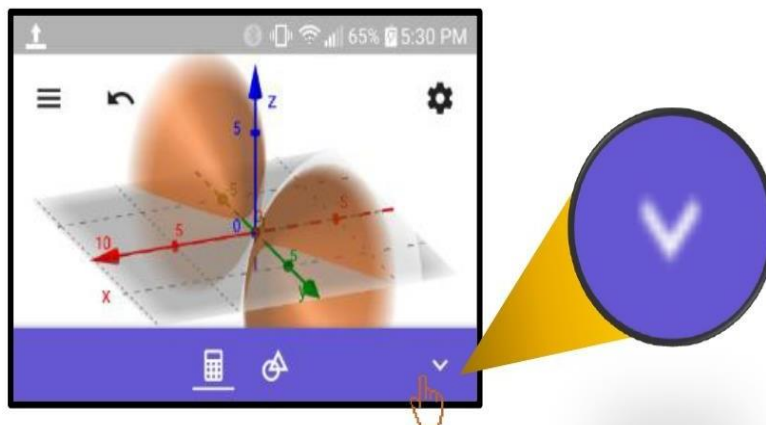




- **Paso 3:** Una vez que presione "V", aparecerá la siguiente interfaz, en la que podremos apreciar con más detalle el hiperboloide de dos hojas.

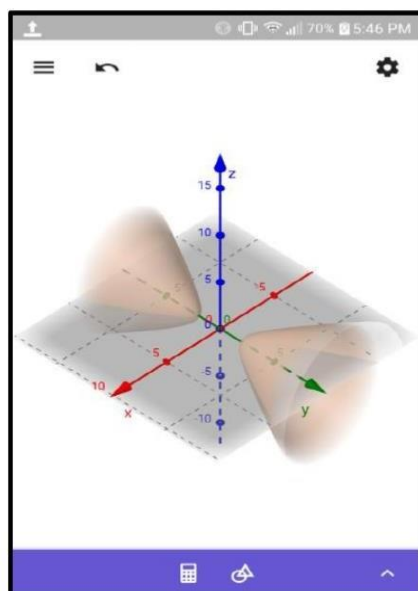
**Figura**

*Para ampliar la grafica*



**Figura**

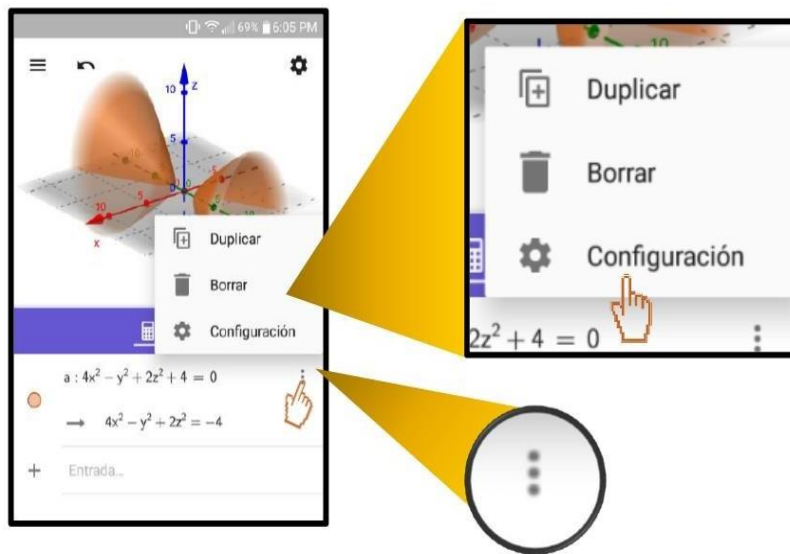
*Pantalla completa de la grafica*



- Paso 4:** Colocamos la ecuación en la figura que acaba de aparecer, que confirmará que la ecuación da gráficamente el hiperboloide de dos hojas. Para hacer esto, debemos presionar los 3 puntos a los lados derecho de la ecuación, procederemos a darle clic a en configuración y presionar "Estilo del rótulo".

**Figura**

Clic a los 3 puntos y configuración



**Figura**

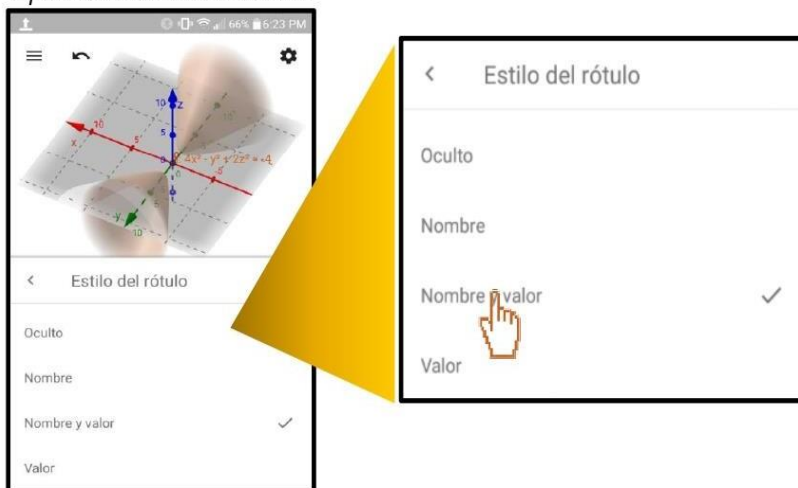
Configuración en GeoGebra



- **Paso 5:** Por último, presionamos NOMBRE Y VALOR y en consecuencia estaremos prácticamente poniendo la ecuación en el gráfico de tercera dimensión.

**Figura**

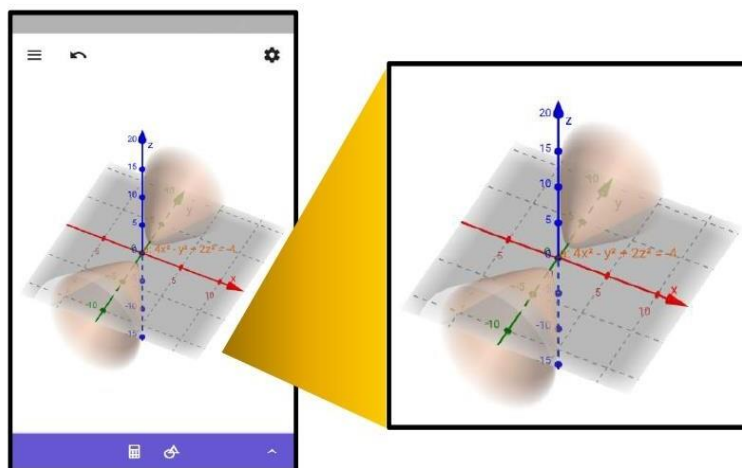
*Opciones de estilo del rótulo*



- **Paso 6:** Finalmente podemos observar aquí los gráficos con toda la información que nos ayudara a comprender mejor el problema.

**Figura**

*Gráfica del hiperboloide de*



## Sesion 2: Superficies cuadradas (Cono Elíptico)

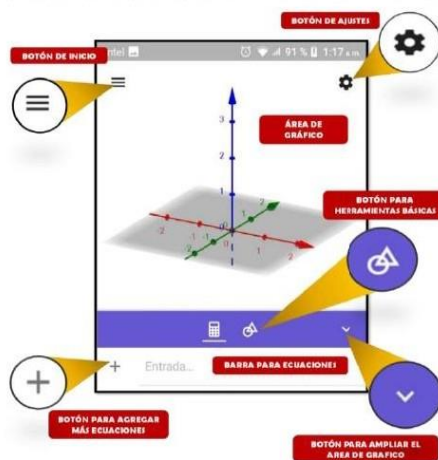
Para esta sesión utilizaremos la aplicación GeoGebra en dicha ecuación

$$z = 9 - \sqrt{x^2 + y^2}$$

- **Paso 1:** Abrimos la aplicación de GeoGebra para observar los ejes de coordenadas.

**Figura**

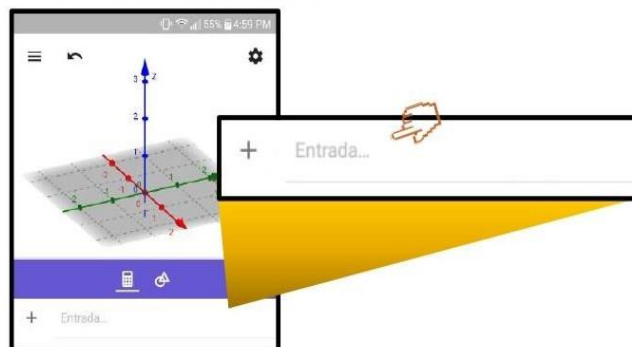
*Pantalla Principal de GeoGebra 3D Móvil*



- **Paso 2:** Después de hacer clic en "Entrada" o "Barra para ecuaciones", la cual se escribe la ecuación dada. Al mismo tiempo, cuando la ecuación esté escrita en la parte superior, se formará automáticamente la superficie cuadrática correspondiente.

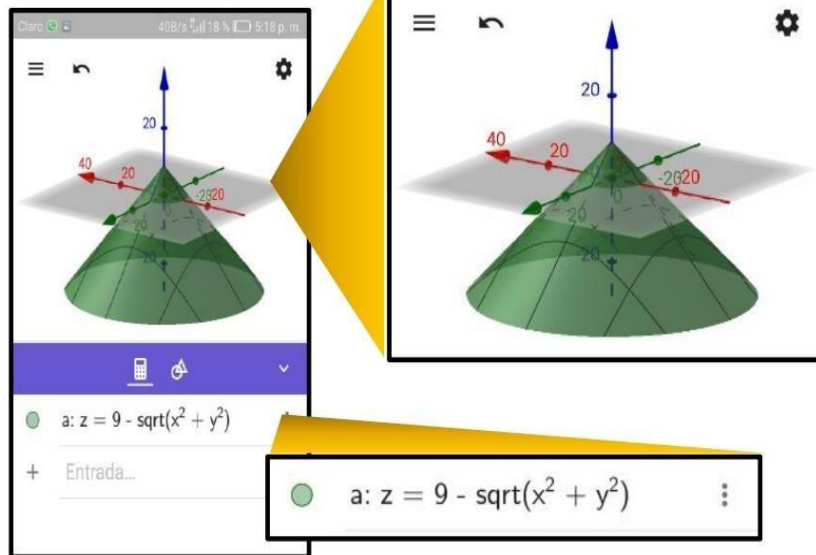
**Figura**

*Barra de ecuaciones o entrada*



## Figura

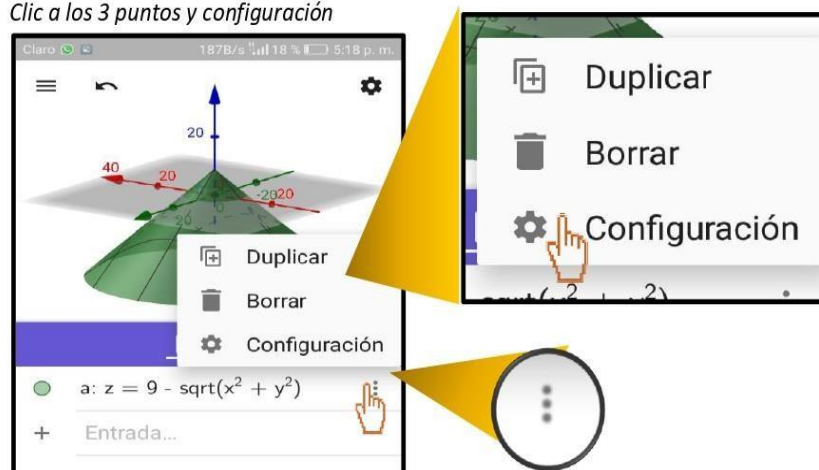
Barra de ecuaciones o entrada



- **Paso 3:** Colocamos la ecuación en la figura que acaba de aparecer, que confirmará que la ecuación da gráficamente el cono elíptico. Para hacer esto, debemos presionar los 3 puntos a los lados derecho de la ecuación, procederemos a darle clic a en configuración y presionar “Estilo del rotulo”.

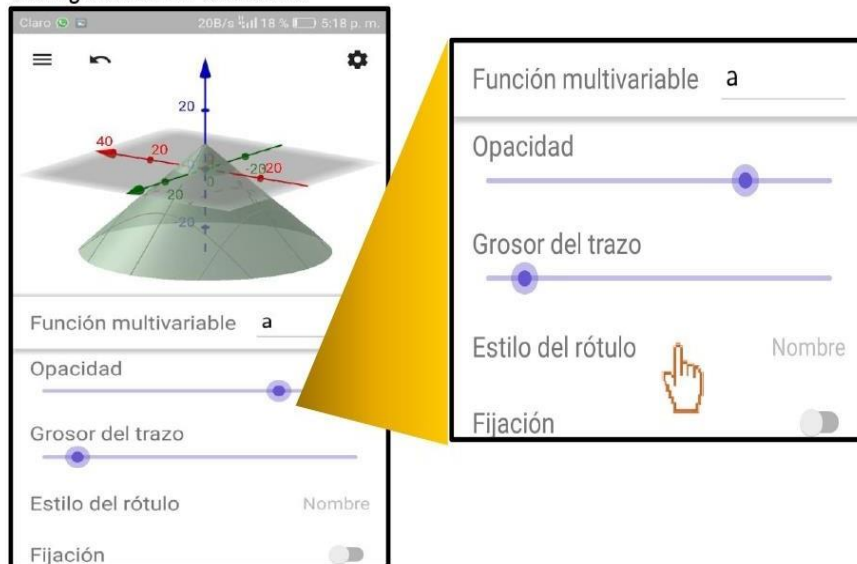
## Figura

Clic a los 3 puntos y configuración



## Figura

### Configuración en GeoGebra



- **Paso 4:** Por último, presionamos NOMBRE Y VALOR y en consecuencia estaremos prácticamente poniendo la ecuación en el gráfico de tercera dimensión.

## Figura

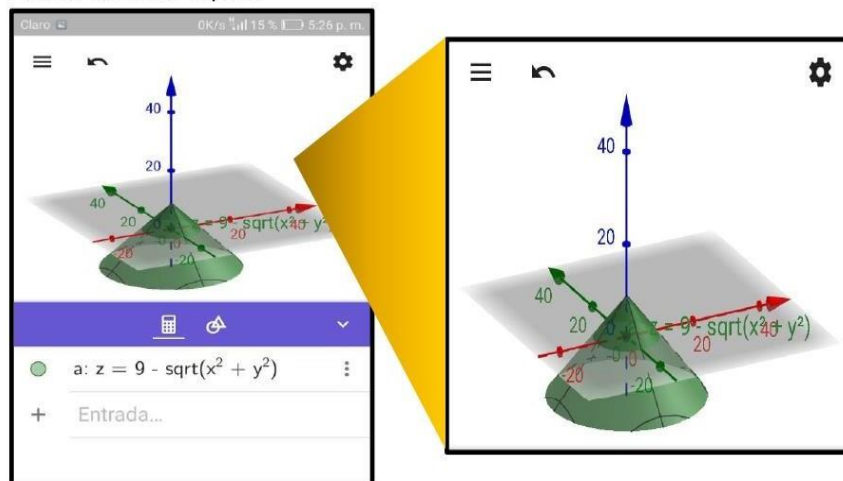
### Opciones de estilo del rótulo



- **Paso 5:** Finalmente podemos observar aquí los gráficos con toda la información que nos ayudara a comprender mejor el problema.

**Figura**

*Gráfica del cono elíptico*



### Sesión 3: Superficies cuadráticas (elipsoide)

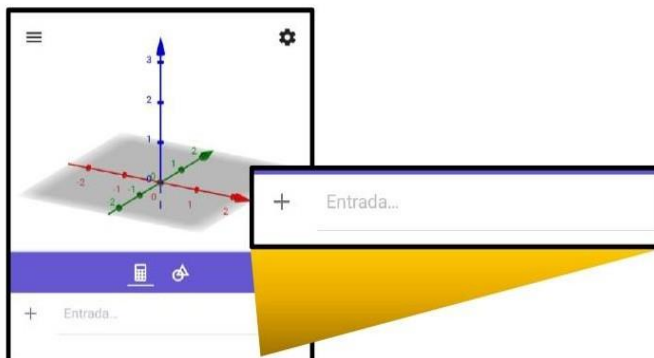
Para esta sesión utilizaremos la aplicación GeoGebra en dicha ecuación

$$x^2 + 4x + 8y^2 + 3z^2 = 1$$

- **Paso 1:** Ya instalada la aplicación, ingresamos y nos lleva a la siguiente ventana. Hacemos clic en el lado izquierdo de la pantalla que dice “entrada” y escribimos la ecuación.

