



**UNIVERSIDAD CÉSAR VALLEJO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA**

**ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL**

“Utilización de Modelos Univariantes ARIMA y la predicción de  
datos de Precipitación en la Microcuenca Amojú, Jaén, Cajamarca  
2021”

TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE:

Ingeniero Civil

**AUTOR:**

Marín Cubas, Rigoberto (ORCID: 0000-0002-9910-7638)

**ASESOR:**

Msc. Depaz Celi, Kiko Félix (ORCID: 0000-0001-7086-1031)

**LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:**

Diseño de Obras Hidráulicas y Saneamiento

**HUARÁZ - PERÚ**

**2021**

**Dedicatoria:**

El presente trabajo de tesis lo dedico a Dios por bendecirme y darme la oportunidad para seguir adelante en mi formación, a mis padres, esposa e hijas por caminar junto a mí en todo momento durante todas las etapas de mi vida, siendo motivo de inspiración, apoyo y fortaleza.

**Marín Cubas, Rigoberto**

### **Agradecimiento:**

Mi gratitud para con los docentes involucrados en mi formación profesional en especial MsC. Depaz Celi, Kiko Félix por su orientación, sus enseñanzas, sus útiles y constructivas recomendaciones. Además, a la institución pública SENAMHI, por proporcionarme la data de precipitación, ya que sin ello no era posible el desarrollo de la presente tesis.

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

RESUMEN .....	v
ABSTRACT .....	vi
I. INTRODUCCIÓN .....	1
II. MARCO TEÓRICO .....	4
III. METODOLOGÍA.....	11
3.1. Tipo y diseño de investigación .....	11
3.2. Variables, Operacionalización.....	11
3.3. Población, muestra y muestreo.....	12
3.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	12
3.5. Procedimientos.....	12
3.6. Método de análisis de datos.....	15
3.7. Aspectos éticos.....	16
IV. RESULTADOS .....	17
4.1. Ubicación .....	17
4.2. Serie histórica de precipitación.....	17
4.3. Análisis Estadístico.....	19
4.4. Aplicación de la Metodología ARIMA (Box-Jenkins).....	20
4.4.1. Identificación del Modelo .....	21
4.4.2. Estimación del Modelo Identificado .....	34
4.4.3. Validación del Modelo.....	35
4.4.4. Pronóstico del Modelo Identificado.....	43
V. DISCUSIÓN.....	48
VI. CONCLUSIONES.....	52
VII. RECOMENDACIONES .....	54
REFERENCIAS.....	55
ANEXOS .....	58

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Metodología Box-Jenkins .....	15
Figura 2. Histograma con Curva normal de la serie de datos .....	20
Figura 3. Serie de datos de precipitación Originales de la estación Jaén .....	21
Figura 4. Función de Autocorrelación estimada de la Serie.....	22
Figura 5. Función de Autocorrelación Parcial estimada de la Serie .....	22
Figura 6. Serie de datos de primera diferencia de la variable precipitación .....	24
Figura 7. Función de Autocorrelación estimada .....	26
Figura 8. Función de Autocorrelación Parcial estimada.....	26
Figura 9. Gráfico de Rango-Media estimada.....	27
Figura 10. Gráfico de Rango-Media estimada.....	28
Figura 11. Gráfico de Series Temporales de la Variable Precipitación y la variable LN(Precipitación) de la Serie Precipitación Estación Jaén.....	28
Figura 12. Gráfico Boxplot de la a Serie de Precipitación de la Estación Jaén .....	30
Figura 13. Gráfico Boxplot de la Serie de Ln(Precipitación) de la Estación Jaén .....	30
Figura 14. Función de Autocorrelación estimada del Logaritmo de la Serie Precipitación Estación Jaén .....	32
Figura 15. Función de Autocorrelación Parcial estimada.....	32
Figura 16. Serie de Tiempo de la variable Residuos .....	36
Figura 17. Función de Autocorrelacion Simple ( FACS).....	36
Figura 18. Función de Autocorrelacion Parcial (FACP) .....	37
Figura 19. Normalidad de los Residuos.....	39
Figura 20. Serie temporal de los residuos del modelo estimado.....	40
Figura 21. Prueba de Normalidad de los Residuos .....	41
Figura 22. Prueba de Normalidad de los Residuos .....	41
Figura 23. Función de autocorrelación simple de residuales estimada de la serie de las precipitaciones.....	42
Figura 24. Función de autocorrelación parcial de residuales estimada de la serie de las precipitaciones.....	42
Figura 25. Serie temporal de los residuos del modelo estimado.....	43
Figura 26. Pronóstico estimado de la variable Ln (Precipitación).....	43
Figura 27. Serie Temporal de la variable Ln (Precipitación) .....	44
Figura 28. Serie Temporal de la variable Ln (Precipitación) .....	45

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Patrones Teóricos de FAC y FACP .....	14
Tabla 2. Serie histórica mensual de precipitaciones (mm) Microcuenca Amojú - Jaén, periodo 1984-2017 .....	18
Tabla 3. Serie histórica mensual de precipitaciones (mm) Microcuenca Amojú - Jaén, periodo 1984-2017 .....	19
Tabla 4. Valores de los principales estadísticos de las precipitaciones mensuales Microcuenca Amojú - Jaén, periodo 1984-2017.....	19
Tabla 5. Modelos ARIMA aplicado al Ln(Precipitación) .....	33
Tabla 6. Criterio de Información BIC y HQC para Modelos.....	34
Tabla 7. Parámetro y Coeficientes del Modelo .....	35
Tabla 8. Planteamiento de hipótesis para el modelo Elegido.....	35
Tabla 9. Estimación del Modelo Identificado .....	40
Tabla 10. Pronóstico estimado de la variable Ln (Precipitación) de la Serie Original y la serie pronosticado Periodo 2017:12 al 2022:08.....	46
Tabla 11. Pronóstico estimado de la variable Precipitación (mm).....	47

## RESUMEN

El presente proyecto de investigación busca utilizar una serie de tiempo que recoge las precipitaciones de la provincia de Jaén, Cajamarca del periodo de enero de 1984 a agosto del 2017, para mostrar la capacidad explicativa de una variable sobre si misma a fin de poder realizar un pronóstico de tal manera que se especifique el mejor modelo, mediante el uso del modelo ARIMA, para dicho procedimiento y llegar a una conclusión correcta acerca de su estimación. Según los resultados, se demuestra que el modelo ARIMA muestra un gran potencial en los estudios de series temporales de datos de precipitación aplicados en la microcuenca Amojú, obteniéndose el objetivo planteado, especialmente un modelo tipo ARIMA para el fenómeno de las lluvias entre los años 1984 y 2017. Los datos utilizados fueron proporcionados por SENAMHI, obteniéndose los resultados siguientes, tales como, el promedio de los datos iniciales de la precipitación mensual en este período (1984 a 2017) fue de 21.77 mm con una desviación estándar de 17.55 mm, y una asimetría positiva de 1.42, luego del modelo, se obtuvo un promedio de 17.66 mm con una desviación estándar de 4.4 mm y simétrica, es decir con aproximación normal, además se obtuvo como modelo final ARIMA (1.0.1) como el más adecuado, presentando como ecuación de pronóstico  $\hat{Y}_t = 2.80385 + 0.964867Y_{t-12} - 0.851158\varepsilon_{t-12}$ , demostrándose un mejor desempeño en relación a los datos observados.

**Palabras Claves:** Precipitación, Procesos estocásticos, Series de Tiempo, Modelos ARIMA.

## ABSTRACT

This research project seeks to use a time series that collects the rainfall in the province of Jaén, Cajamarca from the period of January 1984 to August 2017, to show the explanatory capacity of a variable about itself in order to be able to carry out a forecast in such a way that the best model is specified, through the use of the ARIMA model, for said procedure and to reach a correct conclusion about its estimation. According to the results, it is shown that the ARIMA model shows great potential in the studies of time series of precipitation data applied in the Amojú micro-basin, obtaining the proposed objective, especially an ARIMA-type model for the phenomenon of rains between 1984 and 2017. The data used were provided by SENAMHI, obtaining the following results, such as, the average of the initial monthly precipitation data in this period (1984 to 2017) was 21.77 mm with a standard deviation of 17.55 mm, and a positive asymmetry of 1.42, after the model, an average of 17.66 mm was obtained with a standard deviation of 4.4 mm and symmetric, that is, with normal approximation, in addition, the final model ARIMA (1.0.1) was obtained as the most appropriate, presenting as a forecast equation  $\hat{Y}_t = 2.80385 + 0.964867Y_{t-12} - 0.851158\epsilon_{t-12},,$  showing a better performance in relation to the observed data.

**Keywords:** Precipitation, Stochastic Processes, Time Series, ARIMA Models.



## I. INTRODUCCIÓN

Comenzando con la realidad problemática, se determina que el crecimiento demográfico de la población genera mayor demanda de recursos, específicamente el recurso agua, además de su distribución espacial y temporal en la micro cuenca Amojú, hace que su disponibilidad no esté acorde con las necesidades de la población, además porque su disponibilidad es estacionaria.

Los efectos causados por el cambio climático y otros, tales como el cambio las cuencas hidrográficas y el cambio de sus propiedades, hacen que pronosticar se torne más difícil haciendo uso de los métodos tradicionales.

(García, 2010, p. 4), manifiesta que, El problema del hidrólogo es la insuficiencia de datos, sean de precipitación o de caudales. Por lo que se asume que el futuro es estadísticamente similar al pasado. Este elemento es el que da sustento a la hidrología estocástica mientras que (Ortiz, 2008, p. 12), nos dice, la escasez de información hidrometeorológica en nuestro país, es una de las grandes restricciones para la hidrología de predicción que usa la Ingeniería Hidráulica, además (Metzger, 2017, p. 8), refiere que, para la realización de una investigación es importante controlar la calidad de la información a utilizar y por lo tanto tener una base de datos suficiente abundante como para determinar cómo se comportan las variables hidrometeorológicas, también (Ortiz, 2008, p. 132), comenta que, lo dificultoso de la hidrología, a diferencia de otras ciencias, es que solo hace uso de variables de naturaleza aleatoria, cuyas predicciones con razonable probabilidad, solo es posible hacerlas si se dispone de registros históricos de suficiente longitud, además, considerando además que los fenómenos relacionados con la precipitación producen daños, los cuales con la prevención respectiva resulta ser económica.

Según, (De La Fuente, 2017, p. 1), concluye que siempre las series temporales han sido analizadas desde un punto de vista determinista, sin

embargo desde ahora se estudian desde un punto de vista estocástico con los modelos que se conocen genéricamente como ARIMA (*Auto Regresive, Integrated Moving Average*), por lo general, no existe información de las variables aleatorias en donde se ubicará el proyecto, o si existe casi siempre no es fiable, por ser de mala calidad, o por existir en pequeñas cantidades, de allí que la tendencia es sobreestimar las estructuras para protegerlas, situación que en la micro Cuenca Amojú, además del desconocimiento casi generalizado en el empleo de la incertidumbre de diseño lo cual es una restricción con el fin de determinar las disponibilidades hídricas, que hará que los proyectos hidráulicos no sean funcionales y con la máxima economía posible.

La presente investigación propone una solución para la falta de información fiable obteniéndose la **formulación del problema general**: ¿Cómo se utiliza los modelos univariantes ARIMA en la predicción de Datos de precipitación en la Micro Cuenca Amojú, Jaén, Cajamarca 2021?, para los **problemas secundarios**, se especifica como: ¿Qué información se necesita para que sea fiable las series hidrológicas: precipitación?, ¿Cumple con la prueba de estacionariedad los datos de precipitación?, ¿Qué modelo ARIMA es el más adecuado para la variable precipitación correspondiente a la estación de la micro cuenca Amojú?, ¿Cuáles son las series sintéticas de predicción de la variable precipitación correspondiente a las estación de la micro cuenca Amojú?, ¿La predicción de series sintéticas para la variable precipitación son confiables?, en cuanto a la **justificación teórica**, se puede decir que se trata exclusivamente de los conceptos de procesos estocásticos y series temporales, como la función de autocorrelación simple (FACS) y la función de autocorrelación parcial (FACP), cuyos modelo ARIMA (Autoregresivos integrados de medias móviles) COMO datos meteorológicos, en lo que se refiere a **justificación práctica** es aprovechar los avances de la investigación básica, para poder utilizarlos en su aplicación, utilización y consecuencias prácticas de los conocimientos, dentro de ellos tenemos por ejemplo la estadística aplicada con su análisis paramétrico, análisis de autocorrelación, modelos probabilísticos y estocásticos, modelos ARIMA que son de interés en el tratamiento estadístico de las variables hidrológicas, comportamiento de dichas variables, la predicción sintética de

valores futuros de uso frecuente en planes y proyectos que se refieren al uso del agua.

En cuanto a la justificación espacial, se desarrollará en el Distrito de Jaén, especialmente en la micro cuenca Amojú, utilizando las estaciones meteorológicas que pertenezcan a la micro cuenca, en el aspecto **social** se justifica porque está especialmente dirigida a proporcionar información básica fiable para ser usada en planes y proyectos a mediano plazo, permitiendo un desarrollo sustentable para la población de la micro cuenca.

Con respecto al **objetivo general**: Demostrar la utilización de Modelos univariantes ARIMA y la predicción de Datos de precipitación en la Micro Cuenca Amojú Jaén-Cajamarca 2021, derivando en los **objetivos específicos**: Analizar la información de las series hidrológicas como precipitación recogida en la micro cuenca Amojú, determinar la prueba de estacionariedad de la serie de datos de precipitación, establecer el modelo ARIMA más adecuado para la variable precipitación, predecir las series sintéticas para la variable de interés, determinar la capacidad de los Modelos univariantes ARIMA en la predicción de Datos Sintéticos de precipitación en la Micro Cuenca Amojú y finalmente se obtiene la **hipótesis Nula** como: La capacidad de los Modelos univariantes ARIMA **No es** significativa en la predicción de Datos de precipitación en la micro Cuenca Amojú, y como **hipótesis Alternativa** como: La capacidad de los Modelos univariantes ARIMA **es** significativa en la predicción de Datos de precipitación en la micro Cuenca Amojú.

## II. MARCO TEÓRICO

Los estudios realizados referente al tema de investigación (antecedentes), a nivel internacional se tiene la de (Aguado-Rodriguez, y otros, 2016, p. 1), en su artículo, realizada en México, elabora un programa para obtener la predicción de diferentes variables hidrometeorológicas, (temperatura, evapotranspiración, humedad relativa, etc.), con modelos autorregresivos (ARIMA), obteniéndose resultados óptimos en la predicción, la investigación lo realizaron en tres estaciones meteorológicas, demostrándose que la predicción en base a ARIMA fue mejor en comparación al modelo de predicción de persistencia.

(Méndez Bustamante, 2013, p. 9), refiere que el objetivo de su investigación propone utilizar una base de datos hidrométricos, de la estación hidrométrica Paso Ancho dentro de la cuenca del río Verde del Estado de Oaxaca, llevó a cabo su investigación con la aplicación de la teoría de series de tiempo, empleando un modelo conocido como  $ARIMA(p; d; q)$ , cuyos creadores fueron Box-Jenkins, y el modelo que obtuvieron fue un  $ARIMA(1; 1; 1)$ , modelo que resulto importante porque determinó el comportamiento de las aportaciones deducidas por el gasto de agua de dicha cuenca, y como resultado su predicción lo consideraron como óptima, además (Casaliglla Ger, 2016, p. 20), en una investigación realizada en el año 1970, manifestó que la metodología propuesta por George Box y Gwilym Jenkins, dos ingenieros con formación estadística, llegaron a sistematizar modernos métodos estadísticos en las series temporales univariantes, manifestando que los valores actuales dependen de los valor anteriores, llamados dependencia entre los datos, la variable tiempo, por tanto, juega un papel fundamental.

(Chechi, y otros, 2013, p. 43), en su investigación sobre el análisis de una serie de tiempo de precipitación realizada en la ciudad de Erechim que pertenece al Estado del Rio Grande del Sur, Brasil, buscando un modelo de pronóstico más adecuado, encontró que el método SARIMAX, resultó más

ajustado al conjunto de datos, cuyas pruebas con alto coeficiente de correlación y determinación, pero (Souza do Espírito Santo, y otros, 2015, p. 2), en su investigación manifiestan que, el estudio de series temporales permite verificar la existencia de cambios en el comportamiento de una variable estudiada en el tiempo. Es posible, a partir de ahí, construir modelos de predicción que básicamente necesitan un vector de valores observados en el tiempo, y los modelos estadísticos tradicionales existentes, el modelado con metodología de Box y Jenkins llamado también como ARIMA (Auto Regressive Integrated Moving Average) y de Holt y Winters (Suavizado exponencial) se destacan, así como (De Arce, y otros, 2017, p. 9), que hace referencia a Box y Jenkins (1970), los cuales, desarrollaron la Metodología de estos modelos en los con sus estudios en los años 60's y 70's, los cuales rompen con el paradigma de especificar un modelo tradicional utilizando mínimo dos variables, cambiando de tal manera que son los propios datos de las variables los que indican la estructura probabilística subyacente y el mecanismo para pronosticar.

Investigaciones a nivel nacional tenemos a, (Sánchez Silva, y otros, 2013, p. 1), En su investigación pudo verificar como el caudal del Rio Chira (Piura), se comportaba, utilizando los modelos ARIMA y el procedimiento de Holt - Winters, cuyo objetivo era de comparar su eficiencia y utilizar el modelo mejor como un mecanismo de predicción de dicho caudal. El estudio utiliza una muestra del caudal correspondiente a enero de 1980 y diciembre del 2011, demostrándose con los resultados obtenidos que el modelo más adecuado es el modelo ARIMA (12,1,2), es decir es un modelo Autorregresivo de orden máximo 12, diferenciado una vez y promedio móvil de orden dos, seleccionándose este modelo porque su Desviación Media Absoluta (DAM) fue menor.

(De La Cruz, 2014, p. 1), en este estudio, se aplicó el modelo univariado ARIMA y con base en datos históricos mensuales del consumo eléctrico residencial en la región correspondiente al período 2001 a junio 2013, la región Piura en el período de pronóstico de mediano plazo (2 años). Las demostraciones son un procedimiento eficiente para obtener mejores resultados predictivos al comparar y validar los resultados obtenidos de los métodos de

pronóstico Winter. Por tanto, esto permitió obtener un modelo ARIMA (2,1,1), que explica efectivamente el consumo tanto del pasado residencial y la previsión para los próximos dos años siguientes, también (Sialer Diaz, 2014, p. 1), en su investigación propone un modelo eficiente de proyección del caudal de los aportes del Río Jequetepeque, respecto al caudal actual impulsado por turbinas de la central hidroeléctrica Gallito Ciego, para la futura ampliación hidroenergética Jequetepeque - Zaña. La metodología parte de una serie histórica mensual generada por la diferencia entre el caudal natural del río Jequetepeque y el caudal con turbinas de gallito ciego, se logra obtener un modelo ARIMA que logre el objetivo, por lo cual se logró obtener los niveles en caudal y altura confirmando la potencia de generación en el sitio de influencia, además (Carcasi Mamani, 2017, p. 8), en su tesis de investigación manifiesta que en general existe la urgencia de prever de cara a la demanda futura de electricidad debido al rápido crecimiento de la población del distrito de Putina, de allí que plantea seleccionar un modelo univariado, formalizando y proyectando el consumo doméstico mensual de dicha energía eléctrica, realizándose las proyecciones para los años 2015 y 2016 determinado con un n. c. del 95% y la proyección mostró eficiencia con un ajuste bueno a la serie.

(Reyes Rodriguez, 2019, p. 70), Realizó su investigación en el río Shullcas, cuyo nacimiento es en las lagunas Chuspicocha y Lazo Untay principal fuente del recurso hídrico del cual proviene el agua potable para la ciudad de Huancayo, del cual se propusieron aplicar la metodología ya descrita B-J, y los modelos de H-W para proyectar los caudales mes a mes del río Shullcas ubicado en la estación Chamisería, llegando a la conclusión que el modelo H-W no se adapta, porque no cumple con los requisitos del modelo, como por ejemplo la tendencia secular, en cambio el modelo univariado ARIMA (1,0, 0) (2, 1, 1) se adapta para las proyecciones de flujos mensuales.

A nivel Local, la aplicación de las teorías ARIMA no existe, hay investigaciones aplicadas con otras metodologías.

Ahora pasaré a mencionar algunas teorías que están relacionadas a mi investigación, conceptos relacionados especialmente a la variable independiente y dependiente, esto facilita la comprensión de los significados básicos e importantes.

(Anderson, y otros, 2016, p. 1), manifiestan el concepto fundamental de Precipitación, diciendo: “Aumentar el volumen de aire húmedo en la atmósfera conduce al enfriamiento y la condensación. que da lugar a la precipitación de vapor en forma de lluvia, nieve, granizo y aguanieve. Cuando el condensado la gota de humedad es mayor de 0,1 mm, cae como precipitación y estas gotas crecen a medida que chocan y se fusionan y forman grandes gotas. Estas gotas que caen al suelo suelen en el rango de tamaño de 0,5 a 3 mm, mientras que la lluvia con tamaños de gota de menos de 0,5 mm se llama llovizna”

Para (Britannica, 2011), manifiesta que un **Proceso Estocástico**, es un proceso que involucra el azar y es uno de los temas utilizados en probabilidad y se refiere a una familia de variables aleatorias indexadas contra alguna otra variable o conjunto de variables. Dentro de los temas que trata son los procesos de Markov, Poisson y series de tiempo, con la variable índice referida al tiempo, el cual puede ser de naturaleza discreta o continua, siendo de particular interés los cambios que pueden experimentar respecto al tiempo.

(Salas, y otros, 2016), refieren en cuanto a **pronóstico estocástico**, como técnicas que se han utilizado en hidrología y recursos hídricos durante largo tiempo. Algunas de las técnicas estocásticas que se aplican a corto, medio y largo plazo, la previsión de variables hidrológicas como los caudales incluye modelos de regresión, como los basados en componentes principales, media móvil integrada autorregresiva (ARIMA), entre otros, donde la ventaja de utilizar modelos bien estructurados es que la identificación de modelos y estimación de parámetros están ampliamente disponibles en paquetes de software.

(Vink, 2016, p. 2), en cuanto al concepto de **Series de Tiempo**, se refiere que “En muchos problemas, la variable dependiente **Y**, la que queremos predecir

depende de entradas muy claras, los cuales, en series de tiempo, estas variables independientes a menudo no se conocen y no se pueden obtener fácilmente, de allí que para las series de tiempo existe un enfoque para considerar la etiqueta en el paso de tiempo actual  $X_t$ , como una variable dependiente de los pasos de tiempo anteriores  $X_{t-k}$ , por lo tanto, analizamos la serie nada más que en función del tiempo. Uno de los modelos más utilizados a la hora de manejar series temporales son los modelos ARIMA”.

Además el concepto de **Series de Tiempo**, para (Scheidereiter, 2016,p. 15), describe como parte de un proceso estocástico, el principal objetivo es analizar series de tiempo desarrollando modelos matemáticos que proporcionen una explicación racional de los datos muestrales que componen la serie de tiempo, además, la predicción para esta investigación constituye el área más importante dentro del análisis econométrico aplicado a la hidrología, dado a que los datos sintéticos generados a través de estos modelos, serán utilizados para calcular caudales, que servirán para los diseños de obras hidráulicas y otros.

Sabiendo que en términos generales existen 5 enfoques para predecir en términos económicos en esta investigación se utilizará los modelos *Autorregresivos integrados de promedios móviles*, (ARIMA), conocido como metodología Box – Jenkins, donde (Gujarati, y otros, 2010, p. 77), manifiesta que, si su serie temporal es estacionaria, puede modelarla de varias formas. Primero es el **Proceso Autorregresivo (AR)**, que se define como: Sea  $Y_t$  el logaritmo de la serie estacionaria en el período t. y se obtiene además un término de error aleatorio no correlacionado de media cero y varianza constante  $\sigma^2$  (es decir, ruido blanco, se dice entonces que  $Y_t$  sigue un proceso estocástico **autorregresivo de primer orden, AR(1)**.

Este tipo de modelo manifiesta que el valor pronosticado de Y en el período t es simplemente una proporción ( $= \alpha_1$ ) de su valor de período (t-1), más una perturbación aleatoria en el tiempo t y así sucesivamente hasta  $Y_t$  con un proceso autorregresivo de orden p, ó **AR(p)**.



El segundo paso es el **Proceso de Media Móvil (MA)**, obteniéndose también para el periodo  $t$ , el cual es igual a la constante más el promedio móvil de los términos de error actuales y pasados. Así, en este caso, se dice que  $Y$  sigue el proceso de media móvil de primer orden, o **MA(1)** y así sucesivamente hasta que se alcance el proceso MA( $q$ ). En resumen, el proceso de media móvil es una combinación lineal de términos de error de ruido blanco y es muy probable que  $Y$  tenga características de AR y de MA a la vez, y por consiguiente sea ARMA, lo cual se considera un proceso autorregresivo y de promedios móviles (**ARMA (1,1)**). En general, en **ARMA( $p, q$ )**, habrá  $p$  términos autorregresivos y  $q$  términos de promedios móviles.