**Figura**

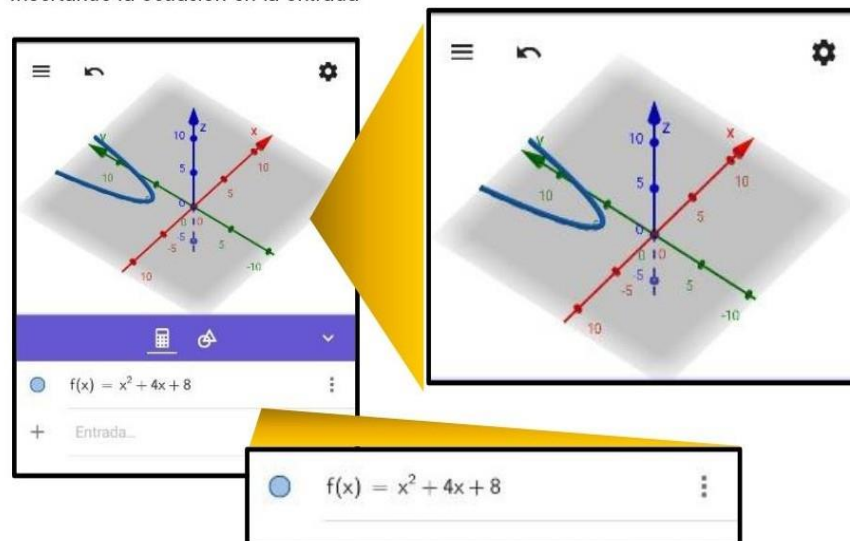
*Barra de ecuaciones o entrada*



- **Paso 2:** Ya haciendo clic en “entrada”, escribimos la ecuación e inmediatamente veremos cómo se va formando la gráfica.

**Figura**

*Insertando la ecuación en la entrada*

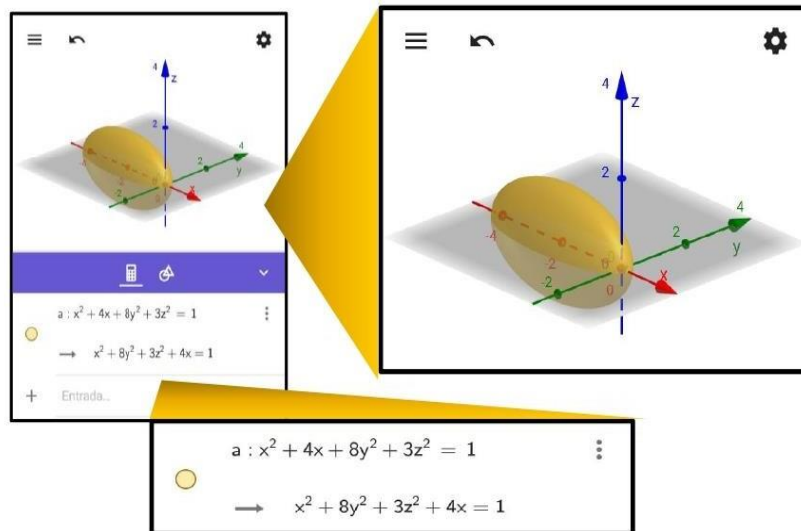




- **Paso 3:** Terminamos de escribir la ecuación y vemos la elipse ya graficada completamente.

**Figura**

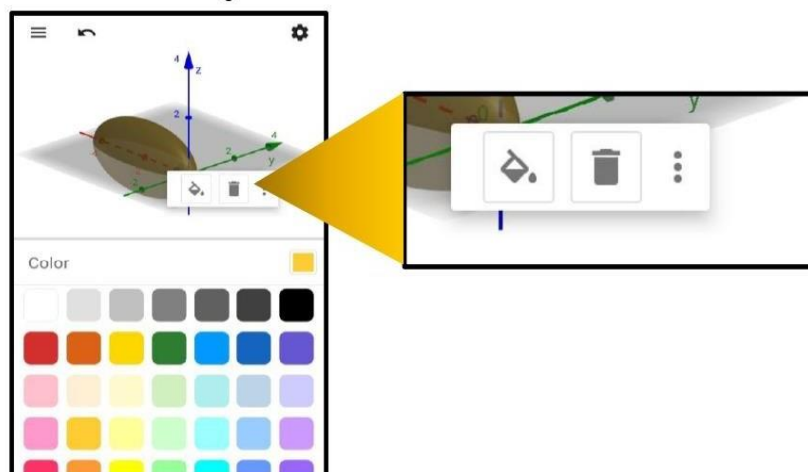
*Insertando la ecuación en la entrada*



- **Paso 4:** GeoGebra también nos da la opción de poder modificar nuestra gráfica, cambiando el color. Al hacer clic en la gráfica, nos da la opción de poder cambia el color de esta. También nos da la opción de eliminar la gráfica.

**Figura**

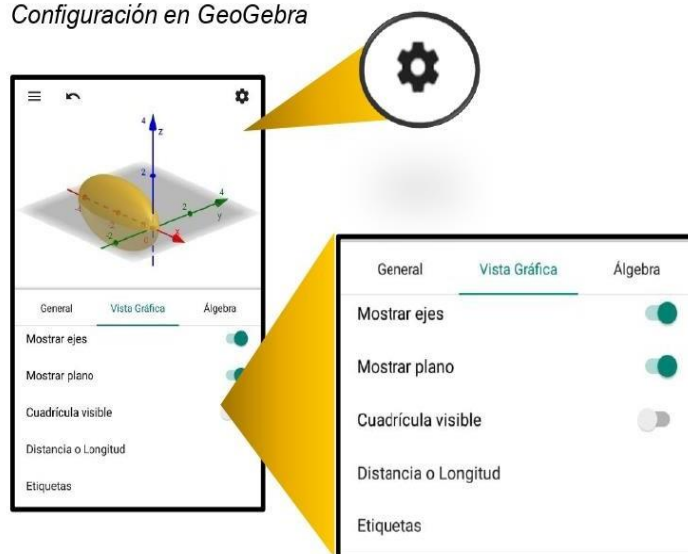
*Cambio de color de la grafica*



- **Paso 5:** Podemos agregar a la gráfica la cuadrícula, o mostrar las coordenadas, cambiar el tamaño de letra, entre otros. Realizamos un clic en configuración y nos da tres opciones en donde podremos colocar las coordenadas, cambiar la vista, mostrar ejes, poner etiquetas, entre otros.

**Figura**

*Configuración en GeoGebra*



## Sesión 4: Derivadas Parciales

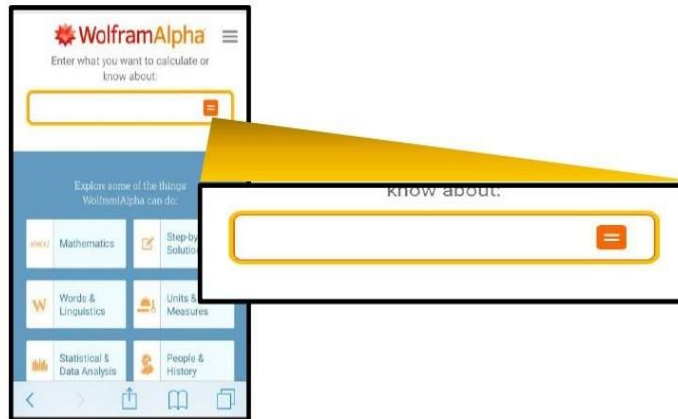
Resolver la siguiente derivada parcial.

$$\frac{d}{dy} 6x + 3xy^3 + 4y^2 + 7z^5$$

- **Paso 1:** para resolver esta derivada utilizaremos Wólfram Alpha. Entramos a la app y ubicamos en el espacio para escribir la ecuación. Hacemos clic en esta barra para así poder escribir la ecuación.

**Figura**

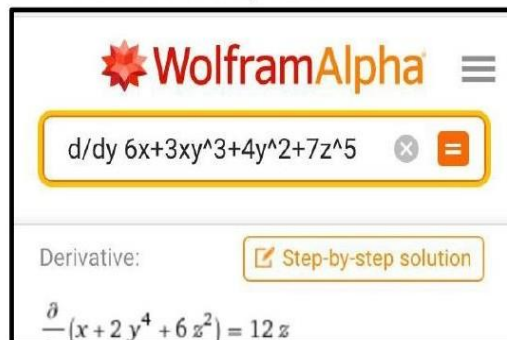
*Pantalla Principal de WolframAlpha*



- **Paso 2:** Para que Wólfram Alpha reconozca que queremos sacar su derivada parcial, debemos colocar d/dy escribiendo la variable con respecto a la que queremos la derivada parcial.

**Figura**

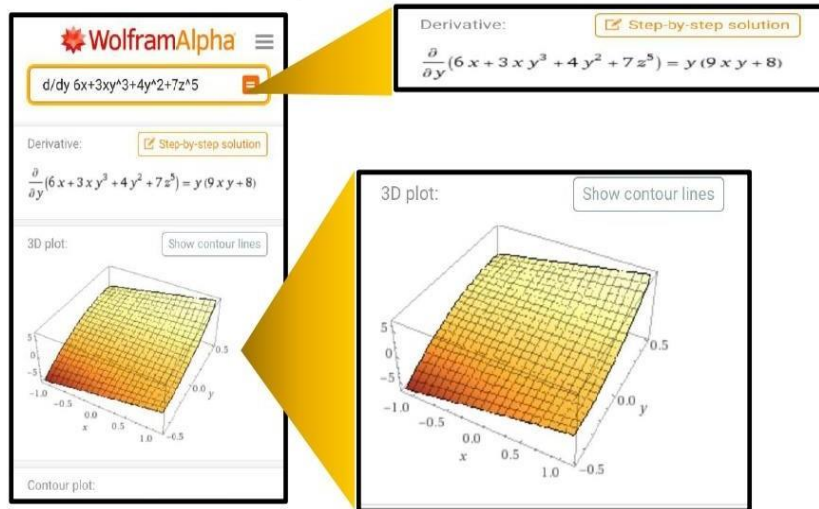
*Insertando la derivada parcial*



- **Paso 3:** observamos que debajo de la barra nos da la solución del problema, así como a su vez no da el dominio y el rango de la ecuación. Solución que nos brinda Wólfram Alpha en donde factoriza y nos da una gráfica.

**Figura**

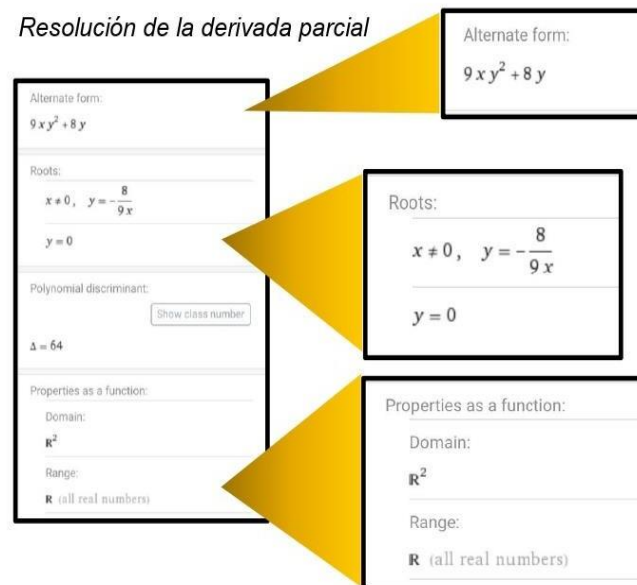
*Resolución de la derivada parcial*



- **Paso 4:** podemos ver las diferentes soluciones que nos brinda la app. Otra solución en donde no factoriza, puntos críticos, dominio y rango.

**Figura**

*Resolución de la derivada parcial*



## Sesión 5: Derivadas parciales

Halle las derivadas parciales de la siguiente función

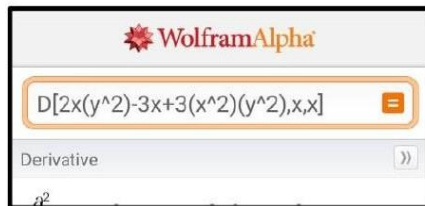
$$z = F(x; y) = 2xy^2 - 3x + 3x^2y^2$$

- a)  $F_{xx}(x; y)$
- b)  $F_{yy}(x; y)$
- c)  $F_{xy}(x; y)$
- d)  $F_{yx}(x; y)$

- **Paso 1:** Se escribe la letra "d" mayúscula para indicar al software matemático que se quiere realizar una derivación.

### Figura

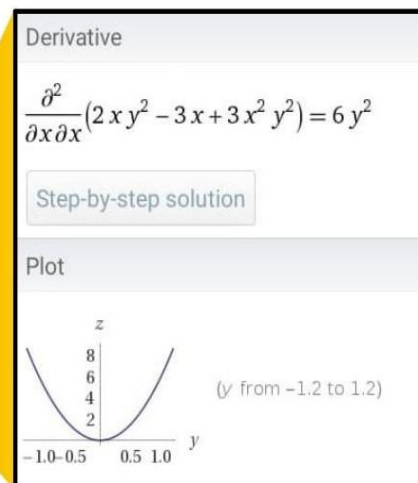
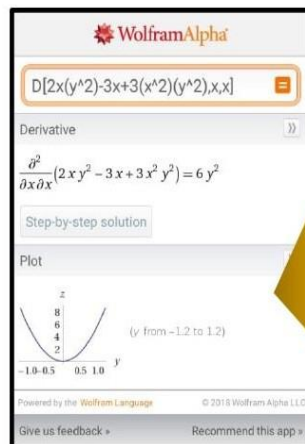
Insertando la derivada parcial



- **Paso 2:** Colocar entre paréntesis la función a derivar, por último, colocar las variables en orden a derivar separándolos mediante comas. De esta manera se coloca X, X para resolver el problema a).

### Figura

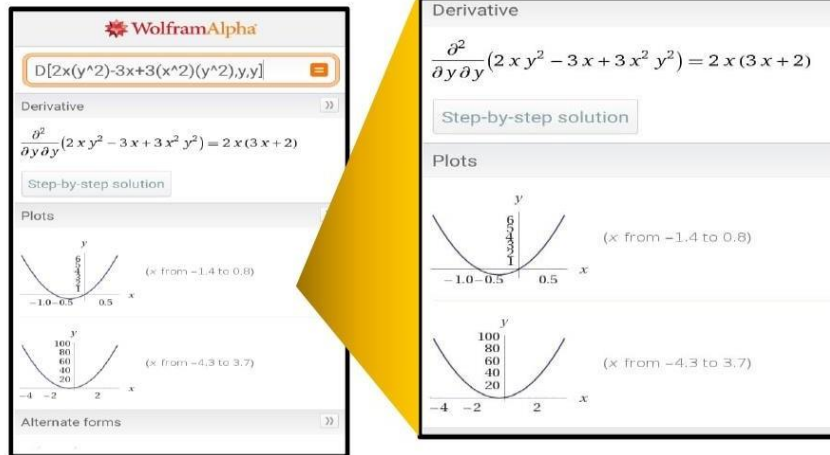
Gráficas de derivadas



- **Paso 3:** Para resolver el problema b) se realiza el mismo procedimiento que el paso 2 y se coloca de la siguiente manera Y, Y. por último se procede aceptar.

**Figura**

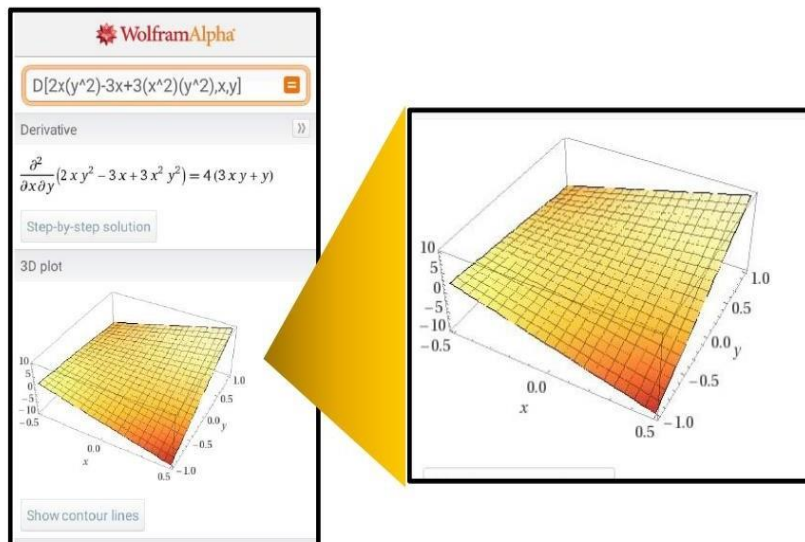
*Resolución analítica*



- **Paso 4:** Para resolver el problema c) y d) se realiza el mismo procedimiento que el paso 2 y se coloca de la siguiente manera X, Y ó Y, X por último se procede aceptar. Pues por teoría se sabe que  $F_{yx}(x; y) = F_{xy}(x; y)$

**Figura**

*Gráfica 3d de una derivada*



## Sesión 6: Plano Tangente

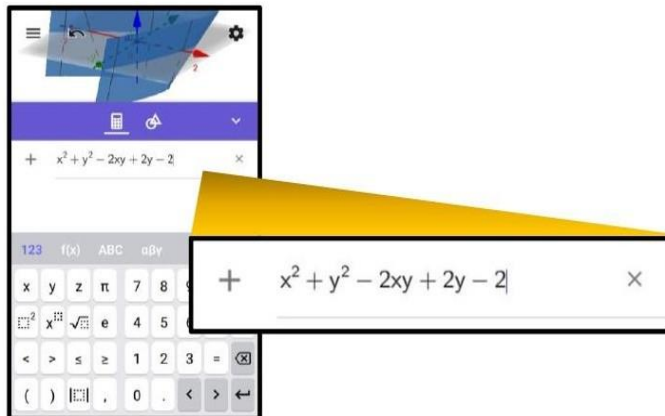
Determinar la ecuación del plano tangente y la recta normal a la superficie de ecuación

$$Z = x^2 + y^2 - 2xy + 2y - 2 \text{ en el punto } P(1,2,3)$$

- **Paso 1:** Utilizamos Geómetra 3D para saber qué tipo de gráfico es insertando la ecuación.