El análisis de los modelos de series de tiempo se basa en el supuesto de que las series de tiempo consideradas son (débilmente) estacionarias, en donde, la media y la varianza considerada como una serie de tiempo débilmente estacionaria son constantes y su covarianza no varía con el tiempo. Pero se sabe que varias series de tiempo son no estacionarias, es decir, son integradas, por consiguiente para lograr la estacionariedad se debe diferenciar una serie de tiempo  $d$  veces para hacerla estacionaria y luego aplicarle el modelo ARMA( $p,q$ ), por lo que llegamos a concluir que la serie de tiempo original es ARIMA( $p,d,q$ ), es decir, es una serie de tiempo autorregresiva integrada de promedios móviles, donde  $p$  denota el número de términos autorregresivos,  $d$  el número de veces que la serie debe diferenciarse para hacerse estacionaria y  $q$  el número de términos de promedios móviles.

El punto importante es que para usar el método de Box-Jenkins, necesita una serie de tiempo estacionaria o una serie de tiempo que sea estacionaria después de una o más diferenciaciones. La razón de la suposición estacionaria se explica a continuación: El objetivo de BJ [Box-Jenkins] es identificar y estimar modelos estadísticos para ser interpretados como como fuente generadora de datos muestrales. Por lo tanto, cuando se pronostique con este modelo estimado, debe asumir que sus características serán constantes en el tiempo y, en particular, en periodos futuros, por lo tanto, la sencilla razón para requerir datos estacionarios es que todo modelo que se infiera a partir de estos datos pueda

interpretarse como estacionario o estable en sí mismo, por lo tanto, proporcione, una base válida para predecir.

Según Bowerman y O'Connell (como se citó en (Hefzul Bari, y otros, 2015), Para desarrollar un modelo ARIMA es necesario seguir cuatro pasos básicos: Primero la identificación del grado de diferenciación si es necesario y usando ACF y PACF encontrar un modelo tentativo, segundo, estimar los parámetros del modelo, tercero, verificación de diagnóstico realizando el análisis residual y si es aceptable como cuarto paso realizar el pronóstico.

### III. METODOLOGÍA

#### 3.1. Tipo y diseño de investigación.

##### **Tipo de investigación:**

El presente estudio reúne las condiciones metodológicas de una investigación aplicada, llamada también práctica, empírica, constructiva o utilitaria por la necesidad de tener que aplicar la metodología y las técnicas estadísticas consideradas como investigación básica como: análisis lineal correlación y de regresión, de autocorrelación, modelos probabilísticos y estocásticos.

##### **Diseño de Investigación:**

Según la definición del problema, el diseño es no experimental, dado a que se estudiarán las mediciones de precipitación realizadas por senhami, por lo tanto, la variable no fue modificada.

Según (Hernández Sampieri, y otros, 2014), propone como diseño no experimental, al procesamiento de datos realizada en la investigación sin manipular planificadamente sus variables. Es decir, que las variables no se hacen variar intencionalmente, para ver cómo las variables independientes tienen su efecto sobre otras variables.

Según Mertens, como se citó en (Hernández Sampieri, y otros, 2014) indicando que la investigación con diseño no experimental es apropiada para variables que no pueden o deben ser modificadas o resulta complicado hacerlo.

#### 3.2. Variables, Operacionalización.

**Variable Dependiente:** Precipitación mensual de lluvia registrada durante los años 1984-Enero a 2017 Mes de Agosto.

**Variable Independiente:** Precipitación mensual de lluvia desfasados en distintos períodos registrada durante los años 1984-enero a 2017 Mes de Agosto.

### **3.3. Población, muestra y muestreo.**

#### **Población**

La población el cual va a ser estudiada, es toda la cantidad de precipitaciones mensuales realizadas en la microcuenca Amojú del distrito de Jaén, es decir de todo el tiempo.

#### **Muestra**

La muestra estuvo conformada por el número de precipitaciones mensuales, elegida a criterio de la disponibilidad de los datos proporcionados por SENHAMI, el periodo de tiempo comprendido desde el año 1984 hasta el año 2017, en datos mensuales, siendo  $n = 408$ , siendo el tiempo de 37 años.

#### **Muestreo**

Los datos han sido solicitados a la institución antes mencionada, perteneciente a la estación de Jaén, perteneciente a la micro cuenca del Río Amojú, desde los años 1984 al 2017.

### **3.4. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.**

La información estadística para realizar el presente trabajo de investigación fue dada por el SENHAMI en datos mensuales correspondiente entre el periodo 1984 hasta 2017.

### **3.5. Procedimientos.**

Los pasos a llevar a cabo son: Identificación, estimación del modelo que se comporte como generador de datos sintéticos usados en la predicción, cumpliendo ciertas características que la serie de tiempo

lo exige, como por ejemplo considerar que el modelo sea estacionario, luego se pasa a la verificación del modelo estimado, tomando las pruebas estadísticas que proponer para ello, como la prueba de normalidad, estacionario, ruido blanco, etc., y para terminar con el paso de predicción de datos. Este procedimiento es el referido para los modelos ARIMA.

#### **a. Identificación.**

Esta fase consiste que a través de las herramientas fundamentales como el análisis del correlograma muestral y parcial es posible identificar el tipo de proceso estocástico que ha procesado los datos, encontrando los valores del modelo ARIMA ( $p, d, q$ ).

Es importante tener en cuenta que se debe obtener una serie estacionaria antes de usar los criterios de identificación FAC y FAP. Para este propósito se realizarán las pruebas estacionarias en la serie original. En caso de que esto no sea estacionario, la variable puede diferenciarse  $d$  veces hasta que ésta sea estacionaria. Este procedimiento se identifica el orden de integración  $d$  del modelo ARIMA.

En la tabla 1, se presentan el aspecto teórico de los patrones de los correlogramas FAC y FAP según el tipo de modelo, los cuales serán útiles en la identificación de  $p$  y  $q$  del modelo ARIMA:

Tabla 1. Patrones Teóricos de FAC y FACP

Tipo de Modelo	Patrón típico de la FAC	Patrón típico de la FACP
AR(p)	Decrecimiento rápido de tipo geométrico puro, geométrico con alternación de signos, sinusoidal o mezcla de ambos tipos.	Picos grandes en los $p$ rezagos o corta abruptamente a partir del rezago $p$ , es decir la FACP se anula luego del rezago $p$ .
MA(q)	Picos grandes en los $q$ rezagos o corta abruptamente a partir del rezago $q$ , es decir la FACP se anula luego del rezago $q$ .	Decrecimiento rápido de tipo exponencial y /o sinusoidal.
ARMA(p,q)	Decrecimiento exponencial	Decrecimiento exponencial

**b. Estimación.**

En esta fase se estiman los coeficientes de cada expresión los términos autorregresivos y de media móvil considerados en el modelo, cuyo número de retrasos  $p$  y  $q$  han sido identificados en la fase anterior. La estimación se realiza mediante softwares estadísticos, los cuales procesan este procedimiento a través de bucles en las que se definen los parámetros iniciales, así como los criterios de convergencia.

**c. Verificación.**

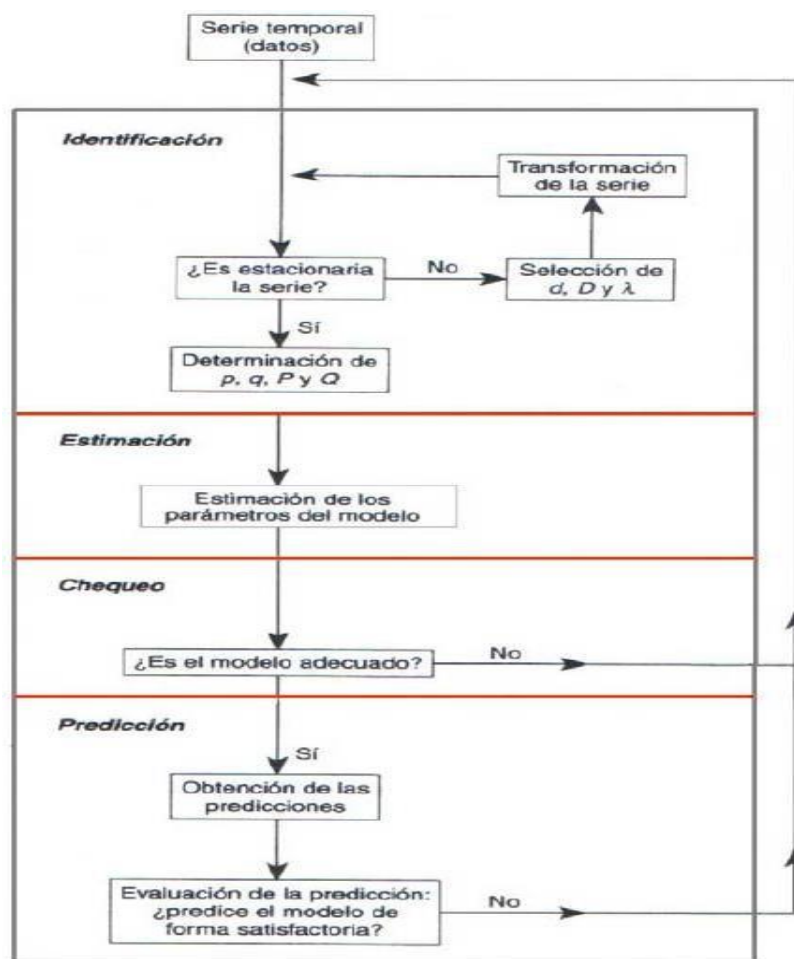
En esta etapa se busca evaluar si el modelo estimado se ajusta a los datos en forma razonablemente buena, a esta fase también se le conoce como validación o control de diagnóstico en el que se realizan algunas pruebas antes de usar el modelo para el pronóstico.

La validación o control incluyen el análisis de los **coeficientes** o parámetros del modelo, la evaluación de la prueba estadística de **bondad de ajuste** y del análisis de **residuos**.

#### d. Predicción.

En base a los resultados de pasos anteriores, se decide sobre el modelo adoptado, el cual se utilizará para predecir un periodo futuro; es decir aquel que resultó ser mejor en las etapas anteriores.

Figura 1. Metodología Box-Jenkins



Fuente: Universidad Autónoma de Madrid.

Series. Temporales: Modelo ARIMA

### 3.6. Método de análisis de datos.

Una vez procesados los pasos del método propuesto por Box y Jenkins, se analizará la información resultante, para lo cual se usará las

pruebas estadísticas, de los cuales permitirá identificar y estimar el modelo. Para el análisis mencionado anteriormente, se utilizará el programa Gretl, el cual es un software libre de tipo econométrico.

### **3.7. Aspectos éticos.**

Para la realización de la investigación, se llevó a cabo con responsablemente, respetando la originalidad de los diferentes autores utilizados, dónde se utilizó la norma ISO 0690-2, acotando que no hubo plagio, redactando con honradez y honestidad, de esta manera cumpliendo con la ética de la investigación.



## **IV. RESULTADOS**

El presente capítulo tiene por finalidad presentar los resultados y discusión acerca de la precipitación mensual (mm) para la microcuenca Amojú ubicado en el distrito, provincia de Jaén y departamento de Cajamarca, relativo a los períodos 1984 a 2017.

### **4.1. Ubicación.**

La microcuenca, conocida también como Jaén, se forma en la Cordillera Huamantanga, por la unión de las quebradas Huamantanga, Rinconada Lajeña y La Cascarilla; formando la Quebrada Miraflores (a la altura del Caserío Miraflores); luego, se une a la Quebrada La Virginia, y, en su unión con la Quebrada Las Naranjas, forma el Río Jaén. La superficie de la cuenca está comprendida entre los paralelos 5°47'15" y 5°33'15" Latitud Sur y los Meridianos 78°58'30" y 78°39'30". Con una temperatura media anual de 25.5 °C, la precipitación media anual es 900mm.

### **4.2. Serie histórica de precipitación.**

Para el desarrollo de la investigación se contó con datos de precipitación mensual provenientes de la Estación Jaén de 33 años 8 meses, comprendidos desde enero del año 1984 hasta agosto del año 2017, cuyos datos de precipitación fueron mensuales, proporcionados por el Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú (SENAMHI).

Tabla 2. Serie histórica mensual de precipitaciones (mm)  
Microcuenca Amojú - Jaén, periodo 1984-2017

Estación: Jaén/000252/DZ02

Latitud: 5°40'36"

Parámetro: Precipitaciones máximas en 24 horas mensual (mm)

Longitud: 78°46'27"

Ubicación: Cajamarca - Jaén - Jaén

Altitud: 654 msnm

Variable	Año	01_ENE	02_FEB	03_MAR	04_ABR	05_MAY	06_JUN	07_JUL	08_AGO	09_SET	10_OCT	11_NOV	12_DIC
PT202	1984	15.20	20.40	18.00	16.00	12.50	17.30	4.50	6.20	12.90	19.50	20.30	16.30
PT202	1985	30.10	5.30	17.20	15.20	3.20	4.90	2.50	18.30	15.60	9.30	12.50	25.60
PT202	1986	5.10	18.50	45.20	53.20	12.60	41.20	3.60	5.80	23.10	15.40	11.00	15.20
PT202	1987	14.00	17.50	11.60	25.30	5.60	4.70	6.50	20.40	25.60	18.20	16.00	9.80
PT202	1988	18.10	16.30	15.60	14.80	20.10	19.50	17.60	25.40	8.60	13.60	15.90	12.20
PT202	1989	6.10	14.20	13.80	17.10	36.50	45.20	32.10	11.30	9.20	18.10	15.60	9.00
PT202	1990	41.30	25.30	18.60	27.90	41.30	48.20	35.80	30.90	26.50	24.80	9.80	15.10
PT202	1991	13.03	17.86	11.20	26.98	15.75	7.66	5.77	7.87	26.10	7.34	48.21	40.36
PT202	1992	3.75	20.49	15.03	35.91	18.48	4.36	3.55	6.09	28.67	36.61	53.50	19.59
PT202	1993	7.87	62.56	45.19	11.78	18.82	7.73	4.67	36.10	72.94	24.81	38.85	30.44
PT202	1994	14.70	58.46	35.44	57.94	13.87	12.24	6.56	4.75	48.20	7.54	17.39	14.06
PT202	1995	4.94	25.51	23.81	22.74	10.18	4.60	10.26	56.98	7.81	9.52	41.22	36.00
PT202	1996	7.90	25.70	18.00	11.20	16.50	14.70	0.50	6.70	13.70	19.80	18.40	38.00
PT202	1997	11	16.7	14.4	30	24.4	16.9	17.4	6	3.5	16	18.6	6.6
PT202	1998	14.4	25.4	18.8	36	S/D	22	12.6	4.5	12.4	31.7	11.2	2.6
PT202	1999	13	44.2	59.2	12.2	55.5	15.8	17.4	5.6	25.4	25	12.2	33.6
PT202	2000	17.2	34.4	36.6	19	20	16.6	27	9	18.6	9.6	8.4	30.2
PT202	2001	26.6	10.4	10.8	10.4	39.1	5.8	5.4	4.8	21	11.8	35	27.8
PT202	2002	18.9	28	13.5	61.5	61.2	4	14.3	1.5	13	88	31	15.1
PT202	2003	7.8	35.6	13.7	32.8	25.2	23	8	16.2	16	23.2	10.6	29.1
PT202	2004	7.5	6.8	19.7	30.6	38.1	18	2.4	7.2	17	19.4	18.2	12
PT202	2005	6.5	42	36.2	31	10.2	18.3	1.9	14.5	18.7	27.9	78.5	31.5
PT202	2006	18.5	38.7	23	9.4	13.5	26.5	1.3	8.5	5.6	11.7	15.5	16
PT202	2007	7.6	27	32.5	29	29.3	13	27.2	7.5	7.2	45.9	38.9	22.6
PT202	2008	17	37.2	63.7	10.2	15.8	26.9	17.4	3.4	18.4	26.7	20.6	20.6
PT202	2009	20.5	11.5	38.8	37.6	10.3	7.5	14.6	19.5	13	44.6	13.8	21.2
PT202	2010	16.6	35.8	5.5	41.5	12.5	10	4	18.3	9.6	24	21.5	20.6
PT202	2011	25.9	39.5	34.7	39.8	70.6	4.5	21.8	3.5	7.2	25.8	23.5	26.7
PT202	2012	23.8	32.6	22.5	27.5	4.4	16.8	6.4	6.8	5.2	22	23.2	12.8
PT202	2013	5.8	47	10.3	18.8	39.9	9	6.2	8.2	8.5	54.4	0.7	14.4
PT202	2014	14.6	20	38.6	50.3	47.8	8	10	11.9	6.5	9.7	30.8	20.5
PT202	2015	49.5	16.6	73	15.6	21.6	4	51	7	6	13.6	15	20.6
PT202	2016	25.6	14.5	S/D	28.6	12.5	9.2	16.8	13.2	11.6	S/D	S/D	S/D
PT202	2017	S/D	11.2	37.8	26.8	S/D	12.8	9.4	21.7	-	-	-	-

Fuente: Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología (Senamhi)

Como se puede ver en la tabla 2, se presentaron algunos datos incompletos, lo cual haciendo uso de la metodología de completación de datos (método de regresión lineal), recomendados para datos mensuales y anuales se procedió a completarlos y obteniendo la Tabla 3.

Tabla 3. Serie histórica mensual de precipitaciones (mm)  
Microcuenca Amojú - Jaén, periodo 1984-2017

Estación: Jaén/000252/DZ02

Latitud: 5°40'36"

Parámetro: Precipitaciones máximas en 24 horas mensual (mm)

Longitud: 78°46'27"

Ubicación: Cajamarca - Jaén - Jaén

Altitud: 654 msnm

Variable	Año	01_ENE	02_FEB	03_MAR	04_ABR	05_MAY	06_JUN	07_JUL	08_AGO	09_SET	10_OCT	11_NOV	12_DIC
PT202	1984	15.20	20.40	18.00	16.00	12.50	17.30	4.50	6.20	12.90	19.50	20.30	16.30
PT202	1985	30.10	5.30	17.20	15.20	3.20	4.90	2.50	18.30	15.60	9.30	12.50	25.60
PT202	1986	5.10	18.50	45.20	53.20	12.60	41.20	3.60	5.80	23.10	15.40	11.00	15.20
PT202	1987	14.00	17.50	11.60	25.30	5.60	4.70	6.50	20.40	25.60	18.20	16.00	9.80
PT202	1988	18.10	16.30	15.60	14.80	20.10	19.50	17.60	25.40	8.60	13.60	15.90	12.20
PT202	1989	6.10	14.20	13.80	17.10	36.50	45.20	32.10	11.30	9.20	18.10	15.60	9.00
PT202	1990	41.30	25.30	18.60	27.90	41.30	48.20	35.80	30.90	26.50	24.80	9.80	15.10
PT202	1991	13.03	17.86	11.20	26.98	15.75	7.66	5.77	7.87	26.10	7.34	48.21	40.36
PT202	1992	3.75	20.49	15.03	35.91	18.48	4.36	3.55	6.09	28.67	36.61	53.50	19.59
PT202	1993	7.87	62.56	45.19	11.78	18.82	7.73	4.67	36.10	72.94	24.81	38.85	30.44
PT202	1994	14.70	58.46	35.44	57.94	13.87	12.24	6.56	4.75	48.20	7.54	17.39	14.06
PT202	1995	4.94	25.51	23.81	22.74	10.18	4.60	10.26	56.98	7.81	9.52	41.22	36.00
PT202	1996	7.90	25.70	18.00	11.20	16.50	14.70	0.50	6.70	13.70	19.80	18.40	38.00
PT202	1997	11	16.7	14.4	30	24.4	16.9	17.4	6	3.5	16	18.6	6.6
PT202	1998	14.4	25.4	18.8	36	34.15	22	12.6	4.5	12.4	31.7	11.2	2.6
PT202	1999	13	44.2	59.2	12.2	55.5	15.8	17.4	5.6	25.4	25	12.2	33.6
PT202	2000	17.2	34.4	36.6	19	20	16.6	27	9	18.6	9.6	8.4	30.2
PT202	2001	26.6	10.4	10.8	10.4	39.1	5.8	5.4	4.8	21	11.8	35	27.8
PT202	2002	18.9	28	13.5	61.5	61.2	4	14.3	1.5	13	88	31	15.1
PT202	2003	7.8	35.6	13.7	32.8	25.2	23	8	16.2	16	23.2	10.6	29.1
PT202	2004	7.5	6.8	19.7	30.6	38.1	18	2.4	7.2	17	19.4	18.2	12
PT202	2005	6.5	42	36.2	31	10.2	18.3	1.9	14.5	18.7	27.9	78.5	31.5
PT202	2006	18.5	38.7	23	9.4	13.5	26.5	1.3	8.5	5.6	11.7	15.5	16
PT202	2007	7.6	27	32.5	29	29.3	13	27.2	7.5	7.2	45.9	38.9	22.6
PT202	2008	17	37.2	63.7	10.2	15.8	26.9	17.4	3.4	18.4	26.7	20.6	20.6
PT202	2009	20.5	11.5	38.8	37.6	10.3	7.5	14.6	19.5	13	44.6	13.8	21.2
PT202	2010	16.6	35.8	5.5	41.5	12.5	10	4	18.3	9.6	24	21.5	20.6
PT202	2011	25.9	39.5	34.7	39.8	70.6	4.5	21.8	3.5	7.2	25.8	23.5	26.7
PT202	2012	23.8	32.6	22.5	27.5	4.4	16.8	6.4	6.8	5.2	22	23.2	12.8
PT202	2013	5.8	47	10.3	18.8	39.9	9	6.2	8.2	8.5	54.4	0.7	14.4
PT202	2014	14.6	20	38.6	50.3	47.8	8	10	11.9	6.5	9.7	30.8	20.5
PT202	2015	49.5	16.6	73	15.6	21.6	4	51	7	6	13.6	15	20.6
PT202	2016	25.6	14.5	38.64	28.6	12.5	9.2	16.8	13.2	11.6	23.1	22.7	20.8
PT202	2017	23.56	11.2	37.8	26.8	19.3	12.8	9.4	21.7	-	-	-	-

Fuente: Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología (Senamhi).  
Elaborado por el Investigador.

#### 4.3. Análisis Estadístico.

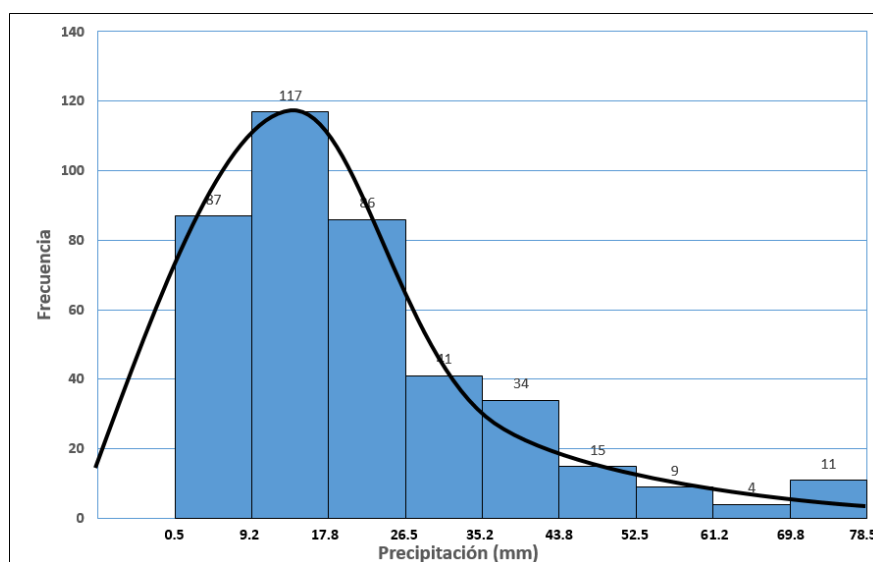
Tabla 4. Valores de los principales estadísticos de las precipitaciones mensuales Microcuenca Amojú - Jaén, periodo 1984-2017

Indicadores Estadísticos	Valor
Media	21.77 mm.
Mediana	17.55 mm.
Desviación Estándar	15.98 mm.
Asimetría	1.42
Kurtosis	2.01
Mínimo	0.50 mm.
Máximo	78.50 mm.
Número de datos	404

Fuente: Elaboración propia. Software SPSS 26

De acuerdo a la tabla 4, sobre los principales estadísticos que se pudo analizar, es que en promedio las precipitaciones en ese período fueron de 21.77 mm, además analizando con respecto a los valores mínimo y máximo se ve que existe valores muy extremos como la precipitación máxima de 78.50 mm ocurrido en noviembre del 2005 y la precipitación mínima de 0.5 mm ocurrido en julio de 1996. Además que su distribución de datos tiene una forma asimétrica a la derecha o positiva por ser 1.42 valor mayor a cero y también con una forma leptocúrtica, por ser su valor mayor que 2.01, tal como se puede apreciar en el siguiente histograma con curva normal.