**Figura**

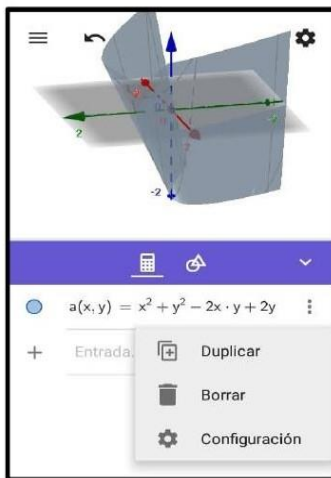
*Insertando la ecuación en la entrada*



- **Paso 2:** para ponerle nombre y valor a tu gráfico debemos seguir los siguientes pasos y así tendrás un gráfico más detallado, indicado en la **sesión 1**

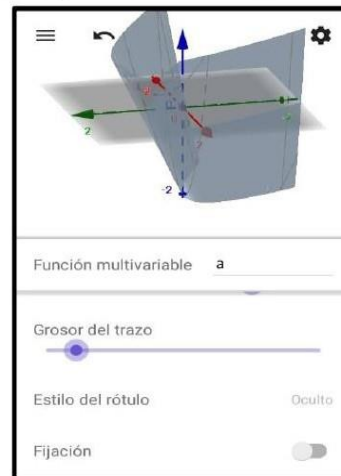
**Figura**

*Clic a los 3 puntos*



**Figura**

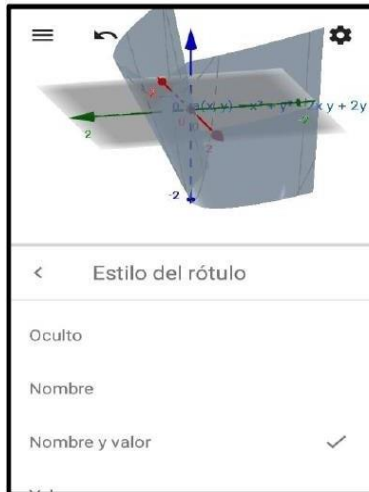
*Configuración en GeoGebra*





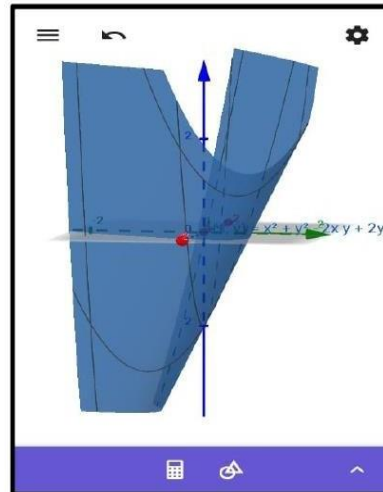
**Figura**

*Opciones de estilo del rótulo*



**Figura**

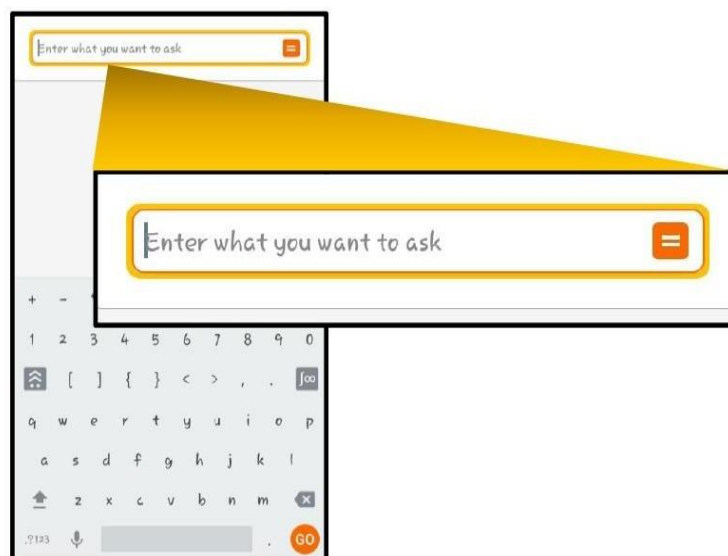
*Gráfica de la ecuación*



- **Paso 3:** hallamos las derivadas parciales usando la aplicación de WALFRAM ALPHA. Se observa la interfaz al abrir la aplicación, luego para hacer la derivada se escribe en la parte superior la palabra “derivate” y por consiguiente la ecuación que quieras derivar

**Figura**

*Pantalla Principal de WolframAlpha*

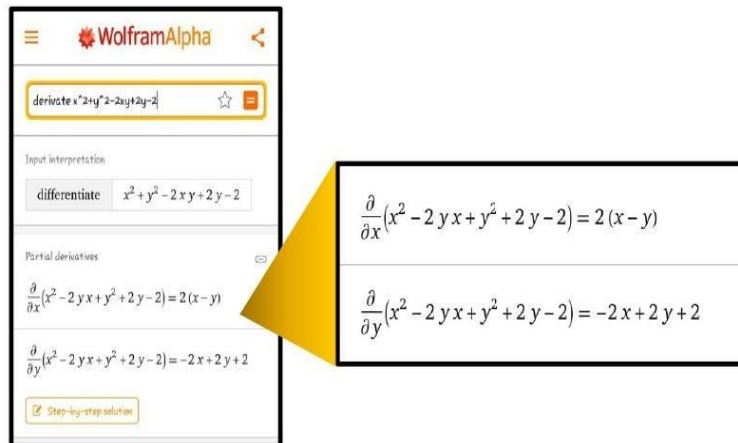




- **Paso 4:** Aquí podemos apreciar las derivadas en “x” y “y” de la ecuación.

**Figura**

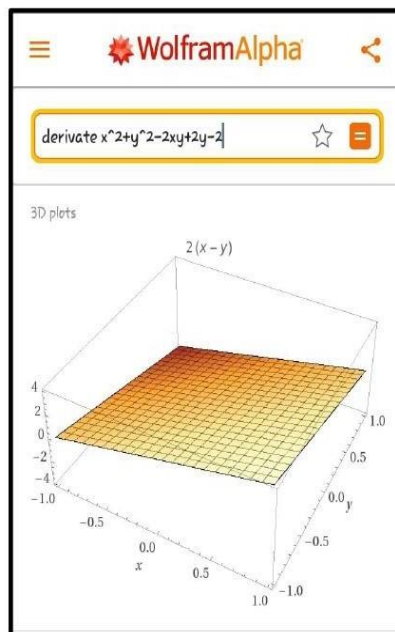
Resolución de la ecuación WolframAlpha



- **Paso 5:** WALFRAM ALPHA también te muestra el dominio de X y dominio de Y

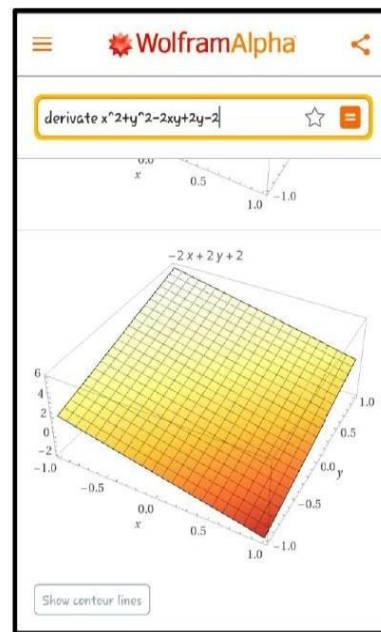
**Figura**

Dominio de la X



**Figura**

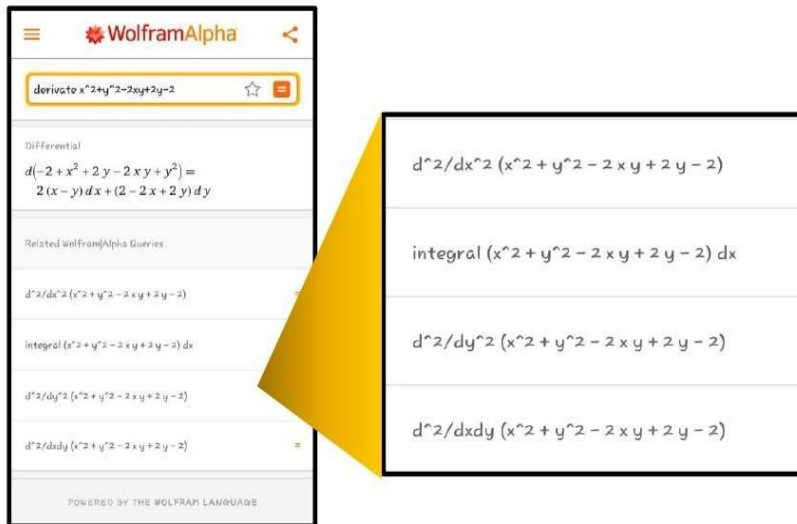
Dominio de la Y



- **Paso 6:** Comparación de la resolución en el programa de WolframAlpha

**Figura**

Resolución de la ecuación WolframAlpha



$$\frac{dz}{dx} = 2x - 2y; \quad \frac{dz}{dy} = 2y - 2x + 2$$

En el punto  $P(1,2,3)$  las derivadas parciales son:  $\left[\frac{dz}{dx}\right]_P = -2$ ;  $\left[\frac{dz}{dy}\right]_P = 4$

Luego la ecuación del plano tangente en el punto  $P(1,2,3)$  es:

$$(Z - Z_0) = \left[\frac{dz}{dx}\right]_P (X - X_0) + \left[\frac{dz}{dy}\right]_P (Y - Y_0) \rightarrow x - 3 = -2(x - 1) + 4(y - 2)$$

o bien,  $x = -2x + 4y - 3$  simplificando y la ecuación de la recta normal es:

$$\frac{(X - X_0)}{\left[\frac{dz}{dx}\right]_P} = \frac{(Y - Y_0)}{\left[\frac{dz}{dy}\right]_P} = \frac{Z - Z_0}{-1} \rightarrow \frac{X - 1}{-2} = \frac{Y - 2}{4} = \frac{Z - 3}{-1}$$

## Sesión 7: Plano Tangente

Graficar el plano tangente de la superficie  $z = 3x^2 + y^2 - 12x^2 - 2y + 15$ , en el punto  $P(3,3,9)$

- Completando cuadrados al paraboloides elíptico:

$$z = 3(x-2)^2 + (y-1)^2 + 2 \quad V(2,1,2)$$

$$F_x = 6x - 12 = 6(3) - 12 = 6$$

$$F_y = 2y - 2 = 2(3) - 2 = 4$$

$$P: 6(x-3) + 4(y-3) = z-9$$

$$6x - 18 + 4y - 12 - z + 9 = 0$$

$$P: 6x + 4y - z - 21 = 0$$

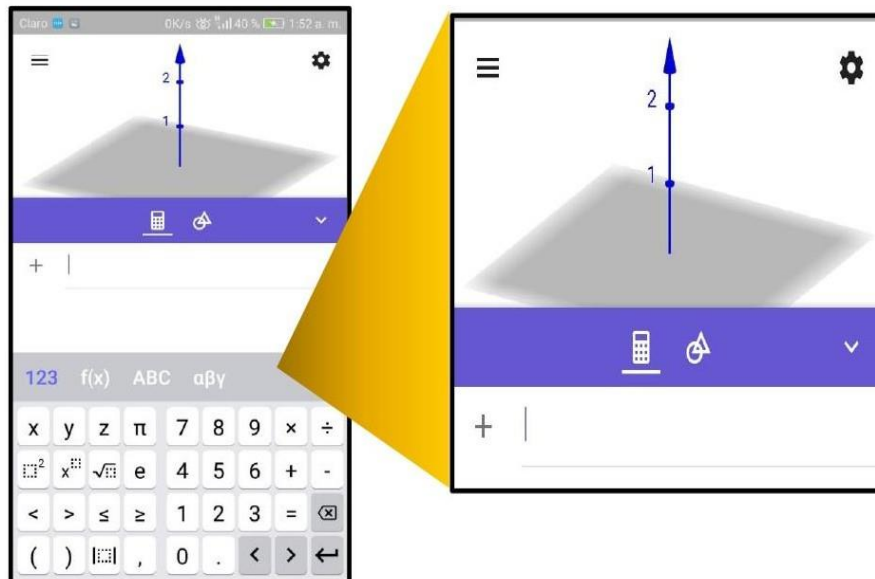
Gradiente:

$$\nabla F = (6, 4)$$

- **PASO 1:** Utilizamos Geómetra 3D para saber qué tipo de gráfico es insertando la ecuación.

**Figura**

*Insertando la ecuación en la entrada*



- **PASO 2:** Escribimos en la entrada 1 la ecuación del paraboloides elíptico, y en las siguientes entradas la ecuación del plano y los puntos, respectivamente.

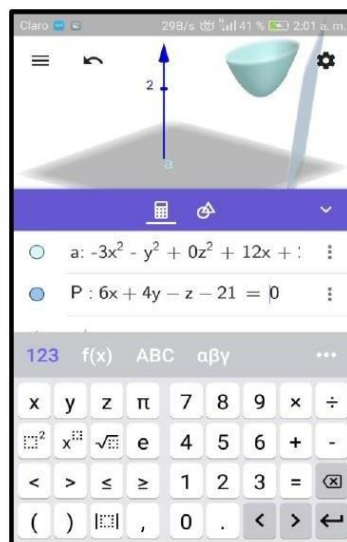
**Figura**

*Insertando la ecuación en la entrada*



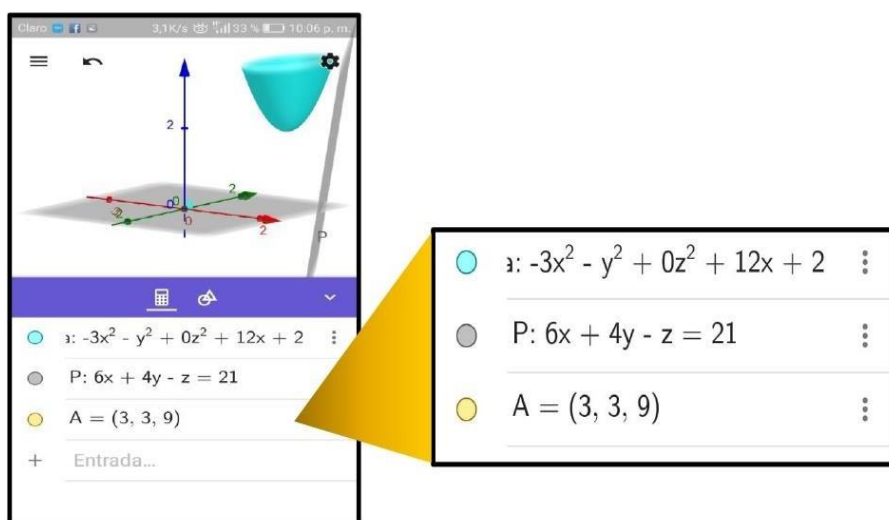
**Figura**

*Insertamos la segunda ecuación*



**Figura**

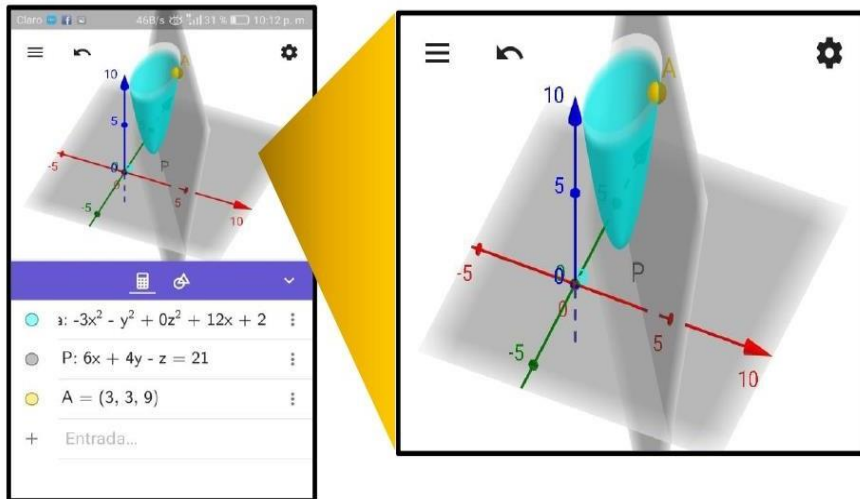
*Insertando los puntos en la entrada*



- **PASO 3:** Movemos la figura de la superficie para tener una mejor visualización de los puntos