Figura 2. Histograma con Curva normal de la serie de datos de precipitación de la estación Jaén  
Enero 1984 - agosto 2017



Fuente: Elaboración propia. Software SPSS 26

#### 4.4. Aplicación de la Metodología ARIMA (Box-Jenkins).

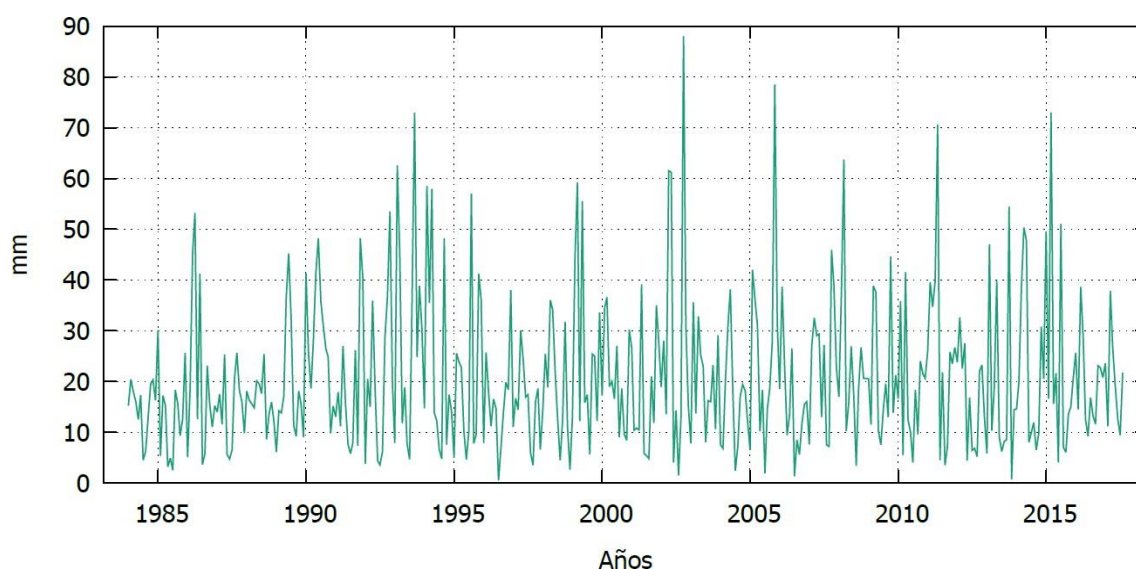
Así como se planteó en el marco teórico, el método de Box y Jenkins consta de 4 pasos fundamentales, para lograr encontrar el

modelo que mejor se ajuste a los datos, por lo tanto se presentarán los diferentes cuadros y gráficos.

#### 4.4.1. Identificación del Modelo:

Para identificar un modelo ARIMA que mejor represente el comportamiento de la serie de datos de precipitación de la Microcuenca Amojú, primeramente se graficó la respectiva serie, luego se graficaron las funciones de autocorrelación simple (FAC), así como, la función de autocorrelación parcial (FACP).

Figura 3. Serie de datos de precipitación Originales de la estación Jaén  
Enero 1984 - agosto 2017



Fuente: Elaboración propia. Software Gretl.

Lo primero que debemos saber es, qué tipo de irregularidades, que comportamientos existe en la serie, dado que lo necesitamos para proyectar a futuro, por el cual es el objetivo primordial de la presente investigación, ya que por un lado al saber que se conoce de las irregularidades y el funcionamiento pasado de las series, entonces se puede proyectar a futuro este comportamiento, por lo que es necesario que todos los procesos aleatorios generados de esta serie tengan estabilidad.

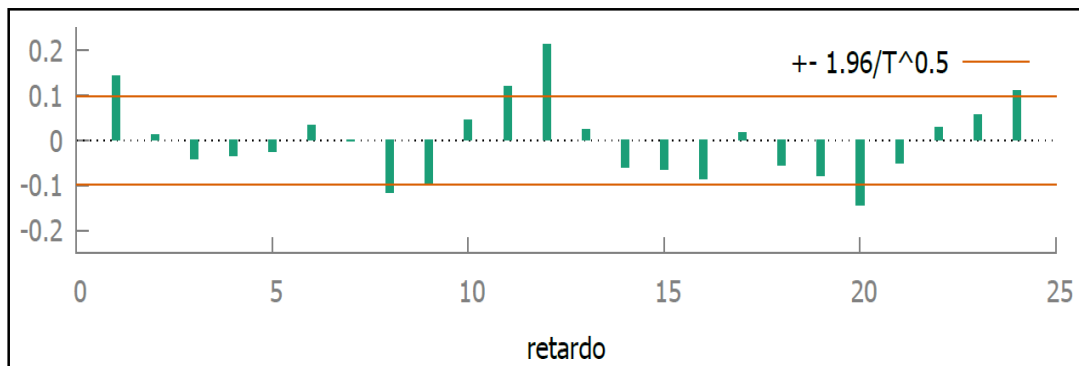
Realizando un análisis de la gráfica 3, se puede ver que la serie de precipitaciones de la microcuenca Amojú se desplazan alrededor de la media, aunque no se puede decir lo mismo de la varianza, dado que en algunos datos hay mucha variación y en otras menos, y de allí que se puede decir que no tiene estacionariedad, analíticamente se determinará y si se corrobora la no estacionariedad se aplicará las transformaciones adecuadas con el objetivo de convertirlo en estacionarias y otras, además gráficamente se ve que la serie de datos no tiene tendencia ni creciente ni decreciente.

### **Función de Autocorrelación Simple.**

Después de graficar la serie, se verá la función de autocorrelación simple, el cual nos permite identificar si hay alguna estructura de dependencia con el componente de media móvil (MA), es decir de los errores pasados que tiene la serie.

Figura 4. Función de Autocorrelación estimada de la Serie

Precipitación de la estación Jaén



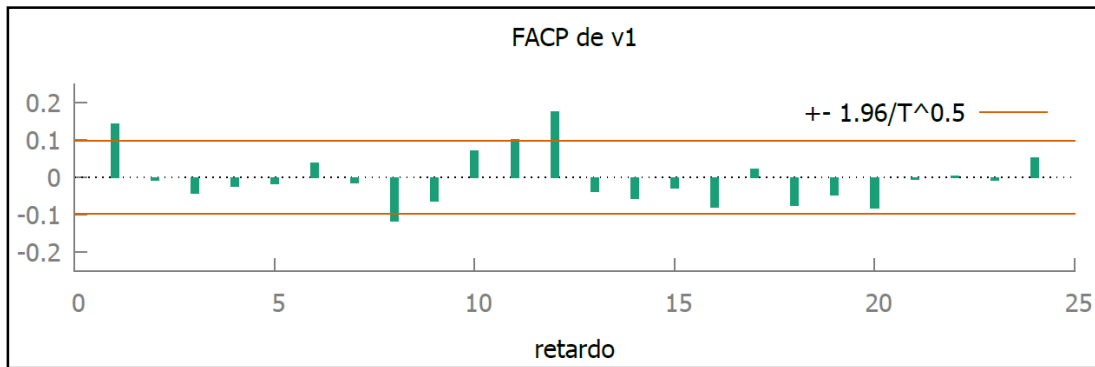
Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

En este gráfico el comportamiento de la función de Autocorrelación simple tiene un comportamiento sinusoidal, en el cual se observa los rezagos (retardos) 1, 8, 11, 12.

### **Gráfico de la función de Autocorrelación Parcial.**

Figura 5. Función de Autocorrelación Parcial (FACP) estimada de la Serie

Precipitación de la estación Jaén



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

En el gráfico de autocorrelación parcial los rezagos (retardos) 1, 8, 11 y 12 son significativamente diferentes a cero, el resto de valores están dentro del intervalo de confianza definido.

Por lo tanto, según el correlograma se puede decir que la serie de datos de precipitación es estacionaria, pero para mejor explicación se hará con el contraste aumentado de Dickey y Fuller, cuyo resultado realizado con el software Gretl se obtuvo lo siguiente:

### Contraste aumentado de Dickey – Fuller de la variable Precipitación:

De acuerdo a las hipótesis siguientes:

Si:

Ho: La serie tiene raíz unitaria (es No Estacionaria)

→ Si el valor de  $p > 0.05$

H1: La serie no tiene raíz unitaria (es Estacionaria).

→ Si el valor de  $p < 0.05$

Según nos muestra la salida del software Gretl en la prueba que el valor de p tiende a cero  $p = 0.0006386$ , significando que rechazamos (Ho), es decir la hipótesis nula, concluyendo que la Serie de Precipitaciones de la Microcuenca Amojú es **Estacionaria**.

Cabe aclarar que la prueba ADF se le hizo tanto para solamente constantes Como también para Constante y Tendencia. Y para ambos salió que es **Estacionaria**.

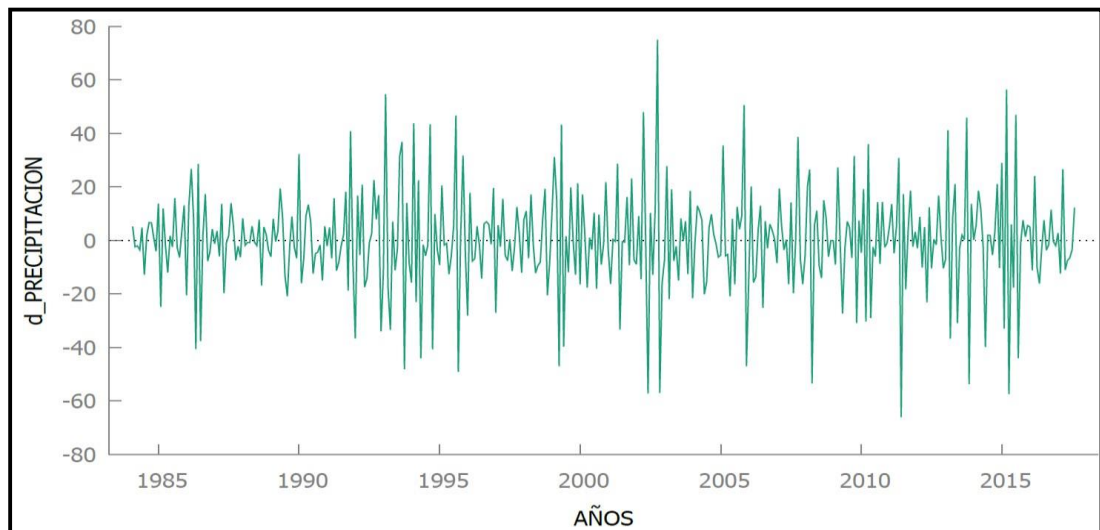
Como ya se confirmó la estacionariedad en media, se procede a identificar el modelo ARIMA, que teóricamente no se realizaría la primera diferencia, tal como (Zhiña Villa, 2016, Pág 32) describe en sus resultados que aplicando la prueba de Dickey y Fuller Aumentado, la serie de tiempo es estacionaria por lo tanto ya no es necesario aplicar primeras diferencias, pero como trabajo de investigación se decidió realizar de todas maneras para verificarlo.

(Zhiña Villa, 2016, Pág 32) describe en sus resultados que aplicando la prueba de Dickey y Fuller Aumentado, la serie de tiempo es estacionaria por lo tanto ya no es necesario aplicar primeras diferencias, lo mismo que se encontró

### **Primera Diferencia de la Serie de Precipitaciones de la Microcuenca Amojú.**

Se realizó la primera diferencia a la variable Precipitación para obtener mejor estacionariedad en media y varianza.

Figura 6. Serie de datos de primera diferencia de la variable precipitación de la estación Jaén enero 1984 - agosto 2017



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl



Con la aplicación de la primera diferencia a la serie precipitación, en la gráfica 5 se aprecia mejor la media constante, se hubiera habido alguna tendencia en los datos originales, con esta primera diferencia se anuló, y se logra por supuesto la estacionariedad.

#### **Contraste aumentado de Dickey – Fuller de la variable d\_precipitación:**

De acuerdo a las hipótesis siguientes:

Si:  $H_0$ : La serie es No Estacionaria  $\rightarrow$  Si el valor de  $p > 0.05$

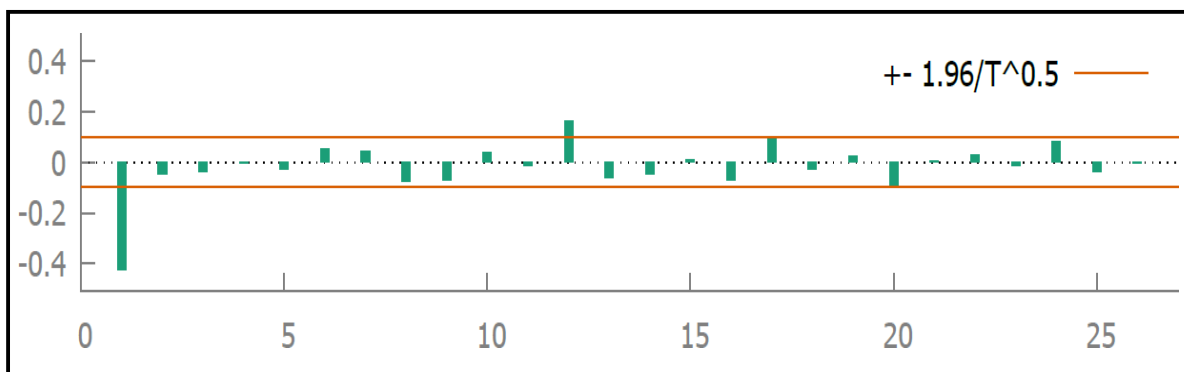
$H_1$ : La serie es Estacionaria.  $\rightarrow$  Si el valor de  $p < 0.05$

Según nos muestra la salida del software Gretl en la prueba que el valor de  $p$  tiende a cero  $p = 6.438e-34$ , valor que es equivalente a cero, resultando como conclusión que rechazamos  $H_0$ , es decir (la hipótesis nula) por lo tanto la Serie de Precipitaciones de la Microcuenca Amojú es **Estacionaria**.

Cabe aclarar que la prueba ADF se le hizo tanto para solamente constantes Como también para Constante y Tendencia. Y para ambos salió que es **Estacionaria**.

Como ya se confirmó la estacionariedad en media, se procede a graficar los correlogramas para FACS y FACP.

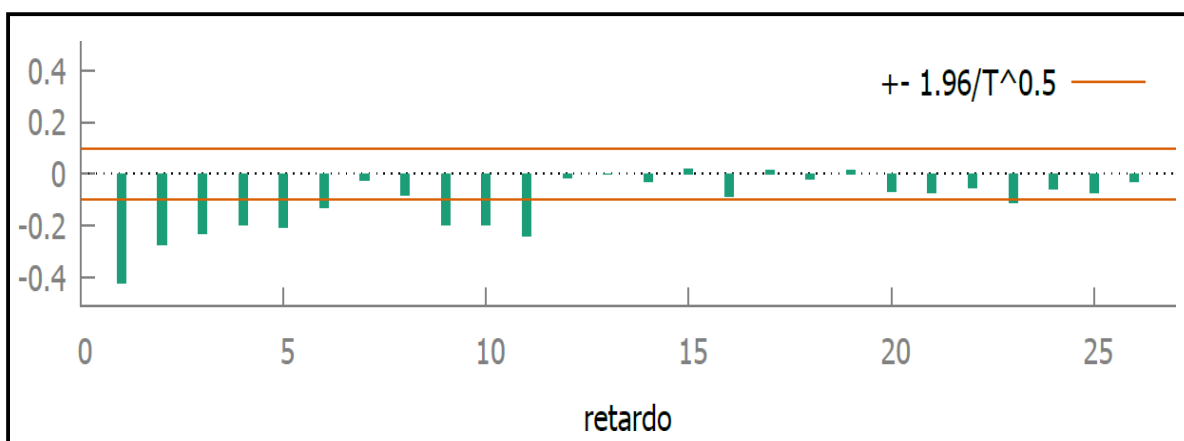
Figura 7. Función de Autocorrelación estimada  
de la Primera diferencia de la Serie Precipitación Estación Jaén



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

En la figura 7 se observa que el primer retraso es significativo, luego el rezago 12 salen de los límites de confianza, y los demás retrasos tienden a cero; lo cual nos hace llevar a la conclusión que la serie es estacionaria, tal como se demostró con la prueba de Dickey Fuller.

Figura 8. Función de Autocorrelación Parcial estimada  
de la Primera diferencia de la Serie Precipitación  
Estación Jaén

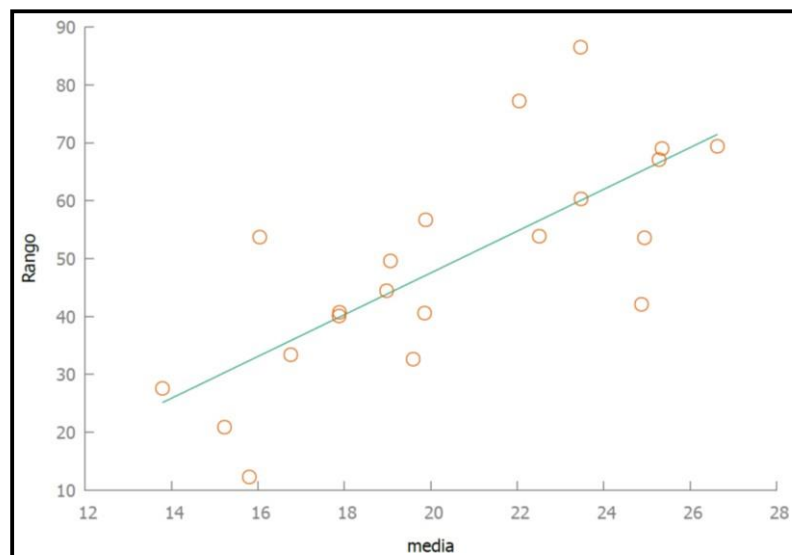


Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

En la figura 08 se presentan el análisis de las FACP (función de Autocorrelación parcial) de la primera diferencia de la serie de precipitaciones, en él se observa que existe una un decrecimiento lento exponencial desde 1 hasta 6, luego un aumento lento en el rezago 9 al 11, por lo que existe a partir del gráfico una segunda diferencia para lograr la estabilidad, sin embargo, en lugar de la primera diferencia se verificará según el gráfico Rango Media si existe tendencia positiva y negativa, por lo que, si así fuere eliminamos esa tendencia con la aplicación de logaritmos a la serie precipitación.

### **Análisis del Gráfico Rango Media para la Serie de Precipitaciones de la Microcuenca Amojú.**

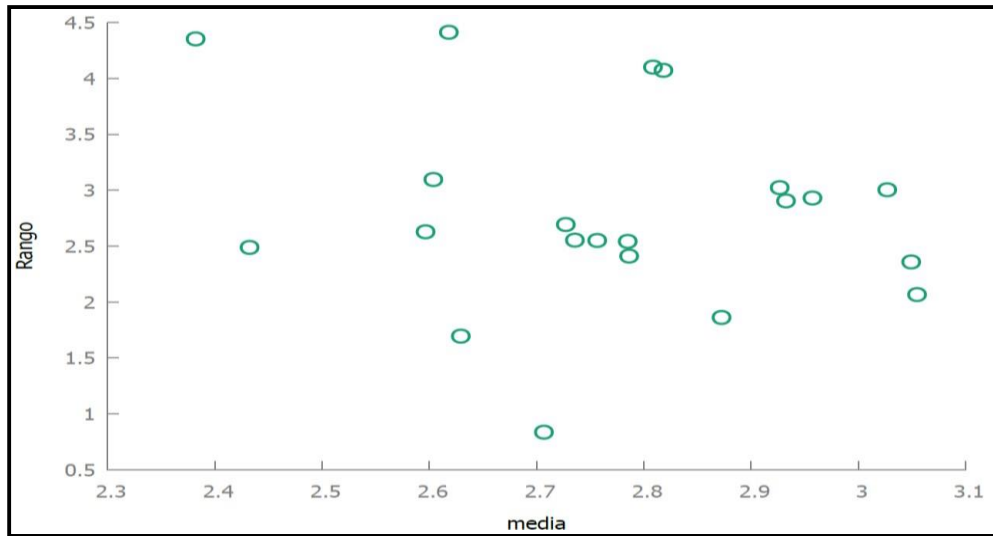
Figura 9. Gráfico de Rango-Media estimada de la Serie Precipitación Estación Jaén



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

Del gráfico 9 de Rango-Media se puede apreciar que tiene una línea de tendencia creciente, por lo tanto, la serie original se aplicará logaritmos para eliminar la tendencia.

Figura 10. Gráfico de Rango-Media estimada  
Del Logaritmo de la Serie Precipitación Estación Jaén

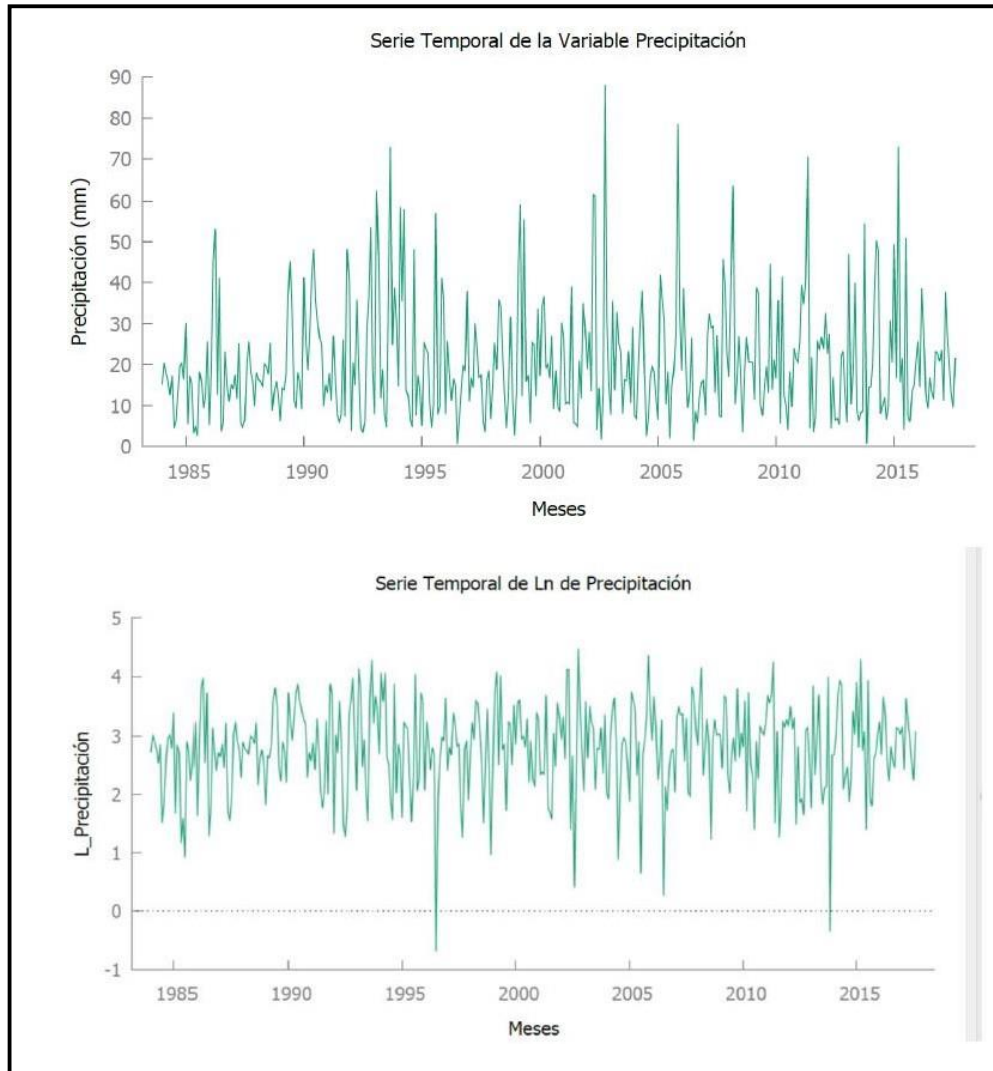


Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

Como se puede apreciar en el gráfico 10, se ha eliminado la tendencia, por lo tanto, el análisis se realizará con la variable logaritmo de la serie de precipitación de la estación Jaén.

Como en el principio del presente capítulo se presentará el gráfico de series temporales de la variable original y el gráfico de la variable logaritmo.