**Figura**

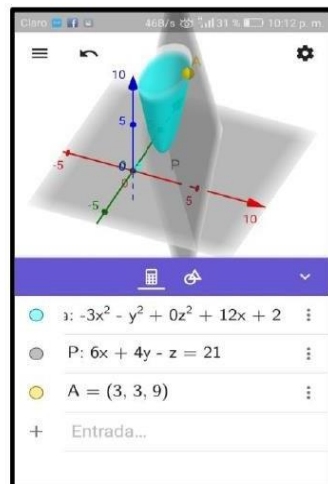
*Intersección del punto*



- **PASO 4:** Hacemos click en los tres puntos de la ecuación de la superficie, luego en configuración, en estilo de rotulo y en nombre y valor, respectivamente, y aparecera la ecuacion al costado de la grafica. Se hace lo mismo con el plano y el punto. Como en la **sesion 1**

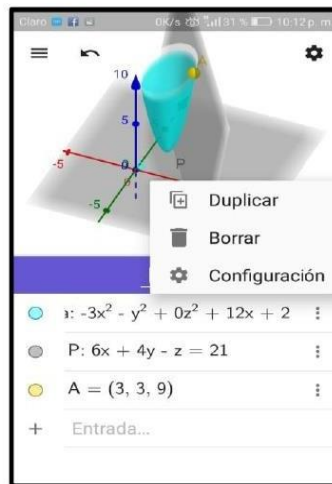
**Figura**

*Inserción de las superficies*



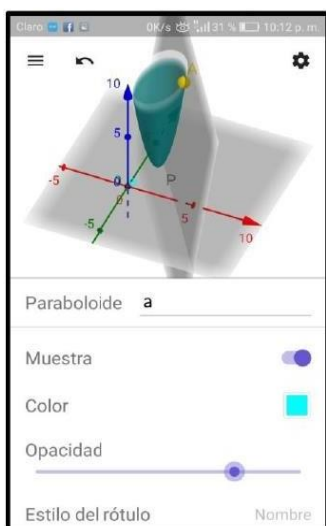
**Figura**

*Clic en los 3 puntos*



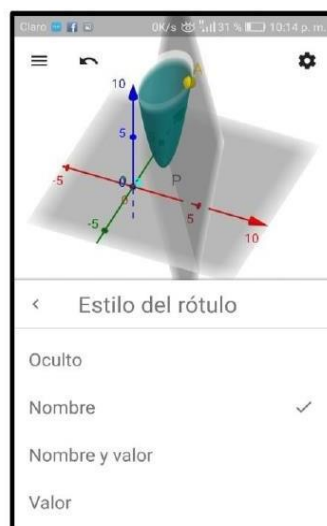
**Figura**

Configuración de GeoGebra



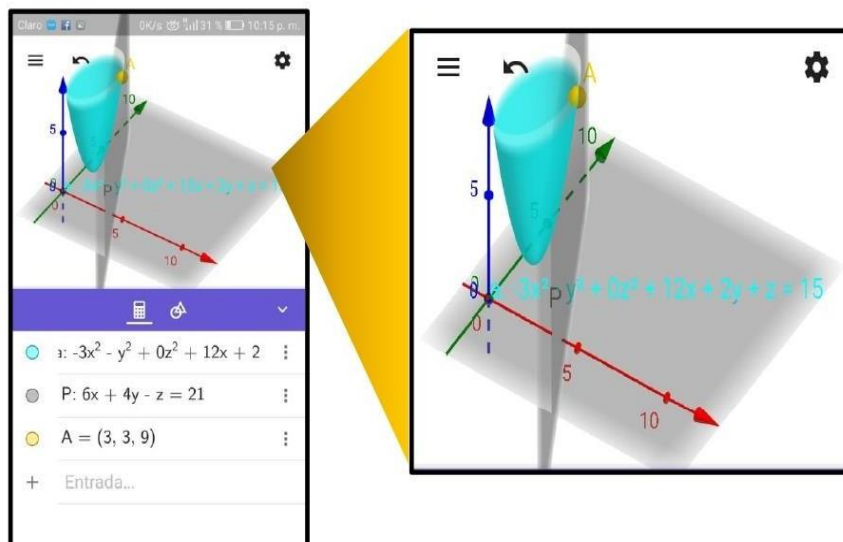
**Figura**

Estilo del rótulo



**Figura**

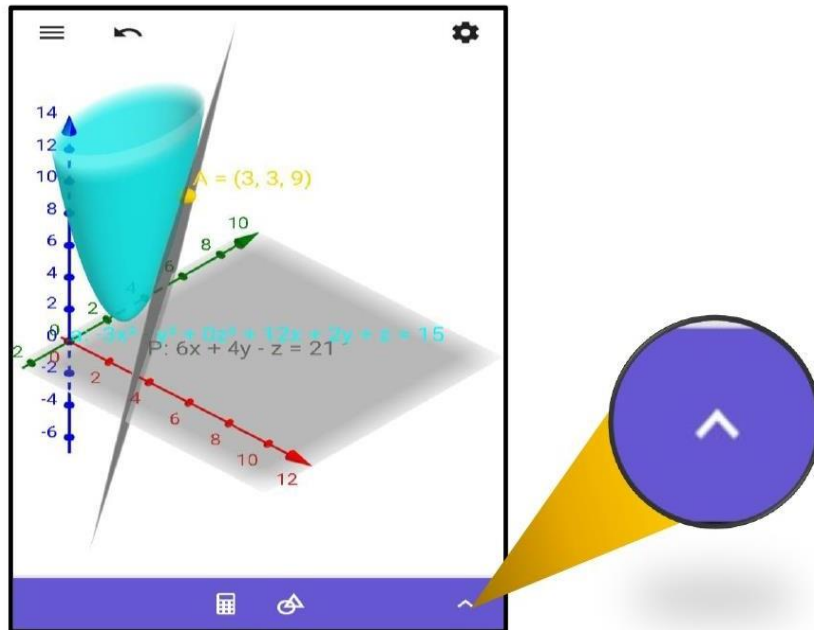
Nombre y valor de la superficie



- **PASO 5:** Ampliamos la imagen con el “V” para visualizar las superficies con las ecuaciones visualizadas.

**Figura**

*Imagen completa de las superficies*



## Sesión 8: Plano Tangente

Tenemos dos montañas cubiertas totalmente de hielo las cuales coinciden en un punto en

Graficar el plano tangente a la superficie:

$$X^2 - 10 - Y^2 - 8X + 4Y - Z = 0 \dots \dots \dots (\infty)$$

En el punto (8,4,-10)

Solución operativa:

$$\begin{aligned} Z &= X^2 - 10 - Y^2 - 8X + 4Y \\ Z &= X^2 - 8X - Y^2 + 4Y - 10 \\ Z &= (X - 4)^2 - 16 - (Y - 2)^2 + 4 - 10 \\ Z &= (X - 4)^2 - (Y - 2)^2 - 22 \\ Z + 22 &= (X - 4)^2 - (Y - 2)^2 \end{aligned}$$

$$P: G_x(P_0)X + G_y(P_0)Y + G_z(P_0)Z = \nabla G(P_0) \cdot P_0$$

$$P: 8X + (-4)Y + (-1)Z = (8, -4, -1) \cdot (8, 4, -10)$$

$$P: 8X - 4Y - Z = 64 - 16 + 10$$

$$P: 8X - 4Y - Z = 58$$

$$P: 8X - 4Y - Z - 58 = 0$$

$$\begin{aligned} G_{X(X,Y,Z)} &= 2X - 8 \\ G_{Y(X,Y,Z)} &= -2Y + 4 \\ G_Z(X,Y,Z) & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_X(8,4,-10) &= 8 \\ G_Y(8,4,-10) &= -4 \end{aligned}$$

$$G_Z(8,4,-10) = -1$$

$$\nabla G_{(X,Y,Z)} = (2X - 8, -2Y + 4, -1)$$

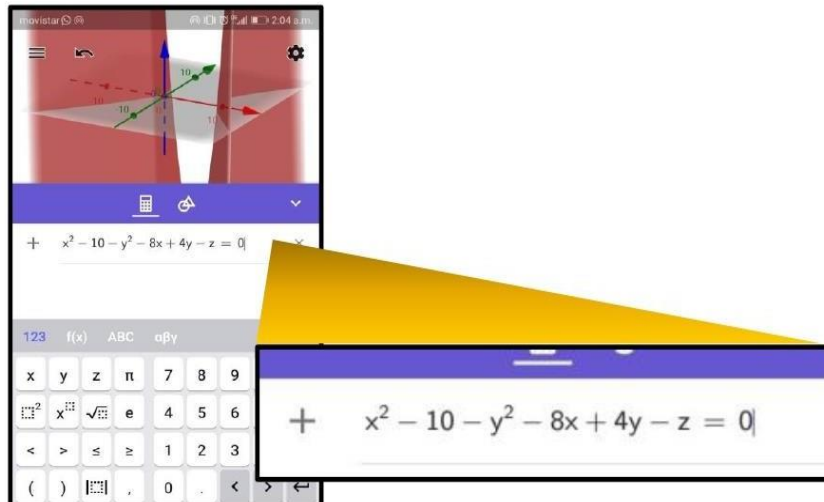
$$\nabla G_{(X,Y,Z)} = (8, -4, -1)$$



- **Paso 1:** Una vez abierto, introducir la ecuación "a" en la barra donde dice ENTRADA.

**Figura**

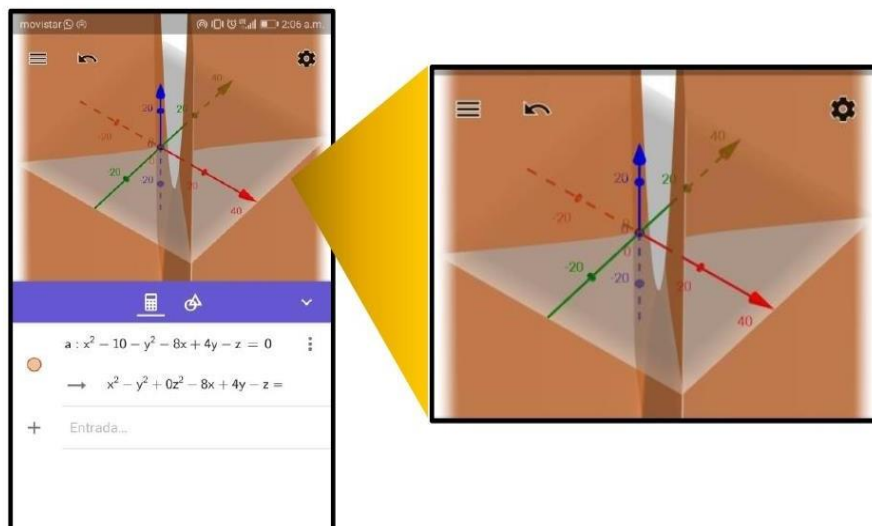
*Insertamos la ecuación*



- **Paso 2:** Hacer clic en el botón ENTER ubicado en la esquina derecha inferior de la pantalla y obtenemos la gráfica de la ecuación.

**Figura**

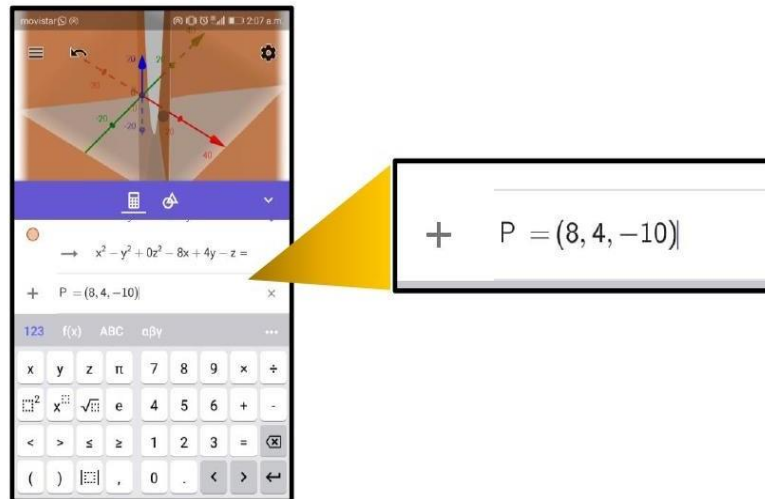
*Gráfica de la ecuación*



- **Paso 3:** Vamos nuevamente a la barra que dice ENTRADA y damos clic para digitar el punto P (8,4,-10)

**Figura**

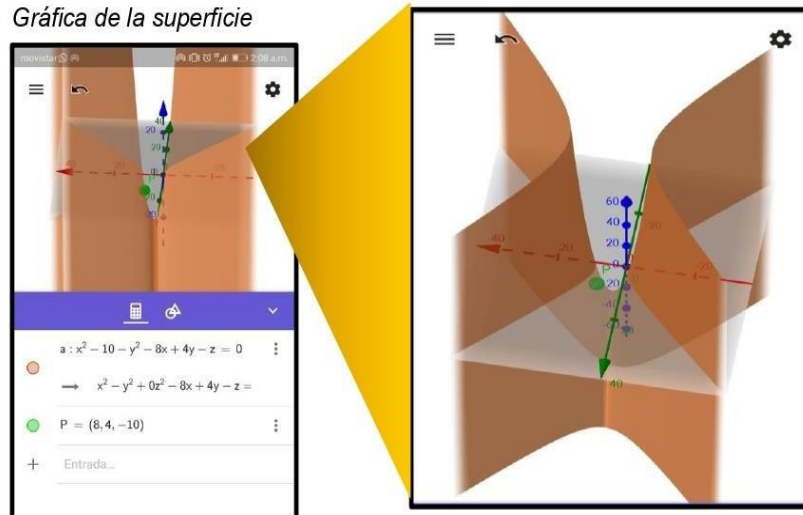
*Insertamos los 3 puntos*



- **Paso 4:** Ponemos el botón ENTER y obtendremos el Punto Tangente en la gráfica. Si queremos ver la gráfica hacemos clic en la fecha abajo que se encuentra en la línea de morada de opciones.

**Figura**

*Gráfica de la superficie*



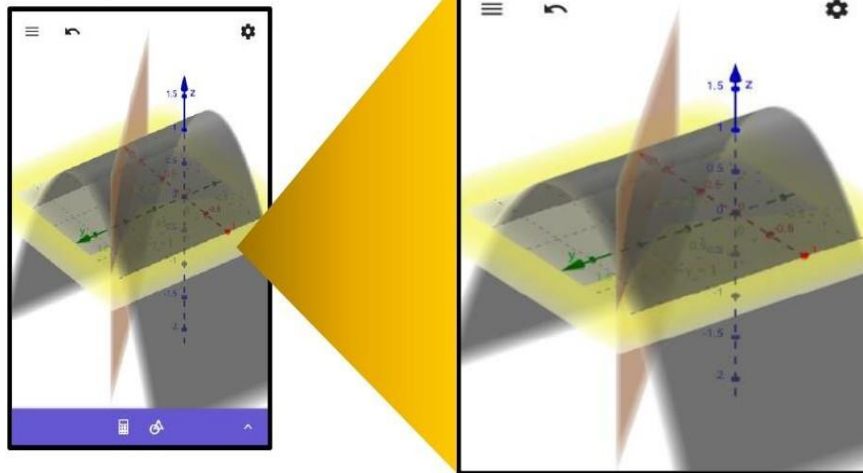
## Sesión 9: Cálculo de áreas y volúmenes aplicando integrales

Graficar y calcular el volumen del sólido formado por los planos  $Z = 0$ ;  $Y = 1 - X$  y acotado superiormente por  $Z = 1 - X^2$

- **Paso 1:** Graficaremos con las ecuaciones, el sólido que nos piden, con referencia a las sesiones de superficies cuádricas, utilizaremos la aplicación de GeoGebra 3d.

**Figura**

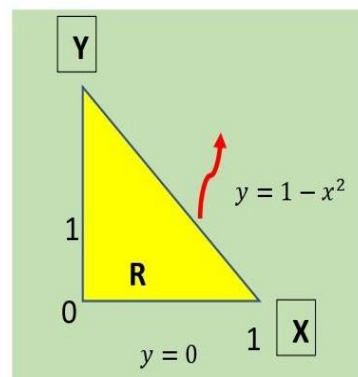
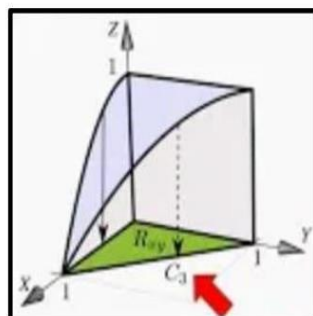
*Las 3 Superficies cuádricas intersecadas*



- **Paso 2:** Ahora vamos a calcular la región de integración que simplemente es la base del sólido. Una vez ya ingresado las ecuaciones podemos observar el tipo de sólido que se muestra en la gráfica.