Figura 11. Gráfico de Series Temporales de la Variable Precipitación y la variable LN(Precipitación) de la Serie Precipitación Estación Jaén

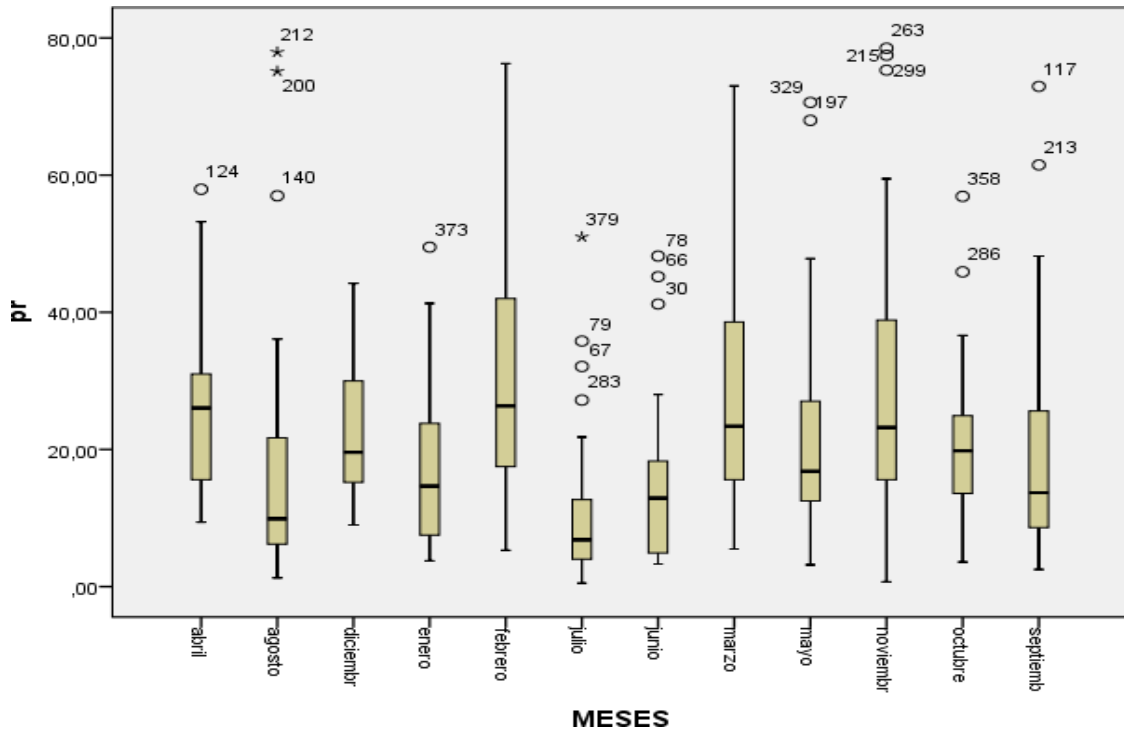


Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

El gráfico 11, presenta, serie temporal Precipitación vs. A la Serie Temporal de LN(Precipitación), como se puede apreciar en la variable original existe una alta dispersión en los datos, y que al momento de aplicar el logaritmo a la variable se ve su gráfico de serie temporal que ha bajado la dispersión y casi se ha uniformizado.

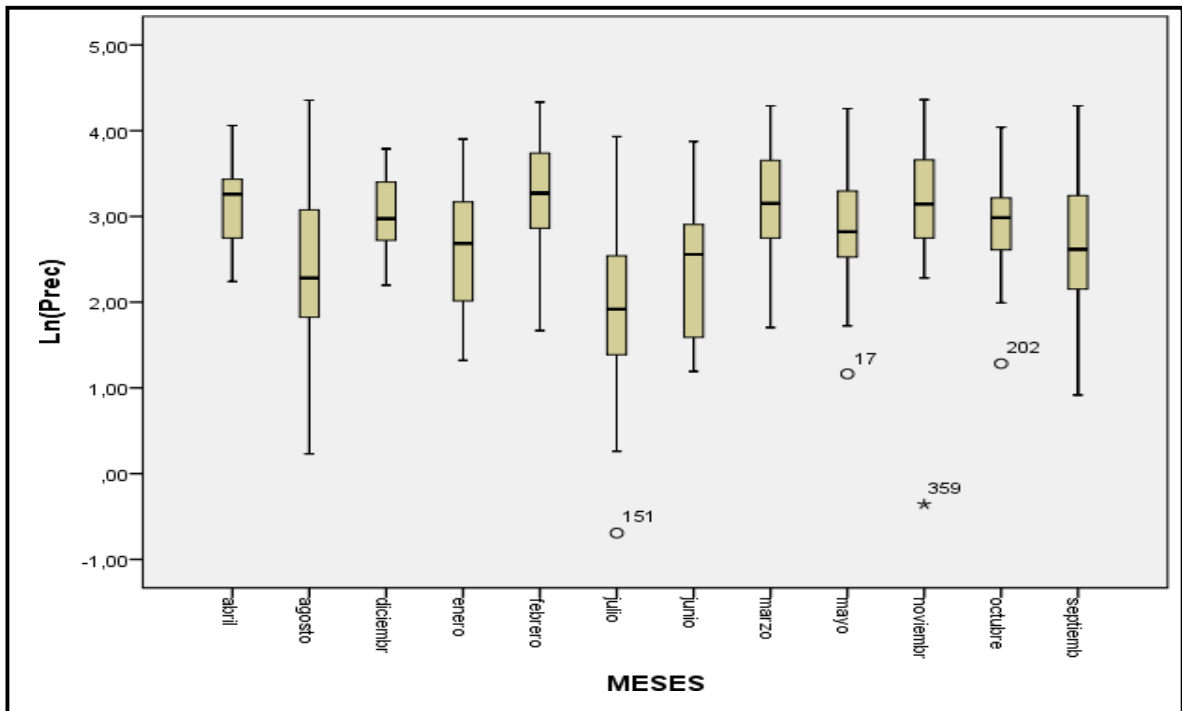
Se puede demostrar además los que se está diciendo con el gráfico box plot en función de los meses de la variable precipitación y la variable Ln(precipitación).

Figura 12. Gráfico Boxplot de la a Serie de Precipitación de la Estación Jaén.



Fuente: Elaboración propia con Software SPSS v. 26

Figura 13. Gráfico Boxplot de la Serie de Ln(Precipitación) de la Estación Jaén



Fuente: Elaboración propia con Software SPSS v. 26

Así, en el gráfico 12 la gráfica de caja de la serie de precipitación de la estación de Jaén nos permite también observar que los datos de la serie de precipitaciones no son uniformes, presentando una gran amplitud y con muchos valores atípicos. Lo que no es así con el gráfico 13, en donde al aplicar logaritmos a la serie original se estabiliza se pierde considerablemente los valores atípicos, demostrándose una vez más que se va a modelar con la nueva variable  $\ln(\text{Precipitación})$ .

Se presenta a continuación la prueba de raíz unitaria con el indicador de Dickey-Fuller aumentada, para verificar su estacionariedad.

### **Prueba de Dickey Fuller para la Variable $\ln(\text{Precipitación})$**

De acuerdo con las hipótesis siguientes:

Si:

$H_0$ : La serie tiene Raíz Unitaria. (No Estacionaria)

→ Si el valor de  $p > 0.05$

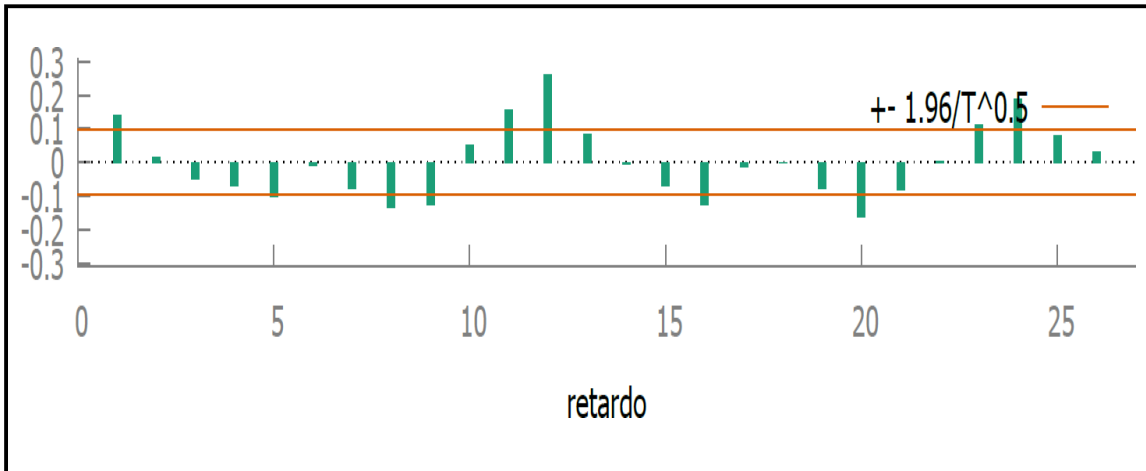
$H_1$ : La serie no tiene raíz unitaria (Es Estacionaria)

→ Si el valor de  $p < 0.05$

Según nos muestra la salida del software Gretl en la prueba que el valor de  $p$  tiende a cero  $p = 4.315e-05$ , valor que es equivalente a cero, significando que rechazamos  $H_0$  (hipótesis nula) por lo tanto la Serie de Logaritmo de Precipitaciones de la Microcuenca Amojú es **Estacionaria**.

Como ya se confirmó la estacionariedad en media, se procede a graficar los correlogramas para FACS y FACP de la nueva variable  $\ln(\text{Precipitación})$ .

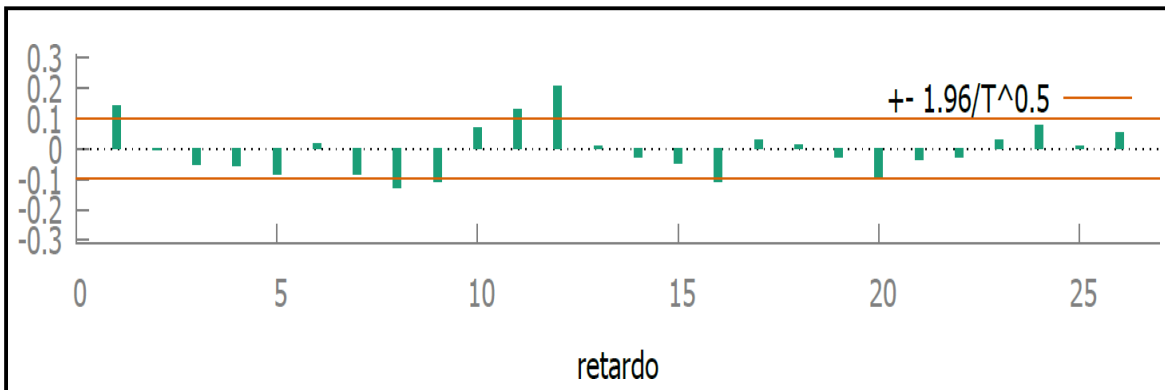
Figura 14. Función de Autocorrelación estimada del Logaritmo de la Serie Precipitación Estación Jaén



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

En el gráfico 14 de autocorrelación simple, se considera los rezagos (retardos) 1, 11 y 12 son significativamente diferentes a cero, el resto de valores están dentro de los límites de confianza definido.

Figura 15. Función de Autocorrelación Parcial estimada del Logaritmo de la Serie Precipitación Estación Jaén



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

En el gráfico de autocorrelación parcial los rezagos (retardos) 1, 8, 11 y 12 son significativamente diferentes a cero, el resto de valores están dentro del intervalo de confianza definido.



Por lo tanto, en base a los correlogramas obtenidos en los Gráficos 14 y 15 se presenta a los modelos propuestos, por el cual, se estimará un modelo que con mayor eficiencia tenga con respecto a la serie para poder realizar un correcto pronóstico.

### **Posibles Modelos Identificados.**

En base a los gráficos de la función de Auto correlación Simple y función de Autocorrelaciones parcial del Ln(Precipitación) por el cual, se identificaron 3 modelos posibles, realizándose pruebas cumpliendo con el proceso propuesto por Box Jenkins, llegando a seleccionar tan solo uno para la predicción.

Modelo 1. Modelo ARIMA (2, 0, 3), con rezagos específicos AR(1,12) y MA(1,11,12).

Modelo 2. Modelo ARIMA (1, 0, 2), con rezagos específicos AR (12) y MA (11,12)

Modelo 3. Modelo ARIMA (1, 0, 1), con rezagos específicos AR (12) y MA (12)

Resumiendo, en una tabla:

Tabla 5. Modelos ARIMA aplicado al Ln(Precipitación)

Modelo 1	(2, 0, 3)
Modelo 2	(1, 0, 2)
Modelo 3	(12, 0, 12)

Fuente: Elaboración propia

Elegir el mejor modelo ajustado a los datos y en el futuro para realizar pronósticos, se utilizó Criterio de Información Bayesiano (BIC) o llamado

Criterio de Información de Schwarz (SIC), y para mejor comprobación e utilizó además el Criterio de Información Hannan-Quinn (HQC).

Ambos se utilizan cuando se trata de series de tiempo, y es una medida de bondad de ajuste utilizado como un criterio para la selección de modelos entre un conjunto finito de modelos.

Por tanto se puede decir que de tres modelos estimados, el modelo con el menor valor de BIC y/o HQC es preferido; un BIC y/o HQC bajo implica un número menor de variables explicativas por lo tanto existe un mejor ajuste.

Tabla 6. Criterio de Información BIC y HQC para Modelos ARIMA aplicado al Ln(Precipitación)

Modelo	BIC ó SIC	HQC
Modelo 1	907.8641	890.9422
Modelo 2	901.2340	889.1469
Modelo 3	896.5301	886.8605

Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

Por lo tanto, el modelo con el valor más bajo de BIC y/o HQC, como se ve en la Tabla 6, fue el criterio ARIMA (1,0,1) o solo ARMA (1,1).

#### 4.4.2. Estimación del Modelo Identificado.

Como se dijo en la metodología en esta fase se estiman los parámetros y coeficientes de los componentes ARMA (autorregresivos y de media móvil) considerados en el respectivo modelo, cuyo número de retrasos ( $p=1$ ) y ( $q=1$ ) ya han sido ubicados en la etapa anterior.

Por lo tanto, se procede a estimar los parámetros del mejor modelo de pronóstico seleccionado, que en este caso es: ARIMA (12,0,12).

Tabla 7. Parámetro y Coeficientes del Modelo Seleccionado.

	Coeficiente	Desv. Típica	Z	Valor P
Constante	2.76634	0.0953075	29.03	3.14e-185
$\Phi_{12}$	0.979855	0.0175957	55.69	0.0000
$\Theta_{12}$	-0.900389	0.0453637	-19.85	1.14e-0.87

Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

Como se puede apreciar también el modelo el p\_valor es igual a cero, por lo tanto, es menor que 0.05, lo que se puede decir que se rechaza la hipótesis nula (Tabla 8), dado que tanto la constante como los coeficientes de las variables explicativas son diferentes de cero, partiendo de las siguientes hipótesis:

Tabla 8. Planteamiento de hipótesis para el modelo Elegido

Hipótesis 1	Hipótesis 2	Hipótesis 3
Ho: Constante = 0	Ho: $\Phi = 0$	Ho: $\Theta = 0$
H1: Constante $\neq 0$	H1: $\Phi \neq 0$	H1: $\Theta \neq 0$

Fuente: Elaboración propia

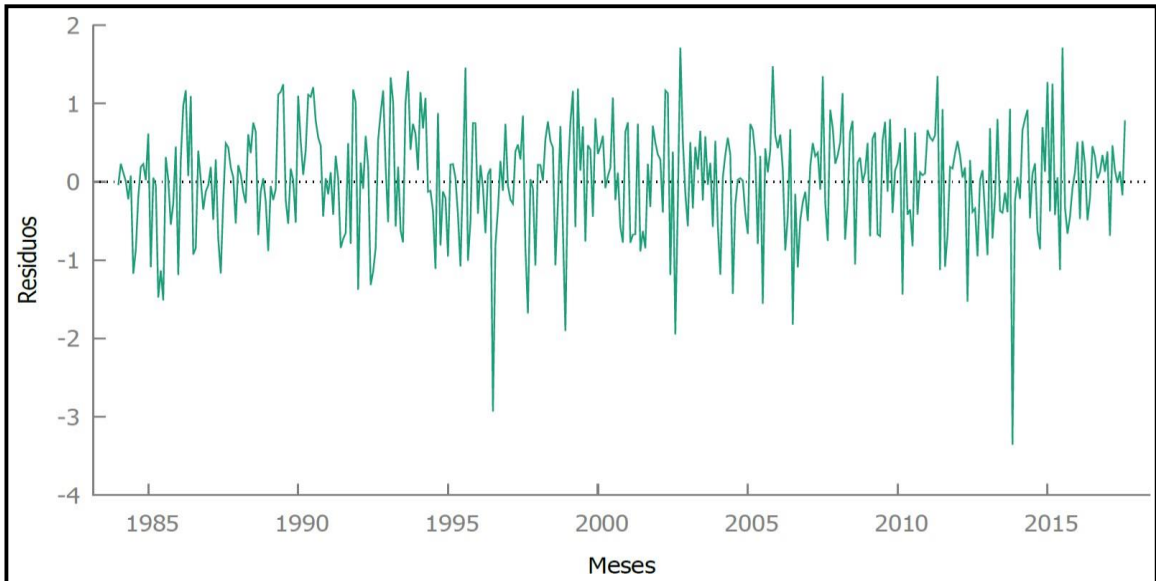
Obteniéndose la ecuación de pronóstico siguiente para un ARIMA (12,0,12):

$$\hat{Y}_t = 2.76634 + 0.979855\hat{Y}_{t-12} - 0.900389\epsilon_{t-12}$$

#### 4.4.3. Validación del Modelo.

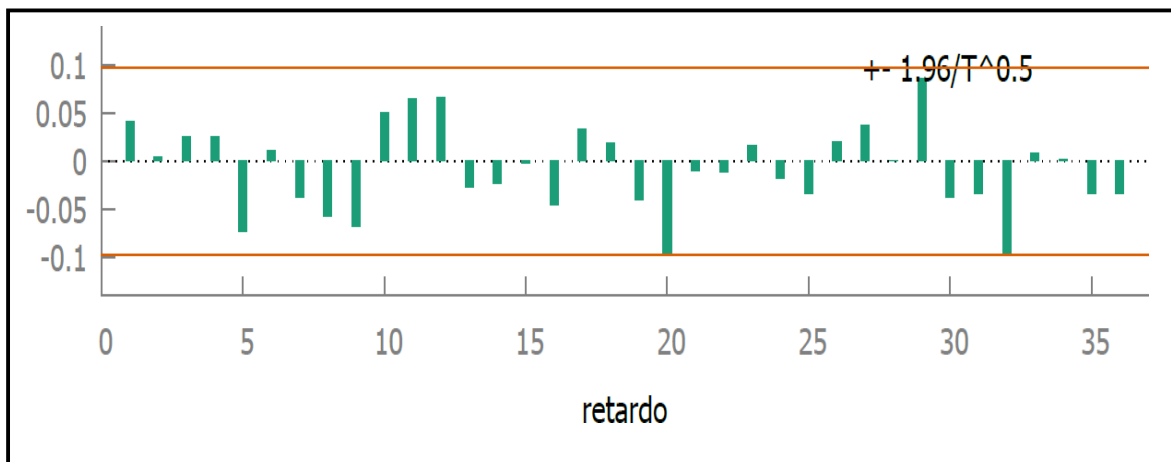
Después de identificar un modelo ARIMA singular y luego de realizar su respectiva estimación de sus parámetros, ahora toca verificar el modelo ARIMA (12,0,12), para esto, es necesario analizar los residuos, el cual se espera que tengan un comportamiento aleatorio o de ruido blanco, por lo que se presenta a continuación los correlogramas para verificar su FACS y FACP, para luego probar la independencia de los residuos, para lo cual se utilizó la prueba de Ljung-Box.

Figura 16. Serie de Tiempo de la variable Residuos del Modelo Seleccionado



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

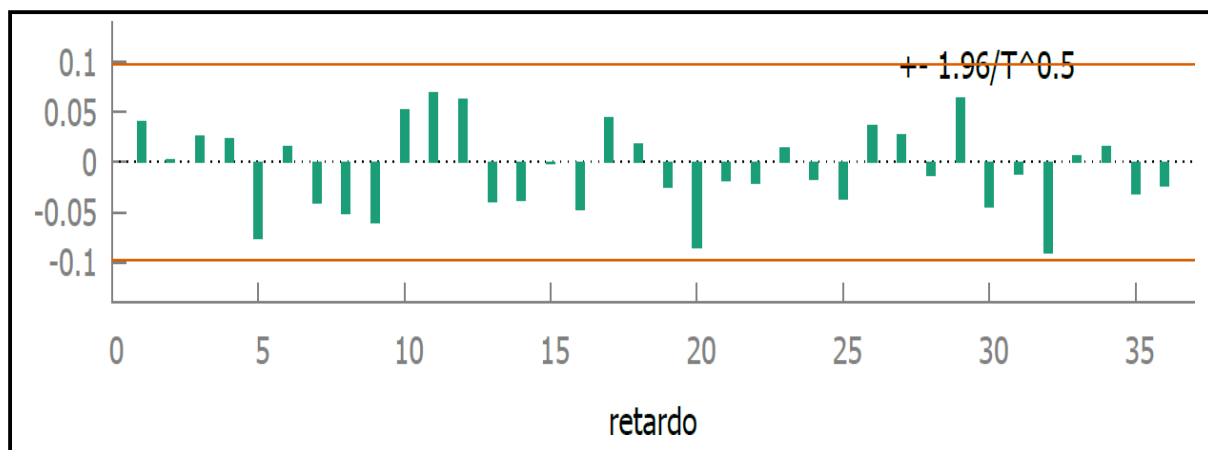
Figura 17. Función de Autocorrelacion Simple ( FACS) de la variable Residuos del Modelo Seleccionado



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

En el grafico 17 se puede ver que los valores de la FACS (función de autocorrelación simple) son no significativos en ningún rezago, ya que todos se encuentran dentro de los límites de confianza, afirmando que la serie de precipitación de la estación Jaén tienen un proceso aleatorio (ruido blanco).

Figura 18. Función de Autocorrelacion Parcial (FACP)  
de la variable Residuos del Modelo Seleccionado



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

En el gráfico 18 se puede observar la distribución de la función de autocorrelación parcial en el cual se identifica, que ningún coeficiente es significativo, afirmando que también la serie de precipitación de la estación Jaén tienen un proceso aleatorio (ruido blanco).

### TEST DE LJUNG BOX

El estadístico Q Ljung - box es más confiable a la prueba de ruido blanco, dado a que se cumple cuanto mayor sea la probabilidad "p", teniendo un grado de confianza del 95% correspondiente.

Podremos decir entonces, que son ruido blanco siempre que el p\_valor sea superior al 5%, y el análisis se utilizó para el coeficiente de autocorrelación de que los residuos forman una secuencia aleatoria fueron las siguientes comparaciones:

Para determinar si los residuos presentan ruido blanco se realizó la siguiente hipótesis.

Ho: Los residuos son independientes

Se aceptará si  $\text{Prob}(Q) > 0.05$ .

H1: Los residuos no son independientes

Se rechazará  $H_0$  si  $\text{Prob}(Q) < 0.05$ ,

Con un nivel de significancia:  $\alpha = 0.05$

Por lo tanto, la decisión es:

Contraste de autocorrelación hasta el orden 12

Ljung-Box  $Q' = 12.0835$ .

con valor  $p = P(\text{Chi-cuadrado}(10) > 12.0835) = 0.2795$

Contraste de autocorrelación hasta el orden 24

Ljung-Box  $Q' = 19.1435$ ,

con valor  $p = P(\text{Chi-cuadrado}(22) > 19.1435) = 0.6365$

Contraste de autocorrelación hasta el orden 36

Ljung-Box  $Q' = 30.0105$ ,

con valor  $p = P(\text{Chi-cuadrado}(34) > 30.0105) = 0.6636$

Contraste de autocorrelación hasta el orden 48

Ljung-Box  $Q' = 40.0287$ ,

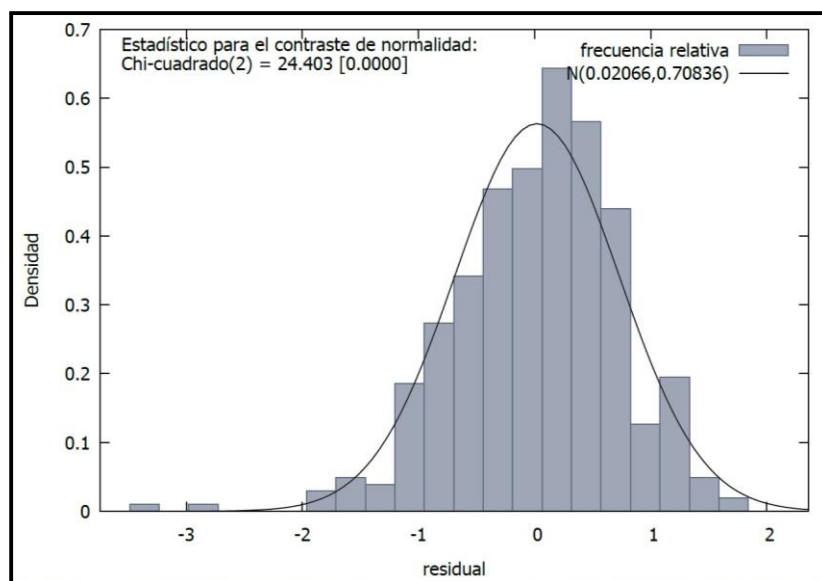
con valor  $p = P(\text{Chi-cuadrado}(46) > 40.0287) = 0.7195$

Por lo tanto, el resultado del estadístico Q de Ljung-Box con retardos de 12, 24, 36 y 48, da como resultado un p-value mayores a 0.05, de allí que se acepta la hipótesis nula y se concluye que son ruido blanco.

### **TEST DE NORMALIDAD.**

A continuación, se presenta el test de normalidad de los residuos del modelo elegido:

Figura 19. Normalidad de los Residuos



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

De acuerdo al contraste de normalidad, los residuos del modelo elegido no muestran normalidad, por lo que, se hace imprescindible buscar probar con otro y/o otros modelos, pero ahora incluyendo estacionalidad en la serie.

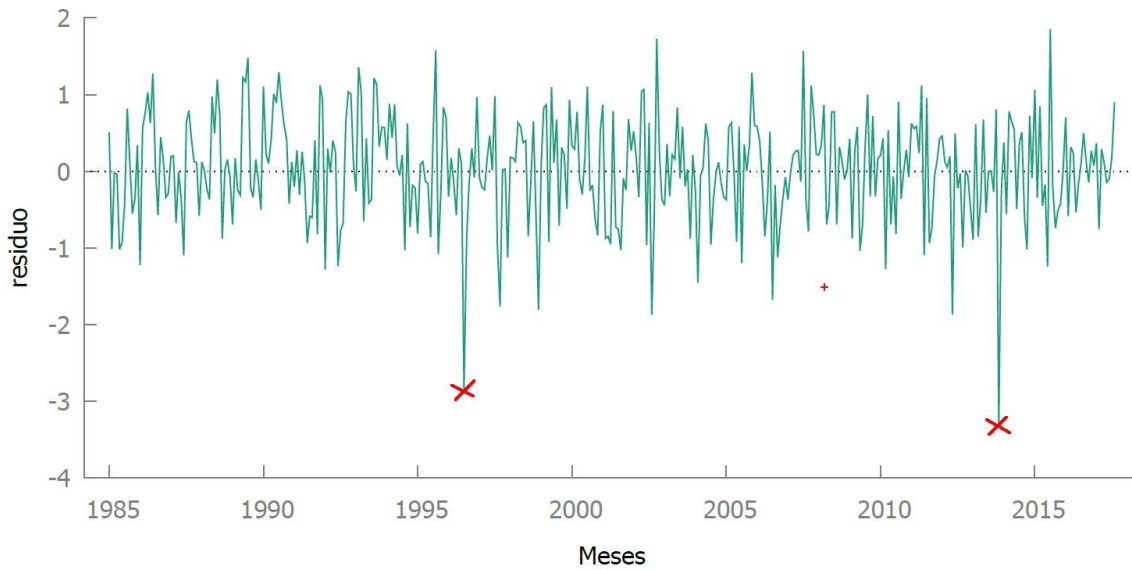
Por lo tanto, se diría que el modelo no cumple con uno de los requisitos, en el cual los residuos estén distribuidos normalmente, y no pasa la validez estadística, por ser  $p\_valor=0$ .

Sin embargo, si se puede apreciar la figura, desde el punto de vista de geometría si se puede adaptar a una distribución normal, por lo que se puede ver las barras de la referida gráfica.

También se puede apreciar en la figura 19, la cola de la distribución normal está en la cola a la derecha con un valor de 2 y a la izquierda con un valor de -3, pero sucede que a la izquierda hay algunas observaciones muy negativas, es decir asimétrica a la izquierda.

Por lo tanto, generamos la serie temporal de los residuos del referido modelo.

Figura 20. Serie temporal de los residuos del modelo estimado



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

Como se puede apreciar la figura 20, existe dos valores muy extremos, como es el valor del año 1996, mes de Julio con un valor negativo de -2.84253 y el segundo valor extremo negativo es del año 2013 mes de noviembre con el valor de -3.338266.

Para poder eliminar esos valores extremos se crea una variable dicotómica, realizado en el software Gretl, lo cual se transformará en una variable independiente para el análisis del modelo.

Luego se realiza nuevamente la modelación en el respectivo software se obtiene:

Tabla 9. Estimación del Modelo Identificado

	Coefficiente	Desv. Típica	Z	Valor P
Constante	2.80385	0.0945788	29.65	3.86e-193
$\Phi_{12}$	0.964867	0.0223536	43.16	0.0000
$\Theta_{12}$	-0.851158	0.0506529	-16.80	2.29e-63

Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

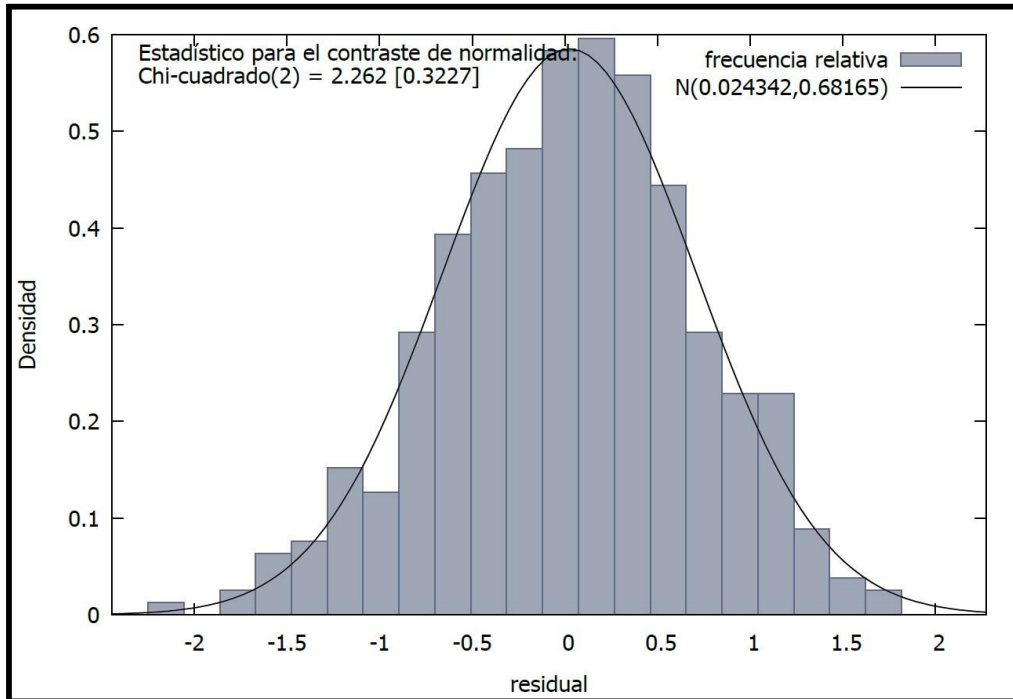
Obteniéndose como ecuación de pronóstico:

$$\hat{Y}_t = 2.80385 + 0.964867\hat{Y}_{t-12} - 0.851158\epsilon_{t-12},$$



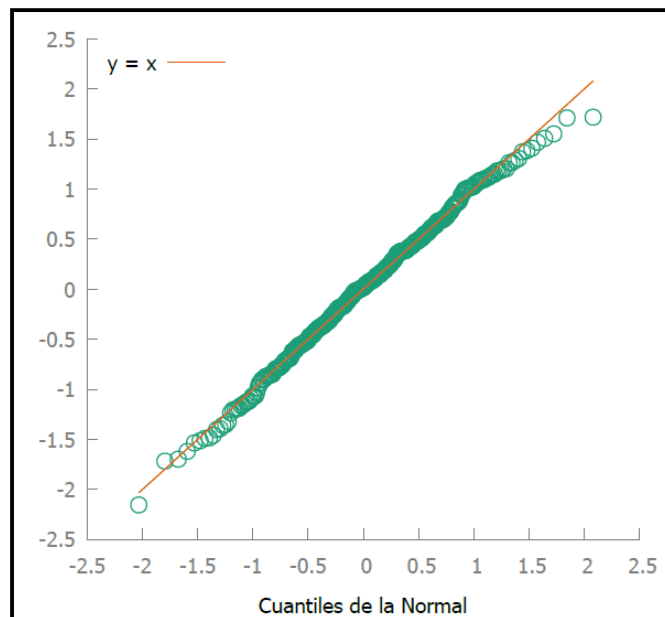
Nuevamente se hizo la prueba de normalidad de los residuos resultando, la siguiente figura 21.

Figura 21. Prueba de Normalidad de los Residuos



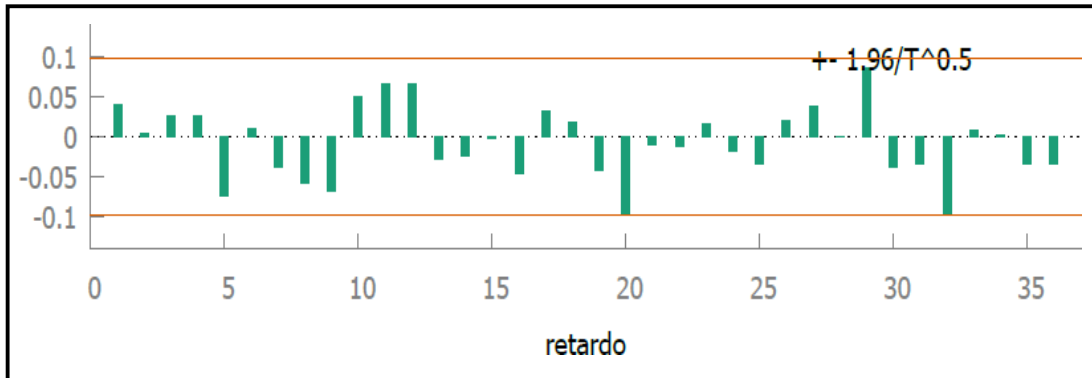
Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

Figura 22. Prueba de Normalidad de los Residuos



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

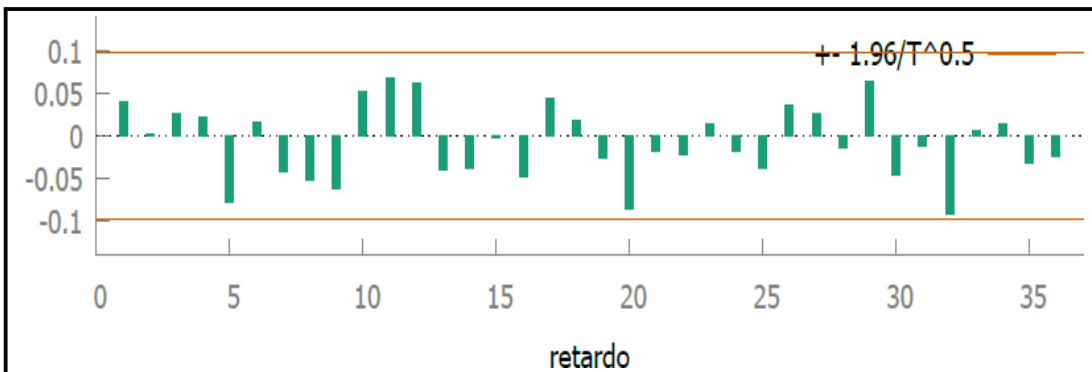
Figura 23. Función de autocorrelación simple de residuales estimada de la serie de las precipitaciones.



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

Como se puede ver en la figura 23, los valores de las FACS se encuentran dentro de los límites de confianza, por lo que se puede confirmar que la serie de precipitaciones son aleatorias.

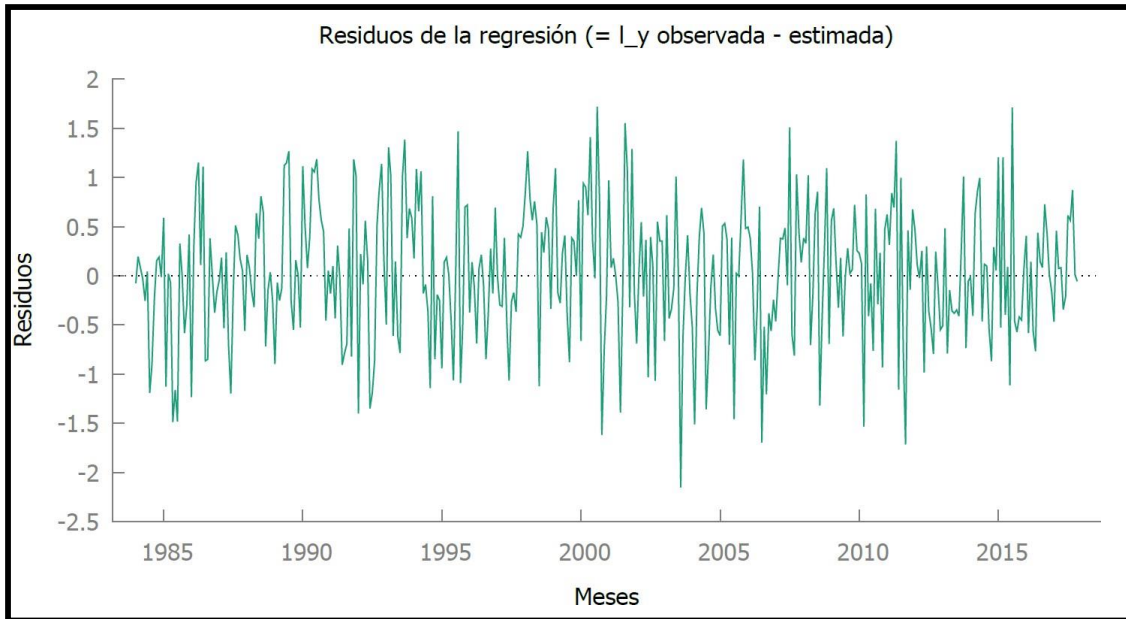
Figura 24. Función de autocorrelación parcial de residuales estimada de la serie de las precipitaciones.



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

En la figura 24, los valores de las FACP se encuentran también dentro de los intervalos de confianza por lo que se puede llegar a la conclusión de que también tiene un comportamiento aleatorio.

Figura 25. Serie temporal de los residuos del modelo estimado

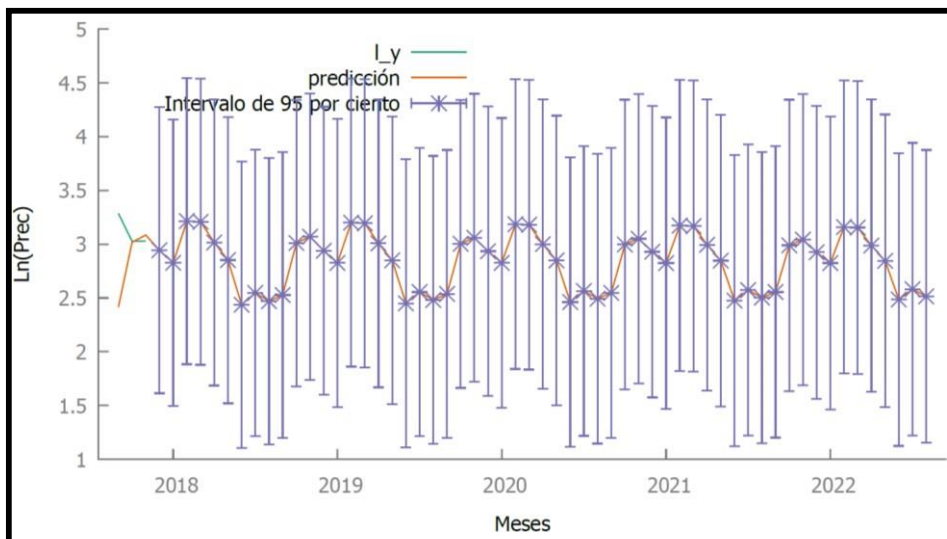


Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

Como se puede apreciar en la figura 22, tiene menores valores atípicos por lo que se pudo obtener el modelo especificado.

#### 4.4.4. Pronóstico del Modelo Identificado.

Figura 26. Pronóstico estimado de la variable Ln (Precipitación)  
Periodo 2017:9 al 2022:09

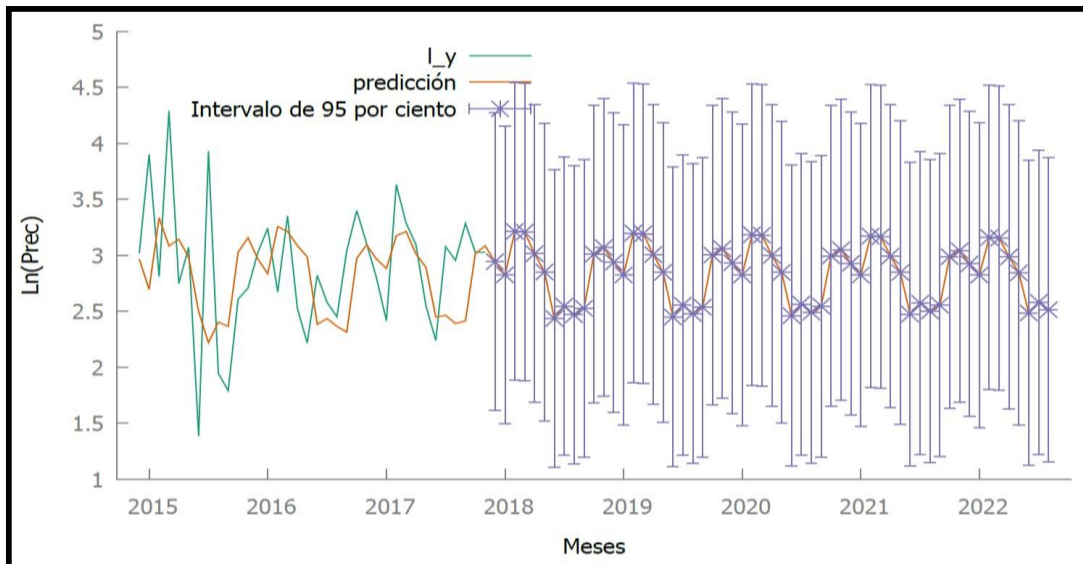


Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

En el gráfico 26 se muestra el comportamiento de los valores pronosticados en función del logaritmo natural de la Precipitación de la estación Jaén, además, se muestran los límites de confianza del 95.0% de predicción para los pronósticos. Estos límites muestran en donde podría estar el valor verdadero del dato, al tiempo futuro seleccionado, con 95.0% de confianza, asumiendo que el modelo ajustado es apropiado para los datos.

Es importante acotar que es de importancia tener un modelo de pronóstico que realice predicciones más confiables, como puede ser el propuesto, dado que esto nos lleva a conocer con un nivel de confianza del 95%, tomar mejores decisiones en un ambiente con precipitaciones inciertas.

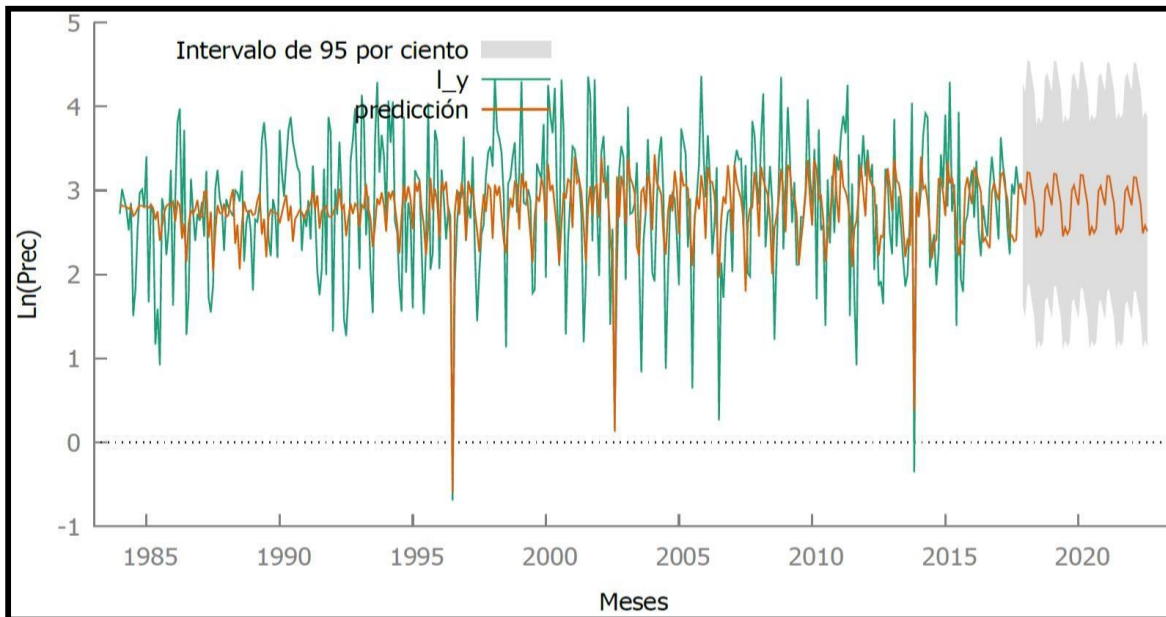
Figura 27. Serie Temporal de la variable Ln (Precipitación) y la serie pronosticado Periodo 2014:1 al 2022:09



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

En el grafico 27 se pronosticó del 2017:09 a 2022:09, es decir 60 meses, el cual se puede apreciar la predicción del Ln (Precipitación) presenta una estacionariedad, tal y como se manifestó.

Figura 28. Serie Temporal de la variable Ln (Precipitación)  
y la serie pronosticado Periodo 1984:1 al 2022:09



Fuente: Elaboración propia con Software Gretl

Tabla 10. Pronóstico estimado de la variable Ln (Precipitación) de la Serie Original y la serie pronosticado Periodo 2017:12 al 2022:08

Periodo	Pronóstico Precipitación	Periodo	Pronóstico Precipitación	Periodo	Pronóstico Precipitación
Set-17	2.41	May-19	2.85	Ene-21	2.82
Oct-17	3.02	Jun-19	2.45	Feb-21	3.17
Nov-17	3.09	Jul-19	2.56	Mar-21	3.17
Dic-17	2.94	Ago-19	2.48	Abr-21	2.99
Ene-18	2.83	Set-19	2.54	May-21	2.85
Feb-18	3.21	Oct-19	3.00	Jun-21	2.47
Mar-18	3.21	Nov-19	3.06	Jul-21	2.57
Abr-18	3.02	Dic-19	2.93	Ago-21	2.50
May-18	2.85	Ene-20	2.83	Set-21	2.56
Jun-18	2.44	Feb-20	3.19	Oct-21	2.99
Jul-18	2.55	Mar-20	3.18	Nov-21	3.04
Ago-18	2.47	Abr-20	3.00	Dic-21	2.92
Set-18	2.53	May-20	2.85	Ene-22	2.82
Oct-18	3.01	Jun-20	2.46	Feb-22	3.16
Nov-18	3.07	Jul-20	2.56	Mar-22	3.15
Dic-18	2.94	Ago-20	2.49	Abr-22	2.99
Ene-19	2.83	Set-20	2.55	May-22	2.84
Feb-19	3.20	Oct-20	3.00	Jun-22	2.49
Mar-19	3.19	Nov-20	3.05	Jul-22	2.58
Abr-19	3.01	Dic-20	2.93	Ago-22	2.51

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 11. Pronóstico estimado de la variable Precipitación (mm)  
de la estación Jaén Periodo Período 2017:12 al 2022:08

Periodo	Pronóstico Precipitación	Periodo	Pronóstico Precipitación	Periodo	Pronóstico Precipitación
Set-17	11.18	May-19	17.28	Ene-21	16.85
Oct-17	20.42	Jun-19	11.59	Feb-21	23.87
Nov-17	21.88	Jul-19	12.88	Mar-21	23.74
Dic-17	18.98	Ago-19	11.96	Abr-21	19.96
Ene-18	16.89	Set-19	12.64	May-21	17.22
Feb-18	24.89	Oct-19	20.15	Jun-21	11.87
Mar-18	24.73	Nov-19	21.32	Jul-21	13.10
Abr-18	20.39	Dic-19	18.80	Ago-21	12.23
May-18	17.31	Ene-20	16.86	Set-21	12.88
Jun-18	11.44	Feb-20	24.19	Oct-21	19.87
Jul-18	12.76	Mar-20	24.05	Nov-21	20.95
Ago-18	11.82	Abr-20	20.10	Dic-21	18.63
Set-18	12.52	May-20	17.25	Ene-22	16.84
Oct-18	20.29	Jun-20	11.73	Feb-22	23.56
Nov-18	21.52	Jul-20	12.99	Mar-22	23.44
Dic-18	18.89	Ago-20	12.09	Abr-22	19.83
Ene-19	16.87	Set-20	12.76	May-22	17.20
Feb-19	24.53	Oct-20	20.01	Jun-22	12.01
Mar-19	24.39	Nov-20	21.13	Jul-22	13.21
Abr-19	20.24	Dic-20	18.71	Ago-22	12.36

Fuente: Elaboración propia.