**Figura**

*Sólido de las 3 Superficies*



Aquí podemos ver que la base de este solido es un triángulo también ya podemos darles los límites a las variables X e Y.

$$0 \leq x \leq 1$$

$$0 \leq y \leq 1 - x$$

Ahora con estos valores crearemos la ecuación.

$$\int_0^1 \int_0^{(1-x)} (1 - x^2) dy dx$$

- **Paso 3:** En este paso utilizaremos la aplicación de “Symbolab” y veremos la siguiente interfaz. Una vez escrita la integral doble solo debemos presionar la tecla “IR”

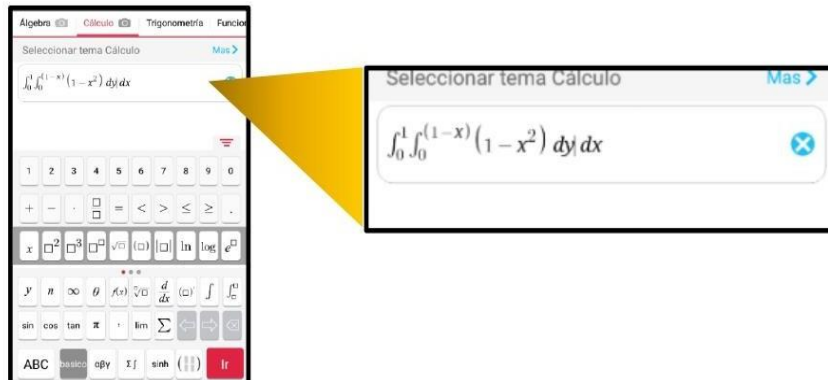
**Figura**

*Pantalla Principal de Symbolab*



**Figura**

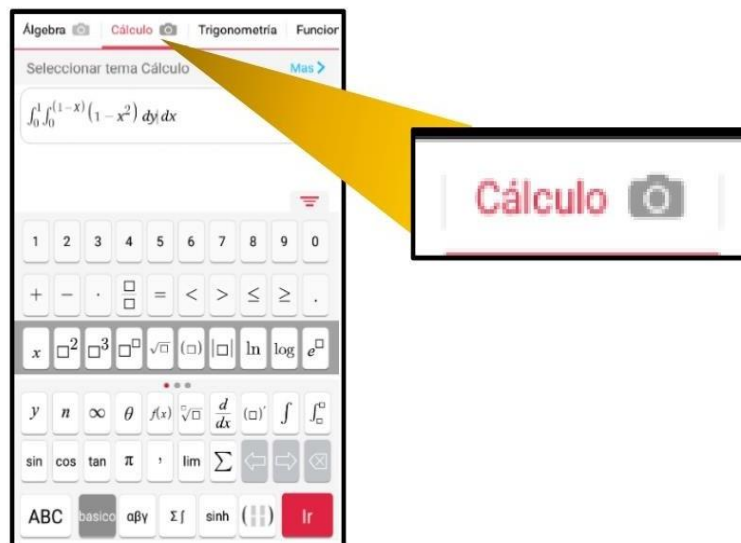
*Intersección de las integrales*



- **Paso 4:** Presionamos donde dice CALCULO y posterior a eso simplemente estaremos colocando la integral doble. A continuación, veremos el resultado con sus respectivos pasos.

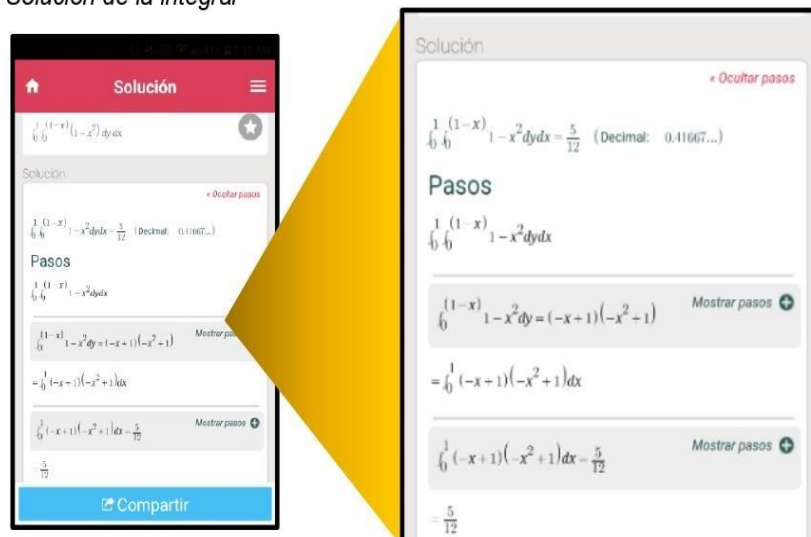
**Figura**

Oprimir CALCULO



**Figura**

Solución de la integral



## Sesión 10: Cálculo de áreas y volúmenes aplicando integrales

Encontrar el volumen en el primer octante, acotado inferiormente por el paraboloides  $z=x^2+y^2$ , el cilindro  $y^2=x$  y los planos  $y=x, z=0$

$$V = \int_0^1 \int_x^{x^2} \int_0^{x^2+y^2} dz dy dx = 3/35 u^3 = 0.0857$$

- **Paso 1:** Usaremos la aplicación de WolframAlpha. Presionamos en (Enter what you want to a) e Ingresamos los datos de la integración triple.

### Figura

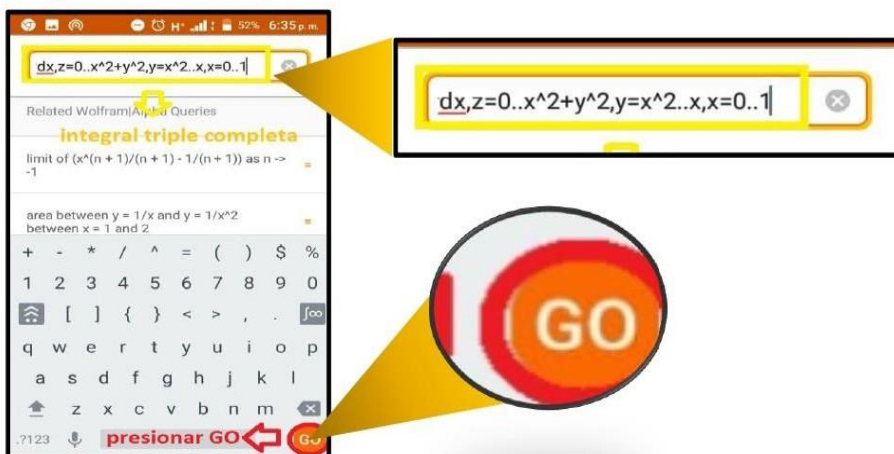
Pantalla principal de Wólfram Alpha



- **Paso 2:** Una vez completada la integral, presionar en (GO). Esperamosa que cargue, recordar que esta aplicación requiere de internet para su funcionamiento

### Figura

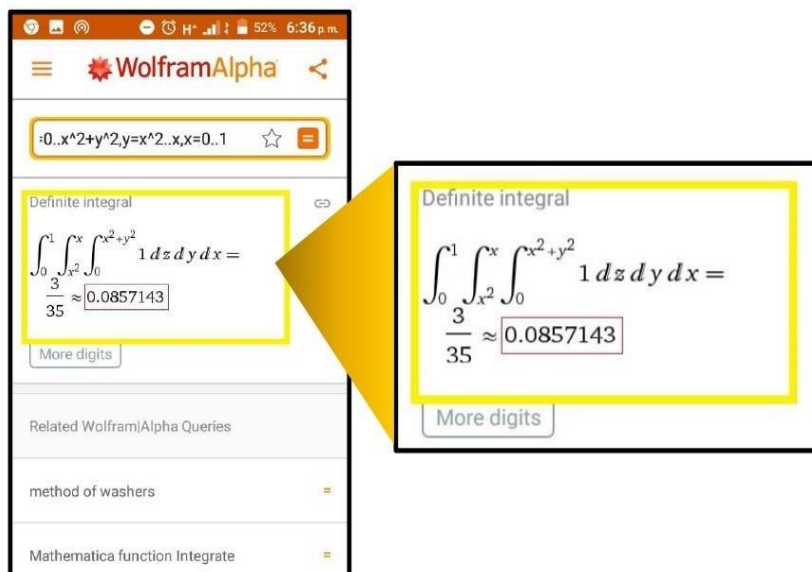
Integrales en wolfram Alpha



- **Paso 3:** Esperar que cargue, recordar que esta aplicación requiere de internet para su funcionamiento. Finalmente obtenemos la solución de la integral triple

**Figura**

*Resolución de integrales en Wólfram Alpha*





### Sesión 11: Cálculo de áreas y volúmenes aplicando integrales

Encuentre el área de la superficie  $z = x^2 + y^2$  bajo el plano  $z = 9$

**Solución:**

- La parte designada G de la superficie proyecta sobre la región circular S interior al círculo  $x^2 + y^2 = 9$  entonces  $f_x = 2x$ ,  $f_y = 2y$
- Entonces la ecuación del área de la región G será

$$A(G) = \iint_S \sqrt{4x^2 + 4y^2 + 1} dA$$

- Pasando a coordenadas polares.

$$A(G) = \int_0^{2\pi} \int_0^3 \sqrt{4r^2 + 1} r dr d\theta$$

$$A(G) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{8} \left[ \frac{2}{3} (4r^2 + 1)^{3/2} \right]_0^3 d\theta$$

$$A(G) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{12} (37^{3/2} - 1) d\theta$$

$$A(G) = \frac{\pi}{6} (37^{3/2} - 1) \approx 117.32$$

- **Paso 1:** teniendo la ecuación general  $z = x^2 + y^2$ , que vendría hacer la superficie, por el cual pasara el plano  $z=9$ . Ahora pasaremos a graficar la ecuación con GeoGebra.

**Figura**

*Icono de la aplicación*

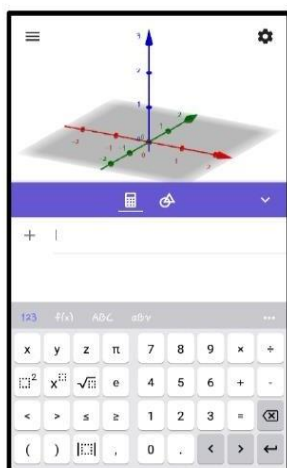




- **Paso 2:** Introducimos la ecuación  $z = x^2 + y^2$  para obtener la superficie en la barra, mostrada en la figura2. En la figura3 vemos la ecuación graficada y el plano secante  $z=2$

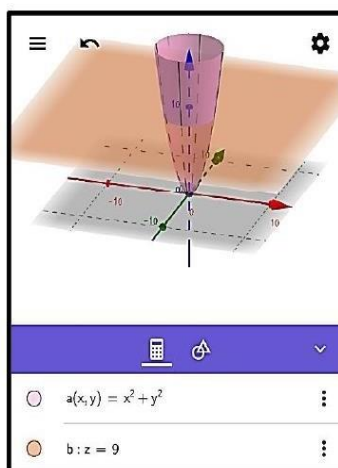
**Figura**

*Pantalla Principal de GeoGebra*



**Figura**

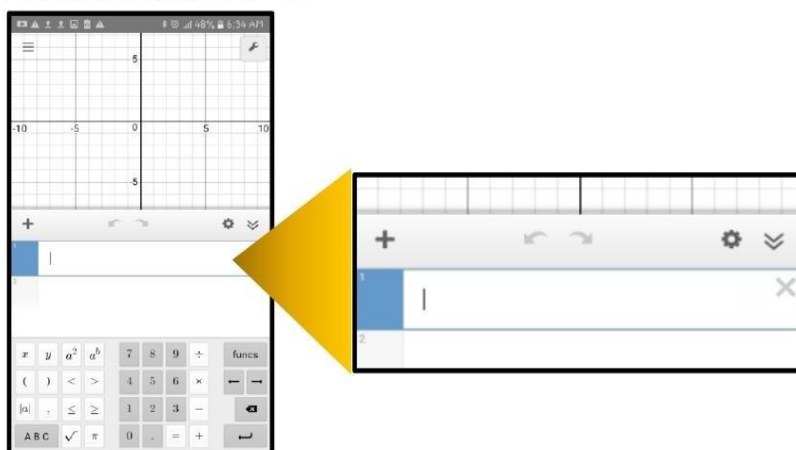
*Insertamos la ecuación*



- **Paso 3:** Calcularemos el área de la superficie (s) en el plano XY, con desmos. Al momento de abrir desmos figura 5, vemos una barra en donde se reemplazará la siguiente ecuación  $x^2 + y^2 = 0$ , luego se pasa a reemplazar los siguientes valores  $z = 9$  como se muestra en la figura

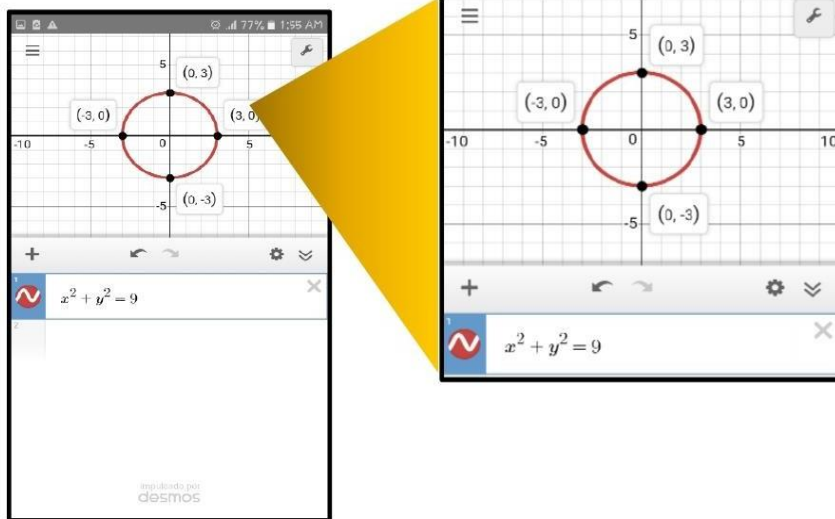
**Figura**

*Pantalla Principal de Desmos*



### Figura

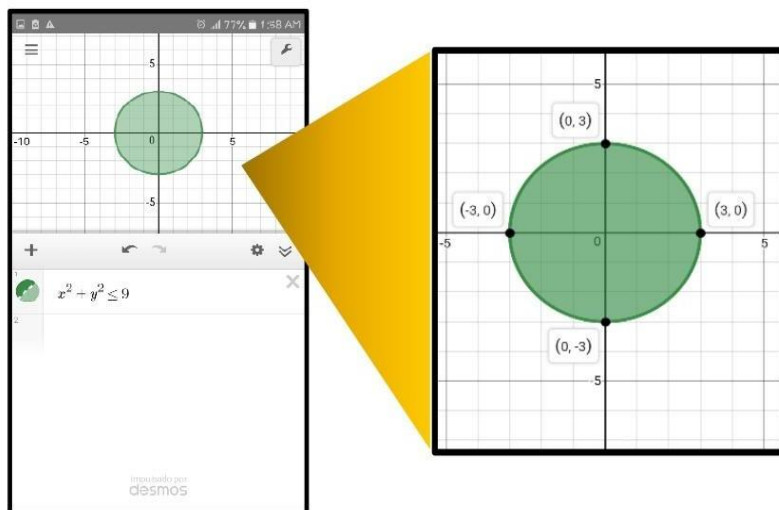
Pantalla Principal de Desmos



- **Paso 4:** Vemos la superficie, se sombrea escribiendo la ecuación y para hallar sus puntos de intersección con los ejes, solo se le da clic en los cuatro vértices como se muestra en la figura.

### Figura

Pantalla Principal de Desmos



- **Paso 5:** Pasaremos a la resolución del área con wólfram Alpha. Comenzaremos con la primera integral.

**Figura**

*Resolución de integrales en Wólfram Alpha*

Definite integrals

$$\int_0^3 \sqrt{4r^2+1} r dr = \frac{1}{12} (37\sqrt{37}-1) \approx 18.672$$

Possible intermediate steps

Compute the definite integral:

$$\int_0^3 r \sqrt{4r^2+1} dr$$

For the integrand  $r\sqrt{4r^2+1}$ , substitute  $u = 4r^2 + 1$  and  $du = 8r dr$ . This gives a new lower bound  $u = 1 + 4 \cdot 0^2 = 1$  and upper bound  $u = 1 + 4 \cdot 3^2 = 37$ :

$$= \frac{1}{8} \int_1^{37} \sqrt{u} du$$

For the integrand  $r\sqrt{4r^2+1}$ , substitute  $u = 4r^2 + 1$  and  $du = 8r dr$ . This gives a new lower bound  $u = 1 + 4 \cdot 0^2 = 1$  and upper bound  $u = 1 + 4 \cdot 3^2 = 37$ :

$$= \frac{1}{8} \int_1^{37} \sqrt{u} du$$

**Figura**

*Gráfico de la integral*

Visual representation of the integral

Visual representation of the integral

**Figura**

*Resolución de integrales en Wólfram Alpha*

Apply the fundamental theorem of calculus. The antiderivative of  $\sqrt{u}$  is  $\frac{2}{3} u^{3/2}$ :

$$= \frac{u^{3/2}}{12} \Big|_1^{37}$$

Evaluate the antiderivative at the limits and subtract.

$$\frac{u^{3/2}}{12} \Big|_1^{37} = \frac{37^{3/2}}{12} - \frac{1^{3/2}}{12} = \frac{1}{12} (37\sqrt{37}-1)$$

Answer:

$$= \frac{1}{12} (37\sqrt{37}-1)$$

- **Paso 6:** Aquí calculamos la segunda integral, el resultado será dividido entre 12 y la solución es decir el área total.

$$\frac{1407.8}{12} = 117.32\mu^2$$

**Figura**

*Resolución de integrales en Wólfram Alpha*

WolframAlpha interface showing the input: `integrate((37^3-1) from 0 to 2pi`. The result is  $\int_0^{2\pi} (\sqrt{37^3-1}) dx = 2(37\sqrt{37}-1)\pi \approx 1407.8$ .