## V. DISCUSIÓN

El objetivo general que se planteó el presente trabajo de tesis, fue de demostrar la utilización de modelos univariantes ARIMA para predecir datos de precipitación, el cual se va a demostrar en los siguientes párrafos.

AL analizar la figura 2, de los estadísticos de resumen, se puede observar que existe asimetría positiva en la distribución de datos, en donde existe pocas precipitaciones con altos valores, mayores o iguales a 61.2 mm, observándose en la tabla 4, el valor mínimo de 0.50 mm y el valor máximo de precipitación de 78.50 mm.

Analizando la serie de tiempo en la figura 3, lo que se encontró fue una serie cuyas pruebas estadísticas dio como resultado que es una serie estacionaria, sin necesitar de una primera diferencia, sin embargo, se nota en la figura que existe muyas variaciones, es decir, que las serie presenta una media constante pero no tiene una varianza constante, corroborándose en las figuras 4 y 5, respecto a los correlogramas ya sea de función de autocorrelación simple como de función de autocorrelación parcial, así mismo, aplicando la prueba de Dickey y Fuller aumentado se obtuvo un p\_valor de 0.0006386 valor que siendo menor que 0.05 se rechazó la hipótesis nula que dice que la serie es no estacionaria, es decir, que no tiene raíz unitaria, concluyendo por lo tanto que la serie es estacionaria.

Según la metodología de Box y Jenkins, se aplicó las primeras diferencias a la serie y se obtuvo la figura 6, apreciándose mejor la media cero y varianza constante, demostrándose una vez más con la prueba de Dickey y Fuller aumentado, que el p\_valor es igual a cero y por lo tanto, no tiene raíz unitaria; pero analizando la figura 8 correspondiente al correlograma de la función de autocorrelación parcial, tiene un decrecimiento lento exponencial, y para lograr su estabilidad se debía aplicar una segunda diferencia, sin embargo, se hizo la prueba de rango medía, presentado en la



figura 9, en donde se mostró que tenía una línea de tendencia creciente, por lo que para eliminarla se tuvo que aplicar logaritmos a la serie original, obteniéndose la figura 10 sin tendencia, se puede comprobar en la figura 11 con el gráfico de la serie original con variaciones pronunciadas y el gráfico de logaritmo de las precipitaciones con dispersión constante, por lo que se procedió a seguir con la metodología.

Con respecto al análisis de caja de ambas series, se puede también confirmar que en la serie original existe en cada mes alta dispersión como por ejemplo se puede visualizar en los meses de febrero y marzo (figura 12), así como valores muy extremos, en cambio en el diagrama de caja (figura 11) la dispersión ha disminuido, así como los valores extremos.

Para cumplir con uno de los objetivos específicos para determinar la estacionariedad, se hizo la prueba de Dickey y Fuller aumentado a la serie logarítmica y se obtuvo un  $p\_valor$  de  $4.31e-5$ , equivalente a cero, concluyendo que la serie logarítmica no tiene raíz unitaria y por lo tanto se puede decir que es estacionaria, confirmándose con la figura 14 y 15, que describe la FACS y FACP (correlogramas).

Luego se procedió a obtener los modelos tentativos que mejor se ajusten, obteniéndose como primer modelo ARIMA (2,0,3), como segundo (1,0,2) y como tercer modelo (1,0,1), tal y como se resume en la tabla 5.

Para elegir el mejor modelo se calculó por medio del software gretl, los indicadores de comparación que son los criterios de información tales como BIC (Criterio de información Bayesiano) y también el Criterio de Información Hannan-Quinn (HQC), tal como se presenta los resultados en la tabla 6. De acuerdo a los valores obtenidos se elige el modelo que tiene menor valor, en este caso fue el modelo 3 (1,0,1), cuyos valores de BIC fue de 896.5301 menor que los dos modelos anteriores y el HQC de 886.8605 también valor menor que los otros modelos anteriores.

Estimando los parámetros y coeficientes del modelo identificado se tuvo como constante el valor de 2.76634, el coeficiente Phi de 0.979855 y Teta de -0.900389., obteniéndose como ecuación de pronóstico  $\hat{Y}_{t-12} = 2.76634 + 0.979855\hat{Y}_{t-12} - 0.900389\varepsilon_{t-12}$ , además obteniéndose como p\_valor valores menores a cero, concluyéndose que son altamente significativos.

Pasando a la validación del modelo, se utilizaron las pruebas ya mencionadas anteriormente, cumpliéndose todas, tal como se puede ver en la figura 16 de series temporales, figura 17 de la FACS, figura 18 de la FACP, además de la prueba analítica de Ljung-Box, demostrándose que la serie son ruido blanco, dicese que los valores son independientes distribuidos de igual forma a lo largo del tiempo, así como con media igual a cero e igual varianza. Sin embargo, el problema se presentó en la prueba de Normalidad de los residuos como se puede ver en la figura 19, que la serie no tiene comportamiento normal, eliminándose la confiabilidad del modelo como para pronosticar series.

Se podría concluir que no hay modelo óptimo de pronóstico, sin embargo, al analizar la forma de distribución de los datos se pudo notar que tiene forma asimétrica a la izquierda, presentando datos atípicos en ese lado, corroborándose tal afirmación con la figura 20 valores menores a -2, entonces para eliminar esos datos, tomamos el concepto de adicionar a la serie mediante el software Gretl una variable dicotómica con valores de ceros y uno, donde el valor de uno se coloca a los dos valores extremos, obteniéndose como resultado un nuevo modelo con parámetro y coeficientes, tal y como se muestra en la tabla 9.

Con este modelo se realizó nuevamente las pruebas correspondientes, así como el gráfico QQ, y en todas las pruebas nos da como resultado que el modelo es apropiado, por ejemplo en el test de normalidad ahora si el valor es mayor que 0.05, por lo tanto se acepta la hipótesis nula, que dice que la distribución sigue una distribución normal. Y

corroborándose con la figura 22, el gráfico QQ que se muestra como los datos coinciden con la línea ascendente, además se analizó los correlogramas de los residuos figura 23 y figura 24, y se verificó que los valores se encuentran todos dentro de los límites de confianza.

Pasado el modelo por todas las pruebas, se procede al siguiente paso de pronosticar la serie, como se puede ver el pronóstico desde la serie 2017 mes setiembre hasta el año 2022, mes de agosto, en el cual se ve además de los intervalos de confianza con un riesgo del 5%, valores que nos para verificar que los valores pronosticados pueden encontrarse también dentro de esos límites, valores obtenidos como la media de la serie original de 21.77 mm, frente a la media de la serie pronosticada de 17.67 mm.

Es importante acotar, que los datos obtenidos en la presente investigación no se pudieron encontrar referencias para sustentar la discusión.

## VI. CONCLUSIONES

De los resultados encontrados se puede llegar a las siguientes conclusiones:

- En cuanto a la identificación de la información de la serie de precipitaciones, se pudo determinar que la serie es estacionaria, comprobándose con los respectivos correlogramas y la prueba de Dickey y Fuller aumentada.

- Como información estadística se obtuvo como resultado una precipitación media de 21.77 mm, con una desviación estándar de 17.55 mm, distribución asimétrica con un valor de 1.42.

- Analizando la aplicación de la primera diferencia, se determinó que debería realizarse primero la transformación de logaritmos a la serie, afirmándose positivamente con la gráfica de Rango-media, por lo que procesando se obtuvo tres modelos tentativos de pronóstico ARIMA (2,0,3), ARIMA (1,0,2) y Modelo ARIMA (1,0,1).

- El modelo elegido fue ARIMA(1,0,1), considerándose adecuado antes de la prueba de normalidad para la predicción de series de precipitaciones fue:

$$\hat{Y}_t = 2.76634 + 0.979855\hat{Y}_{t-1} - 0.900389\varepsilon_{t-12}$$

- Se encontró que los residuos generados con este modelo no cumplían con la prueba de normalidad, que recalculando se obtuvo el modelo ideal:

$$\hat{Y}_t = 2.80385 + 0.964867\hat{Y}_{t-1} - 0.851158\varepsilon_{t-12}$$

- La evaluación del modelo ARIMA, que en este caso se puede afirmar que es un modelo ARMA, por no requerir primeras diferencias, se pudo demostrar que es el modelo adecuado, porque pasó todas las pruebas según la metodología.

- La prueba de validación se hizo junto a los datos pronosticados del periodo 2017 mes de setiembre hasta el año 2020 mes de agosto, obteniéndose como resultado una precipitación media de 17.66 mm, con una desviación estándar de 4.4 mm, distribución simétrica con un valor de -0.007.

- Por lo tanto se puede afirmar que la incertidumbre viene acompañado de las precipitaciones, con fuertes desviaciones, lo que de todas manera existe errores en el modelo, sin embargo, con la metodología de Box y Jenkins, se puede desarrollar predicciones que acompañado de la experiencia del analista se pueden obtener predicciones adecuadas.

## VII. RECOMENDACIONES

- Conocido el modelo, se recomienda realizar año a año actualizar los datos y realizar los pronósticos con el fin de comparar y así seguir adecuando un modelo de lo más real posible.
- Se recomienda utilizar los modelos con comportamiento estacional (Modelo SARIMA), para comparar su comportamiento frente al modelo ARIMA, así como realizar la técnica de simulación, como la herramienta de Gretl ARIMA X-12 y elegir el mejor.

## REFERENCIAS

- Aguado-Rodriguez, Javier, y otros. 2016. *"Predicción de Variables Meteorológicas por medio de Modelos Arima"*. México : s.n., 2016. pág. 13.
- Anderson, L, y otros. 2016. Introduction to Hydrology. [En línea] 2016. [Citado el: 20 de Junio de 2021.] <https://www.researchgate.net/publication/294284379>.
- Britannica, Encyclopedia. 2011. Encyclopedia Britannica. *Stochastic process*. [En línea] 11 de Febrero de 2011. [Citado el: 20 de Junio de 2021.] <https://www.britannica.com/science/stochastic-process..>
- Carcasi Mamani, Percy César. 2017. *"Modelo univariante para el consumo mensual de energía eléctrica doméstica en el distrito de putina –electro puno, periodo 2005-2015"*. Puno : universidad del altiplano, 2017.
- Casaliglla Ger, Paúl William. 2016. *"Gestión del riesgo de liquidez en una institución financiera utilizando un modelo híbrido entre la metodología ARIMA y Redes Neuronales Artificiales"*. Quito, Universidad Andina Simon Bolivar. 2016.
- Chechi, Leonardo y de Oliveira Sanches, Fabio. 2013. 2013, Revista Ambiência, págs. 43-55.
- De Arce, Rafael y Mahia, Ramón. 2017. Modelos ARIMA, Definiciones Básicas. [En línea] 22 de ENERO de 2017. [https://www.uam.es/personal\\_pdi/economicas/anadelsur/pdf/Box-Jenkins.PDF](https://www.uam.es/personal_pdi/economicas/anadelsur/pdf/Box-Jenkins.PDF).
- De La Cruz, M. 2014. *Análisis y proyección del consumo eléctrico residencial de la Región Piura mediante modelo univariante Arima*. Piura : Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, 2014.
- De La Fuente, Santiago. 2017. Series temporales: modelos ARIMA. [En línea] 14 de MARZO de 2017. <http://www.estadistica.net/ECONOMETRIA/SERIES-TEMPORALES/modelo-arima.pdf>.
- García, Francisco Pablo. 2010. *Modelación Hidrológica Estocástica: Desarrollo de Un Modelo de Generación Sintética de Series Temporales*. Santa Cruz, Santa Cruz, Bolivia : s.n., Julio de 2010.
- Gujarati, Damodar H. y Porter, Dawn C. 2010. *Econometría*. México D.F. : McGraw-Hill,

2010. pág 946. ISBN: 978-607-15-0294-0.

Hefzul Bari, Sheikh y Hussain Shourov, Manjurul. 2015. "*Forecasting Monthly Precipitation in Sylhet City Using ARIMA Model*". 2015. pág. 71.

Hernández Sampieri, Roberto, Fernandez Collado, Carlos y Baptista Lucio, Pilar. 2014. *Metodología de la Investigación*. s.l. : Mc Graw Hill, 2014. pág. 153.

Méndez Bustamante, Arlette. 2013. *Tesis: Una Aplicación de Registros Hidrométricos en el Estado Oaxaca*. Oaxaca de Juarez - México : s.n., 2013.

Metzger. 2017. *Modelamiento Hidrológico para Pronóstico Estacional de Caudales del Río Jequetepeque*. SENAMHI. Cajamarca : s.n., 2017.

Nieto, HERMINIO. 2007. Comparación de modelos hidrológicos precipitación escurrentía determinísticos y con uso de modelo estocástico. Lima, lima, peru : universidad nacional de ingeniería, marzo de 2007.

Ortiz, Oswaldo. 2008. *HIDROLOGIA DE SUPERFICIE*. Cajamarca : Universidad Nacional de Cajamarca, 2008.

Reyes Rodriguez, Toribio. 2019. "*Application of the Box-Jenkins and Holt-Winters models for the forecast of the monthly flows in the Shullcas river in the Chamisería station, Huancayo-Peru*". Junín, Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo. Huancayo : s.n., 2019.

Salas, José D, y otros. 2016. *Introduction to Hydrology*. 2016. págs. 92-93.

Sánchez Silva, Silvia Isabel y Santos Reyes, Raúl. 2013. "*Pronostico de caudales del río Chira, usando modelos Arima y Holt-Winters. Piura -2013*". Piura : Universidad Nacional de Piura, 2013.

Scheidereiter, Guillermo Daniel. 2016. *Aplicación de los Modelos Autoregresivos Integrados de Media Móvil (ARIMA) a las Series de Precipitaciones de Lluvia*. Buenos Aires - Argentina : Edit. de la Universidad Tecnológica Nacional., 2016.

Sialer Diaz, C. D. 2014. *Optimización del caudal mediante modelos estocásticos Arima para la ampliación Hidroenergética de la Infraestructura Hidráulica Jequetepeque - Zaña*. Lambayeque : Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo, 2014.



- Silva Da Costa, Eilder. 2019. *Análise da Série Temporal de Precipitação Total Mensal do Município de Cruz das Almas-BA*. s.l. : Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, 2019.
- Souza do Espírito Santo, Alessandro René y Dos Santos Silva, Cássia Monalisa. 2015. *Previsão Sazonal Da Precipitação Via Modelos Estocásticos*. 2015.
- Spoza Do Espiritu Santo, Alessandro René y Dos Santos Silva, Cassia Monalissa. 2015. *Previsao Sazonal Da Precipitacao Via Modelos Estocásticos*. 2015.
- Time Series Analysis of Hydrologic Data for Water Resorces Planning and Management: A Review*. Deepesh, Machiwal y Madan Kumar, Jha. 2014. 05 de 02 de 2014, ResearchGate, pág. 22.
- Vink, Ritchie. 2016. <https://www.ritchievink.com/>. *Algorithm Breakdown: AR, MA and ARIMA models*. [En línea] 26 de Setiembre de 2016. <https://www.ritchievink.com/blog/2018/09/26/algorithm-breakdown-ar-ma-and-arima-models/>.
- Zhiña Villa, Darío Xavier. 2016. *Pronóstico de sequías - caso de estudio en la cuenca del río Machángara*. Cuenca : Universidad de Cuenca, 2016. pág. Pág. 32.

# **ANEXOS**

## ANEXO 1. Variables, Operacionalización.

VARIABLE DE ESTUDIO	DEFINICION CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	Indicadores	ESCALA DE MEDICIÓN
<b>Variable Dependiente:</b> Precipitación mensual de lluvia registrada	Es la caída de agua desde la atmósfera hasta la superficie terrestre	Cantidad de agua caída, medida por un pluviómetro dado en milímetros	Volumen de Precipitación.	Precipitación Mensual pronosticada.	En mm
<b>Variable Independiente:</b> Tiempo	Lo que transcurre la cantidad de precipitación	Agua caída por mes	Número de meses de registro de datos	Periodo de registro de datos	Meses

## ANEXO 2. EMAIL DE ENVIO DE INFORMACIÓN DE SENAMHI.

← TESISTA RIGOBERTO MARIN CUBAS // CUT 15612-2017

**A** Atención al Ciudadano - SENAMHI <osc.senamhi@gmail.com> ↩ ↪ →  
 Mar 24/10/2017 17:05  
 Para: Usted

CHONTALÍ.xlsx

13 KB

▼

JAÉN.xlsx

13 KB

▼

✓ Mostrar los 3 datos adjuntos (41 KB)   
 Descargar todo   
 Guardar todo en OneDrive

Estimado Rigoberto,

Recibe un cordial saludo de parte de SENAMHI, mediante el presente se remite la disponibilidad de información meteorológica de acuerdo a su solicitud, la cual fue recibida el día **10 de octubre**.

Cualquier consulta adicional estaré atenta,

Por favor confirmar la recepción del presente,

Cordialmente.

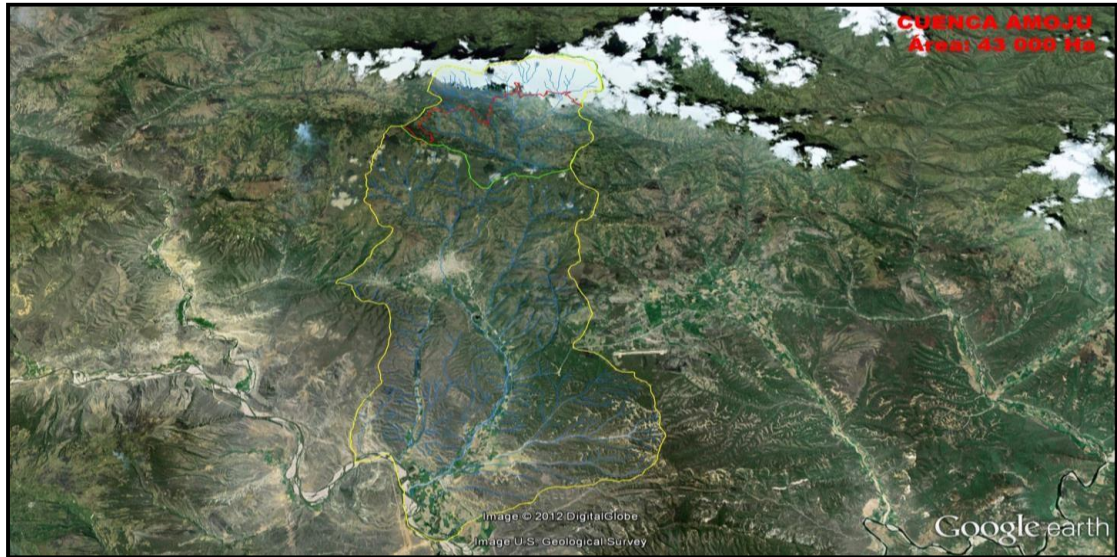
### ANEXO 3. MATRIZ DE CONSISTENCIA

TITULO: "Utilización de Modelos Univariantes ARIMA y la predicción de datos de Precipitación en la Microcuenca Amojú, Jaén, Cajamarca 2021"

AUTOR : Br. RIGOBERTO MARIN CUBAS

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLES	DISEÑO METODOLOGICO	POBLACION Y MUESTRA
<p><b>GENERAL</b></p> <p>¿Cómo se utiliza los modelos univariantes ARIMA en la predicción de Datos de precipitación en la Micro Cuenca Amojú, Jaén, Cajamarca 2021?</p> <p><b>ESPECIFICOS</b></p> <p>¿Qué información se necesita para que sea fiable las series hidrológicas: precipitación?</p> <p>¿Cumple con la prueba de estacionariedad los datos de precipitación?</p> <p>¿Qué modelo ARIMA es el más adecuado para la variable precipitación correspondiente a la estación de la micro cuenca Amojú?</p> <p>¿Cuáles son las series sintéticas de predicción de la variable precipitación correspondiente a la estación de la micro cuenca Amojú?</p> <p>¿La predicción de series sintéticas para la variable precipitación son confiables?</p>	<p><b>GENERAL</b></p> <p>Demostrar la utilización de Modelos univariantes ARIMA y la predicción de Datos de precipitación en la Micro Cuenca Amojú Jaén-Cajamarca 2021</p> <p><b>ESPECIFICOS</b></p> <p>Analizar la información de las series hidrológicas como precipitación recogida en la micro cuenca Amojú</p> <p>Determinar la prueba de estacionariedad de la serie de datos de precipitación</p> <p>Establecer el modelo ARIMA más adecuado para la variable precipitación, predecir las series sintéticas para la variable de interés</p> <p>Determinar la capacidad de los Modelos univariantes ARIMA en la predicción de Datos Sintéticos de precipitación en la Micro Cuenca Amojú</p> <p>Pasar la prueba de confiabilidad la precipitación pronosticada</p>	<p><b>GENERAL</b></p> <p>univariantes ARIMA es significativa en la predicción de Datos de precipitación en la micro Cuenca Amojú.</p> <p><b>ESPECÍFICOS</b></p> <p>Las series hidrológicas obtenidas son confiables</p> <p>Los datos de precipitación pasan la prueba de estacionariedad</p> <p>El modelo ARIMA establecido es el más adecuado para la variable precipitación</p> <p>La capacidad de los modelos univariantes ARIMA en la predicción de Datos Sintéticos de precipitación en la Micro Cuenca Amojú son confiables</p>	<p>Variable Independiente</p> <p>Precipitación <math>Y_t</math></p> <p>Variable Dependiente</p> <p>Precipitación pronosticada <math>Y_t</math></p>	<p>Tipo de Investigación:</p> <p>Aplicada.</p> <p>Nivel de Investigación</p> <p>Correlacional</p> <p>Diseño :</p> <p>No Experimental</p>	<p>Población</p> <p>Es toda la cantidad de precipitaciones mensuales realizadas en la microcuenca Amojú del distrito de Jaén, es decir de todo el tiempo.</p> <p>Muestra</p> <p>Conformada por el número de precipitaciones mensuales, elegida a criterio de la disponibilidad de los datos proporcionados por SENHAMI, el periodo de tiempo comprendido desde el año 1984 hasta el año 2017, en datos mensuales, siendo <math>n = 408</math>, siendo el tiempo de</p>

## ANEXO 4. MAPA DE GOOGLE CUENCA AMOJU



## ANEXO 5. Función de Autocorrelación Simple y Parcial. de la Fig. 4 y 5

gretl: correlograma

Función de autocorrelación para vl  
 \*\*\*, \*\* y \* indica significatividad a los niveles del 1%, 5% y 10%  
 Utilizando desviación típica  $1/T^{0.5}$

RETARDO	FAC		FACP		Estad-Q.	[valor p]
1	0.1434	***	0.1434	***	8.3716	[0.004]
2	0.0119		-0.0089		8.4292	[0.015]
3	-0.0410		-0.0424		9.1183	[0.028]
4	-0.0345		-0.0230		9.6076	[0.048]
5	-0.0241		-0.0158		9.8460	[0.080]
6	0.0330		0.0381		10.2952	[0.113]
7	-0.0027		-0.0152		10.2981	[0.172]
8	-0.1148	**	-0.1181	**	15.7568	[0.046]
9	-0.0966	*	-0.0643		19.6291	[0.020]
10	0.0440		0.0722		20.4345	[0.025]
11	0.1184	**	0.1016	**	26.2847	[0.006]
12	0.2117	***	0.1763	***	45.0433	[0.000]
13	0.0236		-0.0377		45.2772	[0.000]
14	-0.0591		-0.0564		46.7476	[0.000]
15	-0.0642		-0.0294		48.4828	[0.000]
16	-0.0848	*	-0.0790		51.5211	[0.000]
17	0.0160		0.0231		51.6301	[0.000]
18	-0.0549		-0.0757		52.9104	[0.000]
19	-0.0775		-0.0465		55.4692	[0.000]
20	-0.1450	***	-0.0820		64.4478	[0.000]
21	-0.0512		-0.0055		65.5697	[0.000]
22	0.0288		0.0038		65.9260	[0.000]
23	0.0561		-0.0090		67.2821	[0.000]
24	0.1090	**	0.0526		72.4101	[0.000]
25	0.0204		0.0082		72.5908	[0.000]
26	-0.0079		0.0255		72.6177	[0.000]

Resultado de los cálculos de los correlogramas de cada rezago que son estadísticamente significativas (Valor de  $p < 0.05$ ).