Possible intermediate steps:  
 Compute the definite integral:  
 $\int_0^{2\pi} (37\sqrt{37}-1) dx$

Apply the fundamental theorem of calculus.  
 The antiderivative of  $37\sqrt{37}-1$  is  $(37\sqrt{37}-1)x$ :  
 $= (37\sqrt{37}-1)x \Big|_0^{2\pi}$

Evaluate the antiderivative at the limits and subtract.  
 $(37\sqrt{37}-1)x \Big|_0^{2\pi} = (37\sqrt{37}-1)(2\pi) - (37\sqrt{37}-1)0 = 2(37\sqrt{37}-1)\pi$

Detailed steps shown in the yellow callout:  
 $\int_0^{2\pi} (\sqrt{37^3-1}) dx = 2(37\sqrt{37}-1)\pi \approx 1407.8$   
 Possible intermediate steps  
 Compute the definite integral:  
 $\int_0^{2\pi} (37\sqrt{37}-1) dx$   
 Apply the fundamental theorem of calculus.  
 The antiderivative of  $37\sqrt{37}-1$  is  $(37\sqrt{37}-1)x$ :  
 $= (37\sqrt{37}-1)x \Big|_0^{2\pi}$

**Figura**

*Resolución de integrales en Wólfram Alpha*

WolframAlpha interface showing the input: `integrate((37^3-1) from 0 to 2pi`. The result is  $\int_0^{2\pi} (37\sqrt{37}-1) dx$ .

Possible intermediate steps:  
 Compute the definite integral:  
 $\int_0^{2\pi} (37\sqrt{37}-1) dx$

Apply the fundamental theorem of calculus.  
 The antiderivative of  $37\sqrt{37}-1$  is  $(37\sqrt{37}-1)x$ :  
 $= (37\sqrt{37}-1)x \Big|_0^{2\pi}$

Evaluate the antiderivative at the limits and subtract.  
 $(37\sqrt{37}-1)x \Big|_0^{2\pi} = (37\sqrt{37}-1)(2\pi) - (37\sqrt{37}-1)0 = 2(37\sqrt{37}-1)\pi$

Answer:  
 $= 2(37\sqrt{37}-1)\pi$

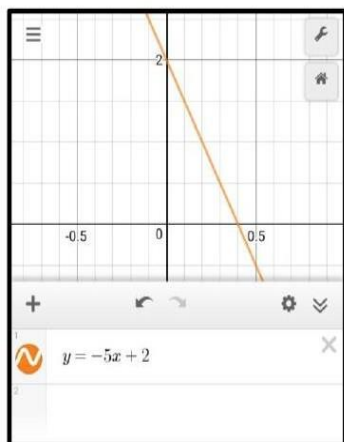
Detailed steps shown in the yellow callout:  
 Apply the fundamental theorem of calculus.  
 The antiderivative of  $37\sqrt{37}-1$  is  $(37\sqrt{37}-1)x$ :  
 $= (37\sqrt{37}-1)x \Big|_0^{2\pi}$   
 Evaluate the antiderivative at the limits and subtract.  
 $(37\sqrt{37}-1)x \Big|_0^{2\pi} = (37\sqrt{37}-1)(2\pi) - (37\sqrt{37}-1)0 = 2(37\sqrt{37}-1)\pi$   
 Answer:  
 $= 2(37\sqrt{37}-1)\pi$

## Sesión 12: Cálculo de áreas y volúmenes aplicando integrales

se construye una casa en medio del bosque con las siguientes dimensiones  $y = -5x + 2$  que se encuentra entre  $(0,1)$ . Hallar el área que debe tener la casa

### Figura

Insertamos la ecuación en Desmos



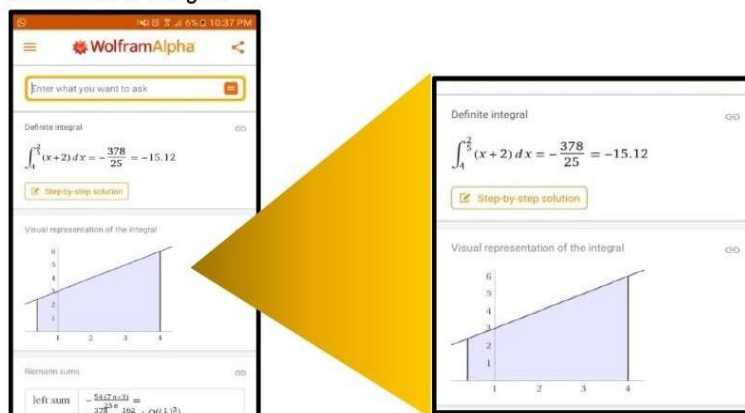
Para hallar el área:  $\int_0^{2/5} -5x + 2 \, dx - \int_{2/5}^1 (-5x + 2) \, dx$

a. Empezaremos por la primera integral:  $\int_0^{2/5} -5x + 2 \, dx$

- **Paso 1:** Para integrar utilizaremos la aplicación wólfram Alpha, abriremos la aplicación y nos aparecerá la siguiente imagen.

### Figura

Grafica de la integral



- Paso 2:** Para representar la integral se escribirá "integrate" y seguido la ecuación  $-5x + 2$ , luego para colocar los limites de integración se escribirá "from" seguido de 0 y luego la palabra "to" seguido del  $2/5$  y presionamos en "Go". Nos aparecerá la resolución de la integral junto con su respectiva grafica

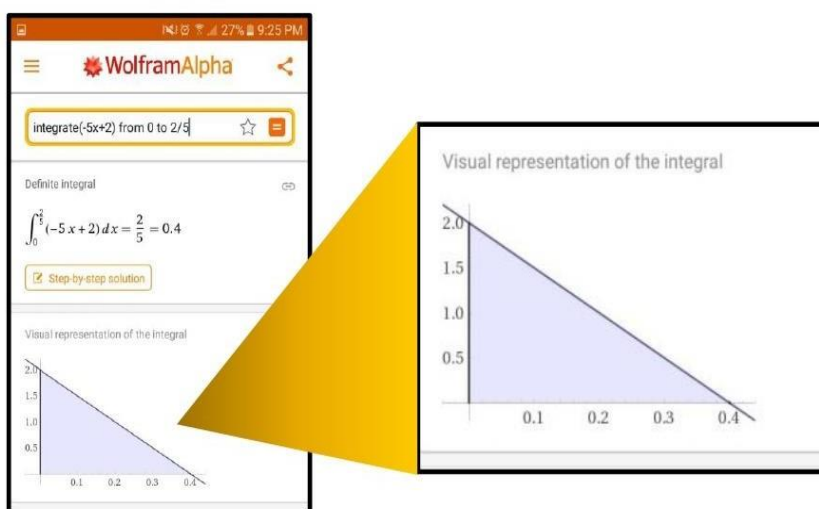
**Figura**

*Insertamos el integral en Wólfram Alpha*



**Figura**

*Grafica de la integral en Wólfram Alpha*



b. Seguiremos con la segunda integral  $\int_{2/5}^1 (-5x + 2) dx$

- **Paso 3:** Para representar la integral se escribirá "integrate" y seguido la ecuación  $-5x + 2$ , luego para colocar los limites de integración se escribirá "from" seguido de  $2/5$  y luego la palabra "to" seguido del 1 y presionamos en "Go"

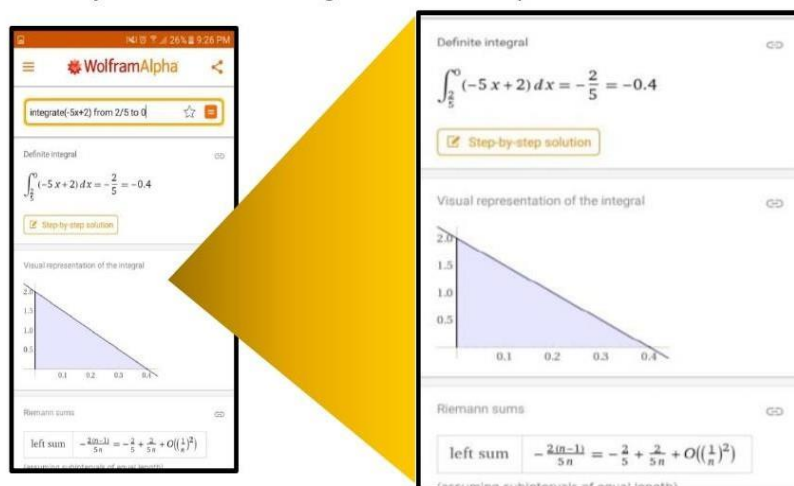
**Figura**

Insertamos el integral en Wólfram Alpha



- **Paso 4:** Nos aparecerá la resolución de la integral junto con su respectiva grafica

Gráfica y resolución de la integral en Wólfram Alpha

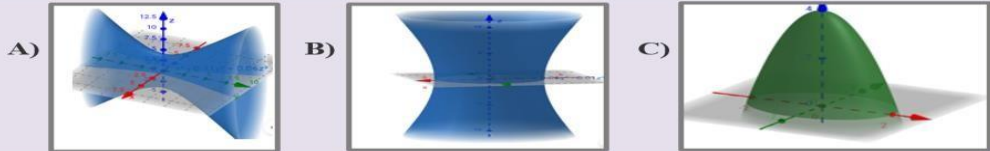
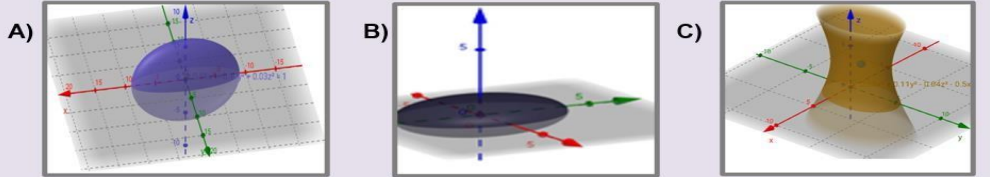


- Finalmente, para hallar el área:  $\int_0^{2/5} -5x + 2 dx - \int_{2/5}^1 (-5x + 2) dx = \frac{2}{5} - (-\frac{2}{5})$

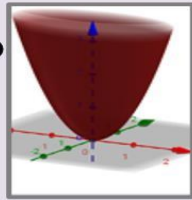
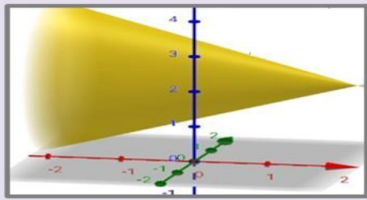
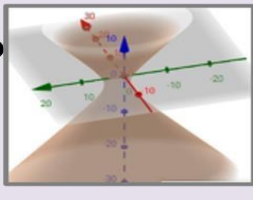
AREA =  $\frac{4}{5} u^2$



**CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE LA VARIABLE “ANÁLISIS DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES”**

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia <sup>1</sup>		Relevancia <sup>2</sup>		Claridad <sup>3</sup>		Sugerencias
		Si	No	Si	No	Si	No	
	<b>DIMENSIÓN: Superficie Cuádrica</b>							
2	<b>Identificar y dibujar la superficie dada por la ecuación:</b> $9y^2 + 4x^2 - z^2 - 18y - 16x + 4z + 21 = 0$	X		X		X		
3	<b>Dadas las siguientes graficas:</b>  <b>Relacione con sus respectivas ecuaciones:</b> 1. $\frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{3^2} + \frac{z^2}{4^2} = 1$ 2. $\frac{(x-1)^2}{2^2} - \frac{(y-7)^2}{3^2} + \frac{(z-2)^2}{2^2} = 1$ 3. $Z=4-x^2 - 2y^2$	X		X		X		
4	<b>Identificar y dibujar la superficie dada por la ecuación:</b> $x^2 + 2y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z + 3 = 0$	X		X		X		
10	<b>Relacione las siguientes graficas:</b>  1. $\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{3^2} + \frac{z^2}{6^2} = 1$ 2. $\frac{x^2}{\sqrt{14}/2} + \frac{y^2}{\sqrt{14}} + \frac{z^2}{\sqrt{7}} = 1$ 3. $\frac{(x-1)^2}{6^2} + \frac{(y-7)^2}{3^2} - \frac{(z-2)^2}{2^2} = 1$	X		X		X		



15	<p><b>Relacione las siguientes ecuaciones con sus respectivos nombres y graficas:</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>A) </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>B) </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>C) </p> </div> </div> <p>1. <math>9x^2+4y^2 - 4z^2 - 36x - 8y - 24z</math>    2.. <math>Z=x^2 + 4y^2</math>    3. <math>\frac{(y-1)^2}{4} + \frac{(x-2)^2}{9} = \frac{(x-2)^2}{36}</math></p>	X		X		X		
16	<p><b>Calcular el valor del área del dominio del semi elipsoide:</b></p> $z = \frac{\sqrt{36 - 36x^2 - 9y^2}}{2}$	X		X		X		
<b>DIMENSIÓN: Derivadas Parciales</b>		Si	No	Si	No	Si	No	
7	<p>Usando la regla de la cadena, hallar <math>\frac{\partial z}{\partial t}</math> y <math>\frac{\partial z}{\partial s}</math> Siendo: <math>Z = x^2 - y^2</math>  <math>x = s \cos t</math> <math>y = t \sin s</math></p>	X		X		X		
17	<p>Hallar las derivadas parciales <math>Z_{xy}</math> ; <math>Z_{yy}</math> de la siguiente función de varias variables <math>Z = x^3y^5 + 3xy - 2x + 3y - 4</math> en el punto <math>P(-1, -1)</math> en ese orden.</p>	X		X		X		
<b>DIMENSIÓN: Planos tangentes</b>		Si	No	Si	No	Si	No	
5	<p><b>Calcular y graficar un plano tangente a la superficie</b>  <math>Z=-4x^2 - y^2 - 3y + 12x - 8</math> en el punto <math>P (2,-3,-1)</math>.</p>	X		X		X		
6	<p>Calcular el volumen del sólido limitado superiormente por <math>z = 6 - x^2 - y^2</math> con el plano <math>z = 2</math> aplicando coordenadas polares</p>	X		X		X		
8	<p>Sea S la superficie de ecuación <math>z = x^2 + 2y^2</math>. Obtener una ecuación Cartesiana del plano tangente a S en <math>P = (1, 1, 3)</math>.</p>	X		X		X		

14	<p><b>Determinar la ecuación del plano tangente. Su ecuación correspondiente es:</b></p> $Z = x^2 + y^2 - 2xy + 2y - 2$ <p><b>En el punto P (1,2 ,3)</b></p>	X		X		X		
19	<p><b>Determinar la ecuación del plano tangente a la superficie de un jardín vertical establecido en la Universidad Nacional Tecnológica de Lima Sur. Su ecuación correspondiente es:</b></p> $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 8z - 19 = 0$ <p><b>En el punto P (-1,7 ,1)</b></p>	X		X		X		
20	<p><b>Graficar y calcular la ecuación del plano tangente a la superficie</b></p> $z = -3x^2 - y^2 + 12x - 2y - 10$ <p><b>En el punto (4, 1,-13)</b></p>	X		X		X		
<b>DIMENSIÓN: Áreas y Volúmenes</b>		<b>Si</b>	<b>No</b>	<b>Si</b>	<b>No</b>	<b>Si</b>	<b>No</b>	
1	<p><b>Graficar y calcular el volumen de la región sólida limitada por el paraboloides <math>z=4-x^2-2y^2</math> y el plano <math>xy</math></b></p>	X		X		X		
9	<p><b>Hallar el área encerrada entre las curvas generadas por las dos funciones <math>y = 6x - x^2</math> ; <math>y = x^2 - 2x</math> por integrales dobles</b></p>	X		X		X		
11	<p><b>Hallar el volumen acotada superiormente por la esfera : <math>x^2 + y^2 + z^2 = 4^2</math> , e inferiormente por el plano <math>z = 0</math> aplicando integrales dobles:</b></p>	X		X		X		
12	<p><b>Use coordenadas polares para hallar el volumen del sólido encerrado por la superficie <math>-x^2 - y^2 + z^2 = 1</math> y el plano <math>z = 2</math></b></p>	X		X		X		

13	Se desea hallar el volumen de una piscina acotada inferiormente por el paraboloides $Z = x^2 + y^2$ y superiormente por el plano $z=9$	X		X		X		
18	Hallar el área encerrada entre las curvas generadas de dos botadores ecológicos aplicando integrales dobles $y = 3 + 2x - x^2$ ; $y = x^2 - 4x + 3$	X		X		X		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): SUFICIENTE

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [ X ]      Aplicable después de corregir [ ]      No aplicable [ ]

Apellidos y nombres del juez validador. **Dra.** GLADYS MARCIONILA CRUZ YUPANQUI      DNI: 17949772

Especialidad del validador: INVESTIGADOR - MATEMÁTICA

12 de abril del 2021

<sup>1</sup>**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

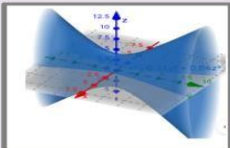
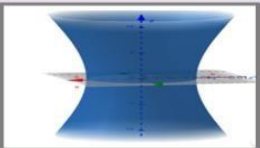
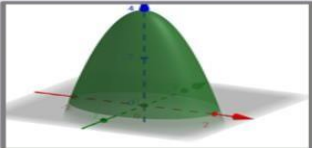
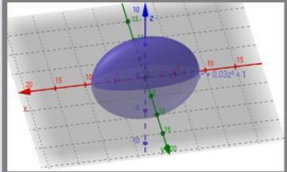
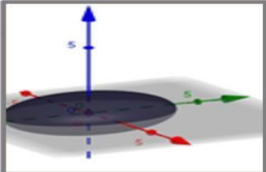
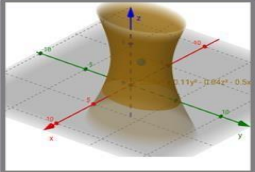
<sup>2</sup>**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

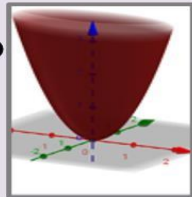
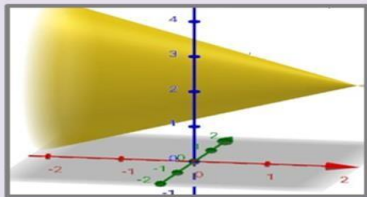
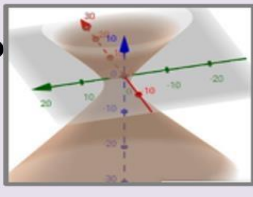
<sup>3</sup>**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

**Nota:** Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

DRA. GLADYS MARCIONILA CRUZ YUPANQUI

**CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE LA VARIABLE “ANÁLISIS DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES”**

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia <sup>1</sup>		Relevancia <sup>2</sup>		Claridad <sup>3</sup>		Sugerencias
		Si	No	Si	No	Si	No	
	<b>DIMENSIÓN: Superficie Cuádrica</b>	Si	No	Si	No	Si	No	
2	<p><b>Identificar y dibujar la superficie dada por la ecuación:</b></p> $9y^2 + 4x^2 - z^2 - 18y - 16x + 4z + 21 = 0$	X		X		X		
3	<p><b>Dadas las siguientes graficas:</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>A)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>B)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>C)</p>  </div> </div> <p><b>Relacione con sus respectivas ecuaciones:</b></p> <p>1. <math>\frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{3^2} + \frac{z^2}{4^2} = 1</math>    2. <math>\frac{(x-1)^2}{2^2} - \frac{(y-7)^2}{3^2} + \frac{(z-2)^2}{2^2} = 1</math>    3. <math>Z=4-x^2 - 2y^2</math></p>	X		X		X		
4	<p><b>Identificar y dibujar la superficie dada por la ecuación:</b></p> $x^2 + 2y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z + 3 = 0$	X		X		X		
10	<p><b>Relacione las siguientes graficas:</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>A)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>B)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>C)</p>  </div> </div> <p>1. <math>\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{3^2} + \frac{z^2}{6^2} = 1</math>    2. <math>\frac{x^2}{\sqrt{14}/2^2} + \frac{y^2}{\sqrt{14}} + \frac{z^2}{\sqrt{14}/7} = 1</math>    3. <math>\frac{(x-1)^2}{6^2} + \frac{(y-7)^2}{3^2} - \frac{(z-2)^2}{2^2} = 1</math></p>	X		X		X		

15	<p><b>Relacione las siguientes ecuaciones con sus respectivos nombres y graficas:</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>A) </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>B) </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>C) </p> </div> </div> <p>1. <math>9x^2+4y^2 - 4z^2 - 36x - 8y - 24z</math>    2.. <math>Z=x^2 + 4y^2</math>    3. <math>\frac{(y-1)^2}{4} + \frac{(x-2)^2}{9} = \frac{(x-2)^2}{36}</math></p>	X		X		X		
16	<p><b>Calcular el valor del área del dominio del semi elipsoide:</b></p> $z = \frac{\sqrt{36 - 36x^2 - 9y^2}}{2}$	X		X		X		
	<b>DIMENSIÓN: Derivadas Parciales</b>	Si	No	Si	No	Si	No	
7	<p>Usando la regla de la cadena, hallar <math>\frac{\partial z}{\partial t}</math> y <math>\frac{\partial z}{\partial s}</math> Siendo: <math>Z = x^2 - y^2</math>  <math>x = s \cos t</math> <math>y = t \sin s</math></p>	X		X		X		
17	<p>Hallar las derivadas parciales <math>Z_{xy}</math> ; <math>Z_{yy}</math> de la siguiente función de varias variables <math>Z = x^3y^5 + 3xy - 2x + 3y - 4</math> en el punto <math>P(-1, -1)</math> en ese orden.</p>	X		X		X		
	<b>DIMENSIÓN: Planos tangentes</b>	Si	No	Si	No	Si	No	
5	<p><b>Calcular y graficar un plano tangente a la superficie</b>  <math>Z=-4x^2 - y^2 - 3y + 12x - 8</math> en el punto P (2,-3,-1).</p>	X		X		X		
6	<p>Calcular el volumen del sólido limitado superiormente por <math>z = 6 - x^2 - y^2</math> con el plano <math>z = 2</math> aplicando coordenadas polares</p>	X		X		X		
8	<p>Sea S la superficie de ecuación <math>z = x^2 + 2y^2</math>. Obtener una ecuación Cartesiana del plano tangente a S en P = (1, 1, 3).</p>	X		X		X		

14	<p><b>Determinar la ecuación del plano tangente. Su ecuación correspondiente es:</b></p> $Z = x^2 + y^2 - 2xy + 2y - 2$ <p><b>En el punto P (1,2 ,3)</b></p>	X		X		X		
19	<p><b>Determinar la ecuación del plano tangente a la superficie de un jardín vertical establecido en la Universidad Nacional Tecnológica de Lima Sur. Su ecuación correspondiente es:</b></p> $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 8z - 19 = 0$ <p><b>En el punto P (-1,7 ,1)</b></p>	X		X		X		
20	<p><b>Graficar y calcular la ecuación del plano tangente a la superficie</b></p> $z = -3x^2 - y^2 + 12x - 2y - 10$ <p><b>En el punto (4, 1,-13)</b></p>	X		X		X		
<b>DIMENSIÓN: Áreas y Volúmenes</b>		<b>Si</b>	<b>No</b>	<b>Si</b>	<b>No</b>	<b>Si</b>	<b>No</b>	
1	<p><b>Graficar y calcular el volumen de la región sólida limitada por el paraboloides <math>z=4-x^2-2y^2</math> y el plano <math>xy</math></b></p>	X		X		X		
9	<p><b>Hallar el área encerrada entre las curvas generadas por las dos funciones <math>y = 6x - x^2</math> ; <math>y = x^2 - 2x</math> por integrales dobles</b></p>	X		X		X		
11	<p><b>Hallar el volumen acotada superiormente por la esfera : <math>x^2 + y^2 + z^2 = 4^2</math> , e inferiormente por el plano <math>z = 0</math> aplicando integrales dobles:</b></p>	X		X		X		
12	<p><b>Use coordenadas polares para hallar el volumen del sólido encerrado por la superficie <math>-x^2 - y^2 + z^2 = 1</math> y el plano <math>z = 2</math></b></p>	X		X		X		

13	Se desea hallar el volumen de una piscina acotada inferiormente por el paraboloides $Z = x^2 + y^2$ y superiormente por el plano $z=9$	X		X		X		
18	Hallar el área encerrada entre las curvas generadas de dos botadores ecológicos aplicando integrales dobles $y = 3 + 2x - x^2$ ; $y = x^2 - 4x + 3$	X		X		X		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): SUFICIENTE

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [ X]      Aplicable después de corregir [ ] No aplicable [ ]

Apellidos y nombres del juez validador. **Dr.** JUAN MÉNDEZ VERGARAY      DNI: 09200211

Especialidad del validador: METODÓLOGO

12 de abril del 2021

<sup>1</sup>**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

<sup>2</sup>**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

<sup>3</sup>**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

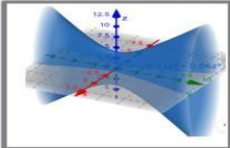
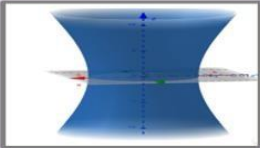
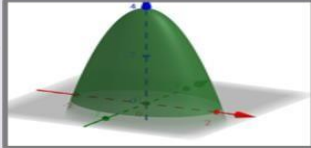
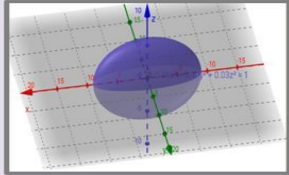
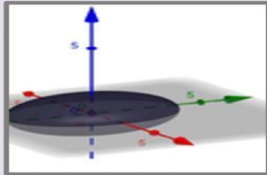
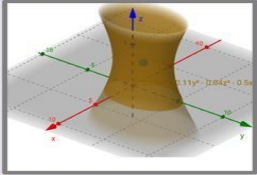
**Nota:** Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión



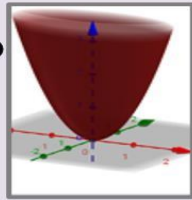
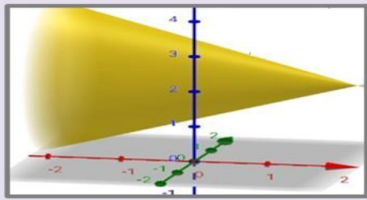
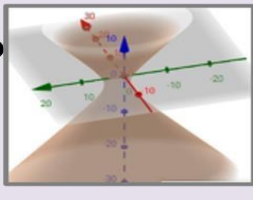
DR. JUAN MÉNDEZ VERGARAY



**CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE LA VARIABLE “ANÁLISIS DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES”**

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia <sup>1</sup>		Relevancia <sup>2</sup>		Claridad <sup>3</sup>		Sugerencias
		Si	No	Si	No	Si	No	
	<b>DIMENSIÓN: Superficie Cuádrica</b>	Si	No	Si	No	Si	No	
2	<p><b>Identificar y dibujar la superficie dada por la ecuación:</b></p> $9y^2 + 4x^2 - z^2 - 18y - 16x + 4z + 21 = 0$	X		X		X		
3	<p><b>Dadas las siguientes graficas:</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>A)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>B)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>C)</p>  </div> </div> <p><b>Relacione con sus respectivas ecuaciones:</b></p> <p>1. <math>\frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{3^2} + \frac{z^2}{4^2} = 1</math>    2. <math>\frac{(x-1)^2}{2^2} - \frac{(y-7)^2}{3^2} + \frac{(z-2)^2}{2^2} = 1</math>    3. <math>Z=4-x^2 - 2y^2</math></p>	X		X		X		
4	<p><b>Identificar y dibujar la superficie dada por la ecuación:</b></p> $x^2 + 2y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z + 3 = 0$	X		X		X		
10	<p><b>Relacione las siguientes graficas:</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>A)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>B)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>C)</p>  </div> </div> <p>1. <math>\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{3^2} + \frac{z^2}{6^2} = 1</math>    2. <math>\frac{x^2}{\sqrt{14}/2^2} + \frac{y^2}{\sqrt{14}} + \frac{z^2}{\sqrt{14}/7} = 1</math>    3. <math>\frac{(x-1)^2}{6^2} + \frac{(y-7)^2}{3^2} - \frac{(z-2)^2}{2^2} = 1</math></p>	X		X		X		



15	<p><b>Relacione las siguientes ecuaciones con sus respectivos nombres y graficas:</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>A) </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>B) </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>C) </p> </div> </div> <p>1. <math>9x^2+4y^2 - 4z^2 - 36x - 8y - 24z</math>    2.. <math>Z=x^2 + 4y^2</math>    3. <math>\frac{(y-1)^2}{4} + \frac{(x-2)^2}{9} = \frac{(x-2)^2}{36}</math></p>	X		X		X		
16	<p><b>Calcular el valor del área del dominio del semi elipsoide:</b></p> $z = \frac{\sqrt{36 - 36x^2 - 9y^2}}{2}$	X		X		X		
<b>DIMENSIÓN: Derivadas Parciales</b>		Si	No	Si	No	Si	No	
7	<p>Usando la regla de la cadena, hallar <math>\frac{\partial z}{\partial t}</math> y <math>\frac{\partial z}{\partial s}</math> Siendo: <math>Z = x^2 - y^2</math>  <math>x = s \cos t</math> <math>y = t \sin s</math></p>	X		X		X		
17	<p>Hallar las derivadas parciales <math>Z_{xy}</math> ; <math>Z_{yy}</math> de la siguiente función de varias variables <math>Z = x^3y^5 + 3xy - 2x + 3y - 4</math> en el punto <math>P(-1, -1)</math> en ese orden.</p>	X		X		X		
<b>DIMENSIÓN: Planos tangentes</b>		Si	No	Si	No	Si	No	
5	<p><b>Calcular y graficar un plano tangente a la superficie</b>  <math>Z=-4x^2 - y^2 - 3y + 12x - 8</math> en el punto <math>P (2,-3,-1)</math>.</p>	X		X		X		
6	<p>Calcular el volumen del sólido limitado superiormente por <math>z = 6 - x^2 - y^2</math> con el plano <math>z = 2</math> aplicando coordenadas polares</p>	X		X		X		
8	<p>Sea S la superficie de ecuación <math>z = x^2 + 2y^2</math>. Obtener una ecuación Cartesiana del plano tangente a S en <math>P = (1, 1, 3)</math>.</p>	X		X		X		

14	<p><b>Determinar la ecuación del plano tangente. Su ecuación correspondiente es:</b></p> $Z = x^2 + y^2 - 2xy + 2y - 2$ <p><b>En el punto P (1,2 ,3)</b></p>	X		X		X		
19	<p><b>Determinar la ecuación del plano tangente a la superficie de un jardín vertical establecido en la Universidad Nacional Tecnológica de Lima Sur. Su ecuación correspondiente es:</b></p> $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 8z - 19 = 0$ <p><b>En el punto P (-1,7 ,1)</b></p>	X		X		X		
20	<p><b>Graficar y calcular la ecuación del plano tangente a la superficie</b></p> $z = -3x^2 - y^2 + 12x - 2y - 10$ <p><b>En el punto (4, 1,-13)</b></p>	X		X		X		
<b>DIMENSIÓN: Áreas y Volúmenes</b>		<b>Si</b>	<b>No</b>	<b>Si</b>	<b>No</b>	<b>Si</b>	<b>No</b>	
1	<p><b>Graficar y calcular el volumen de la región sólida limitada por el paraboloides <math>z=4-x^2-2y^2</math> y el plano <math>xy</math></b></p>	X		X		X		
9	<p><b>Hallar el área encerrada entre las curvas generadas por las dos funciones <math>y = 6x - x^2</math> ; <math>y = x^2 - 2x</math> por integrales dobles</b></p>	X		X		X		
11	<p><b>Hallar el volumen acotada superiormente por la esfera : <math>x^2 + y^2 + z^2 = 4^2</math> , e inferiormente por el plano <math>z = 0</math> aplicando integrales dobles:</b></p>	X		X		X		
12	<p><b>Use coordenadas polares para hallar el volumen del sólido encerrado por la superficie <math>-x^2 - y^2 + z^2 = 1</math> y el plano <math>z = 2</math></b></p>	X		X		X		

13	Se desea hallar el volumen de una piscina acotada inferiormente por el paraboloides $Z = x^2 + y^2$ y superiormente por el plano $z=9$	X		X		X		
18	Hallar el área encerrada entre las curvas generadas de dos botadores ecológicos aplicando integrales dobles $y = 3 + 2x - x^2$ ; $y = x^2 - 4x + 3$	X		X		X		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): SUFICIENTE

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [ X ]      Aplicable después de corregir [ ]      No aplicable [ ]

Apellidos y nombres del juez validador. **Dr.** LUIS HUMBERTO MANRIQUE SUAREZ      DNI: 15651129

Especialidad del validador: INVESTIGADOR - SISTEMAS

12 de abril del 2021

<sup>1</sup>**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

<sup>2</sup>**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

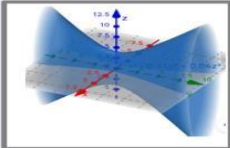
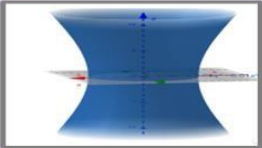
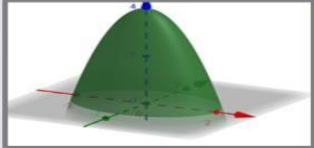
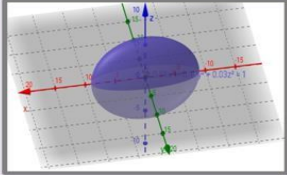
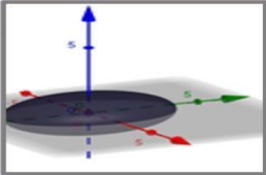
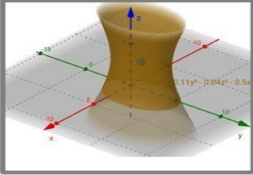
<sup>3</sup>**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