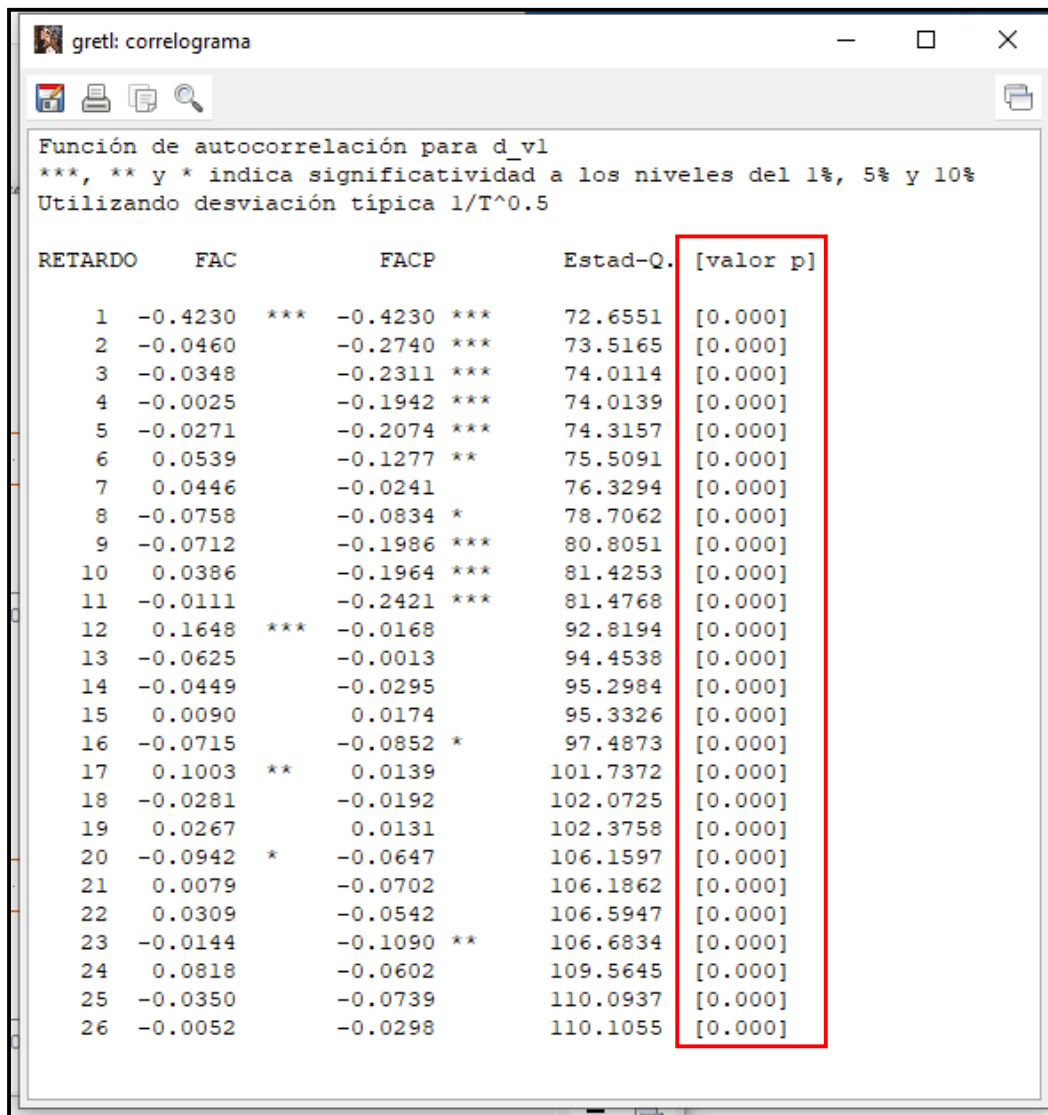
## ANEXO 6. Resultado de la prueba Dickey y Fuller de la serie original

```
gretl: ADF test
Contraste aumentado de Dickey-Fuller para v1
contrastar hacia abajo desde 24 retardos, con el criterio AIC
tamaño muestral 392
la hipótesis nula de raíz unitaria es: [a = 1]

contraste con constante
incluyendo 11 retardos de (1-L)v1
modelo: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
valor estimado de (a - 1): -0.767363
estadístico de contraste: tau_c(1) = -4.67743
valor p asintótico 8.898e-005
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: 0.007
diferencias retardadas: F(11, 379) = 2.551 [0.0040]

con constante y tendencia
incluyendo 11 retardos de (1-L)v1
modelo: (1-L)y = b0 + b1*t + (a-1)*y(-1) + ... + e
valor estimado de (a - 1): -0.787506
estadístico de contraste: tau_ct(1) = -4.70641
valor p asintótico 0.0006386
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: 0.008
diferencias retardadas: F(11, 378) = 2.529 [0.0043]
```

## ANEXO 7. Función de Autocorrelación Simple y Parcial. de la Fig. 7 y 8



Resultado de los cálculos de los correlogramas de cada rezago que son estadísticamente significativas (Valor de  $p < 0.05$ ).

## ANEXO 8. Resultado de la prueba Dickey y Fuller de la serie Ln(Precipitación)

```
gretl: ADF test
Contraste aumentado de Dickey-Fuller para l_vl
contrastar hacia abajo desde 24 retardos, con el criterio AIC
tamaño muestral 392
la hipótesis nula de raíz unitaria es: [a = 1]

contraste con constante
incluyendo 11 retardos de (1-L)l_vl
modelo: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
valor estimado de (a - 1): -0.892964
estadístico de contraste: tau_c(1) = -4.83865
valor p asintótico 4.315e-005
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0.001
diferencias retardadas: F(11, 379) = 4.228 [0.0000]

con constante y tendencia
incluyendo 11 retardos de (1-L)l_vl
modelo: (1-L)y = b0 + b1*t + (a-1)*y(-1) + ... + e
valor estimado de (a - 1): -0.918625
estadístico de contraste: tau_ct(1) = -4.90502
valor p asintótico 0.0002752
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0.001
diferencias retardadas: F(11, 378) = 4.233 [0.0000]
```



## ANEXO 9. Función de Autocorrelación Simple y Parcial. de la Fig. 14 y 15

gretl: correlograma

Función de autocorrelación para l\_vl  
 \*\*\*, \*\* y \* indica significatividad a los niveles del 1%, 5% y 10%  
 Utilizando desviación típica  $1/T^{0.5}$

RETARDO	FAC		FACP		Estad-Q.	[valor p]
1	0.1399	***	0.1399	***	7.9610	[0.005]
2	0.0148		-0.0048		8.0507	[0.018]
3	-0.0501		-0.0526		9.0790	[0.028]
4	-0.0686		-0.0555		11.0102	[0.026]
5	-0.1003	**	-0.0844	*	15.1457	[0.010]
6	-0.0081		0.0158		15.1729	[0.019]
7	-0.0764		-0.0842	*	17.5836	[0.014]
8	-0.1318	***	-0.1276	**	24.7816	[0.002]
9	-0.1265	**	-0.1085	**	31.4303	[0.000]
10	0.0520		0.0692		32.5551	[0.000]
11	0.1549	***	0.1295	***	42.5756	[0.000]
12	0.2613	***	0.2049	***	71.1536	[0.000]
13	0.0853	*	0.0070		74.2037	[0.000]
14	-0.0064		-0.0291		74.2207	[0.000]
15	-0.0704		-0.0471		76.3109	[0.000]
16	-0.1251	**	-0.1077	**	82.9218	[0.000]
17	-0.0139		0.0292		83.0042	[0.000]
18	-0.0011		0.0133		83.0047	[0.000]
19	-0.0789		-0.0268		85.6594	[0.000]
20	-0.1596	***	-0.0959	*	96.5453	[0.000]
21	-0.0813		-0.0351		99.3760	[0.000]
22	0.0019		-0.0260		99.3776	[0.000]
23	0.1131	**	0.0280		104.8818	[0.000]
24	0.1861	***	0.0777		119.8283	[0.000]
25	0.0789		0.0070		122.5206	[0.000]
26	0.0295		0.0527		122.8978	[0.000]

Resultado de los cálculos de los correlogramas de cada rezago que son estadísticamente significativas (Valor de  $p < 0.05$ ).

**ANEXO 10. Salida de la Prueba de Información de Schwarz (SIC), y Criterio de Información Hannan-Quinn (HQC) Tabla 6.**

**Modelo (1,0, 1) -> Modelo3**

Evaluaciones de la función: 65  
Evaluaciones del gradiente: 20

Modelo 3: ARMA, usando las observaciones 1984:01-2017:08 (T = 404)  
Estimado usando AS 197 (MV exacta)  
Variable dependiente: l\_vl  
Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p	
const	2.76634	0.0953075	29.03	3.14e-185	***
phi_12	0.979855	0.0175957	55.69	0.0000	***
theta_12	-0.900389	0.0453637	-19.85	1.14e-087	***

Media de la vble. dep.	2.774350	D.T. de la vble. dep.	0.765378
Media de innovaciones	0.020660	D.T. innovaciones	0.706026
R-cuadrado	0.149580	R-cuadrado corregido	0.147465
Log-verosimilitud	-436.2622	Criterio de Akaike	880.5245
Criterio de Schwarz	896.5301	Crit. de Hannan-Quinn	886.8605

## ANEXO 11. Función de Autocorrelación Simple y Parcial. de la Fig. 17 y 18

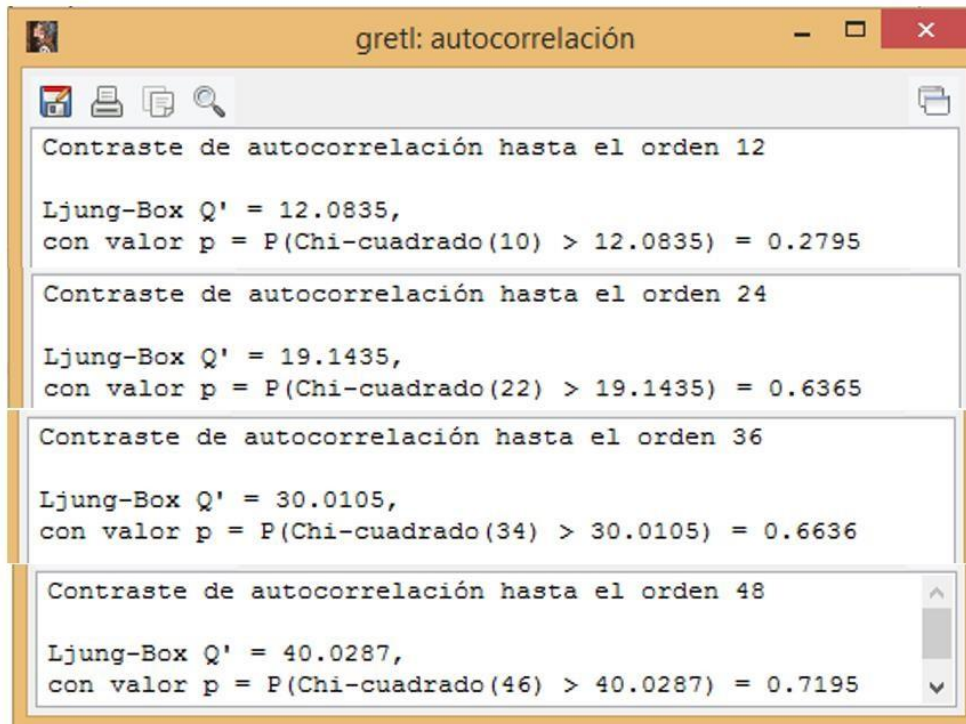
gretl: correlograma

Función de autocorrelación para RESIDUOS\_1  
 \*\*\*, \*\* y \* indica significatividad a los niveles del 1%, 5% y 10%  
 utilizando la desviación típica  $1/T^{0.5}$

RETARDO	FAC	FACP	Estad-Q.	[valor p]
1	0.0410	0.0410	0.6837	[0.408]
2	0.0047	0.0030	0.6926	[0.707]
3	0.0259	0.0256	0.9672	[0.809]
4	0.0254	0.0234	1.2327	[0.873]
5	-0.0738	-0.0762	3.4744	[0.627]
6	0.0102	0.0157	3.5174	[0.742]
7	-0.0383	-0.0404	4.1224	[0.766]
8	-0.0569	-0.0510	5.4624	[0.707]
9	-0.0683	-0.0610	7.3978	[0.596]
10	0.0508	0.0527	8.4726	[0.583]
11	0.0650	0.0690	10.2356	[0.509]
12	0.0665	0.0625	12.0835	[0.439]
13	-0.0274	-0.0396	12.3975	[0.495]
14	-0.0232	-0.0381	12.6237	[0.556]
15	-0.0020	-0.0018	12.6255	[0.631]
16	-0.0451	-0.0474	13.4866	[0.637]
17	0.0327	0.0451	13.9397	[0.671]
18	0.0191	0.0189	14.0940	[0.723]
19	-0.0408	-0.0246	14.8045	[0.735]
20	-0.0966 *	-0.0860 *	18.7939	[0.535]
21	-0.0098	-0.0180	18.8353	[0.596]
22	-0.0114	-0.0210	18.8910	[0.652]
23	0.0159	0.0151	19.0003	[0.701]
24	-0.0182	-0.0171	19.1435	[0.744]
25	-0.0341	-0.0365	19.6475	[0.765]
26	0.0200	0.0371	19.8205	[0.800]
27	0.0374	0.0273	20.4298	[0.812]
28	0.0001	-0.0137	20.4298	[0.848]
29	0.0861 *	0.0645	23.6717	[0.745]
30	-0.0380	-0.0452	24.3046	[0.758]
31	-0.0341	-0.0119	24.8166	[0.776]
32	-0.0971 *	-0.0912 *	28.9726	[0.621]
33	0.0082	0.0060	29.0026	[0.667]
34	0.0015	0.0155	29.0036	[0.711]
35	-0.0340	-0.0319	29.5183	[0.730]
36	-0.0332	-0.0236	30.0105	[0.748]

Resultado de los cálculos de los correlogramas de cada rezago que no son estadísticamente significativas (Valor de  $p < 0.05$ ).

## ANEXO 12. Resultado de la prueba Ljung - Box de la serie Residuos



```
gretl: autocorrelación

Contraste de autocorrelación hasta el orden 12

Ljung-Box Q' = 12.0835,
con valor p = P(Chi-cuadrado(10) > 12.0835) = 0.2795

Contraste de autocorrelación hasta el orden 24

Ljung-Box Q' = 19.1435,
con valor p = P(Chi-cuadrado(22) > 19.1435) = 0.6365

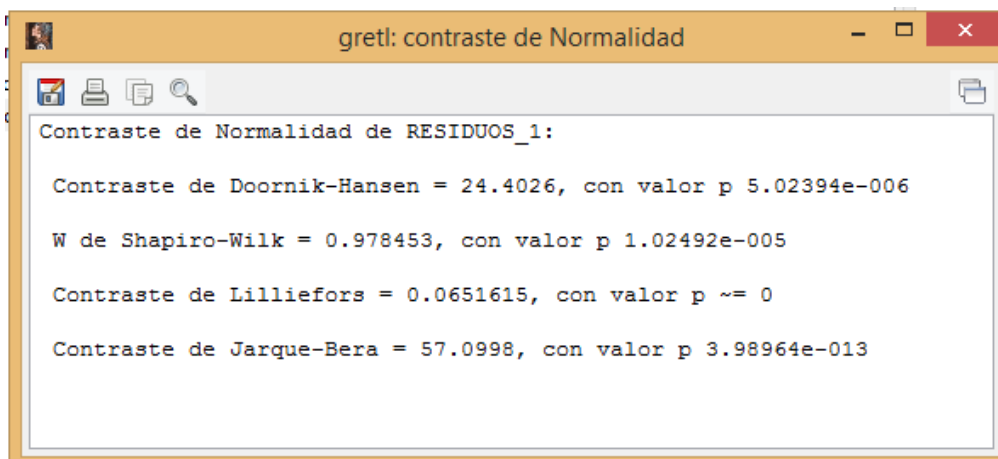
Contraste de autocorrelación hasta el orden 36

Ljung-Box Q' = 30.0105,
con valor p = P(Chi-cuadrado(34) > 30.0105) = 0.6636

Contraste de autocorrelación hasta el orden 48

Ljung-Box Q' = 40.0287,
con valor p = P(Chi-cuadrado(46) > 40.0287) = 0.7195
```

## ANEXO 13. Resultado de la prueba de Normalidad de la tabla 19 de los Residuos.



```
gretl: contraste de Normalidad

Contraste de Normalidad de RESIDUOS_1:

Contraste de Doornik-Hansen = 24.4026, con valor p 5.02394e-006

W de Shapiro-Wilk = 0.978453, con valor p 1.02492e-005

Contraste de Lilliefors = 0.0651615, con valor p ~= 0

Contraste de Jarque-Bera = 57.0998, con valor p 3.98964e-013
```

Como se puede ver el valor es equivalente a cero,  $p = 0$ , por lo tanto, los residuos no siguen un comportamiento normal.

**ANEXO 14. SALIDA EN GRETL DEL MODELO ELEGIDO CON SUS RESPECTIVAS PRUEBAS. Tabla 9**

```

Modelo
-----
Archivo  Editar  Contrastes  Guardar  Gráficos  Análisis  LaTeX

Evaluaciones de la función: 55
Evaluaciones del gradiente: 16

Modelo 11:
ARMAX, usando las observaciones 1984:01-2017:11 (T = 407)
Estimado usando AS 197 (MV exacta)
Variable dependiente: l_y
Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

-----
                coeficiente  Desv. típica      z      valor p
-----
const           2.80385      0.0945788      29.65   3.86e-193 ***
phi_l2          0.964867      0.0223536      43.16   0.0000 ***
theta_l2        -0.851158      0.0506529     -16.80   2.29e-063 ***
Media de la vble. dep.  2.805592      D.T. de la vble. dep.  0.795765
Media de innovaciones  0.024342      D.T. innovaciones     0.678728
R-cuadrado       0.273233      R-cuadrado corregido  0.269635
Log-verosimilitud -422.8932      Criterio de Akaike     855.7864
Criterio de Schwarz  875.8305      Crit. de Hannan-Quinn  863.7187

Contraste de normalidad de los residuos -
Hipótesis nula: [El error tiene distribución Normal]
Estadístico de contraste: Chi-cuadrado(2) = 2.26226
con valor p = 0.322668
  
```

**ANEXO 15. SALIDA EN GRETL DEL MODELO CON SUS RESPECTIVAS PRUEBAS. Tabla 9**

```

gretl: contraste de Normalidad
-----
Contraste de Normalidad de RESIDUOS:

Contraste de Doornik-Hansen = 2.26226, con valor p 0.322668
W de Shapiro-Wilk = 0.996378, con valor p 0.488099
Contraste de Lilliefors = 0.0339912, con valor p ~= 0.3
Contraste de Jarque-Bera = 2.11549, con valor p 0.347238
  
```

Según la figura 21, la prueba de normalidad da un p valor de 0.3227, lo cual corrobora también con el contraste calculado.

**ANEXO 16. SALIDA DE LOS DATOS SINTÉTICOS (PRONÓSTICO) GENERADOS EN LA FIGURA 27, CALCULADO CON SUS INTERVALOS DE CONFIANZA 2017:12 – 2024: 07**

Para intervalos de confianza 95%,  $z(0.025) = 1.96$

	l_y	predicción	Desv. Típica	Intervalo de confianza 95%
2017:06	2.240710	2.448035		
2017:07	3.077312	2.464962		
2017:08	2.955431	2.390837		
2017:09	3.286161	2.414488		
2017:10	3.027231	3.016522		
2017:11	3.029167	3.085424		
2017:12	2.943511	2.943511	0.678728	1.613229 - 4.273793
2018:01	2.826598	2.826598	0.678728	1.496316 - 4.156880
2018:02	3.214321	3.214321	0.678728	1.884039 - 4.544604
2018:03	3.208194	3.208194	0.678728	1.877912 - 4.538477
2018:04	3.015105	3.015105	0.678728	1.684823 - 4.345388
2018:05	2.851104	2.851104	0.678728	1.520821 - 4.181386
2018:06	2.436961	2.436961	0.678728	1.106678 - 3.767243
2018:07	2.546498	2.546498	0.678728	1.216215 - 3.876780
2018:08	2.469547	2.469547	0.678728	1.139264 - 3.799829
2018:09	2.527284	2.527284	0.678728	1.197002 - 3.857566
2018:10	3.010268	3.010268	0.678728	1.679986 - 4.340550
2018:11	3.069135	3.069135	0.678728	1.738853 - 4.399417
2018:12	2.938604	2.938604	0.683102	1.599750 - 4.277459
2019:01	2.825799	2.825799	0.683102	1.486944 - 4.164653
2019:02	3.199900	3.199900	0.683102	1.861046 - 4.538755
2019:03	3.193988	3.193988	0.683102	1.855134 - 4.532843
2019:04	3.007683	3.007683	0.683102	1.668829 - 4.346538
2019:05	2.849443	2.849443	0.683102	1.510589 - 4.188298
2019:06	2.449850	2.449850	0.683102	1.110996 - 3.788705
2019:07	2.555539	2.555539	0.683102	1.216684 - 3.894394
2019:08	2.481292	2.481292	0.683102	1.142437 - 3.820146
2019:09	2.537001	2.537001	0.683102	1.198146 - 3.875855
2019:10	3.003016	3.003016	0.683102	1.664161 - 4.341870
2019:11	3.059814	3.059814	0.683102	1.720960 - 4.398669
2019:12	2.933870	2.933870	0.687149	1.587084 - 4.280656
2020:01	2.825027	2.825027	0.687149	1.478241 - 4.171814
2020:02	3.185986	3.185986	0.687149	1.839199 - 4.532772
2020:03	3.180282	3.180282	0.687149	1.833495 - 4.527068
2020:04	3.000522	3.000522	0.687149	1.653736 - 4.347308
2020:05	2.847841	2.847841	0.687149	1.501055 - 4.194628
2020:06	2.462287	2.462287	0.687149	1.115501 - 3.809074
2020:07	2.564263	2.564263	0.687149	1.217476 - 3.911049
2020:08	2.492624	2.492624	0.687149	1.145837 - 3.839410
2020:09	2.546376	2.546376	0.687149	1.199589 - 3.893162

Van...

Vienen...

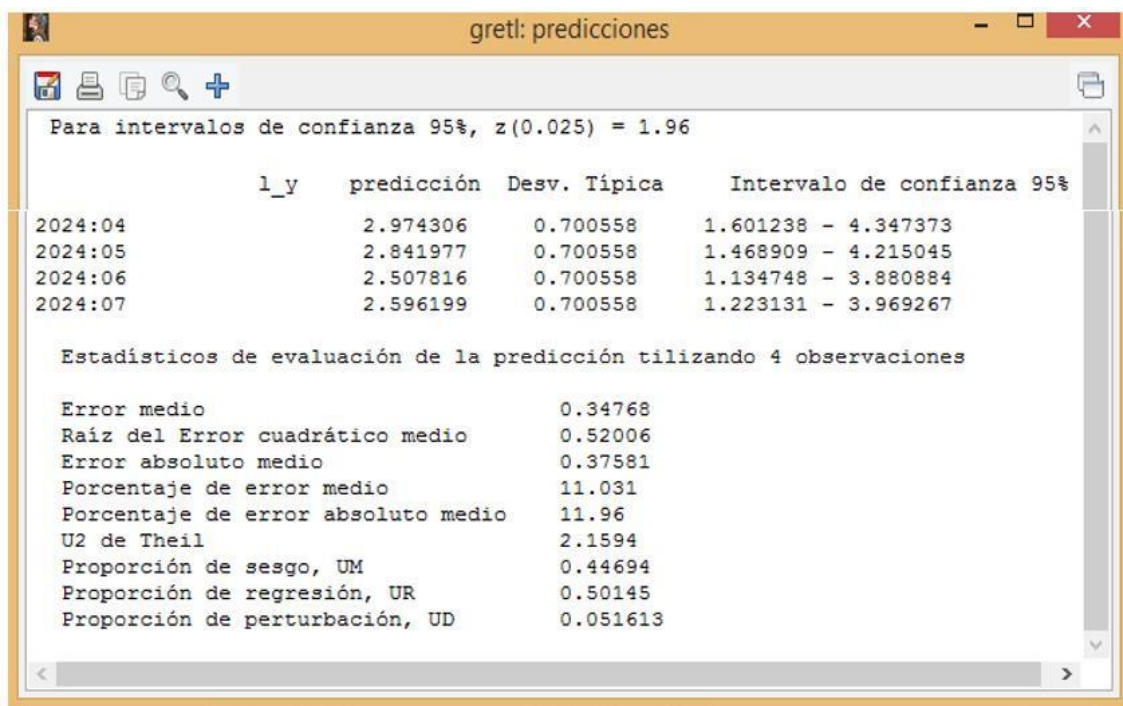
gretl: predicciones

Para intervalos de confianza 95%,  $z(0.025) = 1.96$

l_y	predicción	Desv. Típica	Intervalo de confianza 95%
2020:10	2.996018	0.687149	1.649232 - 4.342805
2020:11	3.050822	0.687149	1.704035 - 4.397608
2020:12	2.929302	0.690895	1.575173 - 4.283431
2021:01	2.824283	0.690895	1.470155 - 4.178412
2021:02	3.172560	0.690895	1.818431 - 4.526689
2021:03	3.167056	0.690895	1.812928 - 4.521185
2021:04	2.993612	0.690895	1.639483 - 4.347741
2021:05	2.846296	0.690895	1.492167 - 4.200424
2021:06	2.474287	0.690895	1.120159 - 3.828416
2021:07	2.572680	0.690895	1.218551 - 3.926809
2021:08	2.503558	0.690895	1.149429 - 3.857687
2021:09	2.555421	0.690895	1.201293 - 3.909550
2021:10	2.989267	0.690895	1.635138 - 4.343395
2021:11	3.042145	0.690895	1.688016 - 4.396273
2021:12	2.924894	0.694364	1.563966 - 4.285823
2022:01	2.823565	0.694364	1.462637 - 4.184494
2022:02	3.159606	0.694364	1.798678 - 4.520535
2022:03	3.154296	0.694364	1.793367 - 4.515224
2022:04	2.986945	0.694364	1.626016 - 4.347874
2022:05	2.844804	0.694364	1.483876 - 4.205733
2022:06	2.485866	0.694364	1.124937 - 3.846794
2022:07	2.580802	0.694364	1.219873 - 3.941730
2022:08	2.514108	0.694364	1.153179 - 3.875037
2022:09	2.564149	0.694364	1.203221 - 3.925078
2022:10	2.982752	0.694364	1.621824 - 4.343681
2022:11	3.033773	0.694364	1.672844 - 4.394701
2022:12	2.920642	0.697578	1.553413 - 4.287870
2023:01	2.822873	0.697578	1.455644 - 4.190101
2023:02	3.147107	0.697578	1.779879 - 4.514336
2023:03	3.141983	0.697578	1.774755 - 4.509212
2023:04	2.980512	0.697578	1.613284 - 4.347741
2023:05	2.843365	0.697578	1.476137 - 4.210594
2023:06	2.497037	0.697578	1.129809 - 3.864266
2023:07	2.588638	0.697578	1.221409 - 3.955866
2023:08	2.524287	0.697578	1.157059 - 3.891516
2023:09	2.572571	0.697578	1.205342 - 3.939799
2023:10	2.976467	0.697578	1.609238 - 4.343696
2023:11	3.025695	0.697578	1.658466 - 4.392923
2023:12	2.916538	0.700558	1.543470 - 4.289606
2024:01	2.822204	0.700558	1.449136 - 4.195272
2024:02	3.135048	0.700558	1.761980 - 4.508115
2024:03	3.130104	0.700558	1.757036 - 4.503172
2024:04	2.974306	0.700558	1.601238 - 4.347373

Van...

Vienen...



gretl: predicciones

Para intervalos de confianza 95%,  $z(0.025) = 1.96$

$t_y$	predicción	Desv. Típica	Intervalo de confianza 95%
2024:04	2.974306	0.700558	1.601238 - 4.347373
2024:05	2.841977	0.700558	1.468909 - 4.215045
2024:06	2.507816	0.700558	1.134748 - 3.880884
2024:07	2.596199	0.700558	1.223131 - 3.969267

Estadísticos de evaluación de la predicción utilizando 4 observaciones

Error medio	0.34768
Raíz del Error cuadrático medio	0.52006
Error absoluto medio	0.37581
Porcentaje de error medio	11.031
Porcentaje de error absoluto medio	11.96
U2 de Theil	2.1594
Proporción de sesgo, UM	0.44694
Proporción de regresión, UR	0.50145
Proporción de perturbación, UD	0.051613



**ANEXO 17. PRECIPITACION REAL, PRECIPITACION ESTIMADA  
Y RESIDUOS PERÍODO 1984:01 – 2017: 10**

Mes	Precipitación (mm)	Precipitación Estimada (mm)	Residuo	Mes	Precipitación (mm)	Precipitación Estimada (mm)	Residuo
1984:01:00	15.20	16.15	-0.95	1987:01:00	14.00	14.57	-0.57
1984:02:00	20.40	16.52	3.88	1987:02:00	17.50	14.50	3.00
1984:03:00	18.00	16.36	1.64	1987:03:00	11.60	19.46	-7.86
1984:04:00	16.00	16.21	-0.21	1987:04:00	25.30	19.64	5.66
1984:05:00	12.50	15.91	-3.41	1987:05:00	5.60	11.48	-5.88
1984:06:00	17.30	16.31	0.99	1987:06:00	4.70	15.46	-10.76
1984:07:00	4.50	14.72	-10.22	1987:07:00	6.50	7.84	-1.34
1984:08:00	6.20	15.08	-8.88	1987:08:00	20.40	12.27	8.13
1984:09:00	12.90	15.95	-3.05	1987:09:00	25.60	16.72	8.88
1984:10:00	19.50	16.46	3.04	1987:10:00	18.20	15.23	2.97
1984:11:00	20.30	16.51	3.79	1987:11:00	16.00	15.12	0.88
1984:12:00	16.30	16.24	0.06	1987:12:00	9.80	17.00	-7.20
1985:01:00	30.10	16.49	13.61	1988:01:00	18.10	14.61	3.49
1985:02:00	5.30	16.16	-10.86	1988:02:00	16.30	14.94	1.36
1985:03:00	17.20	16.66	0.54	1988:03:00	15.60	18.04	-2.44
1985:04:00	15.20	16.13	-0.93	1988:04:00	14.80	20.06	-5.26
1985:05:00	3.20	14.13	-10.93	1988:05:00	20.10	10.71	9.39
1985:06:00	4.90	15.51	-10.61	1988:06:00	19.50	13.36	6.14
1985:07:00	2.50	11.11	-8.61	1988:07:00	17.60	7.96	9.64
1985:08:00	18.30	13.17	5.13	1988:08:00	25.40	13.38	12.02
1985:09:00	15.60	15.39	0.21	1988:09:00	8.60	17.44	-8.84
1985:10:00	9.30	16.45	-7.15	1988:10:00	13.60	15.59	-1.99
1985:11:00	12.50	16.84	-4.34	1988:11:00	15.90	15.28	0.62
1985:12:00	25.60	16.62	8.98	1988:12:00	12.20	15.74	-3.54
1986:01:00	5.10	17.31	-12.21	1989:01:00	6.10	14.89	-8.79
1986:02:00	18.50	13.79	4.71	1989:02:00	14.20	15.14	-0.94
1986:03:00	45.20	17.29	27.91	1989:03:00	13.80	17.60	-3.80
1986:04:00	53.20	16.65	36.55	1989:04:00	17.10	19.15	-2.05
1986:05:00	12.60	11.37	1.23	1989:05:00	36.50	11.90	24.60
1986:06:00	41.20	13.56	27.64	1989:06:00	45.20	14.29	30.91
1986:07:00	3.60	8.71	-5.11	1989:07:00	32.10	9.14	22.96
1986:08:00	5.80	13.54	-7.74	1989:08:00	11.30	14.54	-3.24
1986:09:00	23.10	15.66	7.44	1989:09:00	9.20	15.84	-6.64
1986:10:00	15.40	15.09	0.31	1989:10:00	18.10	15.38	2.72
1986:11:00	11.00	15.87	-4.87	1989:11:00	15.60	15.39	0.21
1986:12:00	15.20	17.64	-2.44	1989:12:00	9.00	15.18	-6.18

Van...

Vienen...

Mes	Precipitación (mm)	Precipitación Estimada (mm)	Residuo	Mes	Precipitación (mm)	Precipitación Estimada (mm)	Residuo
1990:01:00	41.30	13.56	27.74	1993:01:00	7.87	12.94	-5.07
1990:02:00	25.30	15.12	10.18	1993:02:00	62.56	16.81	45.75
1990:03:00	18.60	17.06	1.54	1993:03:00	45.19	16.21	28.99
1990:04:00	27.90	18.85	9.05	1993:04:00	11.78	21.44	-9.66
1990:05:00	41.30	13.88	27.42	1993:05:00	18.82	16.16	2.66
1990:06:00	48.20	16.62	31.58	1993:06:00	7.73	14.30	-6.57
1990:07:00	35.80	10.94	24.86	1993:07:00	4.67	10.26	-5.59
1990:08:00	30.90	14.25	16.65	1993:08:00	36.10	13.16	22.94
1990:09:00	26.50	14.93	11.57	1993:09:00	72.94	18.10	54.84
1990:10:00	24.80	15.77	9.03	1993:10:00	24.81	16.79	8.02
1990:11:00	9.80	15.39	-5.59	1993:11:00	38.85	19.38	19.47
1990:12:00	15.10	14.30	0.80	1993:12:00	30.44	16.78	13.66
1991:01:00	13.03	15.52	-2.49	1994:01:00	14.70	12.34	2.36
1991:02:00	17.86	16.11	1.75	1994:02:00	58.46	19.51	38.95
1991:03:00	11.20	17.16	-5.96	1994:03:00	35.44	18.21	17.23
1991:04:00	26.98	19.66	7.32	1994:04:00	57.94	19.90	38.04
1991:05:00	15.75	15.85	-0.10	1994:05:00	13.87	16.43	-2.56
1991:06:00	7.66	18.70	-11.04	1994:06:00	12.24	13.41	-1.17
1991:07:00	5.77	12.68	-6.91	1994:07:00	6.56	9.54	-2.98
1991:08:00	7.87	15.61	-7.74	1994:08:00	4.75	14.80	-10.05
1991:09:00	26.10	16.06	10.04	1994:09:00	48.20	21.12	27.08
1991:10:00	7.34	16.56	-9.22	1994:10:00	7.54	17.48	-9.94
1991:11:00	48.21	14.73	33.48	1994:11:00	17.39	20.81	-3.42
1991:12:00	40.36	14.55	25.81	1994:12:00	14.06	17.91	-3.85
1992:01:00	3.75	15.14	-11.39	1995:01:00	4.94	12.69	-7.75
1992:02:00	20.49	16.32	4.17	1995:02:00	25.51	21.90	3.61
1992:03:00	15.03	16.30	-1.27	1995:03:00	23.81	19.53	4.28
1992:04:00	35.91	20.30	15.61	1995:04:00	22.74	22.25	0.49
1992:05:00	18.48	15.86	2.62	1995:05:00	10.18	16.11	-5.93
1992:06:00	4.36	16.70	-12.34	1995:06:00	4.60	13.34	-8.74
1992:07:00	3.55	11.63	-8.08	1995:07:00	10.26	9.33	0.93
1992:08:00	6.09	14.39	-8.30	1995:08:00	56.98	13.12	43.86
1992:09:00	28.67	17.02	11.65	1995:09:00	7.81	22.90	-15.09
1992:10:00	36.61	15.14	21.47	1995:10:00	9.52	15.87	-6.35
1992:11:00	53.50	17.02	36.48	1995:11:00	41.22	20.25	20.97
1992:12:00	19.59	16.42	3.17	1995:12:00	36.00	17.39	18.61

Van...

## Vienen...

Mes	Precipitación (mm)	Precipitación Estimada (mm)	Residuo	Mes	Precipitación (mm)	Precipitación Estimada (mm)	Residuo
1996:01:00	7.90	11.53	-3.63	1999:01:00	24.97	12.60	12.37
1996:02:00	25.70	22.04	3.66	1999:02:00	73.60	24.26	49.34
1996:03:00	18.00	19.83	-1.83	1999:03:00	17.34	20.32	-2.98
1996:04:00	11.20	22.04	-10.84	1999:04:00	16.95	22.14	-5.19
1996:05:00	16.50	15.31	1.19	1999:05:00	20.36	16.05	4.31
1996:06:00	14.70	11.94	2.76	1999:06:00	17.86	11.88	5.98
1996:07:00	0.50	9.58	-9.08	1999:07:00	5.91	6.83	-0.92
1996:08:00	6.70	15.54	-8.84	1999:08:00	6.16	14.76	-8.60
1996:09:00	13.70	20.07	-6.37	1999:09:00	27.57	18.67	8.90
1996:10:00	19.80	15.01	4.79	1999:10:00	24.92	17.41	7.51
1996:11:00	18.40	21.73	-3.33	1999:11:00	23.13	22.85	0.28
1996:12:00	38.00	18.82	19.18	1999:12:00	44.23	20.33	23.90
1997:01:00	11.00	11.19	-0.19	2000:01:00	7.10	13.70	-6.60
1997:02:00	16.70	22.17	-5.47	2000:02:00	70.45	27.02	43.43
1997:03:00	14.40	19.48	-5.08	2000:03:00	49.15	19.82	29.33
1997:04:00	30.00	20.24	9.76	2000:04:00	39.80	21.27	18.53
1997:05:00	9.66	15.47	-5.81	2000:05:00	67.99	16.49	51.50
1997:06:00	4.24	12.34	-8.10	2000:06:00	18.06	12.57	5.49
1997:07:00	7.41	7.05	0.36	2000:07:00	8.18	6.93	1.25
1997:08:00	11.97	14.18	-2.21	2000:08:00	75.14	13.46	61.68
1997:09:00	13.34	19.09	-5.75	2000:09:00	40.81	19.39	21.42
1997:10:00	23.74	15.53	8.21	2000:10:00	3.61	18.05	-14.44
1997:11:00	31.61	21.12	10.49	2000:11:00	10.89	22.60	-11.71
1997:12:00	33.94	20.24	13.70	2000:12:00	18.02	21.96	-3.94
1998:01:00	26.59	11.32	15.27	2001:01:00	33.88	12.83	21.05
1998:02:00	76.25	21.27	54.98	2001:02:00	32.70	29.48	3.22
1998:03:00	41.16	18.73	22.43	2001:03:00	26.27	21.74	4.53
1998:04:00	37.27	20.98	16.29	2001:04:00	22.64	22.57	0.07
1998:05:00	31.44	14.72	16.72	2001:05:00	14.83	19.25	-4.42
1998:06:00	18.50	11.08	7.42	2001:06:00	3.29	13.19	-9.90
1998:07:00	3.10	7.29	-4.19	2001:07:00	7.08	7.27	-0.19
1998:08:00	21.82	13.99	7.83	2001:08:00	77.94	16.37	61.57
1998:09:00	23.25	18.25	5.00	2001:09:00	61.48	20.91	40.57
1998:10:00	29.68	16.30	13.38	2001:10:00	10.96	15.08	-4.12
1998:11:00	35.65	21.88	13.77	2001:11:00	75.31	20.62	54.69
1998:12:00	15.39	21.25	-5.86	2001:12:00	17.95	21.26	-3.31

Van...

Vienen...

Mes	Precipitación (mm)	Precipitación Estimada (mm)	Residuo	Mes	Precipitación (mm)	Precipitación Estimada (mm)	Residuo
2002:01:00	7.26	14.38	-7.12	2005:01:00	6.50	11.97	-5.47
2002:02:00	31.63	29.19	2.44	2005:02:00	42.00	25.16	16.84
2002:03:00	38.37	21.97	16.40	2005:03:00	36.20	21.08	15.12
2002:04:00	18.24	22.31	-4.07	2005:04:00	31.00	21.33	9.67
2002:05:00	27.04	18.60	8.44	2005:05:00	10.20	20.31	-10.11
2002:06:00	4.05	11.41	-7.36	2005:06:00	18.30	12.40	5.90
2002:07:00	12.70	7.46	5.24	2005:07:00	1.90	7.51	-5.61
2002:08:00	1.26	19.40	-18.14	2005:08:00	14.50	11.27	3.23
2002:09:00	8.14	23.32	-15.18	2005:09:00	18.70	18.69	0.01
2002:10:00	25.28	14.60	10.68	2005:10:00	27.90	16.00	11.90
2002:11:00	34.01	23.57	10.44	2005:11:00	78.50	23.79	54.71
2002:12:00	29.71	20.67	9.04	2005:12:00	31.50	19.35	12.15
2003:01:00	6.93	13.40	-6.47	2006:01:00	18.50	11.32	7.18
2003:02:00	54.34	28.85	25.49	2006:02:00	38.70	26.20	12.50
2003:03:00	15.18	23.10	-7.92	2006:03:00	23.00	22.16	0.84
2003:04:00	15.46	21.58	-6.12	2006:04:00	9.40	22.01	-12.61
2003:05:00	17.14	19.28	-2.14	2006:05:00	13.50	18.69	-5.19
2003:06:00	28.03	10.32	17.71	2006:06:00	26.50	13.07	13.43
2003:07:00	8.93	8.13	0.80	2006:07:00	1.30	6.64	-5.34
2003:08:00	2.30	14.29	-11.99	2006:08:00	8.50	11.74	-3.24
2003:09:00	11.12	20.52	-9.40	2006:09:00	5.60	18.60	-13.00
2003:10:00	15.67	15.56	0.11	2006:10:00	11.70	17.01	-5.31
2003:11:00	37.01	24.21	12.80	2006:11:00	15.50	26.74	-11.24
2003:12:00	17.92	21.33	-3.41	2006:12:00	16.00	20.28	-4.28
2004:01:00	7.50	12.55	-5.05	2007:01:00	7.60	12.10	-4.50
2004:02:00	6.80	30.29	-23.49	2007:02:00	27.00	26.88	0.12
2004:03:00	17.70	21.79	-4.09	2007:03:00	32.50	22.00	10.50
2004:04:00	30.60	20.60	10.00	2007:04:00	29.00	19.84	9.16
2004:05:00	38.10	18.92	19.18	2007:05:00	29.30	17.95	11.35
2004:06:00	18.00	11.70	6.30	2007:06:00	13.00	14.23	-1.23
2004:07:00	2.40	8.42	-6.02	2007:07:00	27.20	5.73	21.47
2004:08:00	7.20	11.76	-4.56	2007:08:00	7.50	11.46	-3.96
2004:09:00	17.00	19.03	-2.03	2007:09:00	7.20	16.23	-9.03
2004:10:00	19.40	15.60	3.80	2007:10:00	45.90	16.30	29.60
2004:11:00	18.20	25.00	-6.80	2007:11:00	38.90	24.75	14.15
2004:12:00	12.00	20.72	-8.72	2007:12:00	22.60	19.61	2.99

Van...

**Vienen...**

Mes	Precipitación (mm)	Precipitación Estimada (mm)	Residuo	Mes	Precipitación (mm)	Precipitación Estimada (mm)	Residuo
2008:01:00	17.00	11.62	5.38	2011:01:00	25.50	13.60	11.90
2008:02:00	37.20	26.42	10.78	2011:02:00	39.50	28.44	11.06
2008:03:00	63.70	22.72	40.98	2011:03:00	48.90	20.99	27.91
2008:04:00	10.20	20.53	-10.33	2011:04:00	39.80	19.76	20.04
2008:05:00	15.80	18.87	-3.07	2011:05:00	70.60	17.81	52.79
2008:06:00	26.90	14.15	12.75	2011:06:00	4.50	14.25	-9.75
2008:07:00	17.40	7.05	10.35	2011:07:00	21.80	7.81	13.99
2008:08:00	3.40	11.08	-7.68	2011:08:00	5.80	11.60	-5.80
2008:09:00	9.93	14.85	-4.92	2011:09:00	2.50	13.96	-11.46
2008:10:00	24.57	18.25	6.32	2011:10:00	30.80	19.24	11.56
2008:11:00	77.48	25.62	51.86	2011:11:00	23.50	26.76	-3.26
2008:12:00	9.96	19.78	-9.82	2011:12:00	38.70	19.57	19.13
2009:01:00	21.47	12.26	9.21	2012:01:00	23.80	14.66	9.14
2009:02:00	54.12	26.96	27.16	2012:02:00	32.60	28.90	3.70
2009:03:00	29.48	25.13	4.35	2012:03:00	22.50	22.82	-0.32
2009:04:00	13.67	18.86	-5.19	2012:04:00	27.50	21.18	6.32
2009:05:00	22.19	18.41	3.78	2012:05:00	7.80	20.63	-12.83
2009:06:00	8.30	15.25	-6.95	2012:06:00	17.00	12.63	4.37
2009:07:00	8.30	8.02	0.28	2012:07:00	6.45	8.96	-2.51
2009:08:00	14.64	9.87	4.77	2012:08:00	6.80	10.88	-4.08
2009:09:00	14.52	14.26	0.26	2012:09:00	5.20	11.63	-6.43
2009:10:00	20.23	18.77	1.46	2012:10:00	26.00	20.13	5.87
2009:11:00	59.48	28.45	31.03	2012:11:00	23.20	25.92	-2.72
2009:12:00	23.59	18.23	5.36	2012:12:00	12.20	20.94	-8.74
2010:01:00	16.60	13.16	3.44	2013:01:00	9.40	15.51	-6.11
2010:02:00	32.80	28.58	4.22	2013:02:00	47.00	28.69	18.31
2010:03:00	5.50	25.18	-19.68	2013:03:00	10.30	22.51	-12.21
2010:04:00	41.50	18.11	23.39	2013:04:00	18.80	21.59	-2.79
2010:05:00	12.50	18.70	-6.20	2013:05:00	12.90	18.40	-5.50
2010:06:00	13.30	14.30	-1.00	2013:06:00	9.00	13.16	-4.16
2010:07:00	4.00	8.25	-4.25	2013:07:00	6.40	8.83	-2.43
2010:08:00	22.90	10.48	12.42	2013:08:00	7.40	10.48	-3.08
2010:09:00	10.70	14.35	-3.65	2013:09:00	14.00	10.78	3.22
2010:10:00	24.00	18.83	5.17	2013:10:00	56.90	20.54	36.36
2010:11:00	12.10	30.23	-18.13	2013:11:00	0.70	25.19	-24.49
2010:12:00	30.00	18.67	11.33	2013:12:00	18.60	19.56	-0.96

**Van...**

## Vienen...

Mes	Precipitación (mm)	Precipitación Estimada (mm)	Residuo	Mes	Precipitación (mm)	Precipitación Estimada (mm)	Residuo
2014:01:00	14.60	14.71	-0.11	2015:12:00	20.60	19.33	1.27
2014:02:00	20.00	29.67	-9.67	2016:01:00	25.60	16.89	8.71
2014:03:00	38.60	20.43	18.17	2016:02:00	14.50	25.80	-11.30
2014:04:00	50.30	21.05	29.25	2016:03:00	28.60	24.54	4.06
2014:05:00	47.80	17.62	30.18	2016:04:00	12.50	21.73	-9.23
2014:06:00	8.00	12.72	-4.72	2016:05:00	9.20	19.67	-10.47
2014:07:00	10.00	8.71	1.29	2016:06:00	16.80	10.91	5.89
2014:08:00	11.90	10.25	1.65	2016:07:00	13.20	11.15	2.05
2014:09:00	6.50	11.25	-4.75	2016:08:00	11.60	10.27	1.33
2014:10:00	9.70	22.77	-13.07	2016:09:00	20.91	10.22	10.69
2014:11:00	30.80	16.76	14.04	2016:10:00	29.99	19.44	10.55
2014:12:00	20.50	19.33	1.17	2016:11:00	22.35	17.49	4.86
2015:01:00	49.50	14.75	34.75	2016:12:00	16.47	19.35	-2.88
2015:02:00	16.60	27.82	-11.22	2017:01:00	11.20	17.65	-6.45
2015:03:00	73.00	21.72	51.28	2017:02:00	37.80	23.83	13.97
2015:04:00	15.60	22.94	-7.34	2017:03:00	26.80	24.59	2.21
2015:05:00	21.60	19.59	2.01	2017:04:00	22.08	20.24	1.84
2015:06:00	4.00	12.19	-8.19	2017:05:00	12.80	17.98	-5.18
2015:07:00	51.00	9.04	41.96	2017:06:00	9.40	11.59	-2.19
2015:08:00	7.00	10.59	-3.59	2017:07:00	21.70	11.51	10.19
2015:09:00	6.00	10.73	-4.73	2017:08:00	19.21	10.58	8.63
2015:10:00	13.60	20.50	-6.90	2017:09:00	26.74	11.24	15.50
2015:11:00	15.00	17.90	-2.90	2017:10:00	20.64	20.25	0.39