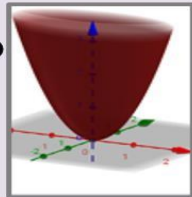
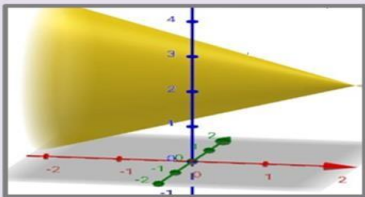
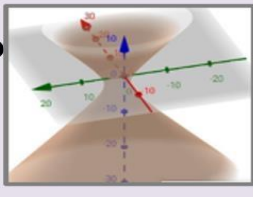
**Nota:** Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión



DR. LUIS HUMBERTO MANRIQUE SUAREZ

**CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE LA VARIABLE “ANÁLISIS DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES”**

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia <sup>1</sup>		Relevancia <sup>2</sup>		Claridad <sup>3</sup>		Sugerencias
		Si	No	Si	No	Si	No	
	<b>DIMENSIÓN: Superficie Cuádrica</b>	Si	No	Si	No	Si	No	
2	<p><b>Identificar y dibujar la superficie dada por la ecuación:</b></p> $9y^2 + 4x^2 - z^2 - 18y - 16x + 4z + 21 = 0$	X		X		X		
3	<p><b>Dadas las siguientes graficas:</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>A)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>B)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>C)</p>  </div> </div> <p><b>Relacione con sus respectivas ecuaciones:</b></p> <p>1. <math>\frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{3^2} + \frac{z^2}{4^2} = 1</math>    2. <math>\frac{(x-1)^2}{2^2} - \frac{(y-7)^2}{3^2} + \frac{(z-2)^2}{2^2} = 1</math>    3. <math>Z=4-x^2 - 2y^2</math></p>	X		X		X		
4	<p><b>Identificar y dibujar la superficie dada por la ecuación:</b></p> $x^2 + 2y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z + 3 = 0$	X		X		X		
10	<p><b>Relacione las siguientes graficas:</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>A)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>B)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>C)</p>  </div> </div> <p>1. <math>\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{3^2} + \frac{z^2}{6^2} = 1</math>    2. <math>\frac{x^2}{\sqrt{14}/2^2} + \frac{y^2}{\sqrt{14}} + \frac{z^2}{\sqrt{14}/7} = 1</math>    3. <math>\frac{(x-1)^2}{6^2} + \frac{(y-7)^2}{3^2} - \frac{(z-2)^2}{2^2} = 1</math></p>	X		X		X		

15	<p><b>Relacione las siguientes ecuaciones con sus respectivos nombres y graficas:</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>A)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>B)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>C)</p> </div> </div> <p>1. <math>9x^2+4y^2 - 4z^2 - 36x - 8y - 24z</math>    2.. <math>Z=x^2 + 4y^2</math>    3. <math>\frac{(y-1)^2}{4} + \frac{(x-2)^2}{9} = \frac{(x-2)^2}{36}</math></p>	X		X		X		
16	<p><b>Calcular el valor del área del dominio del semi elipsoide:</b></p> $z = \frac{\sqrt{36 - 36x^2 - 9y^2}}{2}$	X		X		X		
<b>DIMENSIÓN: Derivadas Parciales</b>		Si	No	Si	No	Si	No	
7	<p>Usando la regla de la cadena, hallar <math>\frac{\partial z}{\partial t}</math> y <math>\frac{\partial z}{\partial s}</math> Siendo: <math>Z = x^2 - y^2</math>  <math>x = s \cos t</math> <math>y = t \sin s</math></p>	X		X		X		
17	<p>Hallar las derivadas parciales <math>Z_{xy}</math> ; <math>Z_{yy}</math> de la siguiente función de varias variables <math>Z = x^3y^5 + 3xy - 2x + 3y - 4</math> en el punto <math>P(-1, -1)</math> en ese orden.</p>	X		X		X		
<b>DIMENSIÓN: Planos tangentes</b>		Si	No	Si	No	Si	No	
5	<p><b>Calcular y graficar un plano tangente a la superficie</b>  <math>Z=-4x^2 - y^2 - 3y + 12x - 8</math> en el punto P (2,-3,-1).</p>	X		X		X		
6	<p>Calcular el volumen del sólido limitado superiormente por <math>z = 6 - x^2 - y^2</math> con el plano <math>z = 2</math> aplicando coordenadas polares</p>	X		X		X		
8	<p>Sea S la superficie de ecuación <math>z = x^2 + 2y^2</math>. Obtener una ecuación Cartesiana del plano tangente a S en <math>P = (1, 1, 3)</math>.</p>	X		X		X		

14	<p><b>Determinar la ecuación del plano tangente. Su ecuación correspondiente es:</b></p> $Z = x^2 + y^2 - 2xy + 2y - 2$ <p><b>En el punto P (1,2 ,3)</b></p>	X		X		X		
19	<p><b>Determinar la ecuación del plano tangente a la superficie de un jardín vertical establecido en la Universidad Nacional Tecnológica de Lima Sur. Su ecuación correspondiente es:</b></p> $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 8z - 19 = 0$ <p><b>En el punto P (-1,7 ,1)</b></p>	X		X		X		
20	<p><b>Graficar y calcular la ecuación del plano tangente a la superficie</b></p> $z = -3x^2 - y^2 + 12x - 2y - 10$ <p><b>En el punto (4, 1,-13)</b></p>	X		X		X		
<b>DIMENSIÓN: Áreas y Volúmenes</b>		<b>Si</b>	<b>No</b>	<b>Si</b>	<b>No</b>	<b>Si</b>	<b>No</b>	
1	<p><b>Graficar y calcular el volumen de la región sólida limitada por el paraboloides <math>z=4-x^2-2y^2</math> y el plano <math>xy</math></b></p>	X		X		X		
9	<p><b>Hallar el área encerrada entre las curvas generadas por las dos funciones <math>y = 6x - x^2</math> ; <math>y = x^2 - 2x</math> por integrales dobles</b></p>	X		X		X		
11	<p><b>Hallar el volumen acotada superiormente por la esfera : <math>x^2 + y^2 + z^2 = 4^2</math> , e inferiormente por el plano <math>z = 0</math> aplicando integrales dobles:</b></p>	X		X		X		
12	<p><b>Use coordenadas polares para hallar el volumen del sólido encerrado por la superficie <math>-x^2 - y^2 + z^2 = 1</math> y el plano <math>z = 2</math></b></p>	X		X		X		

13	Se desea hallar el volumen de una piscina acotada inferiormente por el paraboloides $Z = x^2 + y^2$ y superiormente por el plano $z=9$	X		X		X		
18	Hallar el área encerrada entre las curvas generadas de dos botadores ecológicos aplicando integrales dobles $y = 3 + 2x - x^2$ ; $y = x^2 - 4x + 3$	X		X		X		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): SUFICIENTE

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [ X ]      Aplicable después de corregir [ ]      No aplicable [ ]

Apellidos y nombres del juez validador. **Dra.** MIRIAM ELIZABETH NAPAICO ARTEAGA      DNI: 43370792

Especialidad del validador: METODÓLOGA

12 de abril del 2021

<sup>1</sup>**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

<sup>2</sup>**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

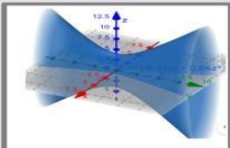
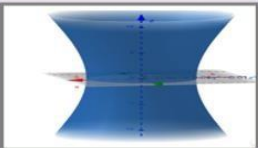
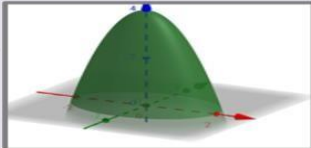
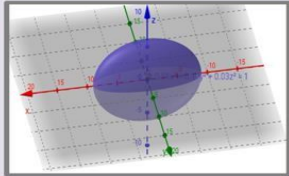
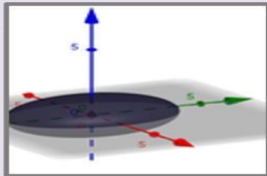
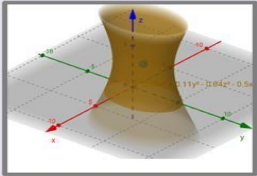
<sup>3</sup>**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

**Nota:** Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

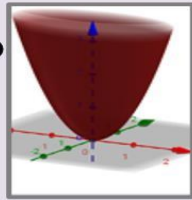
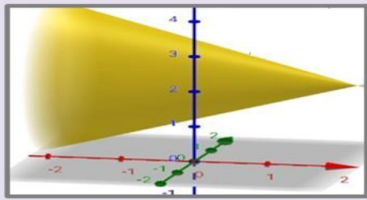
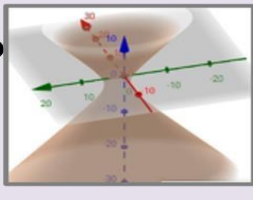




**CERTIFICADO DE VALIDEZ DE CONTENIDO DEL INSTRUMENTO QUE MIDE LA VARIABLE “ANÁLISIS DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES”**

Nº	DIMENSIONES / ítems	Pertinencia <sup>1</sup>		Relevancia <sup>2</sup>		Claridad <sup>3</sup>		Sugerencias
		Si	No	Si	No	Si	No	
	<b>DIMENSIÓN: Superficie Cuádrica</b>	Si	No	Si	No	Si	No	
2	<p><b>Identificar y dibujar la superficie dada por la ecuación:</b></p> $9y^2 + 4x^2 - z^2 - 18y - 16x + 4z + 21 = 0$	X		X		X		
3	<p><b>Dadas las siguientes graficas:</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>A)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>B)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>C)</p>  </div> </div> <p><b>Relacione con sus respectivas ecuaciones:</b></p> <p>1. <math>\frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{3^2} + \frac{z^2}{4^2} = 1</math>    2. <math>\frac{(x-1)^2}{2^2} - \frac{(y-7)^2}{3^2} + \frac{(z-2)^2}{2^2} = 1</math>    3. <math>Z=4-x^2 - 2y^2</math></p>	X		X		X		
4	<p><b>Identificar y dibujar la superficie dada por la ecuación:</b></p> $x^2 + 2y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z + 3 = 0$	X		X		X		
10	<p><b>Relacione las siguientes graficas:</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>A)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>B)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>C)</p>  </div> </div> <p>1. <math>\frac{x^2}{9^2} + \frac{y^2}{3^2} + \frac{z^2}{6^2} = 1</math>    2. <math>\frac{x^2}{\sqrt{14}/2^2} + \frac{y^2}{\sqrt{14}} + \frac{z^2}{\sqrt{14}/7} = 1</math>    3. <math>\frac{(x-1)^2}{6^2} + \frac{(y-7)^2}{3^2} - \frac{(z-2)^2}{2^2} = 1</math></p>	X		X		X		



15	<p><b>Relacione las siguientes ecuaciones con sus respectivos nombres y graficas:</b></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>A) </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>B) </p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>C) </p> </div> </div> <p>1. <math>9x^2+4y^2 - 4z^2 - 36x - 8y - 24z</math>    2.. <math>Z=x^2 + 4y^2</math>    3. <math>\frac{(y-1)^2}{4} + \frac{(x-2)^2}{9} = \frac{(x-2)^2}{36}</math></p>	X		X		X		
16	<p><b>Calcular el valor del área del dominio del semi elipsoide:</b></p> $z = \frac{\sqrt{36 - 36x^2 - 9y^2}}{2}$	X		X		X		
<b>DIMENSIÓN: Derivadas Parciales</b>		Si	No	Si	No	Si	No	
7	<p>Usando la regla de la cadena, hallar <math>\frac{\partial z}{\partial t}</math> y <math>\frac{\partial z}{\partial s}</math> Siendo: <math>Z = x^2 - y^2</math>  <math>x = s \cos t</math> <math>y = t \sin s</math></p>	X		X		X		
17	<p>Hallar las derivadas parciales <math>Z_{xy}</math> ; <math>Z_{yy}</math> de la siguiente función de varias variables <math>Z = x^3y^5 + 3xy - 2x + 3y - 4</math> en el punto <math>P(-1, -1)</math> en ese orden.</p>	X		X		X		
<b>DIMENSIÓN: Planos tangentes</b>		Si	No	Si	No	Si	No	
5	<p><b>Calcular y graficar un plano tangente a la superficie</b>  <math>Z=-4x^2 - y^2 - 3y + 12x - 8</math> en el punto P (2,-3,-1).</p>	X		X		X		
6	<p>Calcular el volumen del sólido limitado superiormente por <math>z = 6 - x^2 - y^2</math> con el plano <math>z = 2</math> aplicando coordenadas polares</p>	X		X		X		
8	<p>Sea S la superficie de ecuación <math>z = x^2 + 2y^2</math>. Obtener una ecuación Cartesiana del plano tangente a S en <math>P = (1, 1, 3)</math>.</p>	X		X		X		

14	<p><b>Determinar la ecuación del plano tangente. Su ecuación correspondiente es:</b></p> $Z = x^2 + y^2 - 2xy + 2y - 2$ <p><b>En el punto P (1,2 ,3)</b></p>	X		X		X		
19	<p><b>Determinar la ecuación del plano tangente a la superficie de un jardín vertical establecido en la Universidad Nacional Tecnológica de Lima Sur. Su ecuación correspondiente es:</b></p> $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 8z - 19 = 0$ <p><b>En el punto P (-1,7 ,1)</b></p>	X		X		X		
20	<p><b>Graficar y calcular la ecuación del plano tangente a la superficie</b></p> $z = -3x^2 - y^2 + 12x - 2y - 10$ <p><b>En el punto (4, 1,-13)</b></p>	X		X		X		
<b>DIMENSIÓN: Áreas y Volúmenes</b>		<b>Si</b>	<b>No</b>	<b>Si</b>	<b>No</b>	<b>Si</b>	<b>No</b>	
1	<p><b>Graficar y calcular el volumen de la región sólida limitada por el paraboloides <math>z=4-x^2-2y^2</math> y el plano <math>xy</math></b></p>	X		X		X		
9	<p><b>Hallar el área encerrada entre las curvas generadas por las dos funciones <math>y = 6x - x^2</math> ; <math>y = x^2 - 2x</math> por integrales dobles</b></p>	X		X		X		
11	<p><b>Hallar el volumen acotada superiormente por la esfera : <math>x^2 + y^2 + z^2 = 4^2</math> , e inferiormente por el plano <math>z = 0</math> aplicando integrales dobles:</b></p>	X		X		X		
12	<p><b>Use coordenadas polares para hallar el volumen del sólido encerrado por la superficie <math>-x^2 - y^2 + z^2 = 1</math> y el plano <math>z = 2</math></b></p>	X		X		X		

13	Se desea hallar el volumen de una piscina acotada inferiormente por el paraboloides $Z = x^2 + y^2$ y superiormente por el plano $z=9$	X		X		X		
18	Hallar el área encerrada entre las curvas generadas de dos botadores ecológicos aplicando integrales dobles $y = 3 + 2x - x^2$ ; $y = x^2 - 4x + 3$	X		X		X		

Observaciones (precisar si hay suficiencia): SUFICIENTE

Opinión de aplicabilidad: Aplicable [ X ]      Aplicable después de corregir [ ]      No aplicable [ ]

Apellidos y nombres del juez validador. **Dr.** OSCAR ADRIAN ZAPILLADO HUANCODNI: 40518967

Especialidad del validador: MATEMÁTICA

12 de abril del 2021



<sup>1</sup>**Pertinencia:** El ítem corresponde al concepto teórico formulado.

<sup>2</sup>**Relevancia:** El ítem es apropiado para representar al componente o dimensión específica del constructo

<sup>3</sup>**Claridad:** Se entiende sin dificultad alguna el enunciado del ítem, es conciso, exacto y directo

**Nota:** Suficiencia, se dice suficiencia cuando los ítems planteados son suficientes para medir la dimensión

DR. OSCAR ADRIAN ZAPILLADO HUANCO



**Declaratoria de Originalidad del Autor**

Yo, ZUÑIGA FIESTAS LUIS ALFREDO estudiante de la ESCUELA DE POSGRADO de la escuela profesional de DOCTORADO EN EDUCACIÓN de la UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO SAC - LIMA ESTE, declaro bajo juramento que todos los datos e información que acompañan la Tesis titulada: "PROGRAMA MATHAPPS EN EL ANÁLISIS DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES EN ESTUDIANTES DE INGENIERÍA AMBIENTAL DE UNA UNIVERSIDAD PUBLICA", es de mi autoría, por lo tanto, declaro que la Tesis:

1. No ha sido plagiada ni total, ni parcialmente.
2. He mencionado todas las fuentes empleadas, identificando correctamente toda cita textual o de paráfrasis proveniente de otras fuentes.
3. No ha sido publicada, ni presentada anteriormente para la obtención de otro grado académico o título profesional.
4. Los datos presentados en los resultados no han sido falseados, ni duplicados, ni copiados.

En tal sentido asumo la responsabilidad que corresponda ante cualquier falsedad, ocultamiento u omisión tanto de los documentos como de la información aportada, por lo cual me someto a lo dispuesto en las normas académicas vigentes de la Universidad César Vallejo.

Nombres y Apellidos	Firma
LUIS ALFREDO ZUÑIGA FIESTAS <b>DNI:</b> 07106594 <b>ORCID</b> 0000-0001-8254-405X	Firmado digitalmente por: LZUNIGA31 el 05-08-2021 23:40:55

Código documento Trilce: TRI - 0171302